

# Univerzitet u Beogradu – Elektrotehnički fakultet



## Katedra za elektroniku

### Digitalna obrada signala (13E043DOS)

#### Prvi domaći zadatak 2018/19.

Cilj prvog domaćeg zadatka je da studenti samostalno probaju osnovne metode frekvencijske analize signala korišćenjem diskretne Furijeove transformacije i da na realnim primerima uoče prednosti brzih algoritama za izračunavanje diskretne Furijeove transformacije u primeni izračunavanja kros korelacije dva signala, kao i da ovladaju elementarnim korišćenjem programskog paketa *MATLAB* u digitalnoj obradi signala.

Domaći zadatak se sastoji iz tri dela. Prvi deo domaćeg zadatka daje uvid u osnovne probleme koji mogu nastati usled lošeg odabiranja, uvodi diskretnu Furijeovu transformaciju, kao i primene prozorskih funkcija. Drugi deo domaćeg zadatka je implementacija jednog algoritma za brzo izračunavanje diskretne Furijeove transformacije. Treći deo predstavlja primenu diskretne Furijeove transformacije za izračunavanje korelacije dugačkog signala sa kratkom pseudo slučajnom sekvencom sa ciljem pronalaženja početka prijema BPSK modulisanog digitalnog signala.

#### Deo 1: Odabiranje i preklapanje u spektru, prozorske funkcije (5 poena)

Dat je analogni signal  $x(t) = 5 \cos(2\pi f_1 t) + 1000 \cos(2\pi f_2 t) + 10 \cos(2\pi f_3 t)$ ,  $f_1 = 1$  kHz,  $f_2 = 1,24$  kHz,  $f_3 = 1,3$  kHz. Signal se diskretizuje učestanošću  $f_s = 10$  kHz.

1. Odrediti minimalan broj odbiraka  $N$  digitalnog signala  $x[n]$  za koju prilikom izračunavanja diskretne Furijeove transformacije ne dolazi do curenja spektra. Obrazložiti u izveštaju. Nacrtati ovaj signal u  $N$  tačaka, kao i njegovu diskretnu Furijeovu transformaciju (realni i imaginarni deo na istoj slici, jedan grafik ispod drugog).
2. Na signal iz tačke 1. primeniti neku prozorsku funkciju čiji odbirci opadaju do nule ka krajevima. Trajanje te prozorske funkcije je jednako trajanju signala  $N$ . Nacrtati diskretnu Furijeovu transformaciju

modifikovanog signala (realni i imaginarni deo na istoj slici, jedan grafik ispod drugog) i objasniti dobijene grafike.

3. Ako je signal odabiran u  $1,3N$  tačaka, prikazati amplitudski spektar ovog signala (**u dB**) ako se nad njim prethodno primeni:
  - a. pravougaona prozorska funkcija,
  - b. trougaona prozorska funkcija,
  - c. Hanova prozorska funkcija,
  - d. Hemingova prozorska funkcija,
  - e. Blekmenova prozorska funkcija,
  - f. Kajzerova prozorska funkcija za  $\beta = 3$ ,
  - g. Kajzerova prozorska funkcija za  $\beta = 7$ ,
  - h. Kajzerova prozorska funkcija za  $\beta = 10$ .

Uporediti dobijene spektre i objasniti zašto se na nekim graphicima mogu jasnije razaznati spektralne komponente u odnosu na druge.

4. Jedan ispod drugog, nacrtati amplitudsku karakteristiku (**u dB**) signala  $x[n]$  i signala  $x_{d8}[n]$  koji je dobijen tako što se iz signala  $x[n]$  uzme svaki 8. odbirak (decimacijom za faktor 8). Da li se dobijaju iste spektralne komponente kao u 1. tački? Zašto? Obrazložiti u izveštaju. Zbog čega se na oba grafika javljaju frekvencijske komponente na vrednostima ispod  $-100$  dB?
5. Izgenerisati sinusoidalni signal  $x_{chirp}[n]$  trajanja 5 s kome se relativna učestanost menja linearno sa vremenom od 0 do  $1/2$ , pri čemu je  $f_s = 8$  kHz (*chirp* signal). Korišćenjem objekta *audioplayer* pustiti ovaj signal na zvučnicima.
6. Uzimanjem svakog drugog odbirka iz signala  $x_{chirp}[n]$  izgenerisati signal  $x_{chirp,d2}[n]$ , a zatim i uzimanjem svakog petog odbirka, izgenerisati signal  $x_{chirp,d5}[n]$ . Korišćenjem objekta *audioplayer* pustiti novodobijene signale na zvučnicima. Ne zaboraviti da je sada učestanost odabiranja promenjena.
7. Jedan ispod drugog, nacrtati spektrograme izgenerisanog *chirp* signala i njegovih decimiranih verzija. Efekte koji se dobijaju u ovoj i prethodnoj tački objasniti u izveštaju.

Mali dodatak, za zainteresovane: U prilogu ovog fajla, u direktorijumu *dz1\_signali*, nalazi se fajl *chopin.wav* u kome se nalaze odbirci snimljenog muzičkog signala (Frederik Šopen - Nokturno broj 9, opus 2).

1. Korišćenjem naredbe *audioread* učitati signal iz fajla *chopin.wav* i nacrtati spektrogram tog signala. Na osnovu spektrograma proceniti kolika je minimalna učestanost odabiranja ovog signala, a da se prilikom puštanja na zvučnike korišćenjem naredbe *audioplayer* ne pokvari značajno kvalitet zvuka.
2. Izbacivanjem određenog broja odbiraka iz učitanoog signala, smanjiti učestanost odabiranja na onu kod koje se čuje značajna degradacija zvučnog signala. Nacrtati spektrogram degradiranog signala.

*MATLAB* skriptu u kojoj su realizovane funkcionalnosti iz ovog dela nazvati *dz1\_deo1\_godinaupisa\_brojindeksa.m*. U kodu komentarima jasno naznačiti koji deo koda se odnosi na koji deo zadatka.

Sve vremenske ose u ovoj tački treba da budu u sekundama. Frekvencijske karakteristike crtati tako da je frekvencijska osa u hercima od 0 do  $f_s/2$ . Neophodno je obeležiti sve ose odgovarajućim oznakama/tekstom.

## Deo 2: Implementacija Radix-2 algoritma za izračunavanje brze diskretne Furijeove transformacije

(5 poena)

1. U programskom paketu *MATLAB* napisati funkciju **`X = fft_radix_2(x)`** koja kao ulazni argument ima vektor odbiraka signala, a kao izlazni argument vraća vektor koeficijenata diskretne Furijeove transformacije tog signala. Funkcija treba da izračuna diskretnu Furijeovu transformaciju signala **`x`** korišćenjem Radix-2 algoritma sa fiksnom geometrijom leptirova i preuređivanjem u frekvencijskom domenu. Ulazni signal može biti proizvoljne dužine. Ako signal nije dužine koja je stepen broja 2, potrebno ga je produžiti nulama do prve veće dužine koja jeste stepen broja 2.
2. U programskom paketu *MATLAB* napisati funkciju **`x = ifft_radix_2(X)`** koja kao ulazni argument ima vektor koeficijenata diskretne Furijeove transformacije nekog signala, a kao izlazni argument vraća vektor odbiraka tog signala. Funkcija treba da izračuna inverznu diskretnu Furijeovu transformaciju sekvence **`X`** korišćenjem već napisane funkcije `fft_radix_2` iz prethodne tačke. Nije dozvoljeno pisati funkciju za IFFT po definiciji ili korišćenjem posebnih leptir operacija, već je potrebno upotrebiti funkciju za izračunavanje FFT-a. Ulazni vektor mora biti dužine koja je stepen broja 2, a ukoliko nije, prijaviti grešku korišćenjem *MATLAB*-ove naredbe **`error`** (npr: `error('Ulazni vektor nije duzine koja je stepen broja 2.')`).
3. Korišćenjem funkcije **`fft_radix_2`** nacrtati spektar signala iz 1. dela iz tačke 1. Da li se spektar razlikuje od spektra nacrtanog naredbom **`fft`**? Zašto? Obrazložiti u izveštaju.
4. Ispitati funkcionalnost funkcije **`ifft_radix_2`**, poređenjem njenog rezultata i originalnog signala pre izračunavanja DFT-a.
5. Izračunati diskretnu Furijeovu transformaciju i nacrtati amplitudski spektar dela signala učitano iz fajla *chopin.wav*. Izračunavanje se radi nad 0,25 s signala kada postoje neki tonovi sa klavira. DFT treba izračunati najpre po definiciji (funkcija **`dft_def`** sa vežbi), a zatim korišćenjem funkcije **`fft_radix_2`**. U izveštaj upisati vreme izračunavanja korišćenjem jedne i korišćenjem druge funkcije. Zašto se ova vremena razlikuju? Za merenje vremena je najlakše upotrebiti naredbe **`tic`**; **`toc`**;

Obeležiti sve ose odgovarajućim oznakama/tekstom. Amplitudske spektre crtati tako da je frekvencijska osa u hercima od 0 do  $f_s/2$ . U kodu komentarima jasno naznačiti koji deo koda se odnosi na koji deo zadatka. Skriptu u tački 2. nazvati *dz1\_deo2\_godinaupisa\_bojindeksa.m* i priložiti je uz izveštaj.

### Deo 3: Implementacija korelacije dugačkog signala sa kratkom sekvencom (5 poena)

U prilogu ovog fajla u direktorijumu *dz1\_signali* nalazi se fajl *simboli.mat* u kome se nalaze odbirci signala na izlazu AD konvertora jednog BPSK prijemnika. Jedan odbirak predstavlja jedan BPSK simbol, a koji predstavlja jedan bit digitalnog govornog signala. Govorni signal koji se prenosi je odabiran učestanošću 8 kHz, a svaki odbirak je predstavljen u drugom komplementu na 8 bita. Uslovi za prenos su izrazito loši, pa zbog prisustva šuma primljeni simboli imaju vrednosti koje su značajno različite od  $-1$  i  $1$ . Odnos signal/šum je svega oko 2 dB. Zbog toga se u prenosu može javiti ogroman broj grešaka. Zbog toga je iskorišćen zaštitni kod koji može da ispravi ovako veliki broj grešaka. Korišćeni zaštitni kod je blok kod, što znači da su biti signala izdijeljeni na grupe kojima su dodati zaštitni biti. Ove grupe zajedno sa zaštitnim bitima se zovu *kodne reči*. Međutim, prijemnik ne zna kada počinju kodne reči, a kada je na ulazu samo šum ili neki pogrešan signal. Zbog toga se na neki način mora detektovati početak signala.

Početak signala se detektuje prepoznavanjem takozvane pseudo-slučajne sekvence. Ova sekvenca je ništa drugo, do sekvenca slučajno raspoređenih simbola  $-1$  i  $1$ . Lepa osobina ove sekvence je da njena autokorelacija ima vrlo izražen maksimum u nuli, a da u svim ostalim tačkama ima malu vrednost. Ovo se dešava čak i kada je sekvenca utopljena u šum velike snage dok god je taj šum beli Gausov šum. U našem slučaju, to jeste tako i pre slanja kodnih reči, poslata je pseudo slučajna sekvenca nula i jedinica, tj. simbola  $1$  i  $-1$ . Na prijemu znamo koja je pseudo slučajna sekvenca poslata i možemo korelacijom ulazne sekvence sa poznatom pseudo slučajnom sekvencom da odredimo gde se ona nalazi, a samim tim i gde počinju kodne reči korisnog dela primljenog signala. Pseudo slučajna sekvenca se nalazi u fajlu *pn\_sequence.mat* (pozivom naredbe **load pn\_sequence.mat** u *workspace*-u će se pojaviti vektor *pn\_sequence* koji predstavlja pomenutu pseudo slučajnu sekvencu).

Potrebno je uraditi korelaciju celog primljenog signala iz fajla *received\_sequence.mat* sa pseudo slučajnom sekvencom *pn\_sequence* korišćenjem metoda "preklopi i saberi" (*Overlap and Add*). Pojedinačne korelacije se računaju primenom diskretne Furijeove transformacije, pri čemu se za izračunavanje DFT-a i IDFT-a koriste ranije napisane funkcije **fft\_radix\_2** i **ifft\_radix\_2**.

1. Napisati funkciju **R = block\_correlation(x, pn\_seq, block\_length)** koja kao ulazne argumente ima vektor odbiraka primljenog signala, vektor odbiraka pseudo slučajne sekvence i dužinu blokova na koje se deli ulazni signal. Kao izlazni argument funkcija vraća kros-korelaciju ulazne dve sekvence.
2. Korišćenjem funkcije **block\_correlation** izračunati kros-korelaciju signala iz fajla *received\_sequence.mat* i pomenute pseudo slučajne sekvence.
3. Verifikovati ispravnost napisane funkcije poređenjem sa rezultatima *MATLAB*-ove ugrađene funkcije **xcorr**.
4. Pozivom funkcije **max** odrediti gde se nalazi maksimum kros-korelacije, a samim tim i odbirak ulazne sekvence od koga počinje koristan signal.
5. Kodna reč je dužine 64800 bita, a zvučni signal je smešten u 9 takvih kodnih reči. Na raspolaganju je funkcija **y = decode\_sound(input\_symbols)** koja na ulazu prima  $9 \times 64800 = 583200$  simbola, a izbacije vektor odbiraka zvučnog signala. Korišćenjem ove funkcije, izgenerisati zvučni signal i nacrtati

njegov spektrogram. Korišćenjem naredbe **audiowrite** sačuvati dekodovani zvučni signal u fajl *govor.wav*. U bilo kom programu za puštanje muzike pustiti govorni signal. Upis u fajl treba da bude na kraju skripte koja predstavlja rešenje ovog zadatka.

6. Pomeriti primljenu sekvencu za samo jedan odbirak udesno ili ulevo i primetiti nemogućnost dekodera da dekoduje informacije. Nacrtati spektrogram ovako zašumljenog signala.
7. Bonus (0.5 poena): Koji glumac izgovara reči u navedenom govornom signalu.

MATLAB skriptu u kojoj su realizovane funkcionalnosti iz ovog dela nazvati *dz1\_deo3\_godinaupisa\_brojindeksa.m*. U kodu komentarima jasno naznačiti koji deo koda se odnosi na koji deo zadatka.

Sve vremenske ose u ovoj tački treba da budu u sekundama. Frekvencijske karakteristike crtati tako da je frekvencijska osa u hercima od 0 do  $f_s/2$ . Neophodno je obeležiti sve ose odgovarajućim oznakama/tekstom.

## Uputstvo za slanje rešenja domaćeg zadatka

Fajlovi koje je uz izveštaj potrebno dostaviti su:

1. *dz1\_deo1\_godinaupisa\_brojindeksa.m*
2. *fft\_radix\_2.m*
3. *ifft\_radix\_2.m*
4. *dz1\_deo2\_godinaupisa\_brojindeksa.m*
5. *block\_correlation.m*
6. *dz1\_deo3\_godinaupisa\_brojindeksa.m*
7. Sve eventualne dodatne funkcije koje su pisane u odvojenim fajlovima.
8. Izveštaj sa imenom *13e043dos\_dz1\_izvestaj\_godinaupisa-bojindeksa.docx*.
9. **NE slati fajlove koji su dati kao prilog zadatku jer oni samo povećavaju veličinu fajla i postoji mogućnost da će u tom slučaju mejl biti isfiltriran.**

Smatrati da su svi ulazni signali na putanji "*..\dz1\_signali*", tako da ako pozovete naredbe

```
[x,fs] = audioread('..\dz1_signali\chopin.wav'); ili  
load ..\dz1_signali\pn_sequence.mat
```

možete smatrati da će signal biti ispravno učitao prilikom pregledanja domaćeg zadatka.

Sve direktorijume i izveštaj upakovati u jedan ZIP ili RAR fajl pod nazivom *13e043dos\_dz1\_godinaupisa-bojindeksa.zip/.rar*. Tako upakovano rešenje zadatka poslati asistentu na mejl [petrovicv@etf.rs](mailto:petrovicv@etf.rs) najkasnije **do nedelje 9.12. u 23:59**. Naslov mejla treba da bude **13E043DOS – Prvi domaci zadatak GGGG/BBBB**, gde je GGGG godina upisa, a BBBB broj indeksa. Vrlo je važno da mejl bude naslovljen kako je napisano, u suprotnom će biti isfiltriran. Obaveštenja o odbrani domaćeg zadatka će biti naknadno postavljena na sajtu predmeta.

**Opšte:** Trudite se da napisani kod bude pregledan i detaljno komentarisao. To će vam uštedeti vreme. Nemojte pisati komentare samo da biste zadovoljili zahtev domaćeg zadatka, pokušajte da izvučete prednosti iz preglednog i lepo komentarisano koda. **Domaći zadaci se rade samostalno.**