

阿贝成像原理和空间滤波

物理学院 刘浚哲 1500011370

Abstract:

本实验研究了傅立叶光学中空间频率、空间频谱和空间滤波等概念，了解了阿贝成像原理和透镜孔径对透镜成像分辨率的影响。

Keywords:

阿贝成像原理 空间滤波 光学傅立叶变换 频谱面 夫琅禾费衍射 θ 调制 卷积现象

1. 实验现象记录与数据处理

使用散斑原理找到透镜的后焦面，记录透镜和其后焦面的坐标分别为 141.92cm 和 116.00cm ，得到透镜的焦距为：

$$F = 137.23 - 111.37 = 25.86 \text{ cm}$$

1.1. 一维光栅

利用倒置的望远镜系统将激光束扩展成具有较大截面的平行光束，用其照明一维光栅，用光屏在频谱面接收，在光屏上出现一排衍射光点。测量 $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ 级点的坐标，计算其空间频率 $f_i = \Delta x / (2\lambda F)$ ，得到表 1 所示数据。表 1 中 x_- 表示负级条纹的坐标， x_+ 表示正级条纹的坐标。

级别	1	2	3
x_- / mm	-2.0	-4.0	-6.0
x_+ / mm	2.0	4.0	6.0
$\Delta x / \text{mm}$	4.0	8.0	12.0
f_i / mm^{-1}	12.2	24.4	36.7

表 1：测量一维光栅的空间频率

可得一维光栅的基频为 12 mm^{-1} 。

在频谱面上放置不同的光阑，使得指定的衍射光斑通过。把滤波之后光栅所成的像放大后观察，在不同的情况下观察到不同的现象。

在不设任何滤波器的情况下，衍射点全部通过，成像情况如图 1：

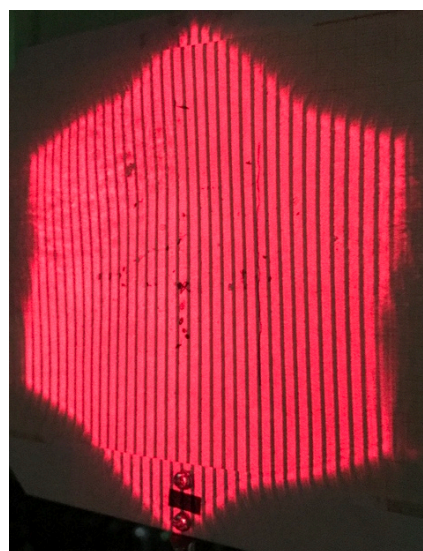


图 1：一维光栅衍射点全通成像图

可见在全通情况下，像面表现为边界清晰的纵向条纹。这其实是一维光栅通过透镜所成的像，与一维光栅透光的形状应该相同。经第二次透镜放大后，测量条纹的空间周期，大致为：

$$d_1 = 2.8 \text{ mm}$$

当用挡光片只挡住 0 级衍射点时, 成像情况如图 2:

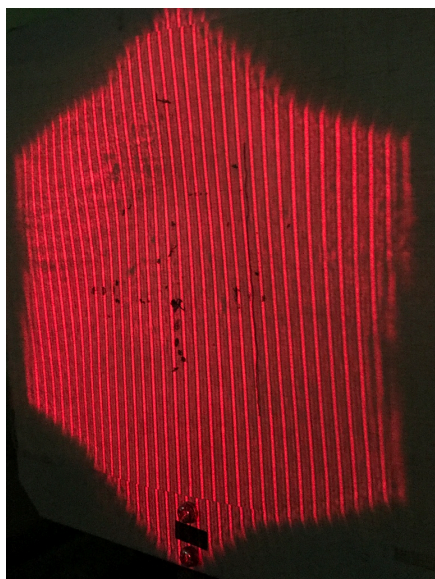


图 2: 一维光栅只挡住 0 级衍射点成像图

此时可以观察到, 相对于全通情形时, 纵向条纹变细, 且略暗。对比可以看到亮暗条纹发生反转。这是由于 0 级衍射点相当于直流成分, 挡掉 0 级衍射点, 相当于投射的波前函数整体向下平移, 原来光强为 0 的点不再为 0, 而成为光强极大点。此时测量条纹的空间周期, 大致仍为:

$$d_2 = 2.8 \text{ mm}$$

与全通情形一样。

当用挡光片挡住除 0 级的以外所有衍射点, 只留下 0 级衍射点时, 成像情况如图 3:

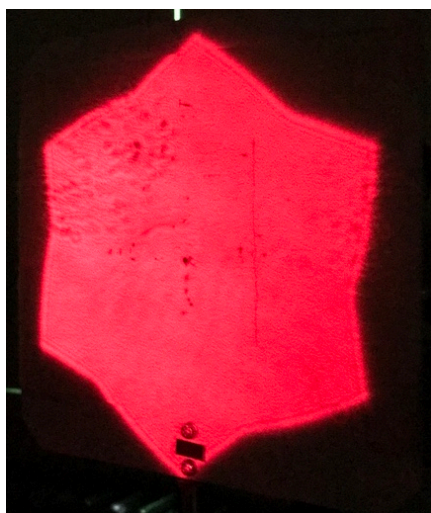


图 3: 一维光栅只留下 0 级衍射点成像图

此时成像区域光强一片均匀, 没有条纹。这是由于只通过 0 级成分, 相当于只通过直流成分, 不带来任何波动成分, 因此光强不产生波动, 为一常数。 d_3 不存在。

当用挡光片挡住 ± 1 级衍射点时, 成像情况如图 4:

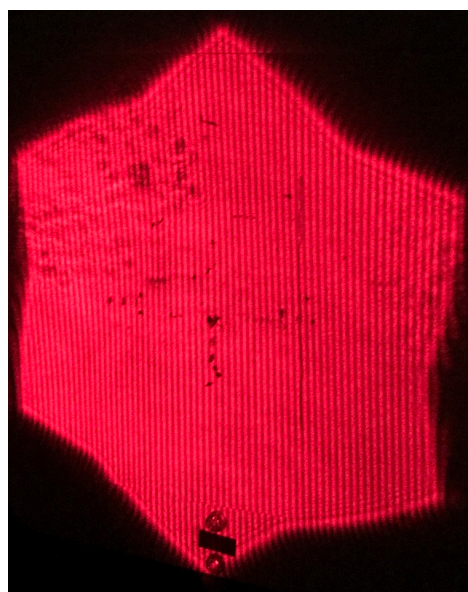


图 4: 一维光栅只挡住 ± 1 级衍射点成像图

可以观察到, 此时表现为纵向条纹, 测量其空间周期, 发现为:

$$d_4 = 1.4 \text{ mm}$$

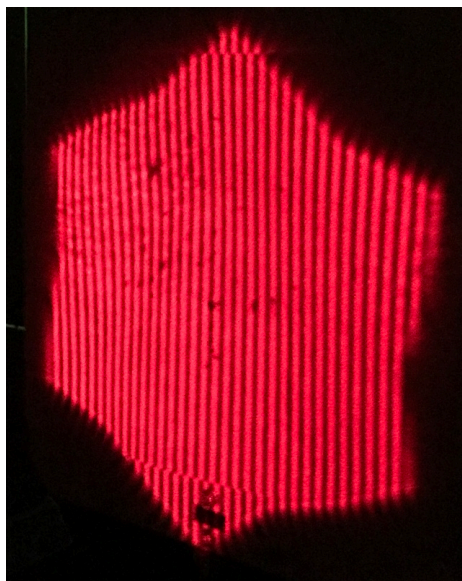
产生这种情形的原因在于: 挡掉基频成分之后, 对像的贡献主要来自于常数项和二次谐波成分。而更高频率的光非常弱, 对于像的贡献非常小。所以在观察的时候会看到呈现出二倍与基频的空间频率。

当挡住除 0, ± 1 级以外的所有衍射点时, 只露出 0, ± 1 级衍射点, 成像情况如图 5:

此时可以看见仍表现为纵向条纹, 测量其空间周期, 为:

$$d_5 = 2.8 \text{ mm}$$

与全通情形一致。这是由于只通过 0, ± 1 级衍射点, 相当于只通过了常数项和基频项, 光强分布呈现出基频项的余弦型分布。

图 5: 一维光栅只留下 0, ± 1 级衍射点成像图

1.2. 二维光栅

将二维光栅置于光路中, 在频谱面上可以观察到其二维衍射图样。放大衍射图样, 观察现象并记录其空间周期。

全通情形时, 成像情况如图 6:

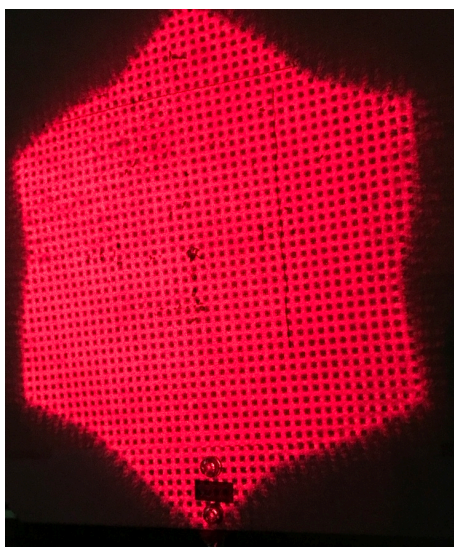


图 6: 二维光栅全通情形成像图

可见像呈现为二维网格的形状, 这是由于二维光栅直接在光屏上成的像, 和二维光栅有相同的结构, 只不过经过了放大而已。测量其空间周期, 得到:

$$d_x = 2.80 \text{ mm} \quad d_y = 2.80 \text{ mm}$$

当在频谱面只留下中心 0 级衍射点, 挡住其余所有的光点时, 没有条纹出现, 光强为常数。如图 7 所示:

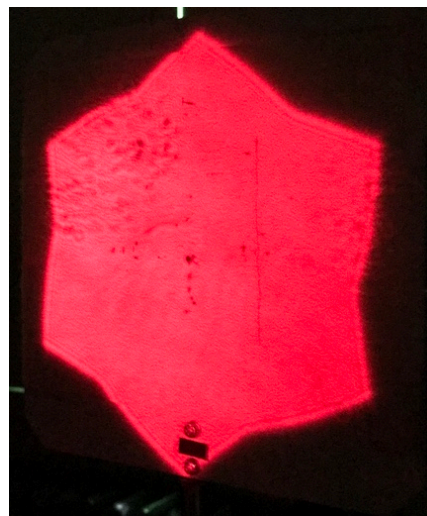


图 7: 二维光栅仅露出中心 0 级衍射点成像图

这是由于仅透过直流成分, 而没有波动项, 光强肯定为常数, 不产生条纹。

当仅使中心的一横排光点透过时, 成像情况如图 8:

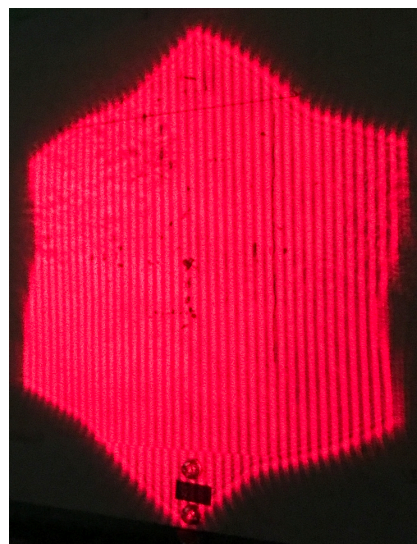


图 8: 二维光栅横狭缝成像图

此时却出现了纵向条纹, 这是由于只通过横向的频谱, 纵向的空间周期性消失, 因此表现出纵条纹。测量其空间周期, 为:

$$d_x = 2.80 \text{ mm}$$

当仅使中心的一纵排光点透过时, 此时出现的是横向条纹, 这是由于只通过纵向的频谱, 而横向的空间周期性消失了, 因此表现出横条纹。测量其空间周期, 为:

$$d_y = 2.80 \text{ mm}$$

当用斜狭缝挡住其他所有衍射点, 仅通过一条斜线上的光点时, 成像情况如图 9:

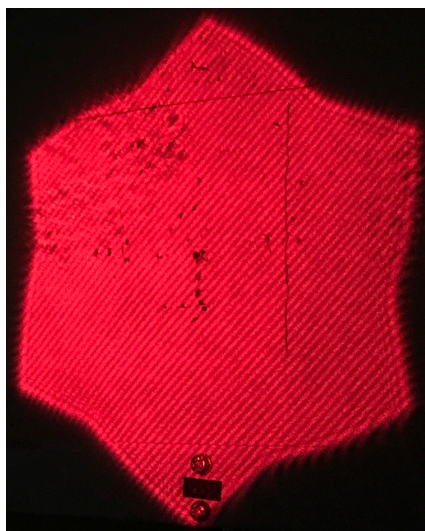


图 9: 二维光栅斜狭缝成像图

此时出现的是斜狭缝, 测量其垂直于斜线方向上的空间周期, 为:

$$d = 1.97 \text{ mm}$$

大致为原来空间周期的 $1/\sqrt{2}$ 倍, 这是由于只通过了斜线方向上的频谱, 使这个方向的空间周期性消失, 产生了与其垂直方向的条纹。二维网格在 45° 方向上光点的空间周期恰好是水平或者竖直方向的 $\sqrt{2}$ 倍, 所以这个方向的空间频率也应该是水平或者竖直条纹的 $1/\sqrt{2}$ 倍。

1.3. “光”字物屏

将二维光栅换成“光”字光阑和正交光栅重叠的物屏, 调整物距使其通过透镜直接成像在远处。在频谱面上用光屏接收, 观察到其频谱为分立点阵与连续谱的合成。在像面接收, 其像边缘清晰, 内部有点阵结构。

在频谱面上放置 $\phi = 1\text{mm}$ 的圆形光阑进行滤波, 使中心亮点通过, 观察像的变化, 如图 10 所示:



图 10: “光”字物屏经 $\phi = 1\text{mm}$ 滤波成像图

与全通情形相比, 此时字体边缘已经有点模糊了, 且原来有的点阵结构已经消失。这是由于光阑滤掉了高频成分, 透过了低频成分, 所以边界会出现模糊的现象。透过的光斑是光栅的常数部分, 这部分是无法形成相位差的, 所以在像面上我们看不到“光”字内部有任何点阵结构。

在频谱面上放置 $\phi = 0.3\text{mm}$ 的圆形光阑进行滤波, 使中心亮点通过, 观察像的变化, 如图 11 所示:



图 11: “光”字物屏经 $\phi = 0.3\text{mm}$ 滤波成像图

与 $\phi = 1\text{mm}$ 滤波情形相比, 此时字体边缘已经非常模糊了, 且原来有的点阵结构也已经消失。这是由于滤波光阑更小使得透过的频率范围更加狭窄, 只有极低频率的光透过, 光强变化更加缓慢, 边缘更加模糊。

若想要使网格消失,只需要不使基频及以上频率成分通过即可。基频成分为 $f_0 = 12\text{mm}^{-1}$, 在频谱面上的坐标为:

$$x' = \lambda F \cdot f_0 = 1.9 \text{ mm}$$

所以滤波器光阑半径必须小于 1.9mm, 其孔径必须小于 3.8mm。

使得字迹消失需要使低频成分通过, 滤掉高频成分。估计通过的频率上限为字迹宽度 $W = 0.5\text{mm}$ 的倒数, 则其在频谱面上的坐标为:

$$x' = \frac{\lambda F}{W} = 0.31 \text{ mm}$$

故滤波器的半径必须小于 0.31mm, 其直径必须小于 0.62mm。

在实际的实验过程中, 使用孔径为 0.3mm 的滤波器之后, 网格消失, 字迹已经非常模糊。预计使用更小孔径的时候字迹就会完全无法辨识。

移动频谱面上的光阑, 使得 0 级中心衍射点上方的 +1 级衍射点通过孔径为 0.3mm 的光阑, 观察到像的边界非常模糊, 没有出现点阵结构, 且亮度较原来更暗。

根据卷积定理, 物的频谱为“光”字的连续谱和二维光栅离散谱的卷积, 所以频谱面上每一个光点周围均包含了“光”字连续谱的所有低频信息。所以仅使 +1 级衍射点通过也能成一边界模糊的“光”字像。但由于二维光栅基频成分比 0 级成分弱, 所以所成的像较暗。而又由于只通过了 +1 级衍射, 却并没有通过 -1 级衍射, 所以光强不会有明显的纵向按基频变化的成分, 内部不会有有点阵结构出现。

1.4. “十”字物屏

把十字物屏置于光路, 在频谱面接收, 可看到有横向, 纵向两条线阵和连续谱。在像面接收, 观察到边界清晰的十字像。如图 12 所示:

用光阑挡住频谱的中心成分, 可以看到所成的像变得中心发暗而边缘发亮。这是因为内部主要是低频成分, 边界主要是高频成分, 光阑滤掉了低频成分的光, 留下了高频成分的光, 所以像会出现中心暗, 边缘亮的现象。

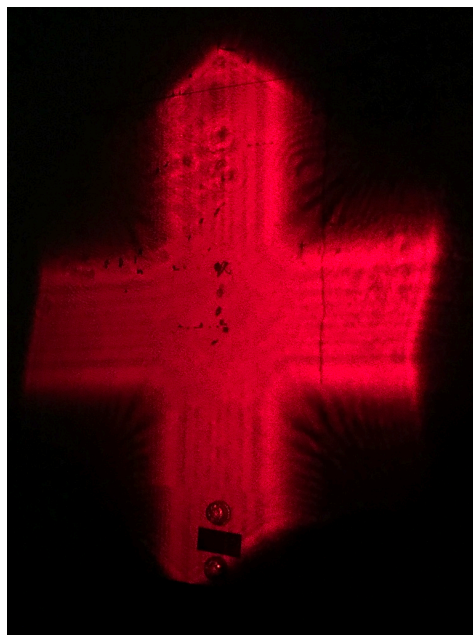


图 12: “十”字物屏成像图

1.5.θ 调制实验

θ 调制是以不同取向的光栅调制物面图像上的不同部位, 经空间滤波后, 像面上各相应部位呈现不同的颜色。实验光路如图 13 所示:

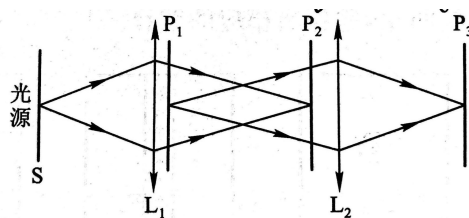


图 13: θ 调制实验光路

图中 S 为光源, L_1, L_2 为凸透镜, P_1 为由薄膜光栅制成的样品作为物屏, P_2 为 S 通过 L_1 成像的像面, 同时也是物屏的频谱面。在频谱面控制不同频率的光透过, 通过 L_2 成像于平面 P_3 上。

实验中作为物的样品由薄膜光栅组成。样品上的花、叶、盆等各部位光栅具有不同取向, 相间角度为 60° 。如图 14 所示:

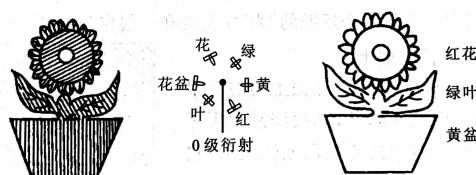


图 14: θ 调制实验中的物面、频谱面与像面

实验中可以观察到在纸面上出现了三种颜色的衍射光点。用电烙铁在每种颜色出现的地方烫一个小洞, 可以看到 P_3 上出现了一个完整的红花绿叶黄盆的像。虽然只有一个小孔透光, 但是此时每个衍射点都含有像的完整信息, 自然就可以在 P_3 上完整成像。所成像如图 15 所示:



图 15: θ 调制实验成像图

1.6. 观察卷积现象

用激光束分别照射 20mm^{-1} 和 200mm^{-1} 的两个正交光栅, 观察各自频谱。可以观察到 20mm^{-1} 光栅衍射所成的衍射点比较密集, 而 200mm^{-1} 的光栅比较稀疏。

将二者重叠, 观察到频谱为 20mm^{-1} 和 200mm^{-1} 频谱之合成: 即在 200mm^{-1} 光栅各分布稀疏的衍射点周围, 还分布着一圈密集的 20mm^{-1} 光栅的衍射点。

转动 20mm^{-1} 的光栅, 可以看到各密集的 20mm^{-1} 的频谱衍射点随之转动, 但 200mm^{-1} 的光栅分布稀疏的衍射点并不随之转动; 200mm^{-1} 的光栅转动的时候, 其对应的稀疏的频谱衍射点随之转动, 但在这些点周围的 20mm^{-1} 的光栅分布密集的衍射点并不随之转动。可见这些衍射点的运动是独立的, 并不随着另外一块光栅的运动而进行运动。

2. 收获与感想

本次实验非常的有意思, 从直观上展现了傅立叶光学精髓。我们可以从频谱面上清晰地看到各个衍射点, 并且遮住每一个衍射点都可以看到在像面上有相应的反馈。本次实验很好地将复杂、抽象的光学理论形象地演示了出来。从本次实验我们清晰地感受到光学的美, 对于我们理解光学理论有非常大的帮助。

References:

[1] 吕斯骅, 张朝晖, 新编基础物理实验 (第二版)(北京: 高等教育出版社) 第 403-409 页

(指导老师: 杨景)