Económicas, UBA. Actuario. Análisis Numérico.

Cuatrimestre 1, 2021. Primer Examen Parcial.

Remplace este texto por su Apellido y Nombre, y su Numero de Registro

30/Abril/2021

Contents


```
## Warning: package 'flextable' was built under R version 4.1.1

## Warning: package 'tidyverse' was built under R version 4.1.1

## Warning: package 'tibble' was built under R version 4.1.1

## Warning: package 'tidyr' was built under R version 4.1.1

## Warning: package 'readr' was built under R version 4.1.1

## Warning: package 'purrr' was built under R version 4.1.1

## Warning: package 'dplyr' was built under R version 4.1.1

## Warning: package 'stringr' was built under R version 4.1.1

## Warning: package 'forcats' was built under R version 4.1.1
```

1 Resolución de Ecuaciones: Newton-Raphson. (24 puntos)

Considere la siguiente ecuación: $2sin(x) = e^{10/x}$.

1.1 Corregir algoritmo NR

CORREGIR el algoritmo "Newton-Rapshon" en el siguiente bloque de código.

COMENTAR los cambios que realizó (use "#" al final de cada línea modificada).

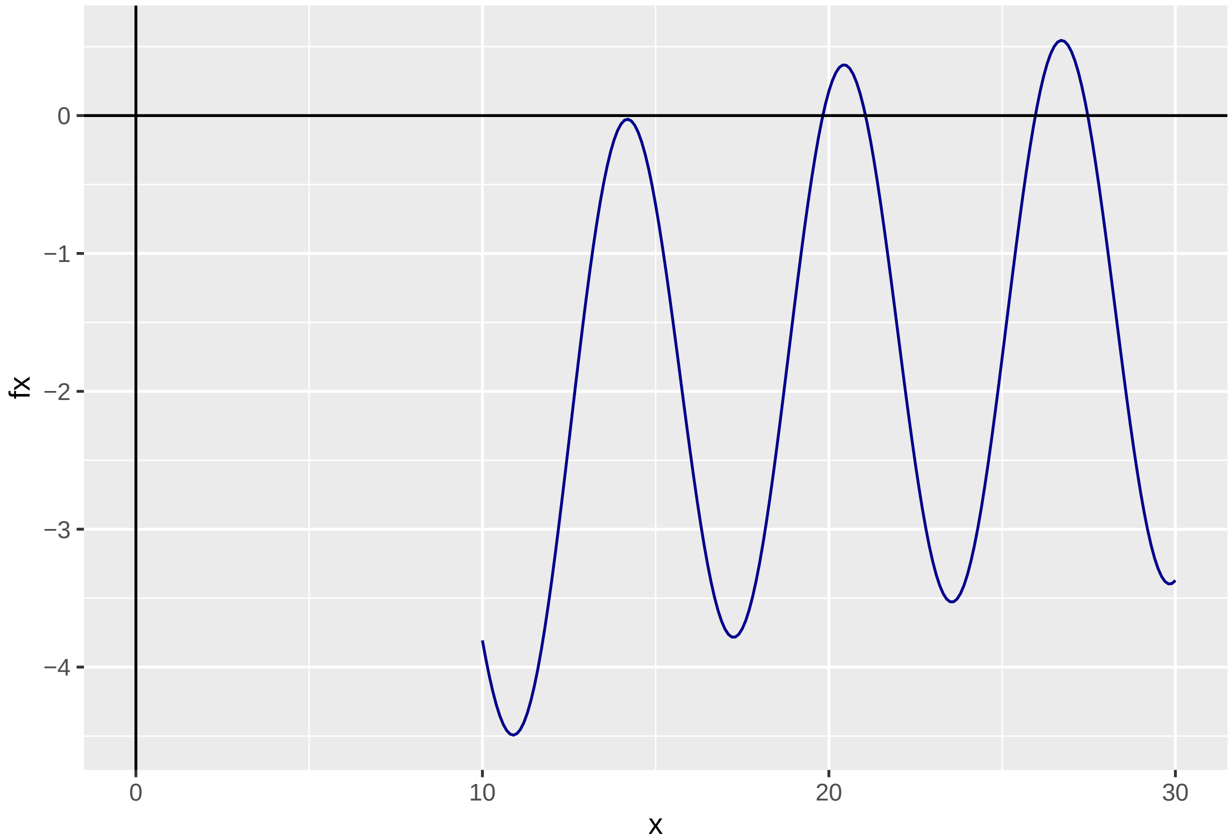
[***Notar que, para el resto del ejercicio, no debe utilizar su propio algoritmo, sino que debe usar el algoritmo dado y corregido, sin agregar ninguna línea de código adicional.***]

Respuesta:

```
# Edite las líneas que considere erróneas
 NewtonRapshon <- function(f,df,p0,Tol,N){
   #Paso 1
   i = 1
   #Paso 2
   while (i <= N){
     #Paso 3
       p = p0 - f(p0)/df(p0) #df(p0)/f(p0)
     #Paso 4
       if (abs(p-p0) < Tol){return(p)} #abs[p0-p]. Agregue los corchetes. Return(p)
     #Paso 5
       i = i + 1
     #Paso 6
       p0 = p
   }
   #Paso 7
     return(paste('El método falla luego de ', N, ' iteraciones')) #cambie n por N
 }
```

1.2 Graficar función e identificar raíces para NR

Plantee la ecuación de la forma $f(x) = 0$ y grafique la función en el intervalo $[10; 30]$ de manera tal que pueda identificar todas las soluciones de la ecuación en el intervalo.



Respuesta:

1.3 Hallar raíces con NR

Utilizando el algoritmo del punto 1.1, halle todas las raíces identificadas en el punto 1.2.

Respuesta:

```
## [1] 19.8251
```

```
## [1] 21.05729
```

```
## [1] 25.95838
```

```
## [1] 27.47118
```

1.4 Iteraciones del algortimo de NR

Tome el algoritmo del punto 1.1 (copie y pegue) y agregue las líneas de código que considere necesarias para poder visualizar (imprimir) cada iteración del algoritmo. Una vez editado el algoritmo, imprima 7 iteraciones del algoritmo iniciando en $x_0 = 17$. ¿A cuál de las raíces convergeria el algortimo en este caso?

Respuesta:

```
f <- function(x){
  return(2*sin(x)-exp(10/x))
}
NewtonRapshon <- function(f,df,p0,Tol,N){
    #Paso 1
    i = 1
    #Paso 2
```

```r
    while (i <= N){
      #Paso 3
        p = p0 - f(p0)/df(p0) #df(p0)/f(p0)
      #Paso 4
        if (abs(p-p0) < Tol){return(p0)} #abs[p0-p]. Agregue los corchetes
      #Paso 5
        i = i + 1
      #Paso 6
        p0 = p

      #Para que imprima 7 veces
        if (i <= 7) {
          print(p0)
        }
    }
    #Paso 7
      return(paste('El método falla luego de ', N, ' iteraciones')) #cambie n por N
}

p0 <- 17
NewtonRapshon(f = f(x=p0), df = df(x=p0), p0 = p0, 0.0001, 100)
```

```
## [1] 9.369901
## [1] 7.690464
## [1] 9.484114
## [1] 7.702266
## [1] 9.535513
## [1] 7.698462

## [1] "El método falla luego de  100  iteraciones"
```

2 Resolución de Ecuaciones: Falsa Posición. (24 puntos)

Para este ejercicio, considere la función $h(x) = x^2 \times cos(x)$.

2.1 Teoría

Explique las diferencias del método *Regula Falsi* respecto del método de *Secante*.

Respuesta (escriba a continuación): El método de la *posición falsa* genera aproximaciones de igual forma que el método de la *secante*, pero incluye una prueba para probar que las raices se agrupan en iteraciones sucesivas. En *regular falsi* el p de la iteración siguiente depende del signo de la teración actual. Si *f(p0)* y *f(p1)* comaprten el mismo signo, ¨*p0 = p1*. A diferencia del método de la *secante* donde siempre *p0 = p1*

2.2 Hallar raíces con RF

Halle todas las raíces de $h(x)$ en el intervalo $[0, 3\pi]$ utilizando el método de Falsa Posición.

Respuesta:

```
## [1] 0
```

```
## [1] 1.570796
```

```
## [1] 4.712389
```

```
## [1] 7.853982
```

2.3 Iteraciones del algortimo de ***Regula Falsi***

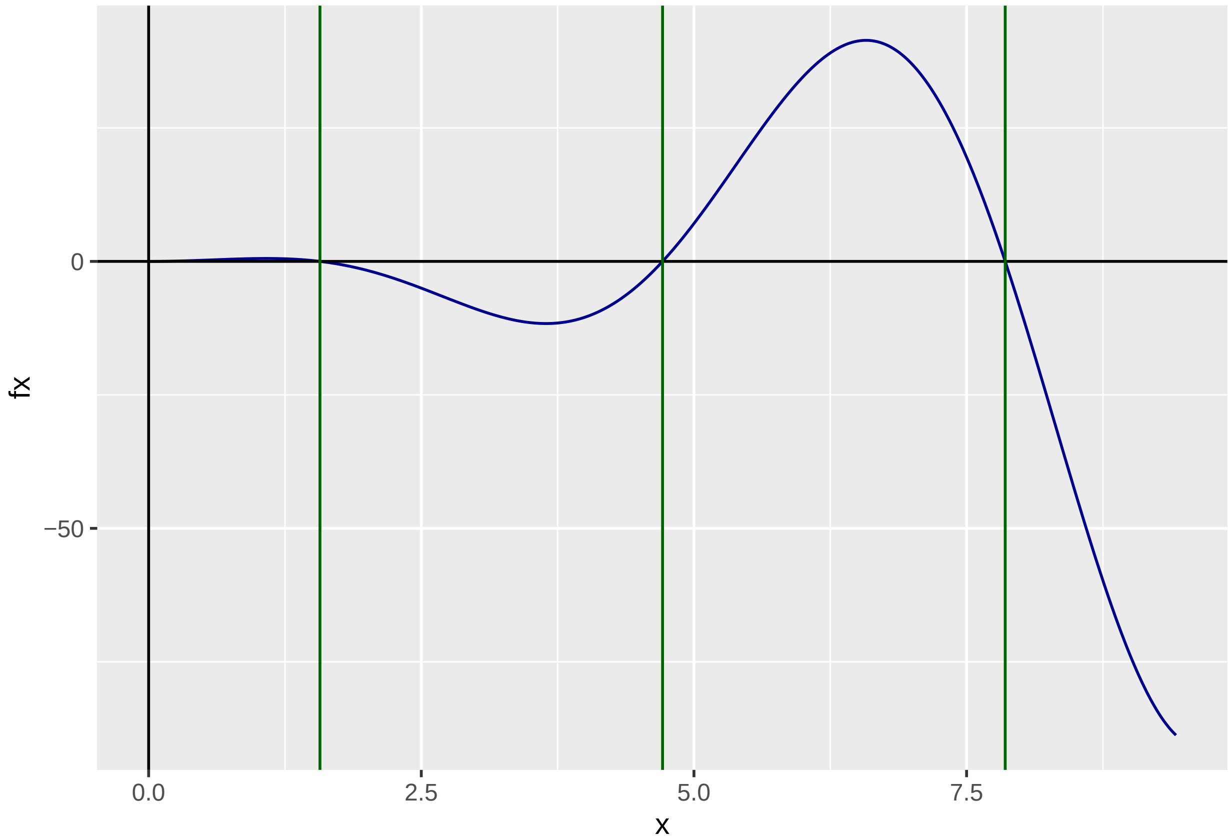
Considere el punto anterior. Realice 0 iteraciones del algoritmo de Falsa Posición, utilizando en $x_0 = 5$ y $x_1 = 6$. ¿A cuál de las raíces convergeria el algortimo en este caso?

Respuesta:

```
## [1] 4.741887
```

2.4 Graficar función para RF y marcar raíces

Grafique la función $h(x)$ en el intervalo $[0; 3\pi]$, identifique todas las raíces halladas en el punto 2.2 y marque cada una con un color distinto en el gráfico (con un punto en el eje x o con una línea vertical).



Respuesta:

3 Factorización de Matrices. (12 puntos)

3.1 Factorización de Cholesky

Realice la factorización de Cholesky de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.0481 & 0.0105 \\ 0.0481 & 1 & 0.0116 \\ 0.0105 & 0.0116 & 1 \end{bmatrix}$$

Respuesta:

```
##        [,1]       [,2]      [,3]
## [1,] 1.0000 0.00000000 0.0000000
## [2,] 0.0481 0.99884253 0.0000000
## [3,] 0.0105 0.01110781 0.9998832
```

3.2 Factorización LU

Realice la factorización de LU de la siguiente matriz:

$$B = \begin{bmatrix} 20 & 18 & 16 & 18 \\ 16 & 15 & 29 & 18 \\ 19 & 21 & 15 & 26 \\ 19 & 3 & 16 & 19 \end{bmatrix}$$

Respuesta:

```
## $L
##      [,1]  [,2]      [,3] [,4]
## [1,] 1.00   0.0  0.000000    0
## [2,] 0.80   1.0  0.000000    0
## [3,] 0.95   6.5  1.000000    0
## [4,] 0.95 -23.5 -3.616114    1
##
## $U
##      [,1] [,2]   [,3]      [,4]
## [1,]   20 18.0   16.0  18.00000
## [2,]    0  0.6   16.2   3.60000
## [3,]    0  0.0 -105.5 -14.50000
## [4,]    0  0.0    0.0  34.06635
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]   20   18   16   18
## [2,]   16   15   29   18
## [3,]   19   21   15   26
## [4,]   19    3   16   19
```

4 Interpolación de Lagrange (40 Puntos)

Considere la siguente tabla de datos:

x	y
-2.0	0.0769
-1.5	0.1290
-1.0	0.2500
-0.5	0.5714
0.0	1.0000
0.5	0.5714
1.0	0.2500
1.5	0.1290
2.0	0.0769

4.1 Polinomio de Newton: $P_N(x)$

Escriba el Polinomio interpolante de Newton, $P_n(x)$, que pasa por todos los puntos dados

Respuesta:

4.2 Interpolar con $P_N(x)$

Calcule $P_N(1.25)$.

Respuesta:

4.3 Cubic Splines: $S_i(x)$

Escriba los trazadores cúbicos, $S_i(x); i = 1, ..., n$ que pasan por todos los puntos dados.Indique claramente qué polinomio S_i se debe usar en cada intervalo de x.

Respuesta:

4.4 Interpolar con $S_i(x)$

Usando los trazadores cúbicos, interpole los datos para el valor $x = 1.25$

Respuesta:

4.5 Graficar

Grafique lo siguiente:

a. Datos dados en la tabla mediante puntos (círculos rellenos o no).
b. Línea continua de color azul con la función $P_N(x)$ para x en $[-2; 2]$.
c. Línea continua de color rojo con los trazadores cúbicos para x en $[-2; 2]$.

Respuesta:

4.6 Comentar Resultados

A partir de lo hallado en el punto anterior, comente sobre la calidad de los métodos para realizar aproximaciones de la función entre los puntos dados.

Respuesta (escriba sus comentarios a continuación):