Soluciones a los ejercicios propuestos de formas normales

Ejercicio 24:
A las cuatro gramáticas obtenidas de los ejercicios de gramática limpia, llevarlas a gramáticas bien formadas, expresarlas en F.N.C. y derivar dos palabras con la gramática antes y después de haber aplicado la F.N.C.
Recordemos que en la FNC las producciones tienen la siguiente formaA:= BC A:=a S:= λ con S, A , B , C $\in \Sigma_N$, S es Axioma y a $\in \Sigma_T$

Ejercicio 13
G_{13L}= ({ 0, 1 }, { S, A, B }, S, P_{13L})
P_{13L}={S:=0A|1 , A :=1B0|01 , B:=1A|A0|1B}
S->0A->001
S->0A->01B0->01A00->010100

G_{13FNC}= ({ 0, 1 }, { S, A, B,X, Y,Z }, S, P_{13FNC})
P_{13FNC}={S:=XA|1 , A :=ZX|XY , Z:= YB, B:=YA|AX|YB, X:=0 , Y:= 1}
S->XA->0A->0XY->00Y->001
S->XA->0A->0ZX->0YBX->01BX->01AXX->01XYXX->010YXX->0101XX->01010X->010100

Ejercicio 14
G_{14L}= ({ a, b }, { S, A, B, C, D }, S, P_{14L})
P_{14L} = {S:=aBb | λ, A:= bB | Ca, B:= bA | b | a , C:= a | bB | aD, D:= a }
S->aBb->abAb->abbBb->abbab
S->aBb->abb

G_{14FNC}= ({ a, b }, { S, A, B, C, D, X,Y, Z }, S, P_{14FNC})
P_{14FNC} = {S:= XZ | λ, X:=a, Y:=b, Z:=BY, A:= YB | CX, B:= YA | b | a , C:= a | YB | XD, D:= a }
S->XZ->aZ->aBY->aYAY->abAY->abYBY->abbBY->abbaY->abbab
S->XZ->aZ->aBY->abY->abb

Ejercicio 15
G_{15L}= ({ 0, 1 }, { Q, R, S, T }, Q, P_{15L})
P_{15L} = { Q:= 1R0 | λ, R:= 0S1 | 0T | 1, T:= 0R | RT1, S:= 0 }
Q->1R0->10T0->100R0->10010
Q->1R0->10T0->10RT10->101T10->1010R10->1010110

G_{15FNC}= ({ 0, 1 }, { Q, R, S, T, X, Y, Z,W, V}, Q, P_{15FNC})
P_{15FNC} = { Q:= XZ | λ, X:=1, Y:=0, Z:=RY, W:=SX, V:=TX, R:= YW | YT | 1, T:= YR | RV, S:= 0 }
Q->XZ->1Z->1RY->1YWY->10WY->10SXY->100XY->1001Y->10010
Q->XZ->1Z->1RY->1YTY->10TY->10RVY->101VY->101TXY->101YRXY->1010RXY->10101XY->101011Y-> 1010110

Expresar las siguientes gramáticas en Forma Normal de Greibach:
Recordemos que las gramáticas deben estar limpias, bien formadas y sin recursividad por izquierda y bajo la FNG las producciones tienen la formaA:= aη S:=λ con A,S $\in\Sigma_N$, ,a $\in\Sigma_T$ yη$\in\Sigma_N^*$

<u>Ejercicio 26</u>:

G_2 = ({0, 1},{S, A, B, C, D}, S, P_2)
P_2 = {S:= DA | 1, A:= B0 | 1, B:= B1 | 0, C:= 0, D:= C0 | 01}
La gramática está limpia y bien formada pero con recursividad por izquierda: B:=B1
Se levanta la recursividad por izquierdaB:= 0 | 0X , X:= 1 | 1X
la gramática queda entonces: G_2 = ({0, 1},{S, A, B, C, D, X}, S, P'_2)
P'_2 = {S:= DA | 1, A:= B0 | 1, B:= 0 | 0X, X:= 1 | 1X, C:= 0, D:= C0 | 01}
Pasos:
1° Paso: Asignar un orden cualquiera a los símbolos No Terminales de la gramática: S, A, B, C, D, X
2° Paso: Separar las producciones del conjunto P en tres grupos:

Grupo 1: todas las producciones que comienzan con un símbolo Terminal A:= aα siendo αε $(\Sigma_T \cup \Sigma_N)^*$ y si existe S:=λ .
S:= 1 , A:= 1 , B:= 0 | 0X , X:= 1 | 1X, C:= 0 , D:= 01

Grupo 2: producciones A_i := $A_j\alpha$ con αε $(\Sigma_T \cup \Sigma_N)^+$ y con el símbolo A_i anterior A_j en el ordenamiento dado (i < j).
S:= DA , A:=B0

Grupo 3: producciones A_i := $A_j\alpha$ con αε $(\Sigma_T \cup \Sigma_N)^+$ y con el símbolo A_i posterior A_j en el ordenamiento dado (i > j).
D:=C0
El caso i = j no puede producirse porque se ha eliminado la recursión por izquierda anteriormente.

3° Paso: Para cada producción del **grupo 3** A_i := $A_j\alpha$ reemplazar por todos los lados derechos de las producciones de A_j .
Al terminar este proceso todas las producciones pertenecerán al grupo 1 ó 2.
4° Paso: Repetir el proceso anterior para las producciones del **Grupo 2.**
Al terminar este proceso todas las producciones pertenecerán al grupo 1.
5° Paso: Para cada símbolo Terminal que esté en el lado derecho de las producciones resultantes, pero no al inicio, crearun nuevo No Terminal, una nueva producción para él y reemplazar todas las producciones que contengan estos símbolos
Terminales por nuevas producciones reemplazando ese símbolo Terminal.

Para cada producción del **grupo 3**
D:=C0 no está en FNG se reemplaza “C” por su parte derecha y se aplica Y:=0
D:= 0Y

Para cada producción del **grupo 2**
S:=DA no está en FNG por lo tanto se reemplaza a “D” por sus partes derechas:
S:= C0A se reemplaza a “C” por su parte derecha S:= 00A y se agrega Y:= 0 quedando

S:= 0YA
S:= 01A se agrega Z:=1quedando
S:= 0ZA
A:=B0 no está en FNG se reemplaza "B" por sus partes derechas y se aplica Y:=0 quedando
A:= 0Y
A:= 0XY

S:= 1 está en FNG
A:=1 está en FNG
B:=0 está en FNG
B:= 0X está en FNG
X:= 1 está en FNG
X:= 1X está en FNG
C:=0 está en FNG
D:=01 no está en FNG se aplica Z:=1
D:= 0Z

La gramática en FNG queda
G_2 = ({0, 1},{S, A, B, C, D, X, Y, Z }, S, P'_2)
P'_2 = {S:=0YA |0ZA | 1, Y:= 0, Z:= 1, A:= 0Y | 0XY | 1, B:= 0 | 0X, X:= 1 | 1X, C:= 0, D:= 0Y | 0Z}

Ejercicio 27:

G_3 = ({a, b, c}, {S, A, B, C, D, E, F}, S, P_3)
P_3 = {S:=Aa | bB | bC , A:= Da | D , B:= Ba | b | a | B , C:= a | Db |bE , D:= a, E:= bF, F:= aF }
La gramática no está limpia
Reglas innecesarias: B:=B
Símbolos inaccesibles terminales: c
Símbolos inaccesibles No terminales: No hay
Símbolos superfluos: E,F
Gramática Limpia
G_3 = ({a, b}, {S, A, B, C, D }, S, P'_3)
P'_3 = {S:=Aa | bB | bC , A:= Da | D , B:= Ba | b | a , C:= a | Db , D:= a }

Esta gramática no está bien formada se elimina regla de redenominación A:=D
A:=Da | a

Gramática bien formadaG_3 = ({a, b}, {S, A, B, C, D }, S, P''_3)
P'_3 = {S:=Aa | bB | bC , A:= Da | a , B:= Ba | b | a , C:= a | Db , D:= a }
Esta gramática presenta recursividad por izquierdaB:=Ba
Se levanta la recursividad por izquierdaB:= b | a |bX| aX , X:= a | aX
La gramática queda entonces: G_3 = ({a, b, c}, {S, A, B, C, D, X }, S, P''_3)
P''_3 = {S:=Aa | bB | bC , A:= Da | a , B:= b | a |bX | aX, X:= a | aX ,
C:= a | Db , D:= a }

Pasos:
1° Paso: Asignar un orden cualquiera a los símbolos No Terminales de la gramática: S, A, B, C, D, X
2° Paso: Separar las producciones del conjunto P en tres grupos:

Grupo 1: todas las producciones que comienzan con un símbolo Terminal A:= aα siendo $\alpha\varepsilon$ $(\Sigma_T \cup \Sigma_N)^*$ y si existe S:=λ .
S:=bB | bC , A:= a , B:= b |a | bX| aX , X:= a | aX, C:= a , D:= a

Grupo 2: producciones A_i := $A_j\alpha$ con $\alpha\varepsilon$ $(\Sigma_T \cup \Sigma_N)^+$ y con el símbolo A_i anterior A_j en el ordenamiento dado (i < j).
S:=Aa , A:=Da , C:= Db

Grupo 3: producciones A_i := $A_j\alpha$ con $\alpha\varepsilon$ $(\Sigma_T \cup \Sigma_N)^+$ y con el símbolo A_i posterior A_j en el ordenamiento dado (i > j).
El caso i = j no puede producirse porque se ha eliminado la recursión por izquierda anteriormente.

3° Paso: Para cada producción del **grupo 3** A_i := $A_j\alpha$ reemplazar por todos los lados derechos de las producciones de A_j .
Al terminar este proceso todas las producciones pertenecerán al grupo 1 ó 2.
4° Paso: Repetir el proceso anterior para las producciones del **Grupo 2.**
Al terminar este proceso todas las producciones pertenecerán al grupo 1.
5° Paso: Para cada símbolo terminal que esté en el lado derecho de las producciones resultantes, pero no al inicio, crearun nuevo No terminal, una nueva producción para ély reemplazar todas las producciones que contengan estos símbolos terminales por nuevas producciones reemplazando ese símbolo terminal.

Para cada producción del **grupo 3**
No hay
Para cada producción del **grupo 2**
S:=Aa no está en FNG entonces se reemplaza a “A” por sus partes derechas:
S:=Daa aún no está en FNG se reemplaza a “D” por su parte derecha S:= aaa y aplicando Y:= a
S:=aYY
S:=aa aún no está en FNG se agrega Y:= a
S:=aY
A:= Da no está en FNG se reemplaza a “D” por su parte derecha y se aplica Y:= a
A:=aY
C:=Db no está en FNG se reemplaza a “D” por su parte derecha y se agrega Z:= b
C:=aZ
grupo 1
S:=bB está en FNG
S:=bC está en FNG
B:=bX está en FNG
B:=aX está en FNG
X:= a está en FNG
X:=aX está en FNG
A:=a está en FNG
C:= a está en FNG

D:= aestá en FNG

Entonces la gramática en FNG queda:
G3 = ({a, b}, {S, A, B, C, D, X, Y, Z }, S, P’’3)
P’’3 = {S:=aYY |aY |bB | bC , A:= aY | a ,B:= b |a |bX | aX , X:= a | aX , Y:= a, Z:= b, C:= a |aZ , D:= a }

Soluciones a los ejercicios propuestos de expresiones regulares

Ejercicio 28
Construya ocho cadenas correspondientes a cada uno de loslenguajes regulares representados por:

b) L_2 ((a+bb)*+ab)

L_2 ((a+bb)*+ab) = [L((a+bb))]*∪L(ab)
= [L(a+bb)]*∪((L(a). L(b))
= [L(a) ∪ L(bb)]*∪ {a}.{b}
= [L(a) ∪ (L(b) . L(b))]*∪ {ab}
= [{a} ∪ {b} . {b}]*∪ {ab}
= [{a,bb}] * ∪ {ab}
= $\{a,bb\}^0 \cup \{a,bb\}^1 \cup \{ a,bb \}^2 \cup \{ a,bb \}^3 \cup$ ………. ∪{ab}
= {λ,a, bb, aa, abb,bba,bbbb, ….. } ∪{ab}
= {ab,λ,a, bb, aa, abb, bba, bbbb, ….. }

Ejercicio 29
Determine una expresión regular para cada uno de lossiguientes conjuntos palabras:

b) Cadenas de bits que se expresen como la unidad seguida de ceros (potencias de dos escritas en sistema binario)1(0)*