Ejercicio

Uriel Paluch

27/11/2021

```
DerivadaPorDefinicion <- function(x, fx){</pre>
  fprima <- rep(NA, times = length(x))</pre>
  #Se asume que todos los valores estan separados por un h constante
  h \leftarrow x[2] - x[1]
  #Diferencia progresiva
  for (i in 1:(length(x)-1)){
    fprima[i] \leftarrow (fx[i+1] - fx[i]) / h
  #Diferencia regresiva
  for (i in (length(x):2)) {
    fprimaReg <- (fx[i-1] - fx[i]) / (-h)</pre>
    if (!is.na(fprima[i])){
      if(fprimaReg != fprima[i]){
        aux <- fprima[i]</pre>
         fprima[i] <- glue::glue(aux, " (P)",</pre>
                                    " o ",
                                   fprimaReg, " (R)" )
      }
    } else{
      fprima[i] <- fprimaReg</pre>
  }
  resultado <- data.frame(x, fx, fprima)
  return(resultado)
SplineNatural <- function(x, y){</pre>
 #browser()
 n <- length(x)
  # Paso 1
  h \leftarrow rep(NA, times = (n-1))
  for (i in 1:(n-1)) {
    h[i] \leftarrow x[i+1] - x[i]
  }; rm(i)
```

```
# Paso 2
alfa \leftarrow rep(NA, times = (n-2))
for (i in 2:(n-1)) {
  alfa[i] \leftarrow (3/h[i]) * (y[i+1] - y[i]) - (3/h[i-1]) * (y[i] - y[i-1])
}
# Paso 3
mu <- rep(NA, times = n)</pre>
zeta <- rep(NA, times = n)</pre>
1 \leftarrow rep(NA, times = n)
mu[1] <- 0
zeta[1] <- 0
1[1] <- 1
# Paso 4
for (i in 2:(n-1)) {
  l[i] \leftarrow 2 * (x[i+1] - x[i-1]) - h[i-1] * mu[i-1]
  mu[i] <- h[i]/l[i]
  zeta[i] \leftarrow (alfa[i] - h[i-1] * zeta[i-1])/l[i]
}
# Paso 5
1[n] < -1
zeta[n] <- 0
c \leftarrow rep(NA, times = n)
c[n] \leftarrow 0
# Paso 6
b \leftarrow rep(NA, times = (n-1))
d \leftarrow rep(NA, times = (n-1))
for (j in (n-1):1) {
  c[j] \leftarrow zeta[j] - mu[j] * c[j+1]
  b[j] \leftarrow (y[j+1] - y[j]) / h[j] - h[j] * (c[j+1] + 2 * c[j])/3
  d[j] \leftarrow (c[j+1] - c[j]) / (3*h[j])
}
#Paso 7
resultados \leftarrow matrix(rep(NA, 4*(n-1)), nrow = (n-1), ncol = 4, byrow = F)
for (k in 1:(n-1)) {
  resultados[k, 1] <- y[k]
  resultados[k, 2] <- b[k]
  resultados[k, 3] <- c[k]
  resultados[k, 4] <- d[k]
print(resultados)
#Construyo el polinomio
polinomios <- rep(NA, times = nrow(resultados))</pre>
for (i in 1:nrow(resultados)) {
  polinomios[i] <- glue::glue(resultados[i,1])</pre>
```

```
for(j in 2:ncol(resultados)){
      polinomios[i] \leftarrow polinomios[i] + glue::glue(" + ", resultados[i,j], " * (x - ", x[i], ")^", (j-1)
    }
  }
  return(polinomios)
}
SplineCondicionado <- function(x, y, fpo, fpn){</pre>
  #browser()
  n <- length(x)
  # Paso 1
  h \leftarrow rep(NA, times = (n-1))
  for (i in 1:(n-1)) {
   h[i] \leftarrow x[i+1] - x[i]
  }; rm(i)
  # Paso 2
  alfa <- rep(NA, times = n)</pre>
  alfa[1] \leftarrow 3 * (y[2] - y[1])/h[1] - 3 * fpo
  alfa[n] \leftarrow 3 * fpn - 3 * (y[n] - y[n-1]) / h[n-1]
  # Paso 3
  for (i in 2:(n-1)) {
   alfa[i] \leftarrow (3/h[i]) * (y[i+1] - y[i]) - (3/h[i-1]) * (y[i] - y[i-1])
  }; rm(i)
  # Paso 4
  mu <- rep(NA, times = n)</pre>
  zeta <- rep(NA, times = n)</pre>
  1 \leftarrow rep(NA, times = n)
  1[1] \leftarrow 2 * h[1]
  mu[1] <- 0.5
  zeta[1] <- alfa[1]/1[1]
  # Paso 5
  for (i in 2:(n-1)) {
    l[i] \leftarrow 2 * (x[i+1] - x[i-1]) - h[i-1] * mu[i-1]
    mu[i] <- h[i]/l[i]
    zeta[i] \leftarrow (alfa[i] - h[i-1] * zeta[i-1])/l[i]
  }
  # Paso 6
  l[n] \leftarrow h[n-1] * (2 - mu[n-1])
  zeta[n] \leftarrow (alfa[n] - h[n-1] * zeta[n-1]) / l[n]
  c \leftarrow rep(NA, times = n)
  c[n] <- zeta[n]</pre>
  # Paso 7
  b \leftarrow rep(NA, times = (n-1))
```

```
d \leftarrow rep(NA, times = (n-1))
for (j in (n-1):1) {
  c[j] <- zeta[j] - mu[j] * c[j+1]</pre>
  b[j] \leftarrow (y[j+1] - y[j]) / h[j] - h[j] * (c[j+1] + 2 * c[j])/3
  d[j] \leftarrow (c[j+1] - c[j]) / (3*h[j])
#Paso 7
resultados \leftarrow matrix(rep(NA, 4*(n-1)), nrow = (n-1), ncol = 4, byrow = F)
for (k in 1:(n-1)) {
  resultados[k, 1] <- y[k]
  resultados[k, 2] <- b[k]
  resultados[k, 3] <- c[k]
  resultados[k, 4] <- d[k]
print(resultados)
#Construyo el polinomio
polinomios <- rep(NA, times = nrow(resultados))</pre>
for (i in 1:nrow(resultados)) {
  polinomios[i] <- glue::glue(resultados[i,1])</pre>
  for(j in 2:ncol(resultados)){
    polinomios[i] \leftarrow polinomios[i] + glue::glue(" + ", resultados[i,j], " * (x - ", x[i], ")^", (j-1)
}
return(polinomios)
```

Métodos

```
# Cargo el df
df <- data.frame("Tasa" = seq(from = 0, to = 0.1, by = 0.01), "Precio" = c(120, 114.56029, 109.42692, 1
```

A

Vuelvo a la definición de derivada:

$$\lim_{x \to \infty} f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

```
# Progresiva
print(paste("P'(0):",(120 - 114.56029)/0.1))

## [1] "P'(0): 54.3971000000001"

# Regresiva
print(paste("P'(0.1):",(77.25528 - 80.55174)/0.1))

## [1] "P'(0.1): -32.9646"

DerivadaPorDefinicion(x = df$Tasa, fx = df$Precio)

## x fx fprima
## 1 0.00 120.00000

## 7.543.971
```

2

Tasa ‡	Precio [‡]
0.00	120.00000
0.01	114.56029
0.02	109.42692
0.03	104.57971
0.04	100.00000
0.05	95,67052
0.06	91.57527
0.07	87.69941
0.08	84.02916
0.09	80.55174
0.10	77.25528

DERIVACIÓN NUMÉRICA E INTERPOLACIÓN

Considere la tabla de tasas de interés (en tanto por uno) y Precio, suponiendo que el Precio es una función de la tasa: Precio = P(r).

- a) Aproxime la derivada P'(0.00) y P'(0.10) usando el método que considere más preciso (justifique).
- b) Estime P(0.095) mediante un Cubic Spline Natural.
- c) Estime P(0.095) mediante un Cubic Spline Sujeto usando las derivadas estimadas en a).

[Escriba a continuación la respuesta, y cargue en el zip que entrega mediante campus el Script de R con la resolución.] (15 puntos)

Figure 1: Consigna

```
## 2 0.01 114.56029
                                      -513.337 (P) o -543.971 (R)
## 3 0.02 109.42692
                             -484.720999999999 (P) o -513.337 (R)
## 4 0.03 104.57971 -457.971000000001 (P) o -484.720999999999 (R)
                             -432.948 (P) o -457.97100000001 (R)
## 5 0.04 100.00000
## 6 0.05 95.67052
                             -409.524999999999 (P) o -432.948 (R)
## 7 0.06 91.57527
                             -387.586 (P) o -409.524999999999 (R)
## 8 0.07 87.69941
                                      -367.025 (P) o -387.586 (R)
## 9 0.08 84.02916
                             -347.742000000001 (P) o -367.025 (R)
## 10 0.09 80.55174
                             -329.646 (P) o -347.742000000001 (R)
## 11 0.10 77.25528
                                                         -329.646
В
trazadores <- SplineNatural(x = df$Tasa, y = df$Precio)</pre>
                        [,2]
                                 [,3]
##
              [,1]
                                            [,4]
  [1,] 120.00000 -550.5363
                               0.0000 65653.257
## [2,] 114.56029 -530.8403 1969.5977 -21926.283
## [3,] 109.42692 -498.0263 1311.8092
                                       1871.876
## [4,] 104.57971 -471.2285 1367.9655 -4221.221
## [5,] 100.00000 -445.1356 1241.3289 -2256.993
## [6,] 95.67052 -420.9861 1173.6191 -2750.806
## [7,] 91.57527 -398.3390 1091.0949 -1579.784
## [8,] 87.69941 -376.9910 1043.7014 -4710.058
## [9,] 84.02916 -357.5300 902.3996
                                       7640.015
## [10,] 80.55174 -337.1900 1131.6001 -37720.003
eval(parse(text = trazadores[10]), list(x = 0.095))
## [1] 78.88936
\mathbf{C}
trazadores_condicionados <- SplineCondicionado(x = dfTasa, y = dfPrecio, fpo = (120 - 114.56029)/0.1,
##
                                     [,3]
              [,1]
                        [,2]
                                                  [,4]
## [1,] 120.00000
                    54.3971 -104777.34927 4494053.927
## [2,] 114.56029 -692.9337
                              30044.26854 -1208459.781
## [3,] 109.42692 -454.5863
                              -6209.52489
                                           319605.198
## [4,] 104.57971 -482.8952
                             3378.63104
                                           -88621.009
## [5,] 100.00000 -441.9089
                               720.00075
                                            17608.840
## [6,] 95.67052 -422.2262
                             1248.26596
                                              2185.649
## [7,] 91.57527 -396.6052
                               1313.83542
                                            -41191.435
## [8,] 87.69941 -382.6859
                                           148800.092
                                 78.09236
  [9,] 84.02916 -336.4841
                               4542.09513 -566788.934
## [10,] 80.55174 -415.6788 -12461.57290 2106485.645
eval(parse(text = trazadores_condicionados[10]), list(x = 0.095))
## [1] 78.42512
```