Newton-Raphson

Uriel Paluch

5/9/2021

Método de Newton-Raphson

El método de la forma presentada en el libro esta basada en los polinomios de Taylor.

Supongamos que p_0 existe en un intervalo $[a;b]$ y es una aproximación para p, de tal forma que $f'(p_0) \neq 0$ y $|p - p_0|$ es "pequeño". Consideremos e primer polinomio de Taylor expandido de p_0 y evaluado en $x = p$:

$$f(p) = f(p_0) + (p - p_0) * f'(p_0) + \frac{(p - p_0)^2}{2} * f''(\xi(p))$$

Puesto que, $f(p) = 0$ y $(p - p_0)^2$ es pequeño, reexpresamos de modo que:

$$p = p_0 - \frac{f(p_0)}{f'(p_0)}$$

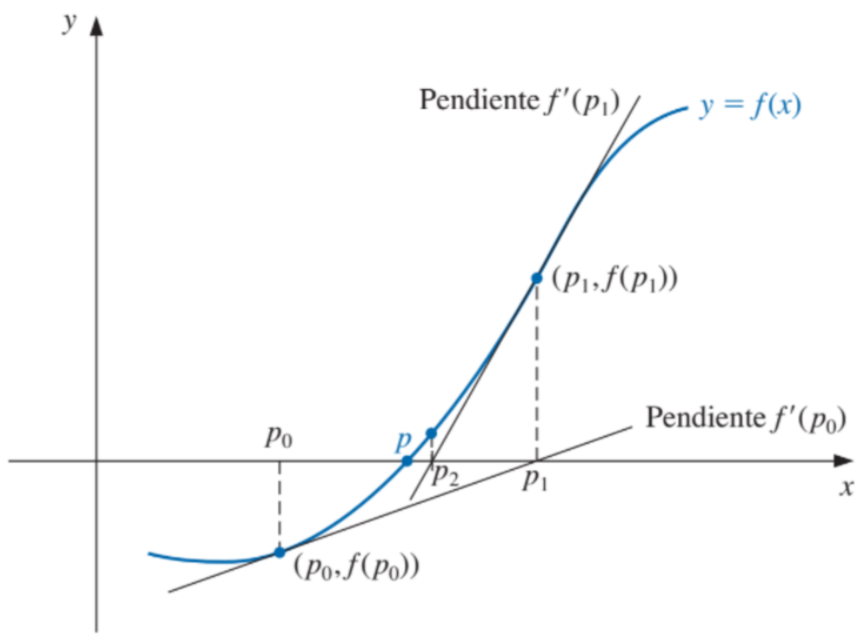

Figure 1: Método de Newton-Raphson

```r
Newton <- function(p0, tol, n = 100){
  #Donde p0 es la aproximación inicial
  #El número máximo de iteraciones n viene por default en 100
```

```r
  #Y tol es la toleranacia al error

  #Instancio las listas vacias
  lista_p <- c(NULL)
  lista_p0 <- c(NULL)

  for (i in 1:n) {

    #Calculo p
    p <- p0 - (f(p0)/fprima(p0))

    lista_p0[i] <- p0
    lista_p[i] <- p

    if(abs(p-p0) <= tol){
      #Creo un data frame con las listas
      datos <- data.frame(lista_p, lista_p0)
      colnames(datos) <- c("P", "P0")
      print(datos)
      return(p)
    }

    p0 <- p

  }

  #En el caso de que falle el método
  return(paste('El método falla luego de: ', n, ' iteraciones'))
}
```

En el libro se presenta como el método mas eficaz ¿eso es realmente así? sí, pero hay que tener algo en cuenta. Al comienzo supusimos que el término $(p - p_0)^2$ es tan pequeño, que es despreciable. Esto implica que la primera aproximación de p, necesariamente, es buena.

Ejercicios:

- Hallar las soluciones de (si es posible):
  1. $e^x + 2^{-x} + 2cos(x) - 6 = 0 \qquad 1 \leq x \leq 2$
  2. $ln(x-1) + cos(x-1) = 0 \qquad 1.3 \leq x \leq 2$
  3. $2x * cos(2x) - (x-2)^2 = 0 \qquad 2 \leq x \leq 3$ and $3 \leq x \leq 4$
  4. $(x-2)^2 - ln(x) = 0 \qquad 1 \leq x \leq 2$ and $e \leq x \leq 4$
  5. $e^x - 3x^2 = 0 \qquad 0 \leq x \leq 1$ and $3 \leq x \leq 5$
  6. $sin(x) - e^{-x} = 0 \qquad 0 \leq x \leq 1$ and $3 \leq x \leq 4$ and $6 \leq x \leq 7$
  7. $cos(x) = \sqrt(x)$
  8. $2 + cos(e^x - 2) = e^x$
  9. $x^3 - 7x^2 + 14x - 6 = 0$
  10. $-x^3 - cos(x) = 0$