FISICA I UTN-FRC

UNIDAD 6: DINÁMICA DE LOS SISTEMAS

CHOQUES – CLASIFICACIÓN – LEYES FÍSICAS ASOCIADAS – APLICACIONES

(SEGUNDA PARTE)

Choques en una dimensión:

A lo largo de toda esta sección utilizaremos la **Ley de Conservación de la Cantidad de Movimiento** descripta al final del material anterior, con la intención de analizar qué ocurre cuando colisionan dos partículas que se mueven a lo largo de un mismo eje, es decir, en una dimensión.

El término colisión se asocia a un evento en el que dos partículas se acercan una a la otra e interactúan mediante fuerzas. Se supone que las fuerzas de interacción son mucho más grandes que las fuerzas externas presentes en cada partícula, tal como el peso, la normal, la fricción, la motriz, etc., por lo tanto se puede utilizar el principio de la Conservación de la Cantidad de Movimiento.

Por otro lado, una colisión en el mundo macroscópico involucra generalmente el contacto físico entre las partículas. Si por el contrario ese choque uno lo imagina a escala atómica, como por ejemplo un protón con una partícula alfa (el núcleo de un átomo de Helio), al ser las dos positivas se repelen mutuamente por fuerza eléctrica (cargas de igual signo) entonces al acercarse nunca entran en contacto físico…

En contraste con la Conservación de la Cantidad de Movimiento, en un choque puede ocurrir o no, que se conserve la **Energía Cinética Total del Sistema**. De hecho, las colisiones se categorizan como **Elásticas** o como **Inelásticas**, depediendo de si la Energía Cinética Total del Sistema se conserva o no.

A partir de la idea vertida en el último párrrafo es que, a continuación lo invitamos a reflexionar sobre la clasificación de los choques.

Clasificación de los Choques:

C

H

O

Q

U

E

S

A) ELÁSTICO: *e*=1

Una colisión Elástica entre dos objetos es aquella en la que la Energía Cinética y la Cantidad de Movimiento del Sistema es la misma antes y después del choque, es decir, se conserva.

$$\boldsymbol{K_{sist.}(o) = K_{sist.}(f)}$$

$$\boldsymbol{\vec{P}_{sist}(o) = \vec{P}_{sist}(f)}$$

C) ELASTOPLÁSTICO: $\boldsymbol{0 < e < 1}$

Una colisión Elastoplástica entre dos objetos es aquella en la que se conserva solamente la Cantidad de Movimiento del Sistema.

$$\boldsymbol{\vec{P}_{sist}(o) = \vec{P}_{sist}(f)}$$

B) PLÁSTICO O INELÁSTICO: *e*=0

Una colisión Plástica entre dos objetos es aquella en la que solo se conserva la Cantidad de Movimiento del Sistema.

$$\boldsymbol{\vec{P}_{sist}(o) = \vec{P}_{sist}(f)}$$

La letra **"e"** representa en la Física Clásica al **"Coeficiente de Restitución"** y como se observa es adimensional y varía entre 1 y 0. De acuerdo a los valores que tome **"e"**, rápidamente se puede categorizar un choque, es decir, informar si el mismo es del tipo **A)**, **B)** o **C)**.

El coeficiente de restitución se calcula de la siguiente manera:

Velocidad relativa de alejamiento de las partículas

$$\boldsymbol{e = -\frac{v_{f1} - f_{f2}}{v_{01} - v_{02}}} \qquad \textbf{(17)}$$

Velocidad relativa de acercamiento de las partículas

Más adelante veremos cómo se obtiene esta fórmula.

Ejemplos de distintos tipos de colisiones:

A) Elásticas:

- Dos bolas de billar, es aproximadamente elástica.
- Dos carritos de laboratorio que tengan en sus superficies de contacto imanes que se repelen entre sí (iguales polos), es verdaderamente elástica.
- Entre partículas atómicas, es verdaderamente elástica.

B) Plásticas:

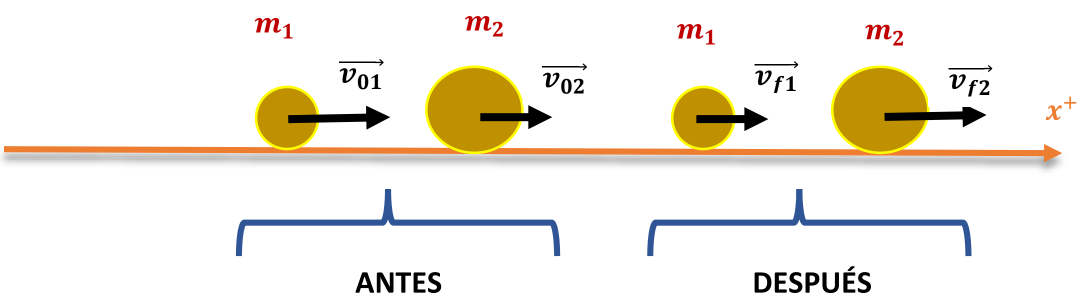
- Dos bolas de plastilina que luego del choque quedan completamente unidas entre sí, es verdaderamente plástica.
- Dos vagones de tren que se enganchan automáticamente después del impacto, es aproximadamente plástica.
- Dos carritos de laboratorio que tengan en sus superficies de contacto abrojos y quedan unidos después del choque, es aproximadamente plástica.
- Un péndulo balístico, es verdaderamente plástica.

C) Elastoplástica:

- Dos vehículos que colisionan y después del choque quedan separados y deformados en mayor o menor media, es verdaderamente elastoplástica.
- Dos objetos o partículas en iguales condiciones que el caso anterior.

Análisis de una Colisión Elástica – Coeficiente de Restitución: (CASO A)

Observemos el siguiente esquema que involucra a un par de partículas de masas $\boldsymbol{m_1}$ *y* $\boldsymbol{m_2}$ que se mueven hacia la derecha con velocidades iniciales $\overrightarrow{v_{01}}$ *y* $\overrightarrow{v_{02}}$ a favor de un eje de abscisa positivo. Si la rapidez v_{01} de la partícula **1** es mayor que la rapidez v_{02} de la partícula **2**, efectivamente se produce el choque y las masas quedan animadas con nuevas velocidades después del impacto denominadas: $\overrightarrow{v_{f1}}$ *y* $\overrightarrow{v_{f2}}$. Partiendo del supuesto de que se conocen las masas y las velocidades iniciales de las partículas, se propone calcular las velocidades finales de cada una de ellas. También es interesante corroborar para este caso, que el coeficiente de restitución es **e=1**.



Planteando escalarmente la conservación de la Cantidad de Movimiento del Sistema, se tiene:

$$\boldsymbol{P_{01} + P_{02} = P_{f1} + P_{f2} = cte.}$$

$$\boldsymbol{m_1 . v_{01} + m_2 . v_{02} = m_1 . v_{f1} + m_2 . v_{f2}}$$

agrupando los términos de masas $\boldsymbol{m_1}$ en el primer miembro y los de masas $\boldsymbol{m_2}$ en el segundo miembro, se obtiene:

$$\boldsymbol{m_1 . v_{01} - m_1 . v_{f1} = m_2 . v_{f2} - m_2 . v_{02}}$$

sacando factor común las masas en cada miembro, se llega a:

$$\boldsymbol{m_1 . (v_{01} - v_{f1}) = m_2 . (v_{f2} - v_{02})} \qquad \textbf{(18)}$$

Planteando la conservación de la Energía Cinética del Sistema, se tiene:

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \boldsymbol{m_1 \cdot v_{01}^2} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \boldsymbol{m_2 \cdot v_{02}^2} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \boldsymbol{m_1 \cdot v_{f1}^2} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \boldsymbol{m_2 \cdot v_{f2}^2}$$

si cancelamos los factores **½** y agrupamos los términos de masas $\boldsymbol{m_1}$ en el primer miembro y los de masas $\boldsymbol{m_2}$ en el segundo miembro, se obtiene:

$$\boldsymbol{m_1 \cdot v_{01}^2 - m_1 \cdot v_{f1}^2 = m_2 \cdot v_{f2}^2 - m_2 \cdot v_{02}^2}$$

sacando nuevamente factor común las masas en cada miembro:

$$\boldsymbol{m_1 \cdot (v_{01}^2 - v_{f1}^2) = m_2 \cdot (v_{f2}^2 - v_{02}^2)}$$

aplicando el caso de factoreo que corresponde a una diferencia de cuadrados, queda:

$$\boldsymbol{m_1 \cdot (v_{01} - v_{f1}) \cdot (v_{01} + v_{f1}) = m_2 \cdot (v_{f2} - v_{02}) \cdot (v_{f2} + v_{02})} \qquad \textbf{(19)}$$

luego, dividiendo miembro a miembro **(19)** con **(18)** y cancelando:

$$\frac{\cancel{\boldsymbol{m_1}} \cdot \cancel{\boldsymbol{(v_{01} - v_{f1})}} \cdot \boldsymbol{(v_{01} + v_{f1})}}{\cancel{\boldsymbol{m_1}} . \cancel{\boldsymbol{(v_{01} - v_{f1})}}} = \frac{\cancel{\boldsymbol{m_2}} \cdot \cancel{\boldsymbol{(v_{f2} - v_{02})}} \cdot \boldsymbol{(v_{f2} + v_{02})}}{\cancel{\boldsymbol{m_2}} . \cancel{\boldsymbol{(v_{f2} - v_{02})}}}$$

con lo cual:

$$\boldsymbol{v_{01} + v_{f1} = v_{f2} + v_{02}}$$

y agrupando los términos de velocidades inciales en el primer miembro y los de velocidades finales en el segundo miembro:

$$\boldsymbol{v_{01} - v_{02} = v_{f2} - v_{f1}}$$

que es lo mismo que escribir:

$$v_{01} - v_{02} = -(v_{f1} - v_{f2})$$

o sea:

$$1 \cdot (v_{01} - v_{02}) = -(v_{f1} - v_{f2})$$

y al operar matemáticamente, queda:

$$1 = -\frac{v_{f1} - v_{f2}}{v_{01} - v_{02}} = e$$

con lo cual, esta fracción expresada de esta manera es la fórmula **(17)** y como dijimos, se la conoce con el nombre de **"Coeficiente de Restitución"**. Para este caso da igual a **1** porque corresponde a un planteo de Choque Elástico. También se ratifica que es adimensional.

Luego, trabajando a las fórmulas **(18)** y **(19)** como un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas y despejando las velocidades finales de cada una de las partículas, se obtiene:

$$v_{f1} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) \cdot v_{01} + \left(\frac{2 \cdot m_2}{m_1 + m_2}\right) \cdot v_{02} \qquad \textbf{(20)}$$

$$v_{f2} = \left(\frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2}\right) \cdot v_{01} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) \cdot v_{02} \qquad \textbf{(21)}$$

y tanto **(20)** como **(21)** nos permiten calcular de una manera rápida y sencilla las velocidades finales de las partículas, teniendo como datos: m_1 , m_2 , v_{01} y v_{02}.

Entonces, para resolver problemas de choques elásticos unidimensionales viene muy bien utilizar estas dos últimas fórmulas. No obstante, si no las recuerda o no tiene acceso a ellas, puede utilizar la siguiente estrategia.

Plantear la Conservación de la Cantidad de Movimiento:

$$m_1 . v_{01} + m_2 . v_{02} = m_1 . v_{f1} + m_2 . v_{f2}$$

y la fórmula del Coeficiente de Restitución:

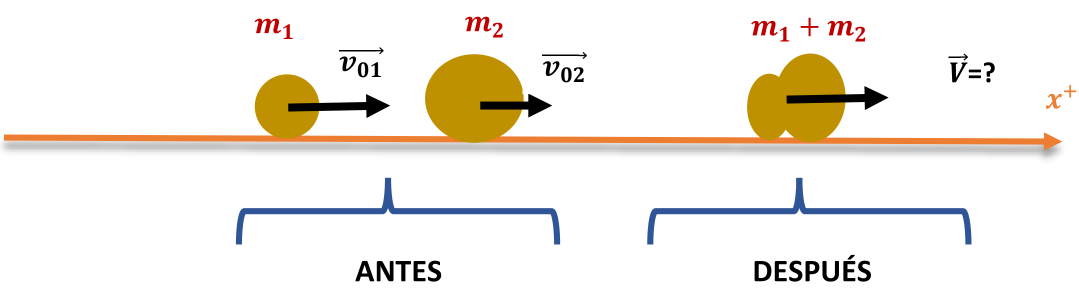
$$1 = -\frac{v_{f1} - v_{f2}}{v_{01} - v_{02}} = e$$

que tal vez son más sencillas de recordar… Luego resolviendo el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que se obtuvo, se puede calcular: v_{f1} y v_{f2}.

Más adelante resolveremos un ejemplo para ilustrar lo explicado en este último párrafo.

Análisis de una Colisión Plástica: (CASO B)

Observemos este otro esquema que involucra nuevamente a un par de partículas de masas $\boldsymbol{m_1}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{m_2}$ que se mueven hacia la derecha con velocidades iniciales $\overrightarrow{\boldsymbol{v_{01}}}$ $\boldsymbol{y}$ $\overrightarrow{\boldsymbol{v_{02}}}$ a favor de un eje de abscisa positivo. Si la rapidez $\boldsymbol{v_{01}}$ de la partícula **1** es mayor que la rapidez $\boldsymbol{v_{02}}$ de la partícula **2**, ocurre el choque. Como las masas viajan juntas después del impacto, las mismas quedan animadas con una única velocidad $\vec{\boldsymbol{V}}$ de conjunto, que es la que nos proponemos calcular a continuación. También será interesante investigar para este tipo de choque, si el coeficiente de restitución vale **e=0**.



Planteando escalarmente la conservación de la Cantidad de Movimiento del Sistema, queda:

$$\boldsymbol{P_{01} + P_{02} = P_{ftotal} = cte.}$$

$$\boldsymbol{m_1.v_{01} + m_2.v_{02} = (m_1 + m_2).V}$$

con lo cual despejando la velocidad **V**, se obtiene:

$$\boldsymbol{V = \frac{m_1.v_{01}+m_2.v_{02}}{(m_1+m_2)}} \qquad \textbf{(22)}$$

Al ser la velocidad después del choque de ambas partículas la misma, eso implica que entre ellas no existe una velocidad relativa de alejamiento. Por lo tanto el numerador de la fórmula del Coeficiente de Restitución es igual a cero:

Velocidad relativa de alejamiento de las partículas

$$\boldsymbol{e = -\frac{0}{v_{01}-v_{02}}}$$

Velocidad relativa de acercamiento de las partículas

lo que hace que:

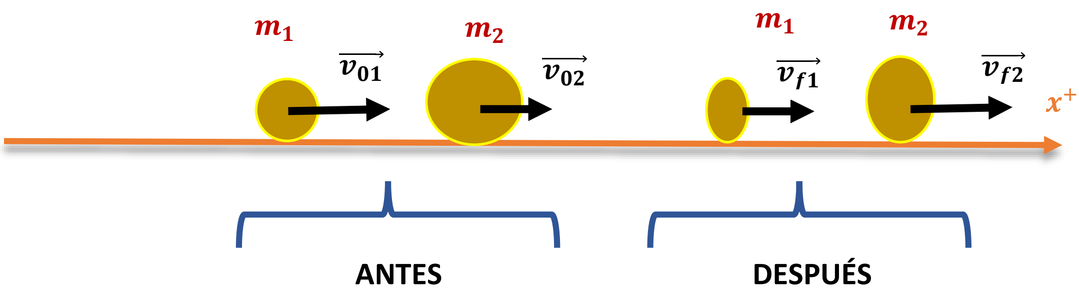
$$\boldsymbol{e = 0}$$

tal como se había anticipado para este tipo de choque!!!

En breve también haremos un ejemplo numérico para este caso.

Análisis de una Colisión Elastoplástica: (CASO C)

El esquema en este caso corresponde a un par de partículas de masas $\boldsymbol{m_1}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{m_2}$ que se mueven hacia la derecha con velocidades iniciales $\overrightarrow{\boldsymbol{v_{01}}}$ $\boldsymbol{y}$ $\overrightarrow{\boldsymbol{v_{02}}}$ a favor de un eje de abscisa positivo. Si la rapidez $\boldsymbol{v_{01}}$ de la partícula **1** es mayor que la rapidez $\boldsymbol{v_{02}}$ de la partícula **2**, ocurre el choque. Finalmente las masas viajan separadas después del choque con velocidades $\overrightarrow{\boldsymbol{v_{f1}}}$ $\boldsymbol{y}$ $\overrightarrow{\boldsymbol{v_{f2}}}$ quedando las dos deformadas después del impacto… En estos casos el Coeficiente de Restitución vale $\mathbf{0} < \boldsymbol{e} < \mathbf{1}$.



Para calcular las velocidades finales después del choque se puede plantear:

$$\boldsymbol{m_1 . v_{01} + m_2 . v_{02} = m_1 . v_{f1} + m_2 . v_{f2}}$$

y

$$(\quad) = -\frac{\boldsymbol{v_{f1} - v_{f2}}}{\boldsymbol{v_{01} - v_{02}}} = \boldsymbol{e}$$

En el primer miembro se debe colocar un valor comprendido entre 0 y 1; que seguramente es uno de los datos del problema

Resolviendo nuevamente un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, se calcula $\boldsymbol{v_{f1}}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{v_{f2}}$.

Pronto resolveremos un ejemplo de choque elastoplástico.

EJEMPLO 3: (CASO A)

Una partícula de masa $m_1 = 2\ (kg)$ choca frontalmente con otra partícula de masa $m_2 = 4\ (kg)$. La primera viaja a una velocidad inicial $v_{01} = 6\ (m/s)$, en tanto que la segunda los hace $v_{02} = 3\ (m/s)$. Calcule las velocidades finales $\boldsymbol{v_{f1}}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{v_{f2}}$ si nos aseguran que el choque es elástico.

Tomando un sistema de referencia "x" positivo hacia la derecha y planteando la conservación de la cantidad de movimiento, se tiene:

$$m_1.v_{01} + m_2.v_{02} = m_1.v_{f1} + m_2.v_{f2}$$

o sea:

$$2.6 + 4.3 = 2.v_{f1} + 4.v_{f2}$$

$$12 + 12 = 2.v_{f1} + 4.v_{f2}$$

$$24 = 2.(v_{f1} + 2.v_{f2})$$

$$\frac{24}{2} = v_{f1} + 2.v_{f2}$$

$$12 = v_{f1} + 2.v_{f2}$$

y despejando v_{f1}, se obtiene:

$v_{f1} = 12 - 2.v_{f2}$ **(P)**

Por la fórmula del Coeficiente de Restitución:

$$1 = -\frac{v_{f1} - v_{f2}}{v_{01} - v_{02}}$$

$$1 = -\frac{v_{f1} - v_{f2}}{6 - 3}$$

$$1 = -\frac{v_{f1} - v_{f2}}{3}$$

$$3 = -v_{f1} + v_{f2}$$

y despejando v_{f1}, se tiene:

$v_{f1} = v_{f2} - 3$ **(Q)**

(P) y **(Q)** constituyen un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Resolviendo por Igualación:

$$12 - 2.v_{f2} = v_{f2} - 3$$

$$12 + 3 = v_{f2} + 2.v_{f2}$$

$$15 = 3.v_{f2}$$

$$v_{f2} = \frac{15}{3} = 5\ (m/s)$$

$$v_{f2} = 5\ (m/s)$$

luego con **(Q)** se calcula v_{f1}:

$$v_{f1} = v_{f2} - 3$$

$$v_{f1} = 5 - 3$$

$$v_{f1} = 2\ (m/s)$$

y el problema queda resuelto!!!

También se pueden aplicar las fórmulas **(20)** y **(21)**:

$$v_{f1} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) \cdot v_{01} + \left(\frac{2 \cdot m_2}{m_1 + m_2}\right) \cdot v_{02} = \left(\frac{2-4}{2+4}\right) \cdot 6 + \left(\frac{2 \cdot 4}{2+4}\right) \cdot 3$$

$$v_{f1} = -\frac{2}{6} \cdot 6 + \frac{8}{6} \cdot 3 = -2 + 4 = 2\ (m/s)$$

$$v_{f2} = \left(\frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2}\right) \cdot v_{01} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) \cdot v_{02} = \left(\frac{2 \cdot 2}{2+4}\right) \cdot 6 + \left(\frac{4-2}{2+4}\right) \cdot 3$$

$$v_{f2} = \frac{4}{6} \cdot 6 + \frac{2}{6} \cdot 3 = 4 + 1 = 5\ (m/s)$$

y los resultados son exactamente los mismos que los calculados anteriormente!!!

EJEMPLO 4: (CASO B)

Una camioneta de masa $m_1 = 1800\ (kg)$ no puede detenerse en un semáforo e impacta contra un automóvil detenido de masa $m_2 = 900\ (kg)$ y $v_{02} = 0\ (m/s)$. Si la camioneta venía con una velocidad $v_{01} = 5\ (m/s)$, calcule la velocidad **"V"** de los dos vehículos unidos después del choque, suponiendo que la colisión es plástica.

Tomando un sistema de referencia "x" positivo hacia la derecha y planteando la conservación de la cantidad de movimiento, se tiene:

$$m_1 . v_{01} + m_2 . v_{02} = (m_1 + m_2) . V$$

con lo cual despejando la velocidad **V**, se obtiene:

$$V = \frac{m_1 . v_{01} + m_2 . v_{02}}{(m_1 + m_2)} = \frac{1800 \cdot 5 + 900 \cdot 0}{1800 + 900} = \frac{9000 + 0}{2700} = 3,3\ (m/s)$$

Entonces los dos móviles viajan juntos después del choque con una rapidez hacia la derecha: $V = 3,3\ (m/s)$.

EJEMPLO 5: **(CASO C)**

Tomar los datos del **EJEMPLO 3** pero considerar que el coeficiente de restitución es **e=0,5** porque es un choque elastoplástico, es decir 50% elástico y 50% plástico.

Datos:
$m_1 = 2\ (kg)$
$m_2 = 4\ (kg)$
$v_{01} = 6\ (m/s)$
$v_{02} = 3\ (m/s)$
$e = 0{,}5$

Incógnitas:
$v_{f1}\ y\ v_{f2}$

Tomando un sistema de referencia "x" positivo hacia la derecha y planteando la conservación de la cantidad de movimiento, se tiene:

$$\boldsymbol{m_1 . v_{01} + m_2 . v_{02} = m_1 . v_{f1} + m_2 . v_{f2}}$$

o sea:

$$\mathbf{2.6 + 4.3 = 2.}\boldsymbol{v_{f1}} \mathbf{+ 4.}\boldsymbol{v_{f2}}$$

y se operando se llega a la ecuación:

$$\boldsymbol{v_{f1} = 12 - 2.v_{f2}} \qquad \textbf{(P)}$$

Por la fórmula del Coeficiente de Restitución:

$$\mathbf{0,5} = -\frac{\boldsymbol{v_{f1} - v_{f2}}}{\boldsymbol{v_{01} - v_{02}}}$$

$$\mathbf{0,5} = -\frac{\boldsymbol{v_{f1} - v_{f2}}}{\mathbf{6 - 3}}$$

$$\mathbf{0,5} = -\frac{\boldsymbol{v_{f1} - v_{f2}}}{\mathbf{3}}$$

$$\mathbf{1,5} = \boldsymbol{-v_{f1} + v_{f2}}$$

y despejando v_{f1}, se tiene:

$$\boldsymbol{v_{f1} = v_{f2} - 1,5} \qquad \textbf{(R)}$$

Igualando **(P)** con **(R)** se tiene:

$$12 - 2.v_{f2} = v_{f2} - 1,5$$

$$12 + 1,5 = v_{f2} + 2.v_{f2}$$

$$13,5 = 3.v_{f2}$$

$$v_{f2} = \frac{13,5}{3} = 4,5\ (m/s)$$

$$v_{f2} = 4,5\ (m/s)$$

luego con **(R)** se calcula v_{f1}:

$$v_{f1} = v_{f2} - 3$$

$$v_{f1} = 4,5 - 1,5$$

$$v_{f1} = 3\ (m/s)$$

y listo!!!

Es todo por ahora.

En la próxima clase veremos el concepto de **Centro de Masa** y finalizaremos con la **Unidad 6**.

A seguir estudiando!

Ing. Juan Lancioni.