FISICA I UTN-FRC

UNIDAD 03: CINEMÁTICA DEL PUNTO

CAÍDA LIBRE Y TIRO VERTICAL EN EL VACÍO – APLICACIONES

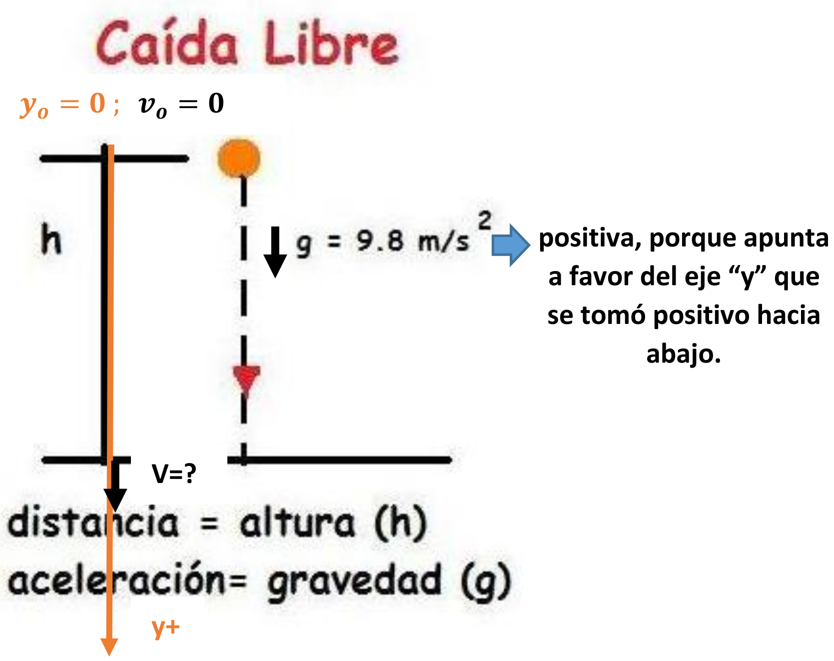
(SEGUNDA PARTE)

Caída libre en el vacío

Es bien conocido que, en ausencia de la resistencia del aire, todos los objetos que se liberan cerca de la superficie terrestre caen hacia ella con la misma aceleración constante bajo la influencia de la gravedad de la Tierra. Esta aceleración es la que conocemos con el nombre de **aceleración de la gravedad**, que apunta siempre hacia el centro de la Tierra y su módulo es de 9,81 $(m/s^2) = constante$. Recién en el año 1600 es que se acepta esta conclusión de la mano del científico italiano Galileo Galilei (1564-1642) quien fue el que estudió los objetos en caída libre. Cuenta la leyenda de que él demostró el comportamiento de los objetos que caen al observar que dos pesos diferentes soltados simultáneamente, desde la Torre de Pisa en Italia, golpeaban el suelo aproximadamente al mismo tiempo. Esto viene a refutar la teoría que tenía Aristóteles (384-322 a.C.) de que los objetos más pesados caían más rápido que los más livianos…

Entonces si este movimiento es con aceleración constante, es un M.R.U.V. que en esta oportunidad, no es a lo largo del eje “x” de abscisa horizontal como lo veníamos estudiando hasta la clase pasada, si no a lo largo de una eje “y” de ordenada. Esta aceleración supuesta constante, va a ser siempre la de la gravedad.

Supongamos un objeto que se deja caer $(v_0 = 0)$ o que se tira verticalmente hacia abajo $(v_0 \neq 0)$, desde la parte superior de un edificio de altura “h”.



Entonces, las fórmulas del **M.R.U.V.** que ya trabajamos y las denominamos como **(1)**, **(2)** y **(3)** en el material anterior, pueden ser adaptadas a este movimiento de caída libre…

$$v = v_o + a\,.\,t \qquad (1)$$

$$x = x_o + v_o\,.\,t + \frac{1}{2}.\,a.\,t^2 \qquad (2)$$

$$v^2 = v_o^2 + 2.\,a\,.\,(x - x_o) \qquad (3)$$

y quedan expresadas como:

$$\boldsymbol{v = v_o + g\,.\,t} \qquad \mathbf{(1)}$$

$$\boldsymbol{y = y_o + v_o\,.\,t + \frac{1}{2}.\,g.\,t^2} \qquad \mathbf{(2)}$$

$$\boldsymbol{v^2 = v_o^2 + 2.\,g\,.\,(y - y_o)} \qquad \mathbf{(3)}$$

En donde hemos cambiado la “x” por la “y” debido a que el movimiento ahora se produce a lo largo de un eje de ordenada y, la aceleración “a” por la aceleración de la gravedad “+g”.

Entonces veamos el siguiente caso,

EJEMPLO 4:

Un objeto se deja caer ($v_o = 0$) desde la azotea de un edificio que tiene una altura h=20 (m); se pide calcular:

- **a) la velocidad que tiene el objeto un instante antes de tocar la vereda.**
- **b) cuánto tiempo está en vuelo?**

Como según lo que indica la figura, el eje “y” se tomó positivo hacia abajo con origen $y_o = 0$ en la azotea, readaptando las ecuaciones **(1)** y **(2)**, queda:

$$v = 0 + g\,.\,t = g.\,t \qquad es\ decir: \qquad \boldsymbol{v = g.\,t} \qquad (1)$$

que es **una** ecuación con **dos** incógnitas… la velocidad y el tiempo.

$$h = 0 + 0\,.\,t + \frac{1}{2}.\,g.\,t^2 = \frac{1}{2}.\,g.\,t^2 \quad osea: \quad \boldsymbol{h = \frac{1}{2}.\,g.\,t^2} \quad (2)$$

y se presenta como **una** ecuación con **una** sola incógnita… el tiempo.

Entonces resolviendo matemáticamente, si despejamos tiempo de **(2)** nos queda:

$t = \sqrt{\dfrac{2.h}{g}}$ que es el tiempo de caída libre, en donde se observa **es independiente de la masa del cuerpo!!!**

Luego calculando de acuerdo a los datos: $t = \sqrt{\frac{2.20}{+9,8}}$=**2,02 (seg)**

Esto responde al **ítem b)**.

Por lo tanto sabiendo el tiempo de vuelo, con **(1)** se puede calcular "v". Entonces:

$$v = 9{,}8\,.\,2{,}02 = \mathbf{19,8\ (m/s)} = \mathbf{71,2\ (km/hr)}$$

y esta cuenta, responde al **ítem a)**.

SINTESIS: entonces **adaptando** y de ser necesario **readaptando** las fórmulas madres **(1)**, **(2)** y **(3)**, se puede resolver este tipo de problemas. Y **NO OLVIDAR** de colocar un sistema de referencia en el esquema o figura. Sobre esto último seguramente su profesor de Práctico insistirá al resolver problemas junto a usted.

Tiro Vertical en el vacío

Es otro **M.R.U.V.** con aceleración $\vec{a} = \vec{g} = constante$, solo que ahora el objeto se lanza hacia arriba con una velocidad inicial distinta de cero $(v_o \neq 0)$. De lo contrario el proyectil nunca ascendería…

Nuevamente, las fórmulas:

$$v = v_o + a\,.\,t \quad (1)$$

$$x = x_o + v_o\,.\,t + \frac{1}{2}.\,a.\,t^2 \quad (2)$$

$$v^2 = v_o^2 + 2.\,a\,.\,(x - x_o) \quad (3)$$

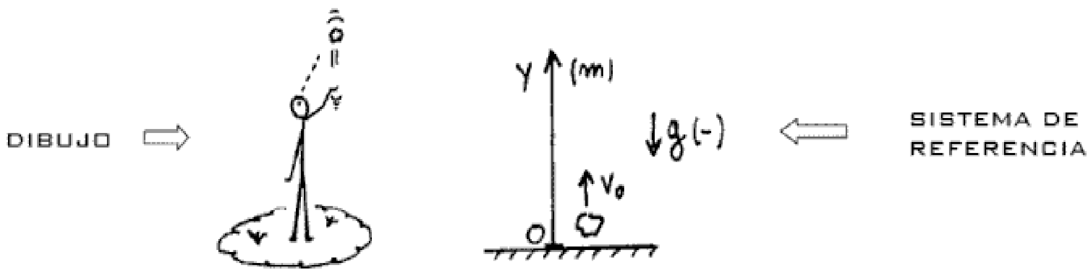
siendo adaptadas quedan expresadas como:

$$\boldsymbol{v = v_o - g\,.\,t} \quad \mathbf{(1)}$$

$$\boldsymbol{y = y_o + v_o\,.\,t - \frac{1}{2}.\,g.\,t^2} \quad \mathbf{(2)}$$

$$\boldsymbol{v^2 = v_o^2 - 2.\,g\,.\,(y - y_o)} \quad \mathbf{(3)}$$

En donde hemos cambiado la "x" por la "y" porque el movimiento ocurre de nuevo a lo largo de un eje de ordenada y, la aceleración "a" por la aceleración de la gravedad "-g".



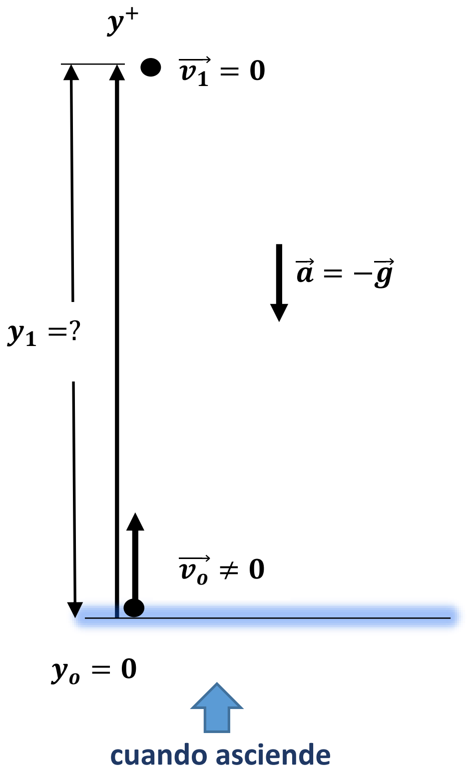
Como se observa en este caso -a diferencia del anterior- el sistema de referencia se toma positivo hacia arriba, con lo cual la aceleración de la gravedad carga con signo negativo en las últimas tres fórmulas.

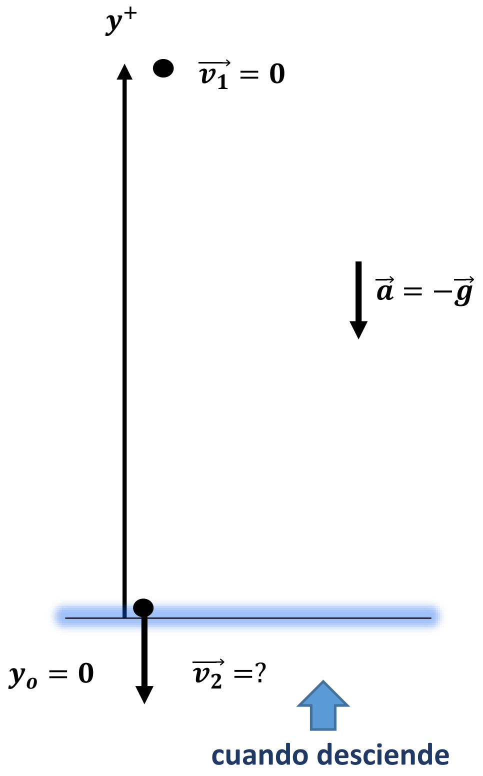
Entonces supongamos ahora otro caso,

EJEMPLO 5:

Si un objeto es lanzado hacia arriba con $v_o = 10\ (m/s)$, calcule:

a) $t_1 = ?$ *es decir el tiempo de subida*
b) $y_{máx} = y_1?$ *la altura máxima a la que llega*
c) $t_2 = ?$ *el tiempo total de vuelo (subida más bajada)*
d) $v_2 = ?$ *es decir la rapidez un instante antes que toque el piso*





haciendo una readaptación de la fórmula **(1)**, para el **ítem a)** se obtiene:

$$v_1 = v_o - g\,.\,t_1$$

como: $v_1 = 0$ en el punto más alto, porque el objeto ahí se detiene, se obtiene:

$$0 = v_o - g\,.\,t_1$$

por lo tanto la única incógnita es: t_1 y despejándola queda:

$t_1 = \frac{v_o}{g}$ entonces, reemplazando los datos: $t_1 = \frac{10}{9{,}8} = \mathbf{1{,}02\ (seg)}$

Para calcular la altura máxima, es decir el **ítem b)**, readaptamos la fórmula **(2)** y queda:

$$y_1 = 0 + v_o \,.\, t_1 - \frac{1}{2} . g . t_1^2$$

con los cual reemplazando que: $t_1 = \frac{v_o}{g}$ se obtiene:

$$y_1 = v_o \,.\left(\frac{v_o}{g}\right) - \frac{1}{2} . g . \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 = \frac{v_o^2}{g} - \frac{1}{2} . \cancel{g} . \frac{v_o^2}{g^{\cancel{2}}}$$

y al simplificar "g" y operando matemáticamente, queda:

$$y_1 = \frac{v_o^2}{g} - \frac{1}{2} . \frac{v_o^2}{g} = \frac{v_o^2}{2.g}$$ que representa la altura máxima!

Calculando:

$$y_1 = \frac{10^2}{2.9{,}8} = \mathbf{5{,}10\ (m)}$$

Para el **ítem c)**, a los efectos de calcular el tiempo total de vuelo, se procede de la siguiente manera:

$t_2 = 2.t_1$ porque el tiempo de subida es igual al tiempo de bajada por la simetría del movimiento.

Entonces: $t_2 = 2.\frac{v_o}{g}$

Por lo tanto: $t_2 = 2.\frac{10}{9{,}8} = \mathbf{2{,}04\ (seg)}$

Y finalmente para calcular la velocidad de llegada, o sea el **ítem d)** tenemos que readaptar nuevamente la ecuación **(1)**:

$$v_2 = v_o - g \,.\, t_2$$

pero: $t_2 = 2.\frac{v_o}{g}$

con lo cual si lo reemplazamos en la ecuación de arriba:

$$v_2 = v_o - g\,.\,2.\frac{v_0}{g} = -v_0$$

lo que significa que el proyectil regresa a la misma rapidez con la que salió pero en sentido contario!!!. Vale decir:

$$v_2 = \mathbf{-10\ (m/s)}$$

y el problema queda así resuelto!

SINTESIS: entonces **adaptando** y **readaptando** las fórmulas **(1)**, **(2)** y **(3)** tantas veces como haga falta, se puede resolver este tipo de problemas. Se insiste nuevamente en **NO OLVIDAR** para cada caso en colocar un sistema de referencia en el esquema o figura.

Algunas sugerencias antes de finalizar:

- Para el último problema resuelto, se sugiere hacer las gráficas de:

a) Posición en función del tiempo: **y(t)** (es una parábola ramas hacia abajo)
b) Velocidad en función del tiempo: **v(t)** (es una recata pendiente negativa)
c) Aceleración en función del tiempo: **a(t)** (es una recta de pendiente nula)

- Acompañe la interpretación de estos temas con un libro de Física Universitario.

- En el práctico se resolverán más problemas relacionados con estos temas.

- ¡No se desanime y siga adelante!

Hasta la próxima!!!

Ing. Juan Lancioni.

Nota: con respecto a los esquemas/imágenes, algunas fueron tomadas desde internet y otras elaboradas por el profesor.