FISICA I UTN-FRC

UNIDAD 12: ONDAS ELÁSTICAS

PROPAGACIÓN DE UNA PERTURBACIÓN – ONDAS EN UN MEDIO ELÁSTICO, TIPOS DE ONDAS, EXPRESIÓN ANALÍTICA – ONDAS SONORAS, INTENSIDAD Y AMPLITUD – SUPERPOSICIÓN DE ONDAS, INTERFERENCIA, ONDAS ESTACIONARIAS.

(ESTA UNIDAD EN GRAN PARTE ESTÁ RELACIONADA CON M.A.S. Y SE PRESENTARÁ LA PENÚLTIMA SEMANA DE CLASES)

UNIDAD 13: FLUIDOS EN EQUILIBRIO

INTRODUCCIÓN – PRESIÓN – PRESIÓN DE UN LÍQUIDO EN EQUILIBRIO – PRINCIPIO DE PASCAL – PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES.

Introducción:

En general la materia se clasifica, como ya es sabido, en tres grandes estados: sólido, líquido y gaseoso; aunque en realidad también se sabe que hay otros estados intermedios o pseudoestados.

Un **fluido** es un conjunto de moléculas ordenadas aleatoriamente que se mantienen juntas a partir de fuerzas cohesivas débiles y fuerzas que le confiere el dispositivo que lo contiene. Tanto los **líquidos** como los **gases** son considerados como fluidos y, en esta unidad temática le prestaremos más atención a los líquidos.

En el tratamiento de la **Mecánica de los Fluidos** se van a aplicar muchos principios que ya se estudiaron/trabajaron hasta la fecha y se divide en dos grandes núcleos conceptuales:

a) **Hidrostática:** que estudia a los fluidos en reposo. (Unidad 13)
b) **Hidrodinámica:** que estudia a los fluidos en movimiento. (Unidad 14)


Densidad:

Se define a la densidad de una sustancia como la cantidad de masa contenida en un cierto volumen. En el sistema internacional de la mide en $(\boldsymbol{kg/m^3})$.

En fórmula:

$$\boldsymbol{\rho = \frac{m}{V}} \qquad \textbf{(1)}$$

Es una magnitud escalar y cada sustancia tiene su propia densidad. Generalmente esos valores están informados para una temperatura de 20 (ºC) y se muestran en tablas como la que se presenta a continuación:

SUSTANCIA	DENSIDAD		SUSTANCIA	DENSIDAD	
	(kg/m³)	(g/cm³)		(kg/m³)	(g/cm³)
Aire	1,28	0,00128	Corcho	240	0,24
Hidrogeno	0,09	0,00009	Madera	600 - 900	0,6 - 0,9
Helio	0,18	0,00018	Aluminio	2.700	2,7
Aceite	920	0,92	Acero	7.800	7,8
Agua	1.000	1	Hierro	7.860	7,8
Agua de mar	1040	1,04	Bronce	8.600	8,6
gasolina	700	0,7	Cobre	8.900	8,9
Petróleo	800	0,8	Plata	10.500	10,5
Alcohol	810	0,81	Plomo	11.340	11,3
Hielo	980	0,98	Oro	19.300	19,3
Glicerina	1.260	1,26	Platino	21.400	21,4
Mercurio	13.600	13,6	Cuerpo humano	950	0,95

La densidad puede obtenerse de forma indirecta y de forma directa. Para la obtención indirecta de la densidad, se miden la masa y el volumen por separado, y posteriormente se calcula la densidad. La masa se mide habitualmente con una balanza, mientras que el volumen puede medirse determinando la forma del objeto y midiendo las dimensiones apropiadas o mediante el desplazamiento de un líquido, entre otros métodos. Para la obtención directa, los instrumentos más comunes para medir la densidad son:

- El densímetro, que permite leer directamente la densidad de un líquido.
- El picnómetro, que permite la medida precisa de la densidad de sólidos, líquidos y gases (picnómetro de gas).
- La balanza de Mohr (variante de balanza hidrostática), que permite la medida precisa de la densidad de líquidos.

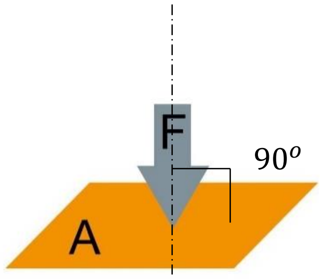
Es sabido también que los objetos/líquidos de menor densidad flotan sobre los líquidos de mayor densidad.

Presión:

La presión indica una medida entre la proyección de una fuerza en dirección perpendicular por unidad de superficie. En el sistema internacional se la mide en Newton sobre metros al cuadrado ($\boldsymbol{N/m^2}$), que se lo denomina Pascal ($\boldsymbol{Pa}$). En el sistema anglosajón la presión se mide en libra sobre pulgada cuadrada ($\boldsymbol{lb/plg^2}$) (pound per square inch o psi).

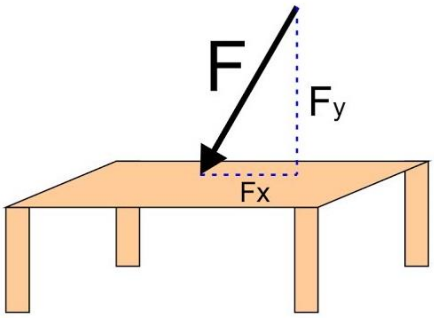
En fórmula:

$$\boldsymbol{p = \frac{F}{A}} \qquad \textbf{(2)}$$



o bien,

$$\boldsymbol{p = \frac{F_y}{A}} \qquad \textbf{(3)}$$



Entonces la presión es directamente proporcional al módulo de la fuerza aplicada e inversamente proporcional al área. Para igual fuerza aplicada, conforme se reduce el área mayor es la presión y viceversa.

Hay muchos ejemplos relacionados con el concepto de presión, tal es el caso de la raqueta utilizada para caminar en la nieve fresca, una zapata aislada de fundación de un edificio, la cama de clavos, el tacón de un zapato, la aguja de una jeringa, etc.

Para una demostración táctil de la definición de presión, sostenga una tachuela entre sus dedos pulgar e índice, con la punta de la tachuela en el pulgar y la cabeza en el índice. Ahora presione suavemente. De inmediato el pulgar comenzará a sentir dolor y el dedo índice no. La tachuela ejerce la misma fuerza sobre el pulgar y el índice, pero la presión sobre el pulgar es mucho mayor debido al área pequeña sobre la que se aplica esa fuerza.

La presión es una de las magnitudes físicas que más unidades de medida tiene, así por ejemplo, la presión atmosférica a cero metro sobre el nivel del mar, vale:

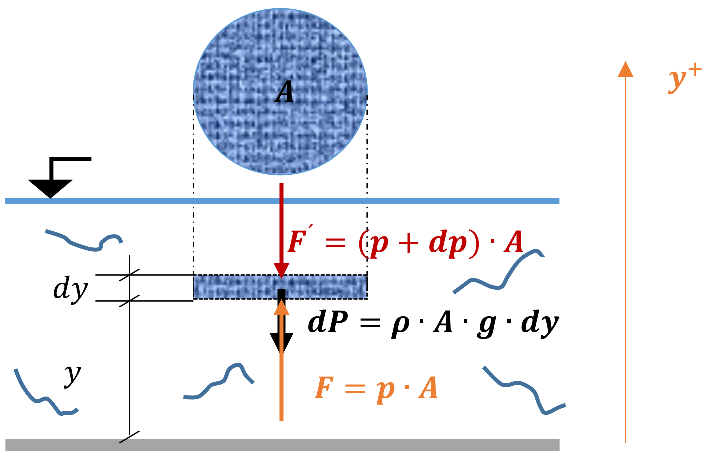
$$\boldsymbol{p_{atm} = 101300\,(Pa) = 760\,(mmHg) = 1\,(atm) = 1(kgf/cm^2) = 14{,}7\,(lb/pulg^2) = 1\,(torr)}$$

etcétera…

Variación de la presión con la profundidad para un líquido en reposo:

De acuerdo a nuestra experiencia, sabemos que cuando nos sumergimos en una pileta, estanque, laguna, etc., la presión que ejerce el agua sobre nuestro cuerpo aumenta con la profundidad. Del mismo modo, la presión atmosférica disminuye con la altura y es por esta razón que las aeronaves que vuelan muy alto deben presurizar sus cabinas para comodidad de sus pasajeros.

A continuación, se demostrará mediante formulaciones matemáticas cómo la presión de un líquido aumenta con la profundidad. Considérese entonces un líquido en reposo de densidad uniforme y conocida $\boldsymbol{\rho}$ que se encuentra contenido en el interior de un recipiente. Si se toma una porción imaginaria de ese líquido con la forma de un pequeño cilindro se sección $\boldsymbol{A}$ y altura $\boldsymbol{dy}$, ubicado a una distancia $\boldsymbol{y}$ respecto del fondo del recipiente como muestra la siguiente figura, sobre dicho cilindro actúan tres fuerzas:



1.- la del **peso del líquido contenido en el pequeño cilindro**:

$dP = dm \cdot g$ **(A)**

pero por la definición de densidad se sabe que: $\rho = \frac{m}{V}$ con lo cual, $m = \rho \cdot V$ que adaptada, queda:

$dm = \rho \cdot dV$ **(B)**

y sabiendo que el volumen de un cilindro es: $V = área \cdot altura,$ para este caso se puede escribir como:

$dV = A \cdot dy$ **(C)**

entonces, reemplazando **(C)** en **(B)** se obtiene:

$dm = \rho \cdot A \cdot dy$ **(D)**

y finalmente, sustituyendo **(D)** en **(A)**, llegamos a:

$dP = \rho \cdot A \cdot dy \cdot g,$ que ordenado queda:

$$\boldsymbol{dP = \rho \cdot A \cdot g \cdot dy} \qquad \textbf{(4)}$$

2.- la **fuerza en la cara inferior del pequeño cilindro** debido a la presión $\boldsymbol{p}$:

$$\boldsymbol{F = p \cdot A} \qquad \textbf{(5)}$$

3.- la **fuerza en la cara superior del pequeño cilindro** debido a la presión $\boldsymbol{p + dp}$:

$$\boldsymbol{F' = (p + dp) \cdot A} \qquad \textbf{(6)}$$

Haciendo la sumatoria de las fuerzas en el eje $\boldsymbol{y}$ igual a cero para que el pequeño cilindro se encuentre en equilibrio, se tiene:

$$\boldsymbol{\sum F_y = 0}$$

$$p \cdot A - (p + dp) \cdot A - \rho \cdot A \cdot g \cdot dy = 0$$

y operando matemáticamente, se obtiene:

$$A \cdot (p - (p + dp) - \rho \cdot g \cdot dy) = 0$$

$$(p - (p + dp) - \rho \cdot g \cdot dy) = \frac{0}{A}$$

$$\cancel{p} - \cancel{p} - dp - \rho \cdot g \cdot dy = 0$$

$$-\rho \cdot g \cdot dy = dp$$

con lo cual, si integramos en ambos miembros:

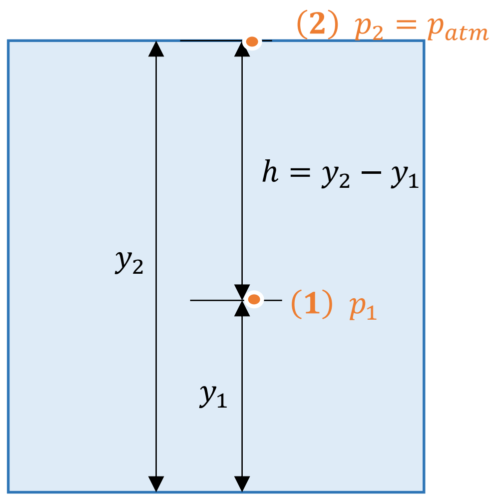
$$\int_{y_1}^{y_2} -\rho \cdot g \cdot dy = \int_{p_1}^{p_2} dp$$

$$-\rho \cdot g \cdot \int_{y_1}^{y_2} dy = \int_{p_1}^{p_2} dp$$

$$-\rho \cdot g \cdot y]_{y_1}^{y^2} = p]_{p_1}^{p^2}$$

$$-\rho \cdot g \cdot (y_2 - y_1) = p_2 - p_1$$

$$-\rho \cdot g \cdot h = p_2 - p_1$$



$$\boldsymbol{p_1 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h} \qquad \textbf{(7)}$$

o también, si $\boldsymbol{p_2 = p_{atm}}$:

$$\boldsymbol{p_1 = p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h} \qquad \textbf{(8)}$$

y tanto la fórmula **(7)** como la **(8)** representa la Ley de variación de la presión con la profundidad!. Con lo cual queda demostrada.

A continuación podemos proponer un ejemplo a los fines de utilizar esta ley física.

EJEMPLO 1:

Suponga que un juntador de ostras marinas decide bucear hasta una profundidad $\boldsymbol{h = 10\ (m)}$ para recoger una de ellas. Si la presión atmosférica ese día es $\boldsymbol{p_{atm} = 0,98\ (atm)}$ y la densidad del agua del mar es $\boldsymbol{\rho = 1022(kg/m^3)}$, calcule a qué presión está sometido el buceador a esa profundidad.

Entonces, en primer lugar vamos a pasar la presión atmosférica a (N/m^2)

1 (atm)-------------------------101300 (N/m^2)
0,98 (atm) --------------------X= 99274 (N/m^2)

y utilizando la fórmula **(8)**:

$$p_1 = p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$$

$$p_1 = 99274\left(\frac{N}{m^2}\right) + 1022\overbrace{\left(\frac{kg}{m^3}\right)\cdot 9{,}8\left(\frac{m}{s^2}\right)}^{(N)}\cdot 10\,(m)$$

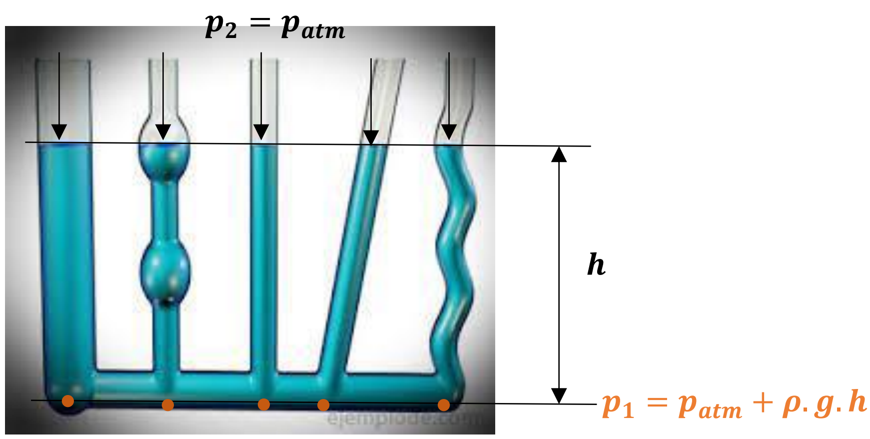
$$p_1 = 99274\left(\frac{N}{m^2}\right) + 100156\left(\frac{N\cdot m}{m^3}\right) \quad \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

$$p_1 = 199430\left(\frac{N}{m^2}\right) = 1{,}97\,(atm) \cong 2(atm)$$

Entonces el buceador soporta a esa profundidad una presión de prácticamente el doble de lo que soporta habitualmente fuera del agua!

EJEMPLO 2:

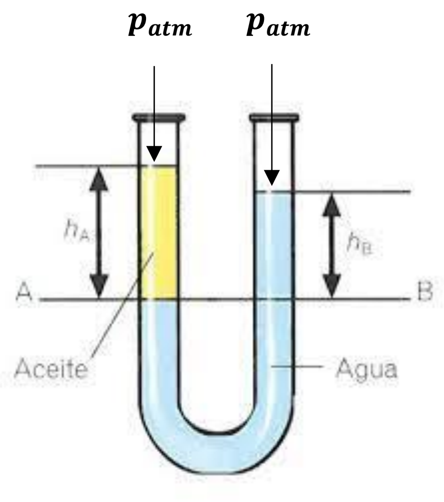
Suponga el siguiente dispositivo que consiste en cinco recipientes de distintas formas, todos conectados entre sí por debajo y abierto a la atmosfera en su parte superior. Se vertemos un líquido por uno de ellos, veremos que se llenan todos a la misma altura. Eso se debe a que todos los recipientes están expuestos a la presión atmosférica. Este hecho se conoce como la **"paradoja hidrostática"**. Entonces, cuánto vale la presión inmediatamente por debajo de cada uno de los recipientes?



Aplicando la Ley de variación de la presión con la profundidad, nos daremos cuenta que **la presión es la misma** en cada punto porque solo depende de la profundidad (que es el mismo **h** en todos los casos) y no de la forma de los recipientes…

EJEMPLO 3:

Supongamos tener un **tubo en U** sencillo, es decir abierto en ambos extremos. Si vertemos en él agua, cuya densidad es de $\boldsymbol{\rho_w}$=1000 (kg/m3) y, a continuación, colocamos una columna de aceite de 15 cm de alto (hA) en la rama izquierda, lo que genera que en la rama derecha del tubo el agua ascienda unos 12 cm (hB), calcule la densidad del aceite $\boldsymbol{\rho_a} =?$



Como los dos fluidos están en equilibrio, decimos que las presiones a una misma profundidad son iguales, entonces podemos escribir que:

$$\boldsymbol{p_A = p_B}$$

con lo cual:

$$\boldsymbol{\cancel{p_{atm}} + \rho_a \cdot \cancel{g} \cdot h_A = \cancel{p_{atm}} + \rho_w \cdot \cancel{g} \cdot h_B}$$

y despejando $\boldsymbol{\rho_a}$, se obtiene:

$$\boldsymbol{\rho_a = \rho_w \cdot \frac{h_B}{h_A}}$$

entonces, calculando:

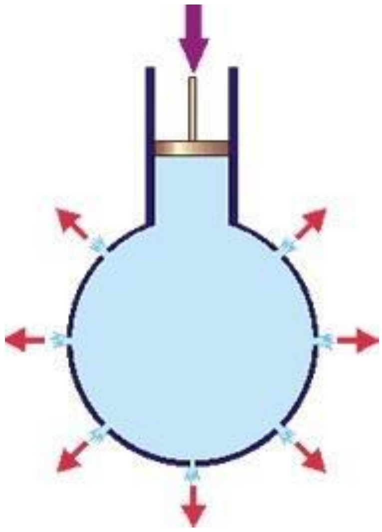
$$\boldsymbol{\rho_a = 1000 \cdot \frac{0,12}{0,15}}$$

$$\boldsymbol{\rho_a = 800\ (kg/m^3)}$$

Este resultado también da para interpretar el por qué el aceite flota en agua…

Principio de Pascal:

Pascal realizó varios experimentos llegando a varias conclusiones. Uno de ellos fue tomar un balón de vidrio con perforaciones radiales, obturados por corchos. Lleno el balón con un fluido y le aplicó una fuerza creciente:

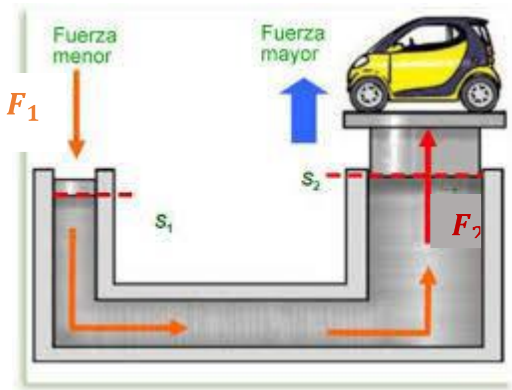


Observó que para una fuerza dada, todos los corchos saltaban al mismo tiempo. Este experimento le llevó a pensar que si todos los corchos saltaban al mismo tiempo era porque el incremento de presión se transmitía con igual intensidad en todas las paredes del recipiente. Esto se conoce como **la ley de Pascal**.

Entonces, este principio se enuncia formalmente diciendo que:

el cambio de presión aplicada a un líquido confinado dentro de un recipiente se transmite de igual modo en todos los puntos del interior del fluido y a las paredes del contenedor.

Este extraordinario descubrimiento trajo aparejado una de las primeras aplicaciones en la ingeniería que se usa hasta nuestros días y que cambió la vida del hombre: **la Prensa Hidráulica**:



La prensa hidráulica consta esquemáticamente de dos cilindros, uno de área pequeña ***S1*** y otro de área mayor ***S2***, unidos estos mediante un conducto. Cuando se le aplica una fuerza sobre el cilindro pequeño $\boldsymbol{F_1}$, se genera un incremento de presión en el líquido (recuerde que el líquido es incompresible) y dicho incremento de presión se transmite con igual intensidad y en todos los sentidos; entonces estará actuando sobre la superficie del cilindro mayor ***S2***, generando una multiplicación de fuerza denominada $\boldsymbol{F_2}$. Veamos cómo funciona esto matemáticamente:

$$\boldsymbol{p_1 = \frac{F_1}{S_1}} \qquad \textbf{(9)}$$

$$\boldsymbol{p_2 = \frac{F_2}{S_2}} \qquad \textbf{(10)}$$

pero por el Principio de Pascal, como:

$$\boldsymbol{p_1 = p_2 = p}$$

igualando **(9)** con **(10)**:

$$\boldsymbol{\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}}$$

y despejando $\boldsymbol{F_2}$, se obtiene:

$$\boldsymbol{F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_1} \qquad \textbf{(11)}$$

Y de esa manera, aplicando la Ley de Pascal, al multiplicar la fuerza menor por la relación ***S2/S1*** (que se la conoce como el factor de multiplicación), se obtiene una fuerza mayor. El gato hidráulico funciona utilizando el mismo razonamiento…

Veamos el siguiente ejemplo.

<u>EJEMPLO 4:</u>

Supongamos una prensa hidráulica en donde nos indican que por diseño la relación *S1/S2=0,1* y que sobre el pistón de la derecha se coloca un automóvil de peso $P_2 = 10000\ (N)$. Calcule el peso que se debe colocar en el pistón de la izquierda para equilibrar al dispositivo.

Entonces si retomamos la expresión **(11**) y la adaptamos despejando $\boldsymbol{F_1}$, nos queda:

$$\boldsymbol{F_1 = \frac{S_1}{S_2} \cdot F_2} \qquad \text{o bien,} \qquad \boldsymbol{P_1 = \frac{S_1}{S_2} \cdot P_2}$$

y calculando: $\boldsymbol{P_1 = 0{,}1 \cdot P_2} = 0{,}1 \cdot 10000 = \mathbf{1000}\ (\boldsymbol{N})$

es decir que, con solo el peso de una persona de masa igual al 100 (kg) en el pistón de la izquierda se logra contrarrestar el peso del automóvil en el pistón de la derecha!!!
A este fenómeno se lo conoce como el de la palanca hidráulica.

Dispositivos para medir presión:

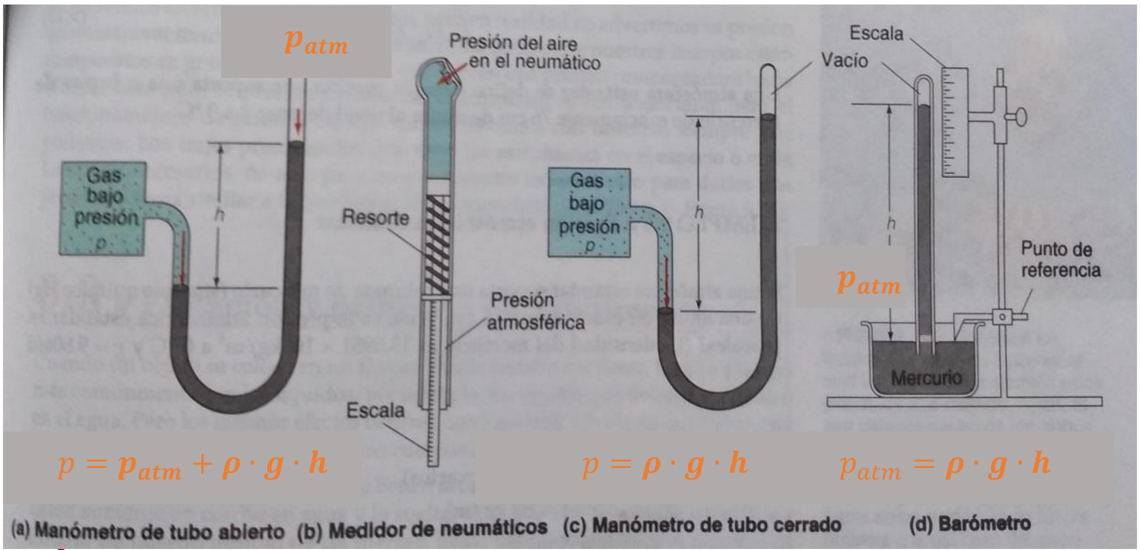
Disponemos de distintos medios mecánicos para medir las presiones. En la figura siguiente pueden observarse algunos de ellos:

a) Manómetro de tubo abierto: es un tubo en U abierto a la atmosfera en un extremo y el otro está conectado a un recinto en donde se encuentra el fluido a la presión que deseamos medir. En este caso la presión del fluido se equilibra con la presión ejercida por una columna de un líquido (normalmente mercurio), más la presión de la atmosfera.

b) Manómetro para neumáticos: mediante una válvula se conecta con la presión de la cámara del neumático, esa presión genera una fuerza que es medida por la deformación del resorte.

c) Manómetro de tubo cerrado: ídem al del inciso a), con la diferencia que tiene un extremo cerrado (no tiene contacto con la atmósfera).

d) Barómetro: es un tubo cerrado lleno de mercurio que se invierte sobre una batea, el mercurio sale hacia la batea que está en contacto con la atmósfera, equilibrándose la columna de mercurio con la misma.



En donde:

$$p = p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$$

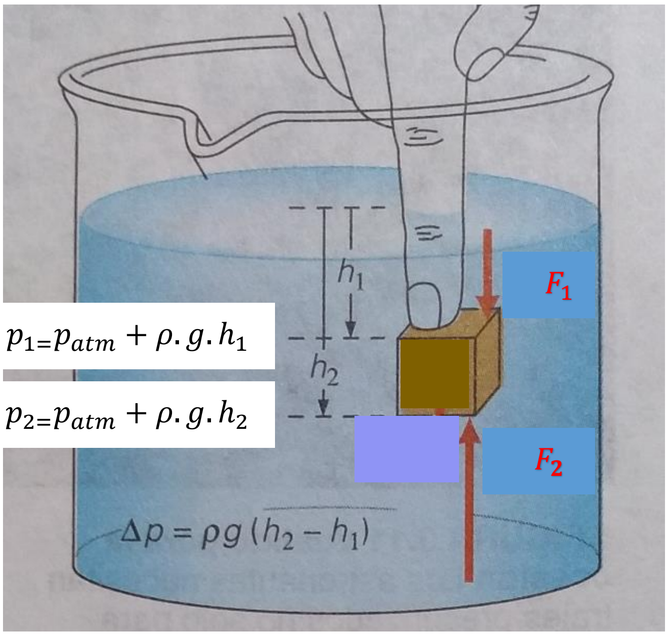
se la conoce como presión absoluta.

$$p - p_{atm} = \rho \cdot g \cdot h$$

se la conoce como presión relativa (a la atmósfera) o manométrica.

Principio de Arquímedes:

Cuando uno hunde una pelota de playa en el agua, siente que la misma experimenta una enorme fuerza hacia arriba. Esa fuerza se la conoce como fuerza de flotación.
Supongamos que introducimos un cubo dentro de un fluido lleno de aire en su interior y de masa despreciable. Observamos que para mantenerlo dentro del fluido debemos hacer con el dedo una fuerza ***F1*** hacia abajo. Eso explica la presencia de una fuerza de flotación que evidentemente es hacia arriba. Esa fuerza la llamaremos ***Fb*** y está dada por la diferencia de las fuerzas que actúan entre la cara inferior y superior del cubo, debido a las respectivas diferencias de presiones:



$$\boldsymbol{F_b = F_2 - F_1}$$

y como:

$$\boldsymbol{F_1 = p_1 . A = (p_{atm} + \rho . g . h_1) . A} \qquad y \qquad \boldsymbol{F_2 = p_2 . A = (p_{atm} + \rho . g . h_2) . A}$$

entonces:

$$F_b = (p_{atm} + \rho . g . h_2) . A - (p_{atm} + \rho . g . h_1) . A$$

$$F_b = (A . p_{atm} + A . \rho . g . h_2) - (A . p_{atm} + A . \rho . g . h_1)$$

$$F_b = \cancel{A . p_{atm}} + A . \rho . g . h_2 - \cancel{A . p_{atm}} - A . \rho . g . h_1$$

$$F_b = A . \rho . g . h_2 - A . \rho . g . h_1 = A . \rho . g . (h_2 - h_1)$$

$$F_b = \rho . g . A . h$$

Lo que finalmente:

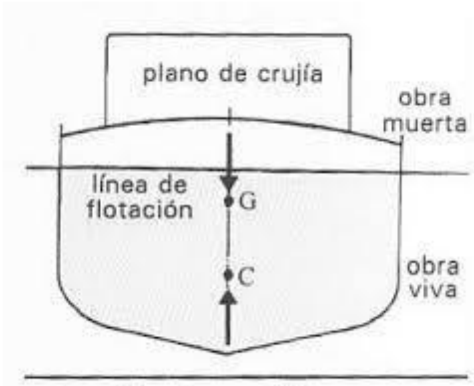
$$\boldsymbol{F_b = \rho . g . V} \qquad \textbf{(12)}$$

En donde ρ es la densidad del líquido y V es el volumen de líquido desplazado.

Entonces, este principio se enuncia formalmente diciendo que:

todo objeto sumergido total o parcialmente en el seno de un líquido recibe una fuerza de Empuje de abajo hacia arriba igual al peso del volumen del líquido desplazado.

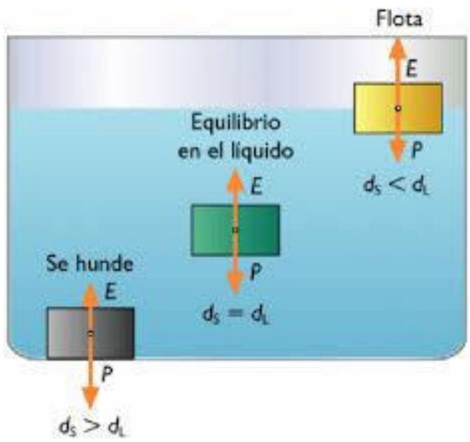
Esto explica porque los barcos construidos en materiales más densos que el agua flotan….



Cuerpo flotando en equilibrio

Por otro lado, con todo lo expresado y observando la siguiente figura, se puede interpretar que:

- Si el peso del objeto es mayor a la fuerza de flotación, el objeto se hunde.
- Si el peso del objeto es igual a la fuerza de flotación, el objeto queda en equilibrio inestable.
- Si el peso del objeto es menor a la fuerza de flotación, el objeto flota.



Es todo!!! Luego en el Práctico se resolverán algunos problemas y usted se empezará a sentir más seguro con estos temas.
Le deseo Éxitos en su estudio. Hasta la próxima!!!

Ing. Juan Lancioni.

Nota: las fotos se bajaron desde internet y los esquemas fueron realizados por el profesor.