Georg-August-Universität Göttingen
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. M. Müller
Priv.-Doz. Dr. S.R. Manmana
SoSe 2018

Übungen zur Vorlesung
Computergestütztes Wissenschaftliches Rechnen

Blatt 6

Lernziele dieses Übungsblattes

- Weiterarbeiten an und Vertiefen der Themen von Blatt 5.

Aufgabe 1 *Einige Besonderheiten der Konsole*

a) Finden Sie heraus, wie die Tabulatortaste benutzt werden kann, um Dateinamen automatisch vervollständigen zu lassen.

b) Wofür kann man den Befehl history benutzen?

c) Was passiert, wenn Sie auf der Konsole die Cursortasten benutzen?

d) Ctrl+r: Rückwertssuche in der Eingabe. Probieren Sie diesen Befehl aus, um z.B. den letzten Aufruf zum Kompilieren erneut aufzurufen.

Aufgabe 2 *Variablen und Referenzen*

Verdeutlichen Sie sich noch einmal den Unterschied von Referenzen auf Variablen und Variablen.

Was ist die Ausgabe von `printf` in diesem Fall:

```
void calculate_something(double a){
  a = 2.0;
}

void main(){
  double a = 1.0;
  calculate_something(a);
  printf("%f\n",a);
}
```

Und warum ist das in diesem Fall unterschiedlich?

```
void calculate_something(double * a){
  *a = 2.0;
}

void main(){
  double a = 1.0;
  calculate_something(&a);
  printf("%f\n",a);
}
```

Wie kann man eine Variable, deren Wert innerhalb einer Funktion verändert werden soll, noch übergeben?

Aufgabe 3 *Entsorgen von Satelliten*

In Blatt 5 haben Sie sich mit zwei sehr unterschiedlichen Möglichkeiten beschäftigt, einen ausgedienten Satelliten zu "entsorgen". Da das Blatt recht umfangreich war, sollen Sie diese Woche sich weiter mit den Aufgaben beschäftigen und möglichst interessante Lösungen bzw. Verhalten numerisch finden. Es folgen Hinweise, die für ein schnelleres Auffinden der Lösung hilfreich sein können:

- Der Einfachheit halber können Sie annehmen, dass der Satellit sich auf einer Kreisbahn um die Erde befindet. Dies impliziert insbesondere auch, dass Sie zunächst (d.h., vor dem zusätzlichen Schub, um den Satelliten zu entsorgen) die Gravitationskraft des Mondes vernachlässigen können (diese wirkt als Störung und kann die Kreisbahn des Satelliten kompliziert modifizieren, was wir vernachlässigen wollen). Diese Vereinfachung erlaubt es, dem Satelliten eine wohldefinierte Anfangsgeschwindigkeit in Abhängigkeit seiner Flughöhe zuzuschreiben. Nach der Änderung der Geschwindigkeit müssen Sie dann natürlich die Gravitationskraft des Mondes mit berücksichtigen, dies geschieht aber dann numerisch über Ihren Code.
- Bevor der Schub gegeben wird, zeigt die Richtung der Gravitationskraft entsprechend zum Erdmittelpunkt. Während des Fluges addieren sich die Kräfte, die jeweils vom Mond und von der Erde ausgehen, vektoriell auf.
- Anstatt der zusätzlichen Aufgabe zum Auffinden der längsten Flugzeit ist eine alternative interessante Zusatzaufgabe zu untersuchen, welche kleinste Geschwindigkeitsänderung den Satelliten auf den Mond bringt.
- Weitere Hinweise zur Bewegung von Himmelstrabanten:
  - Um den Wert der Geschwindigkeitsänderung abzuschätzen, können Sie die *Vis Viva Gleichung* hinzuziehen:

    $$v^2 = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) .$$

    Dabei ist: $v =$ aktuelle Geschwindigkeit, $r =$ Aktuelle Höhe über Zentralkörper und $a =$ Große Halbachse der Bahn. Damit lassen sich für alle Kegelschnitt-Bahnen die passende Geschwindigkeit berechnen. Z.B. für eine Kreisbahn $r = a$ die bekannte Geschwindigkeit $v = \sqrt{GM/r}$.
    Dies kann genutzt werden, um die Parameter eines *Hohmann-Manöver* zu bestimmen, wobei der Körper auf einer einfachen Transferellipse auf die neue Umlaufbahn gebracht wird: Man bestimmt die neue Halbachse a für die Ellipse des "Zielorbits" und "kickt" das Objekt auf diese Geschwindigkeit. Für einen Hohman-Transfer ist die Energie minimal, aber nicht unbedingt auch die Geschwindigkeitsänderung. (siehe auch `https://de.wikipedia.org/wiki/Vis-Viva-Gleichung`).
    Wie gut passt die so ermittelte Geschwindigkeitsänderung, um den Satelliten auf den Mond zu bringen, wenn man nach dem "Kick" für die Dynamik sowohl die Gravitationskraft der Erde, als auch die des Mondes berücksichtigt?
    Finden Sie ggf. interessantere Trajektorien?

- Es ist hilfreich zu wissen, wann sich der Mond und der Satellit wo aufhalten. Dazu ist es nützlich, die Umlaufzeiten abzuschätzen. Diese kann mithilfe der Kepler'schen Gesetze erfolgen, woraus folgt

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{a^3}{GM}\,.$$

(s. auch `https://de.wikipedia.org/wiki/Umlaufzeit`).

- *Baryzentrische Koordinaten:*
Das Baryzentrum ist hier der Schwerpunkt das Systems Erde-Mond. Es sei:
$R_E =$ Große Halbachse Erde-Baryzentrum,
$R_M =$ Große Halbachse Mond-Baryzentrum,
$d =$ Abstand Schwerpunkte Mond-Erde,
M_M und M_E die Masse des Mondes bzw. der Erde.
Dann gilt:

$$\begin{aligned} R_E &= d\frac{M_M}{M_E + M_M} \\ R_M &= d\frac{M_E}{M_E + M_M}\,. \end{aligned}$$

Siehe auch `https://de.wikipedia.org/wiki/Baryzentrum`

Beachten Sie, dass $R_E = 0.7EU$; dies ist relativ klein und kann in einem ersten Ansatz vernachlässigt werden und $R_E = 0$ gesetzt werden. (Nachdem Sie den Satelliten auf den Mond gebracht haben, können Sie untersuchen, wie sich die Dynamik ändert, wenn Sie $R_E \neq 0$ nehmen).

- Probieren Sie als Alternative zum Velocity-Verlet-Algorithmus (VV) auch den Runge-Kutta-Algorithmus 2. Ordnung (RK2), den Sie für ein früheres Übungsblatt bereits implementiert haben. Versuchen Sie nach Möglichkeit den dort geschriebenen Code wieder zu verwenden. Die Umsetzung des adaptiven Zeitschritts können Sie alternativ bei RK2 anstatt bei VV versuchen.

Selbsttest (s. auch Blatt 5)

- Wie erhält man die Lösung zum nächsten Zeitschritt bei RK2, wie bei VV?
- Wann empfiehlt es sich, den VV Algorithmus RK2 vorzuziehen?
- Wie geht man beim adaptieren des Zeitschritts vor?