

Económicas, UBA. Actuario. Análisis Numérico.

Cuatrimestre 1, 2021. Primer Examen Parcial.

Remplace este texto por su Apellido y Nombre, y su Numero de Registro

30/Abril/2021

Contents

1 Resolución de Ecuaciones: Newton-Raphson. (24 puntos)	2
1.1 Corregir algoritmo NR	2
1.2 Graficar función e identificar raíces para NR	2
1.3 Hallar raíces con NR	2
1.4 Iteraciones del algortimo de NR	2
2 Resolución de Ecuaciones: Falsa Posición. (24 puntos)	3
2.1 Teoría	3
2.2 Hallar raíces con RF	3
2.3 Iteraciones del algortimo de <i>Regula Falsi</i>	3
2.4 Graficar función para RF y marcar raíces	3
3 Factorización de Matrices. (12 puntos)	4
3.1 Factorización de Cholesky	4
3.2 Factorización LU	4
4 Interpolación de Lagrange (40 Puntos)	5
4.1 Polinomio de Newton: $P_N(x)$	5
4.2 Interpolar con $P_N(x)$	5
4.3 Cubic Splines: $S_i(x)$	5
4.4 Interpolar con $S_i(x)$	6
4.5 Graficar	6
4.6 Comentar Resultados	7

Warning: package 'flextable' was built under R version 4.1.1

Warning: package 'tidyverse' was built under R version 4.1.1

Warning: package 'tibble' was built under R version 4.1.1

Warning: package 'tidyr' was built under R version 4.1.1

Warning: package 'readr' was built under R version 4.1.1

Warning: package 'purrr' was built under R version 4.1.1

Warning: package 'dplyr' was built under R version 4.1.1

Warning: package 'stringr' was built under R version 4.1.1

Warning: package 'forcats' was built under R version 4.1.1

1 Resolución de Ecuaciones: Newton-Raphson. (24 puntos)

Considere la siguiente ecuación: $2\sin(x) = e^{10/x}$.

1.1 Corregir algoritmo NR

CORREGIR el algoritmo “Newton-Rapshon” en el siguiente bloque de código.

COMENTAR los cambios que realizó (use “#” al final de cada línea modificada).

[Notar que, para el resto del ejercicio, no debe utilizar su propio algoritmo, sino que debe usar el algoritmo dado y corregido, sin agregar ninguna línea de código adicional.]

Respuesta:

```
# Edite las líneas que considere erróneas
NewtonRapshon <- function(f,df,p0,Tol,N){
  #Paso 1
  i = 1
  #Paso 2
  while (i <= N){
    #Paso 3
    p = p0 - df(p0)/f(p0)
    #Paso 4
    if (abs[p0-p] < Tol) return(p0)
    #Paso 5
    i = i + 1
    #Paso 6
    p0 = p
  }
  #Paso 7
  return(paste('El método falla luego de ', n, ' iteraciones'))
}
```

1.2 Graficar función e identificar raíces para NR

Plantee la ecuación de la forma $f(x) = 0$ y grafique la función en el intervalo $[10; 30]$ de manera tal que pueda identificar todas las soluciones de la ecuación en el intervalo.

Respuesta:

1.3 Hallar raíces con NR

Utilizando el algoritmo del punto 1.1, halle todas las raíces identificadas en el punto 1.2.

Respuesta:

1.4 Iteraciones del algortimo de NR

Tome el algoritmo del punto 1.1 (copie y pegue) y agregue las líneas de código que considere necesarias para poder visualizar (imprimir) cada iteración del algoritmo. Una vez editado el algoritmo, imprima 0 iteraciones del algoritmo iniciando en $x_0 = 24$. ¿A cuál de las raíces convergería el algortimo en este caso?

Respuesta:

2 Resolución de Ecuaciones: Falsa Posición. (24 puntos)

Para este ejercicio, considere la función $h(x) = x^2 \times \cos(x)$.

2.1 Teoría

Explique las diferencias del método *Regula Falsi* respecto del método de *Secante*.

Respuesta (escriba a continuación):

2.2 Hallar raíces con RF

Halle todas las raíces de $h(x)$ en el intervalo $[0, 3\pi]$ utilizando el método de Falsa Posición.

Respuesta:

2.3 Iteraciones del algortimo de *Regula Falsi*

Considere el punto anterior. Realice 0 iteraciones del algoritmo de Falsa Posición, utilizando en $x_0 = 5$ y $x_1 = 6$. ¿A cuál de las raíces convergeria el algortimo en este caso?

Respuesta:

2.4 Graficar función para RF y marcar raíces

Grafique la función $h(x)$ en el intervalo $[0; 3\pi]$, identifique todas las raíces halladas en el punto 2.2 y marque cada una con un color distinto en el gráfico (con un punto en el eje x o con una línea vertical).

Respuesta:

3 Factorización de Matrices. (12 puntos)

3.1 Factorización de Cholesky

Realice la factorización de Cholesky de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -0.0126 & 0.012 \\ -0.0126 & 1 & 0.0206 \\ 0.012 & 0.0206 & 1 \end{bmatrix}$$

Respuesta:

3.2 Factorización LU

Realice la factorización de LU de la siguiente matriz:

$$B = \begin{bmatrix} 17 & 15 & 30 & 20 \\ 22 & 23 & 27 & 8 \\ 13 & 19 & 22 & 20 \\ 14 & 18 & 14 & 27 \end{bmatrix}$$

Respuesta:

4 Interpolación de Lagrange (40 Puntos)

Considere la siguiente tabla de datos:

x	y
-2.0	0.0769
-1.5	0.1290
-1.0	0.2500
-0.5	0.5714
0.0	1.0000
0.5	0.5714
1.0	0.2500
1.5	0.1290
2.0	0.0769

4.1 Polinomio de Newton: $P_N(x)$

Escriba el Polinomio interpolante de Newton, $P_n(x)$, que pasa por todos los puntos dados

Respuesta:

```
## 0.0769 + 0.1042 * ( x - -2 ) + 0.1378 * ( x - -2 ) * ( x - -1.5 ) + 0.175333333333333 * ( x - -2 ) *  
0.0769 + 0.1042 * ( x - -2 ) + 0.1378 * ( x - -2 ) * ( x - -1.5 ) + 0.175333333333333 * ( x - -2 ) * ( x - -1.5 ) *  
( x - -1 ) + -0.1498 * ( x - -2 ) * ( x - -1.5 ) * ( x - -1 ) * ( x - -0.5 ) + -0.1724 * ( x - -2 ) * ( x - -1.5 ) * ( x -  
-1 ) * ( x - -0.5 ) * ( x - 0 ) + 0.306355555555555 * ( x - -2 ) * ( x - -1.5 ) * ( x - -1 ) * ( x - -0.5 ) * ( x - 0 ) *  
( x - 0.5 ) + -0.229752380952381 * ( x - -2 ) * ( x - -1.5 ) * ( x - -1 ) * ( x - -0.5 ) * ( x - 0 ) * ( x - 0.5 ) * ( x  
- 1 ) + 0.11487619047619 * ( x - -2 ) * ( x - -1.5 ) * ( x - -1 ) * ( x - -0.5 ) * ( x - 0 ) * ( x - 0.5 ) * ( x - 1 ) *  
( x - 1.5 )
```

4.2 Interpolar con $P_N(x)$

Calcule $P_N(1.75)$.

Respuesta:

```
## [1] -0.3596674
```

4.3 Cubic Splines: $S_i(x)$

Escriba los trazadores cúbicos, $S_i(x); i = 1, \dots, n$ que pasan por todos los puntos dados. Indique claramente qué polinomio S_i se debe usar en cada intervalo de x .

Respuesta:

```
## [1] "0.0769 + 0.0829298969072165 * (x - -2)^1 + 0 * (x - -2)^2 + 0.085080412371134 * (x - -2)^3"  
## [2] "0.129 + 0.146740206185567 * (x - -1.5)^1 + 0.127620618556701 * (x - -1.5)^2 + 0.12579793814433 * (x -  
## [3] "0.25 + 0.368709278350515 * (x - -1)^1 + 0.316317525773196 * (x - -1)^2 + 0.463727835051546 * (x -  
## [4] "0.5714 + 1.03282268041237 * (x - -0.5)^1 + 1.01190927835052 * (x - -0.5)^2 + -2.72630927835052 * (x -  
## [5] "1 + 1.11022302462516e-16 * (x - 0)^1 + -3.07755463917526 * (x - 0)^2 + 2.72630927835052 * (x - 0)^3"  
## [6] "0.5714 + -1.03282268041237 * (x - 0.5)^1 + 1.01190927835052 * (x - 0.5)^2 + -0.463727835051546 * (x -  
## [7] "0.25 + -0.368709278350515 * (x - 1)^1 + 0.316317525773196 * (x - 1)^2 + -0.12579793814433 * (x -  
## [8] "0.129 + -0.146740206185567 * (x - 1.5)^1 + 0.127620618556701 * (x - 1.5)^2 + -0.085080412371134 * (x -
```

$[-2; -1.5] 0.0769 + 0.0829298969072165 * (x - -2)^1 + 0 * (x - -2)^2 + 0.085080412371134 * (x - -2)^3$
 $[-1.5; -1] 0.129 + 0.146740206185567 * (x - -1.5)^1 + 0.127620618556701 * (x - -1.5)^2 + 0.12579793814433 * (x - -1.5)^3$
 $[-1; -0.5] 0.25 + 0.368709278350515 * (x - -1)^1 + 0.316317525773196 * (x - -1)^2 + 0.463727835051546 * (x - -1)^3$
 $[-0.5; 0] 0.5714 + 1.03282268041237 * (x - -0.5)^1 + 1.01190927835052 * (x - -0.5)^2 + -2.72630927835052 * (x - -0.5)^3$
 $[0; 0.5] 1 + 1.11022302462516e-16 * (x - 0)^1 + -3.07755463917526 * (x - 0)^2 + 2.72630927835052 * (x - 0)^3$
 $[0.5; 1] 0.5714 + -1.03282268041237 * (x - 0.5)^1 + 1.01190927835052 * (x - 0.5)^2 + -0.463727835051546 * (x - 0.5)^3$
 $[1; 1.5] 0.25 + -0.368709278350515 * (x - 1)^1 + 0.316317525773196 * (x - 1)^2 + -0.12579793814433 * (x - 1)^3$
 $[1.5; 2] 0.129 + -0.146740206185567 * (x - 1.5)^1 + 0.127620618556701 * (x - 1.5)^2 + -0.085080412371134 * (x - 1.5)^3$

4.4 Interpolar con $S_i(x)$

Usando los trazadores cúbicos, interpole los datos para el valor $x = 1.75$

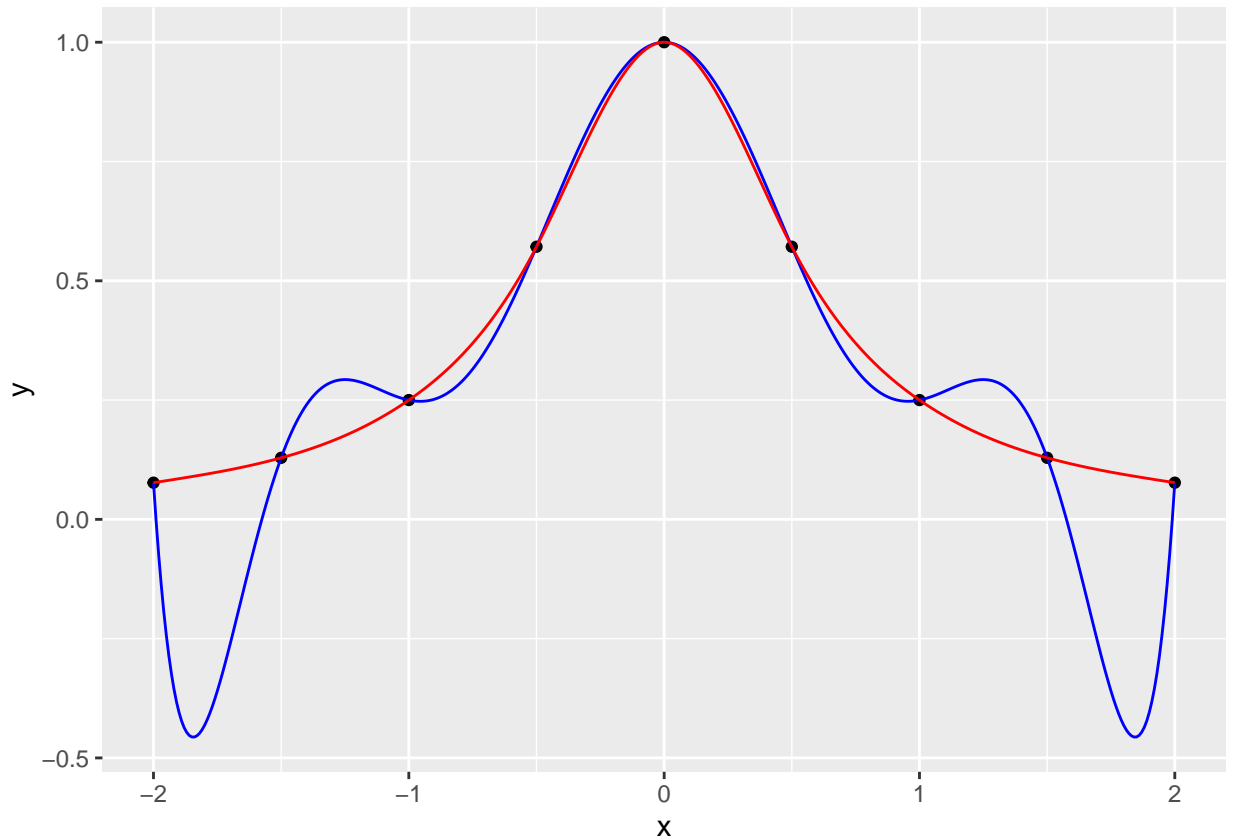
Respuesta:

[1] 0.09896186

4.5 Graficar

Grafique lo siguiente:

- Datos dados en la tabla mediante puntos (círculos rellenos o no).
- Línea continua de color azul con la función $P_N(x)$ para x en $[-2; 2]$.
- Línea continua de color rojo con los trazadores cúbicos para x en $[-2; 2]$.



Respuesta:

4.6 Comentar Resultados

A partir de lo hallado en el punto anterior, comente sobre la calidad de los métodos para realizar aproximaciones de la función entre los puntos dados.

Respuesta (escriba sus comentarios a continuación):

El polinomio de Newton toma valores mas extremos en los intervalos definidos entre los puntos, en cambio, el spline al estar dividido en funciones según cada intervalo dibuja una función mas suavizada. Ambas funciones pasan exactamente por los puntos.