

- Pravděpodobnostní prostor** $(\Omega, \mathcal{A}, P) = (\text{množina všech náhodných elem. jevů}, \sigma\text{-algebra, pravděpodobnost})$
- Základní vlastnosti:**
1. $0 \leq P(A) \leq 1$

2. $P(A^c) = 1 - P(A)$

3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

4. $A \subset B \rightarrow P(A) \leq P(B)$

5. $A \subset B \rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$

Podmíněná pravděpodobnost - jev A za podmínky jevu B (např. pst, že padne 6 za podmínky, že padlo sudé číslo), chová se jako nepodmíněná pst.

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ → průnik lze hledat např. skrz tabulku či obrázek (případně u nezávislých jevů skrz vzorec níže)

Věta o násobení pstí (řetězové pravidlo) - $P(\bigcap_{i=1}^n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 \cap A_2) \dots P(A_n|A_1 \cap \dots \cap A_{n-1})$

Věta o úplné psti - známe $P(B|A_i) \rightarrow P(B) = \sum_{i=0}^\infty P(A_i)P(B|A_i)$, např. pst, že nám během roku praskne nějaký z X typů žárovek

Bayesova věta - známe $P(B|A_i) \rightarrow P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{j=1}^\infty P(A_j)P(B|A_j)}$; např. jaká je pst, že člověk s pozitivním testem je opravdu nakažený, když máme danou spolehlivost - ideálně řešit skrz tabulku

Nezávislost jevů - dva jevy jsou nezávislé, pokud platí $P(A \cap B) = P(A)P(B)$, např. při prvním hodu padne panna a při druhém orel. Pro více jevů je potřeba pro totální nezávislost dokázat nezávislost všech n-tic pro $n \geq 2$. Pokud pro každou dvojici jevů platí, že jsou jevy nezávislé, pak jsou obecně po dvou nezávislé.

Náhodná veličina X - zobrazení $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, které přiřazuje jevům náhodná čísla (lze na to pohlížet jako na náhodné číslo); operace s náhodnými veličinami vrací náhodné veličiny

Distribuční funkce - $F(x) = P(X \leq x)$, např. jaká je šance, že budeme na bus čekat méně jak x minut. Je neklesající a zprava spojitá v každém bodě. Platí, že $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ a $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$.

Tabulka základních informací o diskrétních, spojitých a směsích n. v.:

Diskrétní	Spojité	Směs $Mix_c(D, S)$
F(x) je skokovitá, velikost skoků odpovídá jejich pravděpodobnostem, $F(x) = \sum_i P(X = x_i)$	F(x) je spojitá a její derivace je f(x), tj. $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$	F(x) je směs dílčích distribučních funkcí F_D (s "váhou" c) a F_S , tj. $F(x) = cF_D(x) + (1 - c)F_S(x)$
	f(x) - hustota pravděpodobnosti, $\int_{-\infty}^\infty f(x)dx = 1$	
$\mathbb{E}X = \sum_{i=1}^\infty x_i \cdot P(X = x_i)$	$\mathbb{E}X = \int_{-\infty}^\infty x f(x)dx$	$\mathbb{E}X = c\mathbb{E}_D + (1 - c)\mathbb{E}_S$
$\mathbb{E}X^2 = \sum_{i=1}^\infty x_i^2 \cdot P(X = x_i)$	$\mathbb{E}X^2 = \int_{-\infty}^\infty x^2 f(x)dx$	

Základní vlastnosti střední hodnoty EX:

1. a je konst. $\rightarrow \mathbb{E}a = a$

2. $\mathbb{E}(aX + bY) = a\mathbb{E}X + b\mathbb{E}Y$

3. $X_1 \leq X \leq X_2 \rightarrow \mathbb{E}X_1 \leq \mathbb{E}X \leq \mathbb{E}X_2$

Variance - česky rozptyl, $varX = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)^2$,

Základní vlastnosti variance varX

1. X je n.v. $\rightarrow varX = \mathbb{E}X^2 - \mathbb{E}^2X$

2. a je konst. $\rightarrow var(a) = 0$

3. X je n.v., a je reálné číslo $\rightarrow var(aX) = a^2varX$

4. $X, Y \rightarrow var(X + Y) = varX + varY + 2cov(X, Y)$

Čebyševova nerovnost - X je n.v. a pro každé $\mathcal{E} > 0$ platí, že $P(|X - \mathbb{E}X| \geq \mathcal{E}) \leq \frac{varX}{\mathcal{E}^2}$; např. odhadněte, že při 120 hodech padne 10-15 šestek (tohle jsou zrovna prý dost blbá čísla, ale princip snad jde poznat :D)