FISICA I UTN-FRC

UNIDAD 03: CINEMÁTICA DEL PUNTO

INTRODUCCIÓN – DEFINICIÓN DE VELOCIDAD Y M.R.U. – DEFINICIÓN DE ACELERACIÓN Y M.R.U.V. – APLICACIONES

(PRIMERA PARTE)

Definición de Cinemática – Introducción

Es la parte de la Física que estudia el movimiento de los cuerpos sin interesar la causa por la cual se produce dicho movimiento.

A partir de la experiencia cotidiana, el movimiento de un objeto o partícula está representado por un cambio de su posición en el tiempo.

En la Física Clásica - que es la que nosotros estamos estudiando - ese movimiento puede ser de tres formas diferentes, a saber:

a) Traslación.
b) Rotación.
c) Periódico.

Si tratamos de ejemplificar lo descrito anteriormente diríamos que:

- un movimiento del tipo a) es el de un vehículo a lo largo de un camino.
- un movimiento del tipo b) es el de una rueda girando sobre su eje.
- un movimiento del tipo c) es el de un péndulo simple en su viaje de ida y vuelta.

De ahora en adelante nosotros abordaremos el del tipo a), es decir el **Movimiento de Traslación** de un objeto o partícula **en una Recta**. Este movimiento se lo conoce también con el nombre de **Movimiento Rectilíneo**.

Luego, movimientos rectilíneos hay **dos muy importantes** y seguramente usted los recuerda porque los estudió en el Secundario o los repasó en el Cursillo de Ingreso. Ellos son:

1) **El Movimiento Rectilíneo Uniforme**: con velocidad constante **(M.R.U.)**
2) **El Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado**: con aceleración constante distinta de cero **(M.R.U.V.)**

Entonces más adelante haremos una síntesis o un resumen teórico de cada uno de ellos y algunos ejemplos de aplicación.

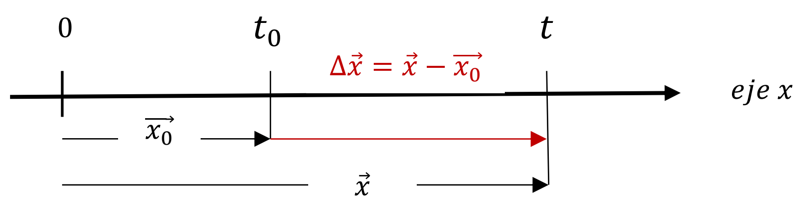
Definición de velocidad y M.R.U.

La velocidad es la **rapidez** con la que una partícula cambia su **posición** en el **tiempo**.

A continuación se visualizan tres conceptos: el de velocidad media, velocidad instantánea y rapidez media o rapidez promedio. En todos los casos se proponen fórmulas de cálculo que las utilizaremos más adelante, tanto para el desarrollo del marco teórico como para resolver problemas. Entonces:

La velocidad media, es el cociente entre el vector desplazamiento y el tiempo empleado. Es una magnitud vectorial.

$$\overrightarrow{v_m} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}-\overrightarrow{x_0}}{t-t_0}\left(\frac{m}{s}\right) \quad \textbf{(A)}$$



La velocidad instantánea es el límite, para cuando el intervalo de tiempo tiende a cero $\Delta t \to 0$, en la definición de la velocidad media. Es una magnitud vectorial.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\vec{x}-\overrightarrow{x_0}}{t-t_0} = \frac{d\vec{x}}{dt}\,(m/s)$$

donde : $\frac{d\vec{x}}{dt}$ es la derivada del vector posición respecto del tiempo.

Aunque la velocidad es un vector (como lo veremos más en detalle en el movimiento en dos dimensiones) pues apunta hacia algún lado que no es precisamente uno de los ejes de un plano cartesiano, en los movimientos en una sola dimensión podemos considerar a "la velocidad como un escalar", pues queda determinado su valor por un número positivo o negativo y su unidad. Habitualmente a este último concepto se lo conoce como rapidez (y no velocidad…).

La rapidez media o **rapidez promedio** es el cociente entre la distancia recorrida (la extensión total del recorrido realizado por la partícula) y el tiempo empleado. Es una magnitud escalar.

El Movimiento Rectilíneo Uniforme M.R.U.

Es el movimiento en una recta cuya velocidad instantánea es siempre constante. Entonces, retomando **(A)** y haciendo $t_0 = 0$, nos queda:

$v = \frac{x-x_0}{t}$, cuando se expresa de manera escalar.

y espejando la posición “x”, se obtiene:

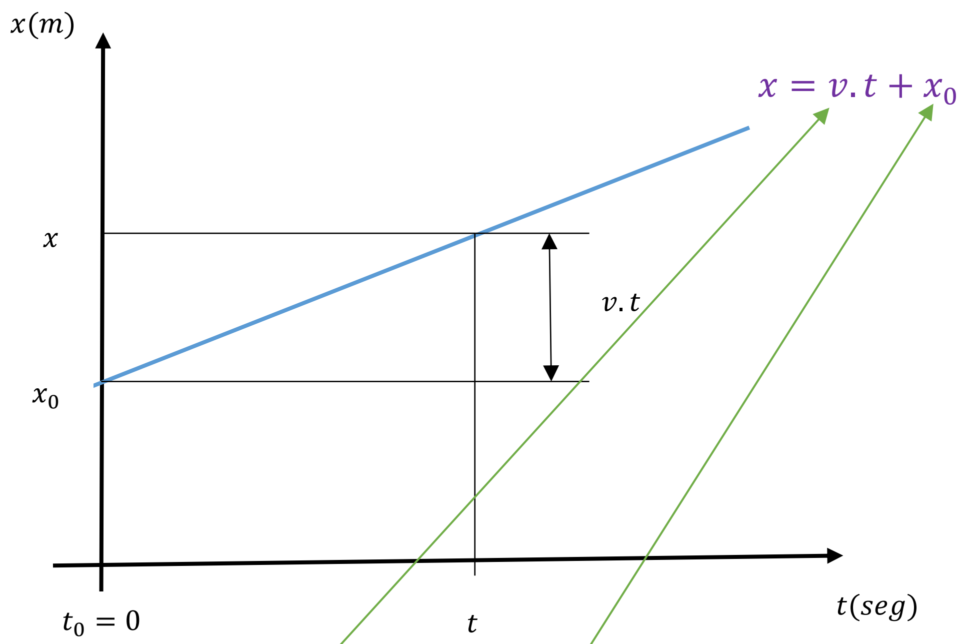
$v.t = x - x_0$ lo que finalmente:

$x = x_0 + v.t \ \ (2')$

que es la ecuación de **una recta** que corta al eje de ordenadas en "x_0" (ordenada al origen). Al tiempo “t” lo consideramos la variable independiente y a la posición “x” la variable dependiente.

Si observamos la gráfica que sigue, que como dijimos es una recta, tiene por pendiente a la velocidad instantánea ($v = constante$) y es positiva. Esto hace que la recta se desarrolle entre **los cuadrantes I y III**.

GRAFICO 1



Recuerde que una recta definida de manera explícita se escribe como:

$y = a.x + b$ donde: $a = pendiente \ \ y \ \ b = ordenada\ al\ origen$

En este párrafo, y a los efectos de resolver problemas hay dos cuestiones para resaltar:

la fórmula característica de este movimiento es:
y la gráfica de posición en función del tiempo, x(t) es:

$$\boxed{x = x_o + v.t \quad (2')}$$
siempre una recta

Veamos los siguientes ejemplos de M.R.U.:

EJEMPLO 1:

Una cinta trasportadora de un aeropuerto viaja a rapidez constante v= 0,8 (m/s) y tiene un largo de x=80 (m). Se pregunta: ¿cuánto tiempo permanece sobre ella una persona desde que se sube hasta que se baja de la misma?

Retomando la fórmula **(2´)**, y adaptándola con $x_o = 0\ (m)$, nos queda: $x = v.t$

entonces, despejando el tiempo se obtiene:

$t = \frac{x}{v}$, y calculando nos queda: $t = \frac{80}{0,8}$=100 (seg)= 1,66 (min)

EJEMPLO 2:

Si una escalera mecánica que se utiliza para salvar un desnivel en un edificio es de x= 30 (m) de desarrollo y una persona que se sube a ella tarda 0,3 (min) en realizar el viaje, calcule: ¿cuál es la velocidad supuesta constante a la que se mueve la escalera y por lo tanto la persona sobre ella?

Nuevamente, retomando la fórmula **(2´)**, y adaptándola con $x_o = 0\ (m)$ nos queda:

$x = v.t$

y despejando ahora la velocidad, se obtiene:

$$v = \frac{x}{t}$$

con lo cual, calculando se tiene:

$$v = \frac{30}{18} = 1,66\ (m/s)$$

es decir, aproximadamente unos 6 (km/hr).

Debe observar que al tiempo lo hemos pasado de (min) a (seg) para poder calcular la velocidad. Esa cuenta se hizo a través de una regla de tres simple:

1 min----------------------60 (seg)
0,3 (min)--------------x= 18 (seg)

También para pasar la rapidez de (m/s) a (km/hr), hacemos:

$v = 1,66.\frac{\frac{1}{1000}(km)}{\frac{1}{3600}(hr)} = 5,97\ \left(\frac{km}{hr}\right)\ casi\ 6\left(\frac{km}{hr}\right)$, se entiende?

Todo estas cuentas y modos de cálculo nos hace recordar a la Física que transitamos en el Nivel Medio de Educación… ¿verdad? Igual trabajaremos sobre estas cuestiones en la parte práctica, cuando resolvamos problemas de esta naturaleza.

Definición de aceleración y M.R.U.V.

La aceleración es la **rapidez** con que una partícula cambia su **velocidad** en el **tiempo**.

A continuación se visualizan dos conceptos: el de aceleración media y el de aceleración instantánea. En cualquiera de los casos nuevamente se proponen fórmulas de cálculo que las utilizaremos más adelante, tanto para el desarrollo del marco teórico como para resolver problemas. Entonces:

La aceleración media, es el cociente entre la variación de velocidad: $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \overrightarrow{v_0}$ y el tiempo empleado: $\Delta t = t - t_0$. Es una magnitud vectorial.

$$\overrightarrow{a_m} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}-\overrightarrow{v_0}}{t-t_0}\left({}^{m}/_{s^2}\right) \quad \textbf{(B)}$$

La aceleración instantánea, es el límite para cuando el intervalo de tiempo tiende a cero $\Delta t \to 0$, en la definición de aceleración media. Es una magnitud vectorial.

$$\vec{a} = lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{v}-\overrightarrow{v_0}}{t-t_0} = \frac{d\vec{v}}{dt}\left({}^{m}/_{s^2}\right)$$

donde : $\frac{d\vec{v}}{dt}$ es la derivada del vector velocidad respecto del tiempo.

Aunque la aceleración es un vector que se representa por una flecha en el espacio, en los movimientos en una sola dimensión podemos considerar a la aceleración como un escalar teniendo en cuenta la siguiente precaución:

- si es (+), es decir que apunta a favor del eje "x positivo", entonces se dice que la partícula está acelerada;

- si es (-), es decir que apunta en contra del eje "x positivo" o a favor del eje "x negativo", entonces se dice que la partícula está desacelerada.

¿de acuerdo?

A estas dos últimas apreciaciones usted las utilizará frecuentemente con su Profesor de Práctico para la resolución de problemas.

Finalmente si a estos conceptos los aplicamos al Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (aceleración=constante), es decir al M.R.U.V., nos encontramos con el siguiente desarrollo matemático/geométrico, que nos ayudará a obtener las fórmulas fundamentales de este movimiento:

El Movimiento Rectilíneo Uniforme M.R.U.V.

Es el movimiento rectilíneo en donde el móvil o partícula tiene una aceleración instantánea siempre constante (distinta de cero), entonces la retomando **(B)** y haciendo $t_0 = 0$, nos queda:

$a = \frac{v - v_0}{t}$, cuando se expresa de manera escalar.

o también, despejando la velocidad se obtiene:

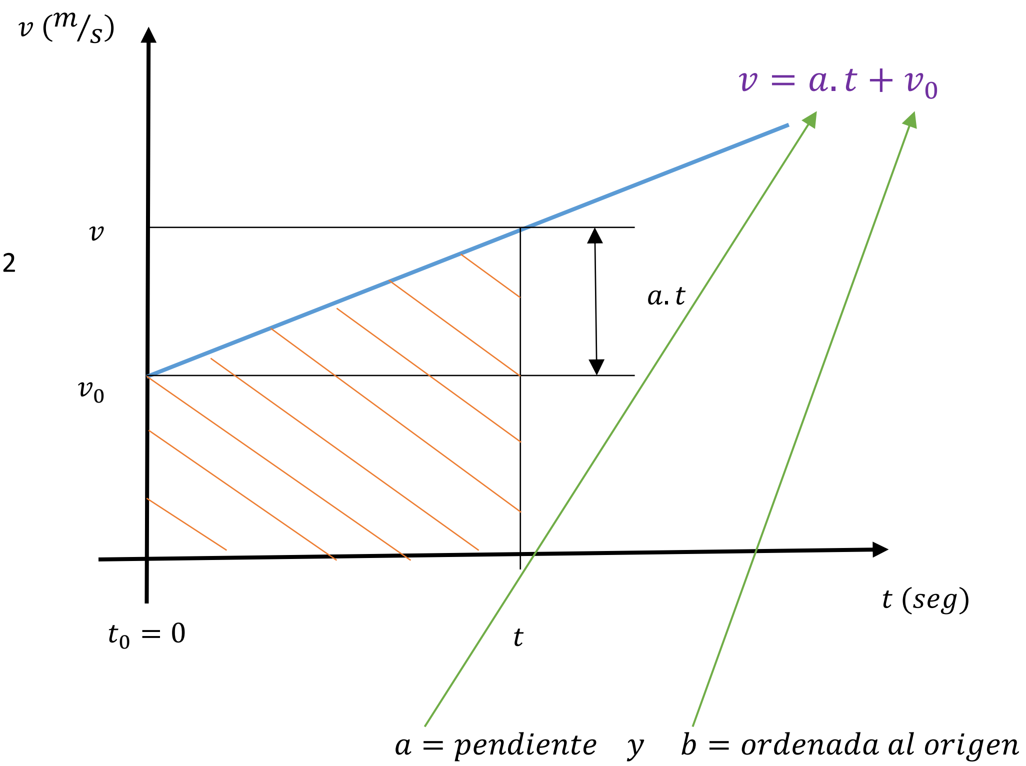
$a.t = v - v_0$ y finalmente,

$v = v_0 + a.t$ (1)

que es la ecuación de una recta que corta al eje de ordenadas en "v_0" (ordenada al origen), en donde al "t" lo consideramos la variable independiente y a "v" la variable dependiente.

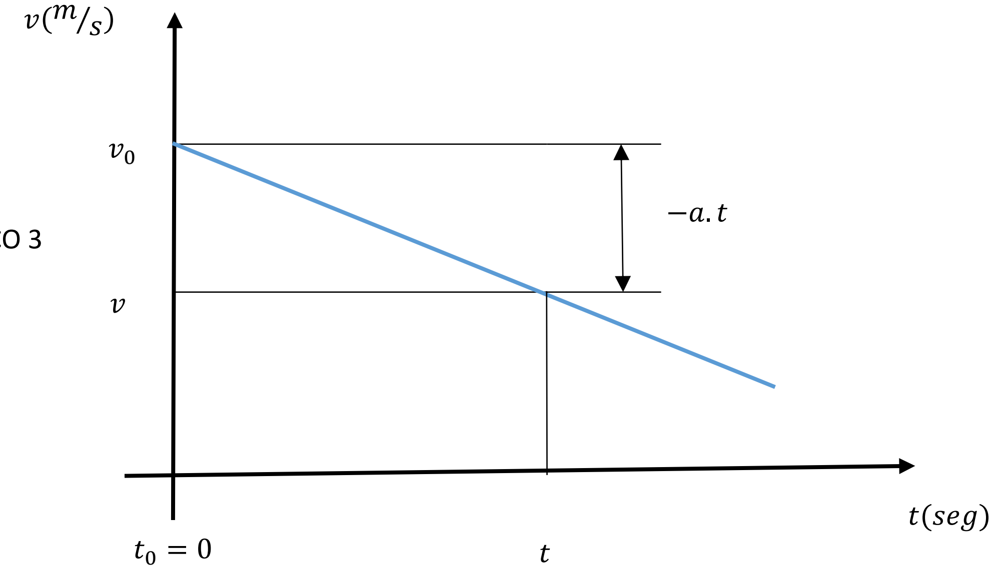
Si observamos la gráfica que sigue, que como adelantamos es una recta, vemos que tiene por pendiente a la aceleración instantánea ($a = constante$). Entonces, si el movimiento es acelerado esto hace que la recta se desarrolle entre los **cuadrantes I y III** porque la **aceleración es positiva**. Veamos:

GRAFICO 2



En cambio si el movimiento es desacelerado, la recta es de pendiente negativa porque la **aceleración es negativa**. Esto hace que la recta se desarrolle entre los **cuadrantes II y IV**.

GRAFICO 3



En el GRAFICO 2, el área sombreada debajo de la recta en el intervalo de tiempo $\Delta t = t - t_0$ representa el desplazamiento de la partícula $\Delta x = x - x_0$ y se puede calcular como: la de un rectángulo de base b=t y altura h=v_0, más la de un triángulo de base b´=t y altura h´=$a.t$.

Recordando que el área de un rectángulo es A=b.h y la del triángulo es A´=b´.h´/2, obtenemos:

$x - x_0 =$ b.h+ b´.h´/2

$x - x_0 = t.v_0 + \frac{1}{2} \cdot t.a.t$

en donde ordenando, queda:

$$x = x_o + v_o.t + \frac{1}{2}.a.t^2 \quad (2)$$

que representa la ecuación de una parábola como la que usted estudió en el Secundario y seguramente repasó en Matemática del Cursillo de Ingreso. La misma se puede representar en un plano cartesiano con ordenada “x” expresada en metros y abscisa “t” en segundos.

Esta parábola: $x = \frac{1}{2}.a.t^2 + v_0.t + x_0$ tendrá por ordenada al origen a x_0 y será de ramas arriba si el móvil se acelera ($a = +$) y, de ramas abajo si la partícula se desacelera ($a = -$).

Recuerde que una parábola adopta la forma: $y = a.x^2 + b.x + c$

Luego, si despejamos de la fórmula **(1)** el tiempo: $t = \frac{v - v_0}{a}$, y lo reemplazamos en la fórmula **(2)**, obtenemos una nueva expresión matemática de la velocidad independiente del tiempo, a saber:

$$v^2 = v_o^2 + 2.a.(x - x_o) \quad (3)$$

y puede usted mismo hacer el procedimiento matemático para demostrarlo. Inténtelo!

Esta fórmula **(3)** es muy interesante utilizarla cuando en los datos de un problema no se informa el tiempo… ya veremos un ejemplo más adelante.

Lo que finalmente para un M.R.U.V. con $a = cte.$ y a los efectos de resolver problemas, hay varias cuestiones para resaltar:

Las fórmulas características de este movimiento son tres:

$$v = v_o + a.t \quad (1)$$
$$x = x_o + v_o.t + \tfrac{1}{2}.a.t^2 \quad (2)$$
$$v^2 = v_o^2 + 2.a.(x - x_o) \quad (3)$$

y las gráficas también son tres:

- de velocidad en función del tiempo, v(t): es una recta de pendiente positiva si la partícula acelera GRAFICO (2); y es una recta de pendiente negativa si la partícula desacelera GRAFICO (3). En el párrafo anterior, precisamente, se visualizan estas gráficas para el caso de una partícula acelerada y desacelerada, respectivamente. En cualquiera de los casos siempre hemos utilizado la fórmula (1).

- de posición en función del tiempo, x(t): es una parábola de ramas hacia arriba si la partícula acelera; y una parábola de ramas hacia abajo si la partícula desacelera.
¿Se anima usted a graficar ambas parábolas?... En cualquiera de los casos esta parábola está representando a la fórmula (2).

- aceleración en función del tiempo, a(t): es una recta de pendiente nula es decir, paralela al eje del tiempo que se dibuja por arriba del eje tiempo si la partícula está acelerada y, por debajo de él si la partícula está desacelerada. ¿Podrías graficar ambas rectas?... Es muy sencillo. Adelante!

Bueno, si alguna de estas gráfica no te salen… las podrá consultar en cualquier texto de Física!

Veamos ahora el siguiente ejemplo de M.R.U.V.:

EJEMPLO 3:

Un avión de una aerolínea comercial aterriza y toca la pista a una rapidez $v_o = 360\ (km/hr) = 100\ (m/s)$ y desacelera a razón de $a = -5\ (m/s^2)$ supuesta constante, hasta detenerse (v=0). Calcule:

- **a) La distancia total recorrida desde que toca la pista hasta que se detiene.**
- **b) El tiempo de carreteo.**
- **c) ¿Puede ese avión aterrizar de emergencia en una pista de una isla de largo d=800 (m)?**

a) Si retomamos **(3)**:

$$v^2 = v_o^2 + 2.a.(x - x_o)$$

y **la adaptamos**, consideramos que: cuando se detiene la máquina, la velocidad final es cero (v=0) y además, si toca pista justo en el origen $x_o = 0\ (m)$ de un eje de abscisa positivo hacia la derecha,

$$0^2 = v_o^2 + 2.a.(x - 0)$$

con lo cual:

$$0 = v_o^2 + 2.a.x$$

y despejando "x", se obtiene:

$$x = \frac{-v_o^2}{2.a}$$

Lo que, calculando: $x = \frac{-100^2}{2.(-5)} = 1000\ (m)$ es la distancia total recorrida!

b) Si retomamos **(1)**:

$$v = v_o + a.t$$

y **la adaptamos**, consideramos que: cuando se detiene la máquina, nuevamente la velocidad final se considera como cero (v=0),

$$0 = v_o + a.t$$

con lo cual, despejando tiempo "t":

$$t = \frac{-v_0}{a}$$

y calculando: $t = \frac{-100}{-5} = 20\ (seg)$ es el tiempo de carreteo!

c) Luego el avión no puede aterrizar en esa isla porque necesita por los menos 1000 (m) de longitud de pista para operar sin dificultad y el largo disponible es de apenas 800 (m)…

Finalmente con su Profesor de Práctico resolverá problemas de estas características.

Le deseo éxitos en ese trabajo!

Y hasta la próxima!!!

Ing. Juan Lancioni.