Georg-August-Universität Göttingen
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. M. Müller
Priv.-Doz. Dr. S.R. Manmana
SoSe 2018

Übungen zur Vorlesung
Computergestütztes Wissenschaftliches Rechnen

Blatt 8

Lernziel dieses Übungsblattes

- Gauß-Seidel und SOR-Algorithmen für Finite-Differenzen Verfahren.

Aufgabe 1 *Elektrostatik II*

Ziel dieser Übung ist es, das elektrische Feld zwischen zwei Elektroden mit Ecken auszurechnen. Wie schon im Übungszettel 7 angegeben, genügt die Lösung eines statischen elektrischen Feldes der Differentialgleichung

$$\nabla^2 \phi = 0\,. \tag{1}$$

Als Ausgangspunkt soll die Lösung vom vorherigen Übungszettel 7 benutzt werden. Im Gegensatz zu letzter Woche soll diese Woche ein System mit zwei Elektroden mit unterschiedlicher Form untersucht werden. Die erste Elektrode (V1) hat die Form eines gleichseitigen Dreiecks mit einer Kantenlänge von 0.15 m, die andere Elektrode ist ein regelmässiges Sechseck der Kantenlänge 0.275 m. Die Positionen der Elektroden und Abmessungen der Zelle sind identisch zu den Angaben von Übungszettel 7. Implementieren Sie zur Lösung den Gauß-Seidel und den SOR-Algorithmus und bestimmen Sie für letzteren den optimalen Wert für den Relaxationsparameter α.

Hinweise:

- Implementieren Sie zuerst eine Methode, die berechnet, ob ein Punkt innerhalb eines Dreiecks, dass durch 3 Punkte definiert wurde, liegt.
- Ein Sechseck lässt sich in 6 gleichseitige Dreiecke zerlegen. Schreiben Sie also eine weitere Funktion, die berechnet, ob sich ein Punkt innerhalb eines Sechsecks befindet, indem sie die bereits bestehende Methode für das Dreieck benutzen.
- Bestimmen Sie für das SOR-Verfahren den optimalen Parameter α_{opt} für die verschiedenen Gittergrößen 31×21, 61×41, 121×81, 241×161.
- Analysieren Sie die Lösung und die Konvergenz der Lösung des elektrischen Feldes an den Ecken der Elektroden. Dazu berechnen Sie das Feld $\mathbf{E} = \nabla\phi$ und vergleichen Sie die Komponenten des Feldvektors bei verschiedenen Auflösungen im Bereich der Elektrodenecken.
- Als Abbruchkriterium soll das in der Vorlesung besprochene Residuum im Iterationsschritt n betrachtet werden,

  $$r^{(n)} = \left|\left|\underline{b} - \mathbf{A}\underline{\phi}\right|\right| \,, \tag{2}$$

  wobei N_x und N_y jeweils die Anzahl der Gitterpunkte in x- bzw. y-Richtung ist. Die Iteration wird abgebrochen, sobald $r^{(n)} < \varepsilon$, mit ε der gewünschten Genauigkeit, oder falls die vorgegebene maximale Anzahl an Iterationen erreicht ist.

Aufgabe 2 *Optimieren und Dokumentieren des Codes*

Gehen Sie die bisherigen Aufgaben durch und Identifizieren Sie Punkte, die Schwierigkeiten machen (z.B. Code an dieser Stelle zu langsam oder zu unverständlich). Versuchen Sie zunächst ohne fremde Hilfe, diese Aspekte zu optimieren und Fragen Sie ggf. die Tutoren, wenn Sie nicht weiterkommen.

Versuchen Sie Ihre Codes so zu dokumentieren (z.B. durch geeignete Kommentarzeilen), dass Ihre Kommilitonen, die Ihren Code nicht kennen, mit ihm zurecht kommen können.

Selbsttest

- Was sind jeweils die Unterschiede zwischen dem Jakobi-, Gauß-Seidel- und SOR-Verfahren?
- Welche Möglichkeiten habe ich, um bei Finite-Differenzen Verfahren die Genauigkeit der Rechnung zu kontrollieren?