

## Исследование применения понятия нечеткого отношения, операций импликации и композиции при реализации нечетких высказываний и построении нечетких рассуждений

**1. Цель работы:** исследовать способы применения понятия нечеткого отношения, операций импликации и композиции при реализации нечетких высказываний.

### 2. Теоретическое введение

#### 2.1. Понятие нечетких и лингвистических переменных

Нечеткая переменная (НП) определяется совокупностью параметров вида:

$$\langle p, X, A \rangle,$$

где  $p$  – название нечеткой переменной,  $X$  – область определения нечеткой переменной (множество значений  $x \in X$ , для которых (на которых) определена нечеткая переменная (все множество  $X$ ),  $A = \{x \in X, \mu_A(x)\}$  – нечеткое множество (НМ) на  $X$ , элементы которого – нечеткие значения  $\mu_A(x)$ , которые принимает нечеткая переменная на  $X$ . Тогда нечеткое множество  $A$  определяет возможные значения ( $\mu_A(x)$ ), которые принимает нечеткая переменная  $p$  для соответствующего значения  $x \in X$ .

Пример. Интенсивность трафика, передаваемого через сетевое устройство, может быть: малой – первая нечеткая переменная  $p_1$ , средней – вторая нечеткая переменная  $p_2$  и большой – третья нечеткая переменная  $p_3$ . Все переменные ( $p_i / i = \overline{1,3}$ ) определены на одном универсальном множестве  $X$ , допустим:

$$100 < X < 1000 \text{ мбит/с, т.е. } X = [100, 1000].$$

Для каждой переменной ( $p_i / i = \overline{1,3}$ ) определена своя функция принадлежности  $\mu_A^i(x)$ , определяющая НМ, соответствующее нечеткой переменной.

Тогда:

1)  $\langle$  Малая интенсивность трафика,  $(100 < X < 1000)$ ,  $A_1 \rangle$ , где

$A_1 = \{x, \mu_{A_1}^1(x)\}$  – нечеткое множество, соответствующее НП  $p_1$ ;

2)  $\langle$  Средняя интенсивность,  $(100 < X < 1000)$ ,  $A_2 \rangle$ , где

$A_2 = \{x, \mu_{A_2}^2(x)\}$  – нечеткое множество соответствующее  $p_2$ ;

3)  $\langle$  Высокая интенсивность,  $(100 < X < 1000)$ ,  $A_3 \rangle$ , где

$A_3 = \{x, \mu_{A_3}^3(x)\}$  – нечеткое множество соответствующее  $p_3$ .

Графический вид нечетких переменных ( $p_i / i = \overline{1,3}$ ) представлен на Рис. 3.1 (три переменные сведены на один рисунок).

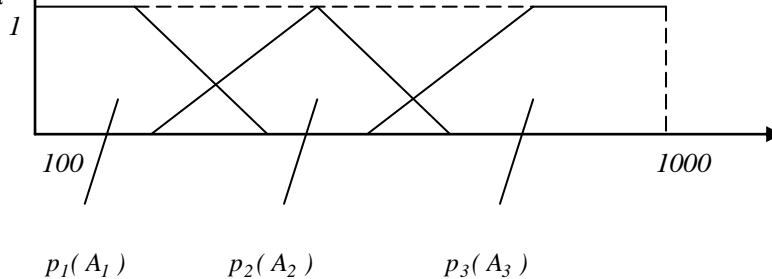


Рисунок 3.1– Вид нечетких множеств для соответствующих переменных

Лингвистическая переменная определяется как совокупность параметров вида:

$$\langle LP, NLP, X, G, M \rangle,$$

где:

-  $LP$  – название лингвистической переменной, характеризующей некоторые процессы (в рассматриваемом случае  $LP$  – «интенсивность трафика»);

-  $NLP$  – терм-множество значений лингвистической переменной (значения ЛП называются термами, совокупность этих значений образует множество  $NLP$ ); терм-значение ЛП сопоставляется (однозначно) с соответствующим ему значением нечеткой переменной (т.е. должен быть задан способ сопоставления множества термов и соответствующего множества нечетких переменных); обозначим способ сопоставления через  $S$ , тогда  $S: NLP \rightarrow \{p_i / i = \overline{1, n}\}$  – отображение множества  $NLP$  на множество нечетких переменных  $\{p_i / i = \overline{1, n}\}$  где  $n$  – количество нечетких переменных;

- $X$  – область определения нечетких переменных (задаваемое универсальное множество);
- $G$  – процедура, описывающая процесс формирования новых значений – термов лингвистической переменной  $LP$  на основе имеющихся термов множества  $NLP$  (т.е. способ формирования новых термов-значений ЛП с именем  $LP$  на основе имеющихся термов из множества  $NLP$ ).
- $M$  – процедура, сопоставляющая каждому новому терму-значению ЛП с именем  $LP$ , сгенерированному процедурой  $G$ , соответствующее ему (этому терму) нечеткое множество, таким образом, процедура  $G$  позволяет формировать (реализует формирование) новые значения термов на основе использования либо логических операций «И», «ИЛИ», либо с использованием модификаторов исходных термов вида: «очень», «не», «более – менее» («слегка»), «не очень» и т.д.

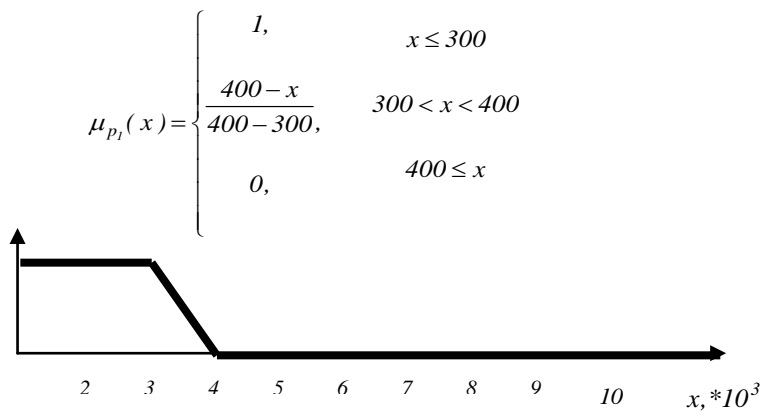
Процедура  $M$  выполняет расчет значений ФП ( $\mu(x)$ ) для соответствующих сгенерированных процедурой  $G$  термов (полученных модификаций исходных значений–термов).

#### Пример формирования лингвистических переменных.

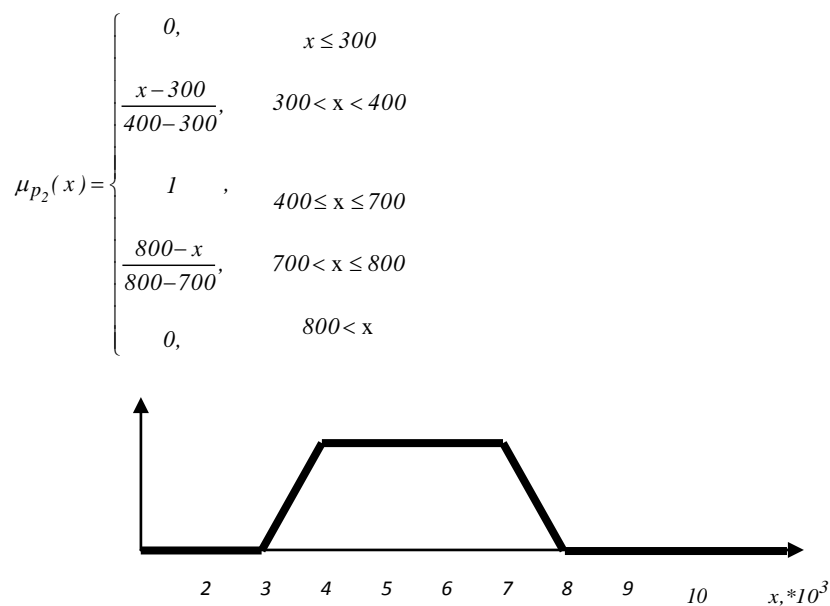
Переменная, описывающая значения интенсивности трафика, поступающего на маршрутизатор. Имя переменной  $LP$  – «Интенсивность трафика». Параметры переменной:

- 1) множество значений – термов лингвистической переменной  $NLP$ ;
- 2)  $NLP = \{\text{«Малая»}, \text{«Средняя»}, \text{«Большая»}\}$ . Так как  $|NLP| = 3$ , то должны быть определены три значения нечетких переменных, т.е. множество ( $p_i / i = \overline{1,3}$ ).
- 3) универсальное множество  $X$  представляет собой интервал  $[100, 1000]$  мбит/с, тогда  $X = [100, 1000]$ . Значения нечетких переменных задаются следующим образом (вид НП ( $p_i / i = \overline{1,3}$ )) и формализация способа определения значений ( $\mu_{p_i}(x)$ ):

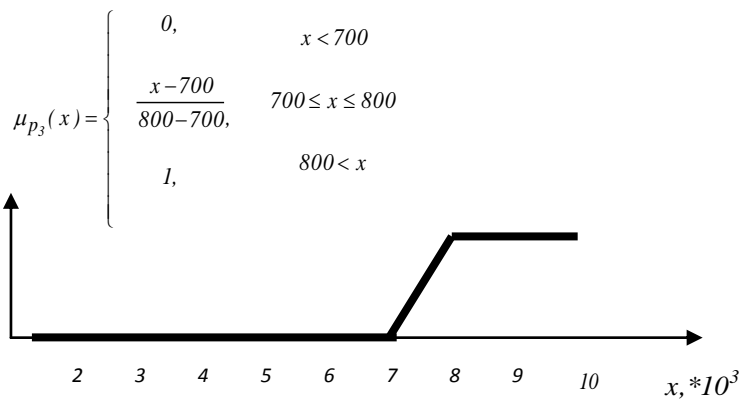
а) переменная  $p_1$ :



б) переменная  $p_2$ :



в) переменная  $p_3$ :



Сопоставление термов-значений лингвистической переменной  $LP$  (множество  $NLP$ ) с соответствующими значениями нечетких переменных  $p_i (i = \overline{1,3})$ :

«Малая»  $\rightarrow p_1$ ; «Средняя»  $\rightarrow p_2$ ; «Большая»  $\rightarrow p_3$ .

Графическое представление значений лингвистической переменной на Рис. 3.2.

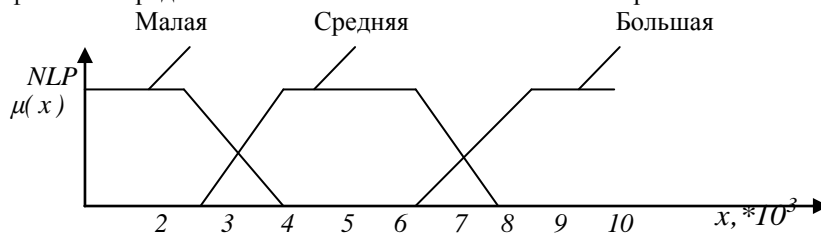


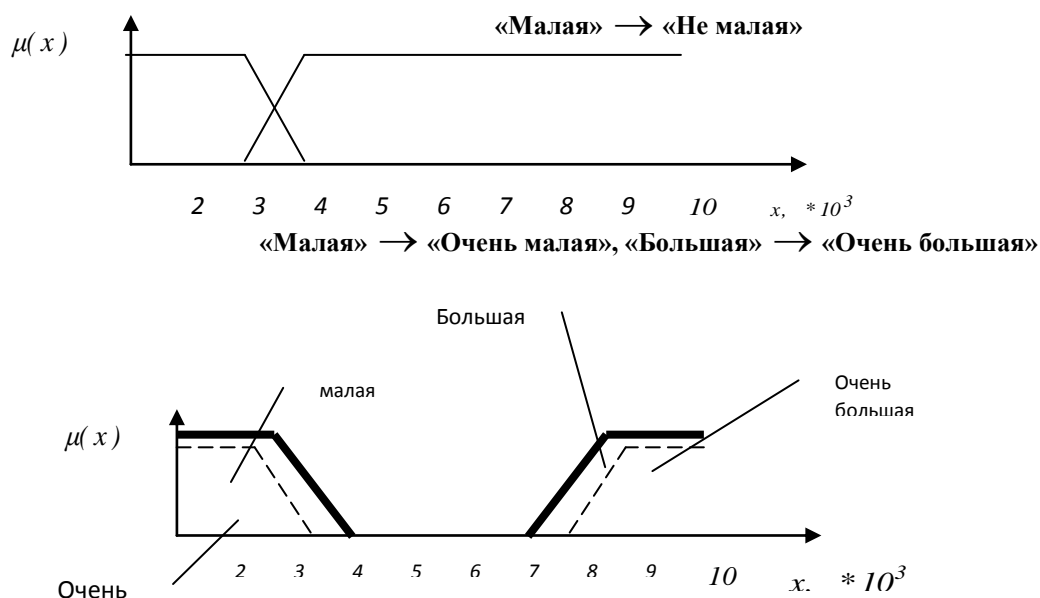
Рисунок 3.2 – Сопоставление значений ЛП и НП

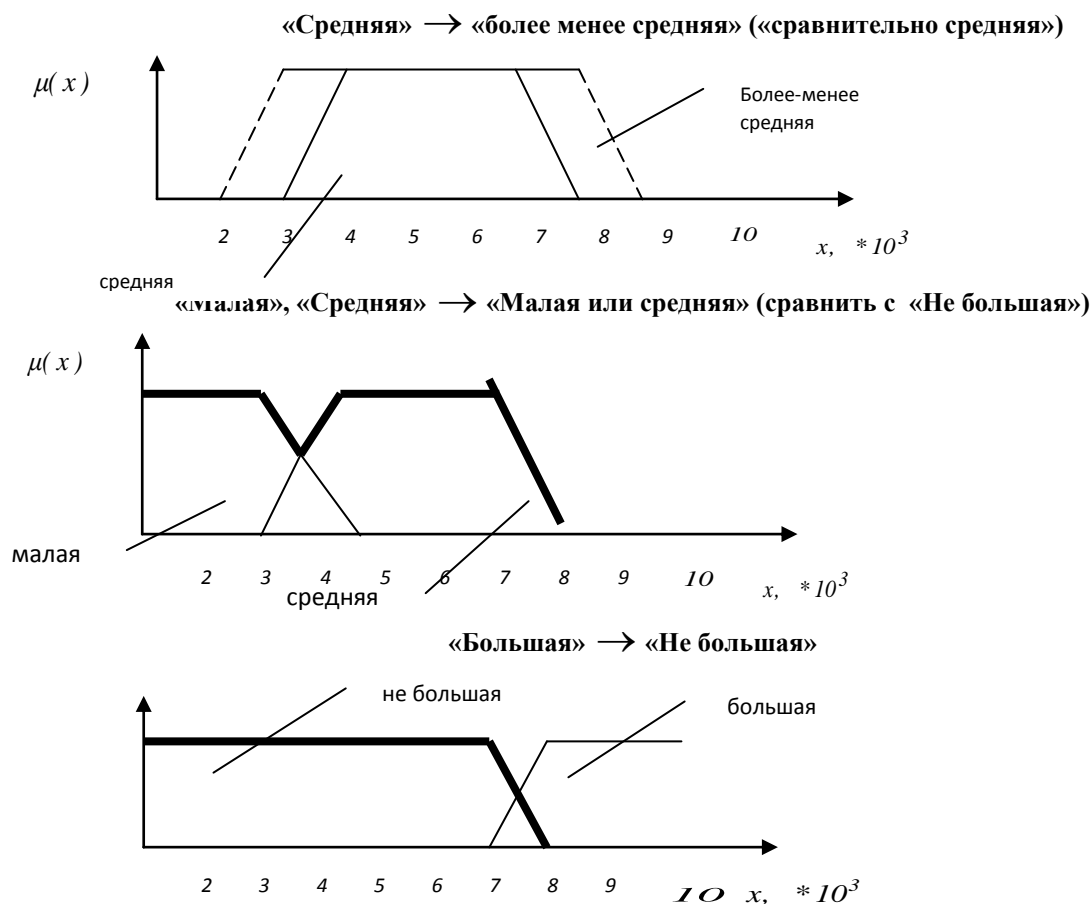
Процедура  $G$ , формирующая новые значения – термы с использованием модификаторов «и», «или», «не», «очень», «более-менее» и т.д. Тогда значения (термы) лингвистической переменной  $LP$  следующие (новые значения, полученные путем модификации имеющихся): «не малая», «не большая», «очень большая», «очень малая», «не очень большая», «более-менее средняя», «малая или средняя».

Процедура  $M$ , реализующая определение значений ФП для соответствующих новых значений термов ЛП, использует следующие выражения:

- а)  $LP_i \rightarrow \text{не } LP_i \rightarrow 1 - \mu_{p_i}(x)$  «не»;
- б)  $LP_i \rightarrow \text{очень } LP_i \rightarrow (\mu_{p_i}(x))^2$  «очень»;
- в)  $LP_i \rightarrow \text{более менее } LP_i \rightarrow [\mu_{p_i}(x)]^{0.5}$  «более-менее»;
- г)  $LP_i \text{ и } LP_j \rightarrow LP_i \cap LP_j \rightarrow \min[\mu_{p_i}(x), \mu_{p_j}(x)]$  «и»;
- д)  $LP_i \text{ или } LP_j \rightarrow LP_i \cup LP_j \rightarrow \max\{\mu_{p_i}(x), \mu_{p_j}(x)\}$  «или».

Вычисление значений ФП  $\mu(x)$  для вновь полученных термов-значений ЛП «Интенсивность трафика» выполнено следующим образом:





## 2.2. Основы нечеткой логики.

### Понятия четкой логики.

Высказывание – утверждение, для которого возможно определить истинность или ложность.

Пример: «2 – натуральное число».

Для составления сложных высказываний на основе простых используются логические операции: «и», «или», «не», «если..., то...».

Истинность сложных высказываний определяется значениями истинности элементарных высказываний. Тогда имеется возможность исчисления высказываний (т.е. определение их истинности или ложности).

### Образование (модификация) высказываний

1) Операция «не» – высказывание «не А», где А – исходное высказывание.

$A$	$\bar{A}$
1	0
0	1

Если высказывание «2 – натуральное число» есть истина, то «2 – не натуральное число» есть ложь.

Если «-5 – натуральное число» - ложь, то «-5 – не натуральное число» - истина.

2) Конъюнкция высказываний

A	B	A и B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Высказывание А: 2 – натуральное число.

Высказывание В: 2 – целое число.

Составное высказывание 1: «2 – натуральное число» и «2 – целое число» является истинным .

Составное высказывание 2: «1.5 – натуральное число» и «1.5 – целое число» является ложным.

3) По аналогии рассматривается дизъюнкция высказываний.

4) Импликация двух высказываний, соответствует союзу «если..., то...» и обозначается символом  $\rightarrow$ . Импликация  $\rightarrow$  интерпретируется с.о.: «Если А, то В» или «Если высказывание А верно, то верно высказывание В», или «из А следует В». Операция импликации – это логическое следование. В импликации  $A \rightarrow B$  высказывание А называют условием (посылкой) импликации, В – заключением (следствие) импликации.

Пример: высказывание А – треугольник равносторонний, высказывание В – треугольник равноугольный.

Если «треугольник равносторонний» то «треугольник равноугольный» («Если А, то В»).

В операции импликации высказывание, определяющее условие, может быть как простым, так и составным. Составные высказывания образуются из простых с использованием конъюнкции (операция «и») и дизъюнкции (операция «или»).

Пример составного высказывания на месте условия и действия.

Если  $A_1$  и  $A_2$  то В;

Если  $A_1$  или  $A_2$  то В;

Если  $A_1$  и  $A_2$  то  $B_1$  и  $B_2$ ;

Если  $A_1$  и  $A_2$  то  $B_1$  или  $B_2$ ;

Здесь  $A_i, B_j$  - высказывания

Таким образом, сформулированная операция импликации может быть обобщена в правило вывода истинного заключения В (правило «модус поненс»).

Посылка	А есть истинно
Импликация	Если $A_1$ то В
Логический вывод	В есть истинно

В соответствии с правилом вывода определяется заключение «В есть истинно», если известно, что «А истинно» и существует правило «Если А то В».

### Понятие нечеткого высказывания

Нечетким высказыванием называется утверждение, относительно истинности которого возможно судить в некоторой степени уверенности. Таким образом степень истинности элементарного нечеткого высказывания принимает значение из замкнутого интервала  $[0,1]$ . Степень истинности высказывания А обозначена как  $\mu_A(x)$ .

Примеры элементарных нечетких высказываний.

3- малое число (степень истинности – 0,9),

15 – не очень большое число (степень истинности – 0,7)

Интенсивность трафика очень большая.

Отрицанием нечеткого высказывания А является высказывание  $\bar{A}$ , степень истинности которого определяется выражением  $\mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A$ , где  $\mu_A$  – степень истинности высказывания А.

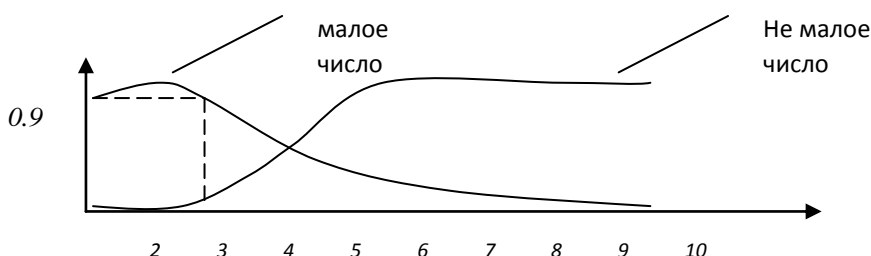
Пример определения степени истинности высказываний.

Нечеткое множество А – "Малое число".

Нечеткое множество "Не А" – "Не малое число".

$\mu_A(3) = 0,9$ ;

$\mu_{\bar{A}}(3) = 0,1$ ;



Таким образом, степень истинности высказывания "3- малое число" равна 0,9, а высказывания "3- не малое число" равна 0,1.

Конъюнкцией нечетких высказываний А и В называется нечеткое высказывание  $A \cap B$ , степень истинности которого определяется выражением:

$$\mu_{A \cap B}(x_1, x_2) = \mu_A(x_1) \cap \mu_B(x_2) = \min(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2)).$$

Пример конъюнкции нечетких высказываний.

Определены две лингвистические переменные – интенсивность трафика и объем буфера для хранения пакетов. Соответствующие множества  $NLP_1$  и  $NLP_2$  имеют вид:  $NLP_1 = \{\text{малая, средняя, большая}\}$ ,  $NLP_2 = \{\text{малый, средний, большой}\}$ .

Высказывание А: «220 – малая интенсивность трафика».

Высказывание В: «500 – большой размер буфера».

Вычисление значения функции принадлежности для конъюнкции нечетких высказываний выполняется следующим образом:

$$\mu_{A \cap B}(x_1, x_2) = \min(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2)) = \mu_B(x_2).$$

Дизъюнкция нечетких высказываний А и В называется нечеткое высказывание  $A \cup B$ , степень истинности которого определяется выражением вида:

$$\mu_{A \cup B}(x_1, x_2) = \max(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2)).$$

Вычисление степени истинности высказывания  $\mu_{A \cup B}(x_1, x_2)$  выполняется аналогично, при этом  $\mu_{A \cap B}(x_1, x_2) = \mu_A(x_1)$ .

В общем виде выражения для вычисления значений  $\mu_{A \cap B}$  и  $\mu_{A \cup B}$  могут быть записаны следующим образом:

$$\mu_{A \cap B}(x_1, x_2) = T(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2)),$$

$$\mu_{A \cup B}(x_1, x_2) = S(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2)),$$

где  $T(\cdot)$  и  $S(\cdot)$  – функции, называемые  $t$ -нормой и  $t$ -конормой ( $s$ -нормой). Тогда один из способов задания  $t$ - и  $s$ -норм является:

$$t(x_1, x_2) = \min(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2));$$

$$s(x_1, x_2) = \max(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2)).$$

Понятия  $t$ - и  $s$ -норм определены ниже следующим образом:

1)  $t$ -норма, обозначаемая как  $T(\cdot)$  – коммутативная, ассоциативная бинарная функция, для которой выполняются условия:  $T(x, 0) = 0$ ;  $T(x, 1) = 1$ ,  $\forall x \in X$ . Виды  $t$ -норм  $T(\cdot)$ :

а) логическое произведение:

$$T(\mu_A, \mu_B) = \min(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2));$$

б) граничное произведение:

$$T(\mu_A, \mu_B) = \max(\mu_A(x_1) + \mu_B(x_2) - 1, 0);$$

в) алгебраическое произведение:

$$T(\mu_A, \mu_B) = \mu_A(x_1) \cdot \mu_B(x_2).$$

2)  $t$ -конорма ( $s$ -норма), обозначаемая как  $S(\cdot)$  – это коммутативная ассоциативная бинарная функция, для которой выполняются условия:

$S(x, 0) = x$ ;  $S(x, 1) = 1$ ,  $\forall x \in X$ . Виды  $s$ -норм:

а) логическая сумма:

$$S(\mu_A, \mu_B) = \max(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2));$$

б) алгебраическая сумма:

$$S(\mu_A, \mu_B) = \mu_A(x_1) + \mu_B(x_2) - \mu_A(x_1) \cdot \mu_B(x_2);$$

в) граничная сумма:

$$S(\mu_A, \mu_B) = \min(\mu_A(x_1) + \mu_B(x_2), 1).$$

Таким образом при определении степени истинности высказывания  $A \cup B$  может быть использована любая из функций, являющихся  $s$ -нормой ( $t$ -конормой), при вычислении степени истинности высказывания  $A \cap B$  может быть использована любая функция, являющаяся  $t$ -нормой.

Импликацией нечетких высказываний А и В называется нечеткое высказывание  $A \rightarrow B$  (где  $\rightarrow$  знак импликации), степень истинности которого  $\mu_{A \rightarrow B}(x_1, x_2)$  определяется следующим образом:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x_1, x_2) = I(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2)),$$

где  $I$  – знак функции импликации.

Виды функций – импликаторов:

1)  $(1 - \mu_A(x_1) + \mu_A(x_1) \cdot \mu_B(x_2))$ ;

2)  $\max(1 - \mu_A(x_1), \mu_B(x_2))$  – импликатор Клина-Дайнела;

3)  $\min(1 - \mu_A(x_1) + \mu_B(x_2), 1)$  – импликатор Лукасевича;

4)  $\min(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2))$  – импликатор Мандани.

Тогда для  $A \rightarrow B$  в качестве примера применим импликатор Клина–Дайнела:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x_1, x_2) = \max(1 - \mu_A(x_1), \mu_B(x_2)).$$

В импликации  $A \rightarrow B$  выполняется связывание элемента  $x_1 \in X_1$ , обладающего свойством  $A$ , с элементом  $x_2 \in X_2$ , обладающим свойством  $B$ . Тогда, выражение (значение)  $\mu_{A \rightarrow B}(x_1, x_2)$  соответствует степени истинности свойства (отношения), связывающего  $x_1 \in X_1$  с  $x_2 \in X_2$ .

Если  $x_1$  и  $x_2$  – конкретные значения (с заданными  $\mu_A(x_1)$  и  $\mu_B(x_2)$ ), то  $\mu_{A \rightarrow B}(x_1, x_2) = \mu_R(x_1, x_2)$  – значение функции принадлежности отношения  $R$ , соответствующего свойству, связывающему множества  $X_1$  и  $X_2$ .

Пример. Если «200 – малая интенсивность трафика», то «500 – большой размер буфера».

В качестве импликатора используем импликатор Лукасевича. Степень истинности высказываний определяется значениями функций принадлежности в виде:  $\mu_A(x_1) = 0,9$ ,  $\mu_B(x_2) = 0,6$ . Тогда

$$\mu_{A \rightarrow B}(x_1, x_2) = \min(1 - 0,9 + 0,6; 1) = \min(0,7; 1) = 0,7.$$

### 2.3. Механизмы логического вывода (с использованием понятия отношения и операции композиции)

Пусть  $LP_1$  и  $LP_2$  – наименования входной и выходной лингвистических переменных,  $A$  и  $B$  – значения–термы ЛП  $LP_1$  и  $LP_2$  (значениям  $A$ ,  $B$  соответствуют нечеткие переменные  $p_i$  и  $p_j$ , то есть нечеткие множества). Лингвистическим правилом логического вывода «Если ..., то...» называется конструкция вида:

$K$ : Если  $LP_1$  есть  $A$ , то  $LP_2$  есть  $B$ ; либо в альтернативной записи:

$K$ : Если  $LP_1 = A$ , то  $LP_2 = B$ ;

В правиле  $K$  выражение « $LP_1 = A$ » – это нечеткое высказывание, называемое предпосылкой, « $LP_2 = B$ » – нечеткое высказывание называемое следствием правила. Правило  $K$  интерпретируется как нечеткое следствие (отношение, импликация), то есть в виде  $A \rightarrow B$ , либо в виде нечеткого отношения  $R$  между предпосылкой и следствием, то есть  $R = A \rightarrow B$ .

Отношение  $R$  задано на декартовом произведении универсальных множеств  $X_1$  и  $X_2$ , являющихся областями определения нечетких (лингвистических) параметров  $LP_1$  и  $LP_2$ .

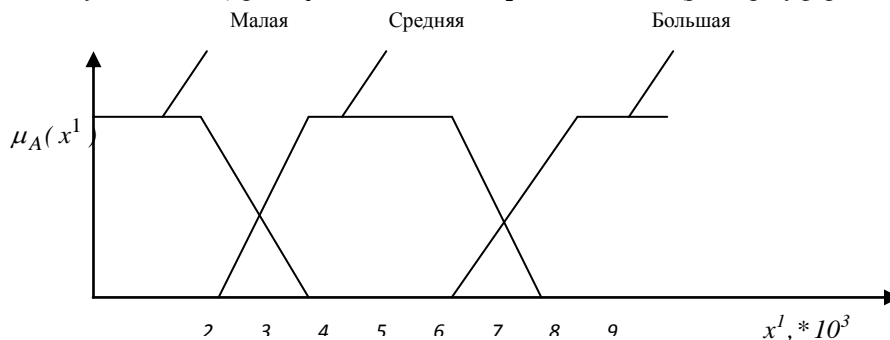
Если  $A \rightarrow B$  в правиле  $K$  – это нечеткая импликация (отношение), то отношение  $R$  (значение ФП для нечеткого отношения  $R$   $\mu_{A \rightarrow B} = \mu_R$ ) может быть определено с использованием одной из функций импликаторов  $I$ .

Пример определения значений ФП отношения  $R$  при заданном правиле нечеткого вывода:

$K$ : Если интенсивность трафика = малая, то размер буфера = малый.

Таким образом имеется 2 ЛП:  $LP_1$  = «Интенсивность трафика» и  $LP_2$  = «Размер буфера».

Лингвистические значения и их сопоставление с значениями нечетких переменных имеет следующий вид (при  $X_1 = [100, 1000]$   $X_2 = [300, 800]$  (размер буфера измеряется в пакетах)).

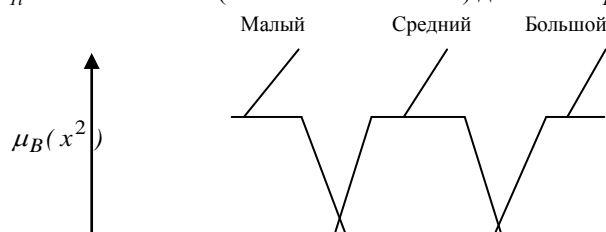


$LP_1$  = «Малая»  $\rightarrow p_{11}$ ;

$LP_1$  = «Средняя»  $\rightarrow p_{12}$ ;

$LP_1$  = «Большая»  $\rightarrow p_{13}$ ;

$p_{1i}$  –  $i$ -ые значения (нечетные множества) для ЛП  $LP_1$ .



$LP_2 = \text{«Малый»} \rightarrow p_{21};$

$LP_2 = \text{«Средний»} \rightarrow p_{22};$

$LP_3 = \text{«Большая»} \rightarrow p_{23};$

$p_{2i} - i\text{-ые значения (НМ) для ЛП } LP_2.$

$X_1 = \{ 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000 \}$

$X_2 = \{ 300, 400, 500, 600, 700, 800 \}$

Нечеткая переменная  $p_{11}$ , соответствующая значению  $LP_1 = \text{«Малая»}$ , определяется следующим образом:

$p_{11} = \{ 100 / 1; 200 / 1; 300 / 0,5; 400 / 0; 500 / 0;$   
 $600 / 0; 700 / 0; 800 / 0; 900 / 0; 1000 / 0 \}$

Нечеткая переменная  $P_{21}$  определяется в виде:

$p_{21} = \{ 300 / 1; 400 / 1; 500 / 0; 600 / 0; 700 / 0; 800 / 0 \}$

Для определения  $\mu_{A \rightarrow B} = \mu_R$  применим импликатор Лукасевича:

$I = \min(1 - \mu_A(x_1) + \mu_B(x_2), 1)$

Матрица  $A_R$  (значений ФП для отношения  $R$ ) размером  $[10 \times 6]$  имеет вид:

	$x_2^1$	$x_2^2$	$x_2^3$	$x_2^4$	$x_2^5$	$x_2^6$
$x_1^1$	1	1	0	0	0	0
$x_1^2$	1	1	0	0	0	0
$x_1^3$	1	1	0,5	0,5	0,5	0,5
$x_1^4$	1	1	1	1	1	1
$x_1^5$	1	1	1	1	1	1
$x_1^6$	1	1	1	1	1	1
$x_1^7$	1	1	1	1	1	1
$x_1^8$	1	1	1	1	1	1
$x_1^9$	1	1	1	1	1	1
$x_1^{10}$	1	1	1	1	1	1

Определим способ вычисления значений выходных лингвистических переменных на примере. В случае, если заданы  $X_1$  и  $X_2$ , значение ЛП  $LP_1$  в условии правила, а также отношение  $R$ , то может быть определено значение ЛП  $LP_2$  (значение НП  $p_{21}$ ) с использованием композиционного правила вывода.



В рассматриваемом случае являются заданными  $X_1, X_2$ , значение  $LP_1$  и отношение  $R$ , необходимо определить значение  $LP_2$  (при этом отношение  $R$  определено на множестве  $X_1 \times X_2$ ). Нечеткая переменная  $p_{11}$  определена следующим образом:

$$p_{11} = \{(1/1), (2/0,6), (3/0,2), (4/0)\}.$$

Значение  $p_{11}$  (НП  $p_{11}$ ) соответствует значению ЛП  $LP_1$  = «малое число». Отношение  $R$  задано матрицей значений ФП  $\mu_R$  – матрица  $A_R$  – в виде:

$$A_R = \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0,5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Значение НП  $p_{21}$  может быть получено с использованием макси-миной ( $\max \min$  –ой) композиции в виде:

$$\begin{aligned} \mu_B(x_2) &= \cup [\mu_A(x_1) \cap \mu_R(x_1, x_2)] = \max(\min(\mu_A(x_1), \mu_R(x_1, x_2))) = \\ &= [1 \quad 0,6 \quad 0,2 \quad 0] \circ \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0,5 & 1 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} = [1 \quad 0,6 \quad 0,5 \quad 0,2]. \end{aligned}$$

Тогда значение  $p_{21}$  имеет вид:

$$p_{21} = \{(1/1), (2/0,6), (3/0,5), (4/0,2)\},$$

что соответствует нечеткому значению  $LP_2$  «достаточно малое число» («более-менее малое число»).

Таким образом процедура нечеткого вывода предполагает использование композиции нечетких множеств (в частности, НМ и НО).

Свойство импликации (положенное в основу при построении нечетких правил) – свойство отделения, которое соответствует выполнению (истинности) двух предпосылок ( $A \rightarrow B$  и  $LP_1 = A$ ) для получения значения в ЛП  $LP_2$ .

Свойство импликации (свойство определения) может быть записано следующими двумя способами:

1)

Посылка 1	Если $LP_1 = A$ то $LP_2 = B$ (правило)
Посылка 2	$LP_1 = A$ (утверждение о значении $LP_1$ )
Заключение (вывод)	$LP_2 = B$ (заключение о значении $LP_2$ )

2)

ЕСЛИ ( $A \rightarrow B$ ) истинно и  $A$  истинно, ТО  $B$  истинно.

В правиле исходное высказывание на месте условия имеет вид:  $LP_1$  есть  $A$  ( $LP_1 = A$ ). Исходное высказывание в правиле может быть модифицировано следующим образом:

$$LP_1 \text{ есть } \nabla A,$$

где  $\nabla$  – модификатор, соответствующий таким словам как «очень», «более-менее», «не», «и», «или», и т.д.

Пример модификации высказываний:

$LP_1$  есть очень  $A$ ;

$LP_1$  есть более-менее  $A$ ;

$LP_1$  есть не очень  $A$ ; и т.д.

Тогда модифицированные значения «очень  $A$ », «более-менее  $A$ », «не очень  $A$ » и т.д. могут быть обозначены как  $A'$ . В этом случае должно быть определено значение выходной ЛП  $LP_2$ , которое обозначено через  $B'$  при учете, что предпосылка, на основе которой определяется  $B'$  имеет вид: « $LP_1$  есть  $A'$ ».

Для определения  $B'$  может быть применено правило, связывающее  $LP_1 = A$  и  $LP_2 = B$  (отношение (импликация) для  $LP_1 = A$  и  $LP_2 = B$ ).

Логический вывод, который использует введенное правило, будет иметь вид:

Посылка 1	Если $LP_1$ есть $A$ , то $LP_2$ есть $B$
Посылка 2	$LP_1$ есть $A'$
Заключение	$LP_2$ есть $B'$

Так как посылка 1 есть ничто иное, как отношение  $R(p_i, p_j) = A \rightarrow B$ , где  $A$  – значение–терм,  $p_i$  – соответствующая этому значению нечеткая переменная, то с использованием операции композиции может быть определено НМ  $p'_j$ , соответствующее лингвистическому значению  $B'$ .

Таким образом, суть решаемой задачи состоит в определении какой должны быть  $LP_2$ , если  $LP_1 = A$  и выполняется предпосылка 1. Последовательность при определении  $B'$  следующая:

1) определение  $R = A \rightarrow B$  с использованием какой-либо функции импликатора, например:

$$\mu_R(A, B) = \min(1 - \mu_A(x_1) + \mu_B(x_2), 1); \quad \forall x_1 \in X_1, \quad \forall x_2 \in X_2;$$

2) с использованием *maxmin*-ой композиции определение нечеткого множества (нечеткой переменной  $p_j$ ):

$$\mu_{B'}(x_2) = \max(\min(\mu_A'(x_1), \mu_R(A, B)) = \max(\min(\mu_A'(x_1), \mu_{A \rightarrow B}(x_1, x_2)));$$

3) в результате выполнения шага 2 будет определена НП  $p'_j$ , соответствующая значению–терму  $B'$  (то есть нечеткое множество). Для перехода от нечеткого множества (нечеткой переменной)  $p'_j$  к четкому значению необходимо выполнить этап дефазификации НМ по одному из методов.

Пример реализации операции композиции при получении значения  $B'$  (имена переменных:  $LP_1$  – интенсивность трафика,  $LP_2$  – размер буфера).

Схема логического вывода имеет вид:

Посылка 1                      Если  $LP_1$  = «малая», то  $LP_2$  = «малый»

Посылка 2                       $LP_1$  = «очень малая»

---

Заключение (вывод)         $LP_2 = B'$

$$X_1 = [100, 1000], \quad X_2 = [300, 800].$$

Значению–терму ЛП  $LP_1$  = «малая» соответствует нечеткая переменная  $P_{11}$ :

$$P_{11} = \{100/1, 200/1, 300/0,5, 400/0; 500/0; 600/0; 700/0; 800/0; 900/0; 100/0\}.$$

Значение–терму ЛП  $LP_2$  = «малый» соответствует нечеткая переменная  $P_{21}$ :

$$P_{21} = \{300/1, 400/1, 500/0, 600/0; 700/0; 800/0\}.$$

Алгоритм получения значения  $LP_2$  предусматривает выполнение следующих шагов:

1. Для определения значений элементов  $\mu_{A \rightarrow B} = \mu_R$  матрицы отношения  $A_R$  использована функция–импликатор Мамдани в виде:

$$\mu_{A \rightarrow B} = \mu_R = \min(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2)).$$

Значения элементов матрицы  $A_R$  для рассматриваемых переменных  $p_{11}$  и  $p_{21}$  получены с использованием введенного выражения.

2. Модификатор значения ЛП  $LP_1$  «очень» соответствует операции концентрирования НМ (т.е.  $[\mu_A(x^1)]^2$ ). Тогда НМ (НП)  $p_{11}$ , определенное на основе НП  $p_{11}$  с использованием операции концентрирования, примет следующий вид:

$$p_{11} = \{100/1, 200/1, 300/0,25, 400/0; 500/0; 600/0; 700/0; 800/0; 900/0; 100/0\}.$$

3. Значение переменной  $p'_{21}$  определено в результате операции композиции нечетких множеств (НП  $p_{11}$  и НО  $R(A, B)$ ) следующим образом:

$$p'_{21} = (1 \quad 1 \quad 0,25 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \circ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= (0,25 \quad 0,25 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0);$$

Тогда исходный вид НП  $p_{21}$  и полученный вид НП  $p'_{21}$  представлены на Рис.3.3.

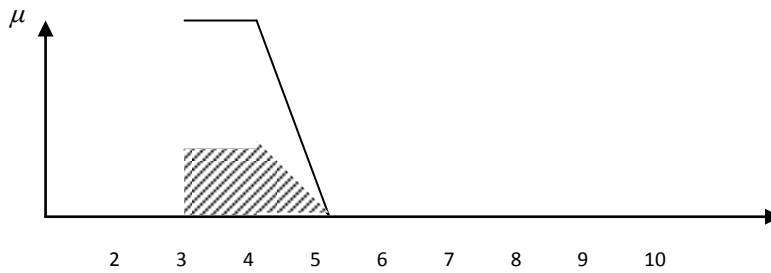


Рисунок 3.3 – Вид нечетких переменных  $p_{21}$  и  $p'_{21}$

Определение четкого значения размера буфера для исходного множества  $p_{21}$  и модифицированного множества  $p'_{21}$  используется метод центра тяжести, т.е. вычисление  $x_2$  и  $x'_2$  – четких значений по формулам:

$$x_2^{четк} = \frac{\sum_{r=1}^m x_2^r \mu_B(x_2^r)}{\sum_{r=1}^m \mu_B(x_2^r)} = 350; \quad x'_2{}^{четк} = \frac{\sum_{r=1}^m x_2^r \mu_{B'}(x_2^r)}{\sum_{r=1}^m \mu_{B'}(x_2^r)} = 350.$$

Таким образом, для хранения пакетов при малой интенсивности трафика достаточно 350 ячеек (каждая ячейка – один пакет), для хранения пакетов при очень малой интенсивности трафика также достаточно 350 ячеек.

#### Возможные варианты выражений для реализации операции композиции нечетких множеств

Для определения  $\mu_{B'}(x_2)$  использовалась *maxmin*-ая композиция в виде:

$$\mu_{B'}(x_2) = \max(\min(\mu_{A'}(x_1), \mu_{A \rightarrow B}(x_1, x_2)),$$

где  $\min(\mu_{A'}(x_1), \mu_{A \rightarrow B}(x_1, x_2))$  – это выражение для  $t$  - нормы.

Оператор  $t$  - нормы обозначен через  $T$ , тогда способ вычисления композиции НМ может быть представлен в следующем виде:

$$\mu_{B'}(x_2) = \max(\mu_{A'}(x_1) T \mu_{A \rightarrow B}(x_1, x_2)).$$

Тогда вместо  $T$  при выполнении операции композиции может быть указан любой способ вычисления значений, предусматривающий использование выражений для  $t$  - норм (в скобках для рассматриваемого выражения используется любая из приведенных выше  $t$  - норм).

В тоже время наиболее часто используемыми выражениями для определения операции композиции являются:

1) (*maxmin*)-ная композиция  $\max(\min(\mu_{A'}(x_1), \mu_R(x_1, x_2)))$ ;

2) (*max prod*)-композиция  $\max(\mu_{A'}(x_1) \bullet \mu_R(x_1, x_2))$ , где  $\bullet$  – знак произведения.

#### 2.4. Система продукционного вывода, основанная на лингвистических правилах «ЕСЛИ...ТО...»

Нечеткой системой логического вывода, основанного на лингвистических правилах «ЕСЛИ..., ТО...» (нечеткой системой логического вывода), называется конструкция вида:

$K_1$ : если  $X$  есть  $A_1$ , то  $Y$  есть  $B_1$ ;

$K_2$ : если  $X$  есть  $A_2$ , то  $Y$  есть  $B_2$ ;

...

$K_m$ : если  $X$  есть  $A_m$ , то  $Y$  есть  $B_m$ ;

где  $A_i$  и  $B_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ) – соответствующие значения–термы ЛП  $X$  и  $Y$ , для которых определены нечеткие переменные  $p_i$  и  $p_j$ . Т.е. значениям– термам  $A_i, B_i$  лингвистических переменных  $X$  и  $Y$  поставлены в соответствие нечеткие множества.

Существует необходимость определения с использованием вводной системы правил  $K_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ) для вводимого значения  $A'$  лингвистической переменной  $X$  значения  $B'$  выходной лингвистической переменной  $Y$ . Для решения поставленной задачи могут быть применены два способа определения значения  $B'$  ЛП  $Y$  при вводимом значении  $A'$  ЛП  $X$ :

1) предварительная агрегация нечетких отношений (определение некоторого отношения  $R$ , являющегося обобщающим отношения  $R_i$  с использованием операции агрегации вида  $R = \text{Agg}(R_1, R_2, \dots, R_m)$ ; в последствии результат  $B'$  при заданном втором значении  $A'$  определяется с использованием композиционного правила ввода  $B' = A' \circ R$ , где  $\circ$  - знак операции композиции НМ и НО; в качестве оператора агрегации  $\text{Agg}(\bullet)$  может быть использована любая  $s$  - норма ( $t$  - конорма), в частности операция:

$$\max(\mu_{A_i \rightarrow B_i}(x_1, x_2), \mu_{A_{i+1} \rightarrow B_{i+1}}(x_1, x_2)),$$

где  $A_i \rightarrow B_i$  – соответствующая операция импликации (отношения между множествами); это же выражение может быть записано следующим образом  $\max(\mu_{R_i}(x_1, x_2), \mu_{R_{i+1}}(x_1, x_2))$ ; для операции агрегации  $\text{Agg}(\bullet)$ , предполагающей использование  $s$  - нормы в виде  $\max(\mu_{R_i}, \mu_{R_{i+1}})$ , введено обозначение:

$\text{Agg}(R_1, \dots, R_m) = \bigcup_{i=1}^m R_i$ , где операция объединения НО  $R_i$  в виде  $\bigcup_{i=1}^m R_i$  и представляет собой определение максимума для соответствующих значений  $R_i$  - ых отношений;

2) первоначальное определение выходов для каждого  $i$ -го правила с использованием композиции  $B'_i = A'_i \circ R_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ); после определения всех  $m$  нечетких значений  $B'_i$  выполняется их агрегация в виде:

$$B' = \text{Agg}(B'_1, B'_2, \dots, B'_m) = \bigcup_{i=1}^m (A' \circ R_i).$$

Для агрегации может быть применена  $s$  - норма, использованная в предыдущем пункте.

Пример определения значения  $B'$  по заданному значению  $A'$  при заданной системе правил логического вывода и первом способе получения логического значения (первом способе агрегации правил).

Система правил имеет вид:

$K_1$ : если  $LP_1$  = малая, то  $LP_2$  = малый;

$K_2$ : если  $LP_1$  = средняя, то  $LP_2$  = средний;

$K_3$ : если  $LP_1$  = большая, то  $LP_2$  = большой;

Значение  $A'$  определено с использованием модификаторов «не» и «очень» в виде  $LP_1$  = "не очень большая". Необходимо определить значение размера буфера (в пакетах) – переменная  $LP_2$ , который необходимо выделить для хранения пакетов при задаваемой в соответствии с значением  $A'$  интенсивности трафика.

**Шаг №1.** Определение отношений  $R_i$  ( $i = \overline{1, 3}$ ) с использованием импликации Мамдани (выбор минимума из двух значений ФП). Универсальные множества  $X_1$  и  $X_2$  имеют вид:  $X_1 = [100, 1000]$ ,  $X_2 = [300, 800]$ . Нечеткая переменная  $p_{11}$ , определенная для лингвистического значения «Малая» лингвистической переменной  $LP_1$ , имеет вид:

$$p_{11} = \{100/1; 200/1; 300/0,5; 400/0; 500/0; 600/0; 700/0; 800/0; 900/0; 1000/0\}.$$

Нечеткая переменная  $p_{21}$  определяемая для лингвистического значения «малый» лингвистической переменной  $LP_2$  имеет вид:

$$p_{21} = \{300/1, 400/1, 500/0, 600/0, 700/0, 800/0\}.$$

Тогда матрица  $A_{R_i}$  значений функции принадлежности  $\mu_{R_i}(x_1, x_2)$  отношения  $R_i$  примет следующий вид (используется импликация Мандини):

$$A_{R_1} = A_{A_1 \rightarrow B_1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_2^1 & x_2^2 & x_2^3 & x_2^4 & x_2^5 & x_2^6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1^1 \\ x_1^2 \\ x_1^3 \\ x_1^4 \\ x_1^5 \\ x_1^6 \\ x_1^7 \\ x_1^8 \\ x_1^9 \\ x_1^{10} \end{matrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \end{matrix} .$$

Аналогичным образом выполняются действия для правила  $K_2$ . Нечеткая переменная  $p_{12}$  соответствует значению–терму лингвистической переменной  $LP_1$  = «средняя»:

$$P_{12} = \{ 100 / 0, 200 / 0, 300 / 0,5, 400 / 1, 500 / 1, 600 / 1, 700 / 0,5, 800 / 0, 900 / 0, 1000 / 0 \}.$$

Нечеткая переменная  $p_{22}$  соответствует значению–терму лингвистической переменной  $LP_2$  = «средний»:

$$P_{22} = \{ 300 / 0, 400 / 0, 500 / 1, 600 / 1, 700 / 0, 800 / 0 \}.$$

Тогда матрица  $A_{R_2}$  отношения  $R_2$  имеет вид:

$$A_{R_2} = A_{A_2 \rightarrow B_2} = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_2^1 & x_2^2 & x_2^3 & x_2^4 & x_2^5 & x_2^6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1^1 \\ x_1^2 \\ x_1^3 \\ x_1^4 \\ x_1^5 \\ x_1^6 \\ x_1^7 \\ x_1^8 \\ x_1^9 \\ x_1^{10} \end{matrix} & \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \end{matrix}$$

Аналогично для правила  $K_3$ . Нечеткая переменная  $p_{13}$  соответствует значению  $LP_1$  = «Большая». Нечеткая переменная  $p_{23}$  соответствует значению  $LP_2$  = «Большой».

$$p_{13} = \{ 100 / 0, 200 / 0, 300 / 0, 400 / 0, 500 / 0, 600 / 0, 700 / 0,5, 800 / 1, 900 / 1, 1000 / 1 \};$$

$$p_{23} = \{ 300 / 0, 400 / 0, 500 / 0, 600 / 0, 700 / 1, 800 / 1 \}.$$

$$A_{R_3} = A_{A_3 \rightarrow B_3} = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_2^1 & x_2^2 & x_2^3 & x_2^4 & x_2^5 & x_2^6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1^1 \\ x_1^2 \\ x_1^3 \\ x_1^4 \\ x_1^5 \\ x_1^6 \\ x_1^7 \\ x_1^8 \\ x_1^9 \\ x_1^{10} \end{matrix} & \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \end{matrix} .$$

Определение значения «очень большая»  $(\mu_{A_3}(x_1))^2 = \mu_{A_3'}(x_1)$  – операция концентрирования:

$$p'_{13} = \{ 100 / 0, 200 / 0, 300 / 0, 400 / 0, 500 / 0, 600 / 0, 700 / 0,25, 800 / 1, 900 / 1, 1000 / 1 \}.$$

Определение значений «не очень большая» ( $\mu_{A_3}(x_1) = 1 - \mu_{A_3}(x_1)$ ):  
 $p'_{13} = \{100/1, 200/1, 300/1, 400/1, 500/1, 600/1, 700/0,75, 800/0, 900/0, 1000/0\}$ .

В результате агрегации матрица обобщающего отношения имеет вид:

$$A_R = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1^1 & x_2^1 & x_3^1 & x_4^1 & x_5^1 & x_6^1 & x_7^1 & x_8^1 & x_9^1 & x_{10}^1 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1^2 \\ x_2^2 \\ x_3^2 \\ x_4^2 \\ x_5^2 \\ x_6^2 \\ x_7^2 \\ x_8^2 \\ x_9^2 \\ x_{10}^2 \end{matrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \end{matrix}.$$

Получение выходного значения  $B'$  в результате  $\max\min$ -ой композиции значения  $A'$  и отношения  $R$ .

$$p'_{23} = \{1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0,75 \ 0 \ 0 \ 0\} \circ \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \{0,5; \ 0,5; \ 0,5; \ 0,5; \ 0,5; \ 0,5\}.$$

Этап дефазификации по центру тяжести позволяет получить четкое значение размера буфера (в пакетах) по полученному НМ  $p'_{23}$  ( $x_2^{чет} = 550$ ).

### 3. Программа выполнения работы

3.1. Изучить теоретические положения аппарата выполнения операций теории нечетких множеств.

3.2. Определить способ представления значений нечетких переменных  $p_{1k}$  и  $p_{2s}$  ( $k = \overline{1,3}; s = \overline{1,3}$ ), соответствующих значениям лингвистических переменных  $LP_1$  – "интенсивность входного трафика" и  $LP_2$  – "Размер буфера для хранения пакетов", в виде треугольных чисел (при учете, что универсальные множества  $X_1$  и  $X_2$  заданы следующим образом:  $X_1 = [100, 1000]$ ;  $X_2 = [300, 800]$ ). Реализовать программно способ представления значений нечетких переменных  $p_{1k}$  и  $p_{2s}$  (разработать соответствующую процедуру).

3.3. Для заданного по варианту нечеткого правила (из базы правил)  $K_i$  разработать процедуру определения отношения между значениями нечетких переменных  $p_{1k}$  и  $p_{2s}$  (лингвистических переменных  $LP_1$  и  $LP_2$ ), используя заданную по варианту функцию импликации.

3.4. Для заданного по варианту модификатора исходного значения нечеткой переменной  $p_{1k}$  (соответствующей лингвистической переменной  $LP_1$ ), разработать процедуру определения измененного значения этой переменной.

3.5. Используя заданный по варианту способ выполнения операции композиции, разработать процедуру определения модифицированного значения нечеткой переменной  $p_{2s}$  (соответствующей лингвистической переменной  $LP_2$ ). Разработать процедуру дефазификации полученного нечеткого значения (значения нечеткой переменной  $p_{2s}$ ) с использованием метода центра тяжести.

- 3.6. Для введенной в рассмотрение базы правил разработать процедуру определения значений функции принадлежности отношений  $R_i$  ( $i = \overline{1,3}$ ) для каждого из правил  $K_i$  ( $i = \overline{1,3}$ ) (использовать для того заданную по варианту функцию импликации).
- 3.7. Разработать процедуру, выполняющую модификацию значения нечеткой переменной  $p_{1k}$  (соответствующего задаваемому по варианту значению лингвистической переменной  $LP_1$ ), в которой применен способ модификации, заданный по варианту
- 3.8. Реализовать процедуру агрегации полученных отношений, с использованием полученного обобщенного (агрегированного) отношения определить модифицированное значение нечеткой переменной  $p_{2s}$  (переменной  $LP_2$ ). С использованием разработанной ранее процедуры выполнить дефазификацию по методу центра тяжести полученного значения нечеткой переменной  $p_{1k}$ .
- 3.9. Проанализировать полученные результаты и сделать выводы.

#### 4. Методика выполнения работы

- 4.1. В среде программирования Visual Studio создать проект, в котором реализовать все определенные в пункте 3 настоящих методических указаний процедуры.
- 4.2. Реализовать выполнение программы, продемонстрировать результаты ее выполнения.
- 4.3. Полученные результаты выполнения программы включить в отчет
- 4.4. Оформить отчет, сделать выводы.

#### 5. Задание на работу

При реализации задания на лабораторную работу рассматриваются лингвистические переменные, соответствующие параметрам процесса передачи данных через сетевое устройство:  $LP_1$  – "интенсивность входного трафика" и  $LP_2$  – "Размер буфера для хранения пакетов". Множества значений лингвистических переменных  $LP_1$  и  $LP_2$  имеют вид:

$$NLP_1 = \{\text{малая, средняя, большая}\}, NLP_2 = \{\text{малый, средний, большой}\}.$$

Универсальные множества  $X_1$  и  $X_2$  определены следующим образом:  $X_1 = [100, 1000]$ ;  $X_2 = [300, 800]$ . Для получения значений аргументов  $x_1$  и  $x_2$  дискретизация заданных интервалов выполнена с шагом 100. Аппроксимация функций принадлежности для нечетких переменных  $p_{1k}$  и  $p_{2s}$  ( $k = \overline{1,3}$ ;  $s = \overline{1,3}$ ) выполнена с использованием аналитических выражений, форма записи которых соответствует треугольным числам. Способ задания переменных  $p_{1k}$  и  $p_{2s}$  определяется выражениями вида:

Для  $p_{11}$ :

$$\mu_{p_{11}}(x) = \begin{cases} \frac{400-x}{400-100}, & 100 < x < 400; \\ 0, & 400 \leq x; \end{cases}$$

Для  $p_{12}$ :

$$\mu_{p_{12}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 300; \\ \frac{x-300}{600-300}, & 300 < x \leq 600; \\ \frac{800-x}{800-600}, & 600 < x < 800; \\ 0, & 800 \leq x; \end{cases}$$

Для  $p_{13}$ :

$$\mu_{p_{13}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 700; \\ \frac{x-700}{1000-700}, & 700 < x < 1000; \\ 1, & 1000 \leq x; \end{cases}$$

Для  $p_{21}$ :

$$\mu_{p_{21}}(x) = \begin{cases} \frac{500-x}{500-300}, & 300 \leq x < 500; \\ 0, & 500 \leq x; \end{cases}$$

Для  $p_{22}$ :

$$\mu_{p_{22}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 400; \\ \frac{x-400}{550-400}, & 400 < x \leq 550; \\ \frac{700-x}{700-550}, & 550 < x < 700; \\ 0, & 700 \leq x; \end{cases}$$

Для  $p_{23}$ :

$$\mu_{p_{23}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 600; \\ \frac{x-600}{800-600}, & 600 < x < 800; \\ 1, & 800 \leq x; \end{cases}$$

В лабораторной работе также используется введенная в теоретической части база правил следующего вида:

- $K_1$ : если  $LP_1$  = "малая", то  $LP_2$  = "малый";  
 $K_2$ : если  $LP_1$  = "средняя", то  $LP_2$  = "средний";  
 $K_3$ : если  $LP_1$  = "большая", то  $LP_2$  = "большой".

После того, как исходные данные для задания определены, необходимо сформулировать само задание, содержание которого будет зависеть от назначенного студенту варианта. Содержание вариантов заданий следующее.

#### Вариант 1.

1. В соответствии с правилом  $K_1$  базы правил необходимо определить отношение между значениями нечетких переменных  $p_{1k}$  и  $p_{2s}$  (лингвистических переменных  $LP_1$  и  $LP_2$ ), используя импликатор Клина–Дейнела. После этого, используя модификатор "очень", определить значение нечеткой переменной  $p_{1k}$ , соответствующей лингвистической переменной  $LP_1$ , для которого с использованием  $\max\min$ -ой композиции вычислить значение  $p_{2s}$  (соответствующее  $LP_2$ ). Для полученного нечеткого значения переменной  $p_{2s}$  выполнить операцию дефазификации (с использованием метода центра тяжести).
2. Для введенной в рассмотрение базы правил выполнить определение значений функций принадлежности отношений  $R_i$  ( $i = \overline{1,3}$ ) с использованием импликатора Мамдани. Для значения  $LP_1$  = "большая" применить модификатор "не очень", сформировать новое значение нечеткой переменной  $p_{2s}$  (лингвистической переменной  $LP_1$ ). С использованием агрегации полученных отношений определить модифицированное значение переменной  $p_{2s}$ , для которого выполнить дефазификацию по методу центра тяжести.

#### Вариант 2.

1. В соответствии с правилом  $K_2$  базы правил необходимо определить отношение между значениями нечетких переменных  $p_{1k}$  и  $p_{2s}$  (лингвистических переменных  $LP_1$  и  $LP_2$ ), используя импликатор



Лукасевича. После этого, используя модификатор "более менее", определить значение нечеткой переменной  $p_{1k}$  (лингвистической переменной  $LP_1$ ), для которого с использованием *maxmin*-ой композиции вычислить значение  $p_{2s}$ . Для полученного нечеткого значения переменной  $p_{2s}$  (лингвистической переменной  $LP_2$ ) выполнить операцию дефазификации (с использованием метода центра тяжести).

2. Для введенной в рассмотрение базы правил выполнить определение значений функций принадлежности отношений  $R_i$  ( $i = \overline{1,3}$ ) с использованием импликатора Мамдани. Для значений  $LP_1 = \text{"малая"}$  и  $LP_1 = \text{"средняя"}$  применить модификатор "или", сформировать новое значение нечеткой переменной  $p_{1k}$  (лингвистической переменной  $LP_1$ ). Выполнив предварительную агрегацию полученных отношений, определить модифицированное значение переменной  $p_{2s}$  (переменной  $LP_2$ ), для которого выполнить дефазификацию по методу центра тяжести.

### Вариант 3.

1. В соответствии с правилом  $K_3$  базы правил необходимо определить отношение между значениями нечетких переменных  $p_{1k}$  и  $p_{2s}$  (лингвистических переменных  $LP_1$  и  $LP_2$ ), используя импликатор Мамдани. После этого, используя модификатор "не", определить значение лингвистической переменной  $LP_1$  (нечеткой переменной  $p_{1k}$ ) для которого с использованием *maxmin*-ой композиции вычислить значение  $p_{2s}$  (значение  $LP_2$ ). Для полученного нечеткого значения переменной  $p_{2s}$  выполнить операцию дефазификации (с использованием метода центра тяжести).

2. Для введенной в рассмотрение базы правил выполнить определение значений функций принадлежности отношений  $R_i$  ( $i = \overline{1,3}$ ) с использованием импликатора Лукасевича. Для значений  $LP_1 = \text{"малая"}$  и  $LP_1 = \text{"средняя"}$  применить модификатор "или", сформировать новое значение нечеткой переменной  $p_{1k}$  (лингвистической переменной  $LP_1$ ). Выполнив определение модифицированных значений нечеткой переменной  $p_{2s}$  на основе базы правил, реализовать агрегацию полученных результатов (обобщение результатов правил). Для полученного агрегированного значения переменной  $p_{2s}$  реализовать операцию дефазификацию по методу центра тяжести. Сравнить результаты пунктов 1 и 2.

## 6. Контрольные вопросы

6.1. Что означает понятие нечеткого множества, как оно интерпретируется для элементов универсального множества  $X$ .

6.2. Что представляют из себя простые правила нечеткого продукционного вывода.

6.3. Какие могут быть применены выражения для аналитического задания функций принадлежности.

6.4. Какие применяются выражения для реализации операции импликации для нечетких множеств.

6.5. Какие виды выражений используются для реализации операции композиции нечетких множеств.

6.6. Что означает модификация значений-термов лингвистических переменных, каковы способы выполнения этой модификации и способы вычисления модифицированных значений нечетких переменных для полученных новых значений-термов.

6.7. Какие могут быть применены способы агрегации при вычислении значений функций принадлежности результирующих значений нечетких переменных для совокупности продукционных правил.

