

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского

Кафедра теоретической физики

Отчет о выполнении учебного задания по «Методам обработки массивов численных  
данных»

Исследование точки фазового перехода в двумерной модели Изинга

Выполнил:  
студент группы ФПБ - 603  
Ковалев Юрий Викторович

Заведующий кафедрой:  
доктор физ.-мат. наук,  
профессор Прудников В.В.

Омск–2019

## Содержание

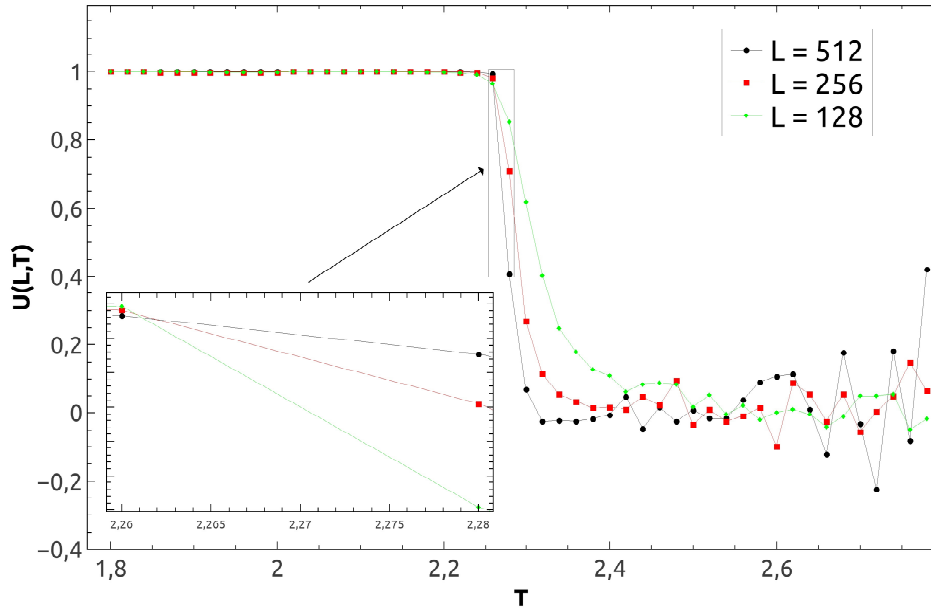
1	Этап - первичные результаты	3
2	Этап - проверка полученных результатов	3
3	Этап - уточнение критической температуры	4
4	Этап - что не так ?	5
5	Вывод и оценка масштаба трагедии	6

# Введение

В данной работе будет исследоваться точка фазового перехода второго рода в двухмерной модели Изинга. Температуру фазового перехода будем определять с помощью метода кумулянтов Биндера. Поиск критической точки осуществим наложением графиков зависимости кумулянта Биндера от времени. Кумулянта Биндера определятся как  $U = \frac{1}{2}(3 - \frac{\langle M^4 \rangle}{\langle M^2 \rangle^2})$ , так же нам известно, что  $\frac{dU}{dt} \sim (T - T_C)$ , это означает, что кумулянта систем с разными размерами будет иметь точку пересечения в  $T_C$ , но так как рассчитанная кумулянта прерывна(расчитывается в отдельно взятых точках), вместо точки мы получим треугольник, центр тяжести которого мы выберем в качестве  $T_C$ . Для исследования были выбраны системы с линейными размерами  $L = 128, 256, 512$

## 1 Этап - первичные результаты

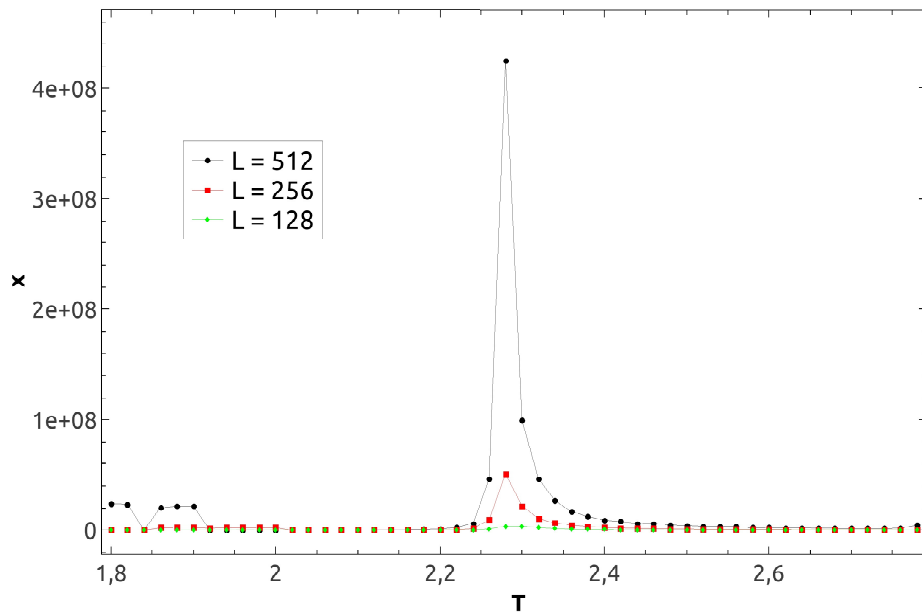
Для первичного исследования критической температуры  $T_C$  был взят интервал  $T \in [1.8, 2.8]$  с шагом  $\delta T = 0.02$ . Для каждого линейного размера кумулянта усреднялась по 2000 конфигураций, а на время релаксации для  $L = 128, 256, 512$  было выделено 1500, 900, 600 шагов Монте-Карло (*MCS*) соответственно. На представленных ниже графиках кумулянт мы видим, где локализована  $T_C$ . Так же на графике можно заметить хаотичное поведение кумулянт. Объяснение этого поведения будет ниже.



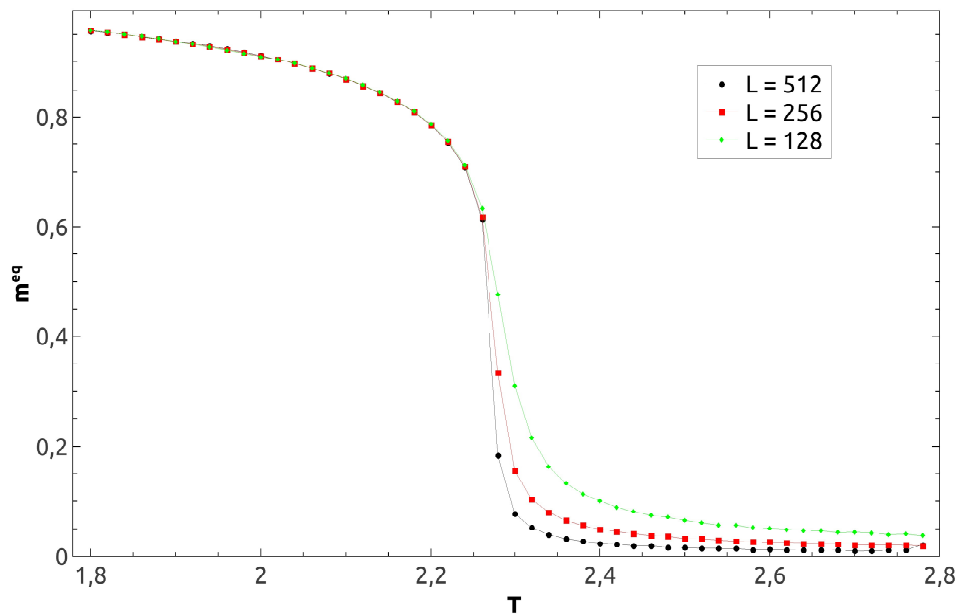
## 2 Этап - проверка полученных результатов

Неплохо было бы как то закрепить правильность полученных результатов. Мы можем это сделать, взглянув на поведение других характеристик системы, критическое поведение которых нам известно. И сравнить локализацию области, где проявляется это поведение, с полученными результатами. Восприимчивость системы имеет пик, несовпадающий с  $T_C$ , в силу конечности размеров системы, но с ростом размеров системы, пик восприимчивости в нее стремиться.  $T_p = T_C + L^{-\frac{1}{\nu}}$ , где  $T_p$  точка пика. Мы можем экстраполировать по пикам, тем самым найти значение  $T_p$  для системы с  $L = \infty$ . Но размеры на-

шей системы велики и  $L^{-\frac{1}{\nu}}$  мало, так что мы можем увидеть, что критическое поведение восприимчивости проявляется в той области, в которой и предполагалось.

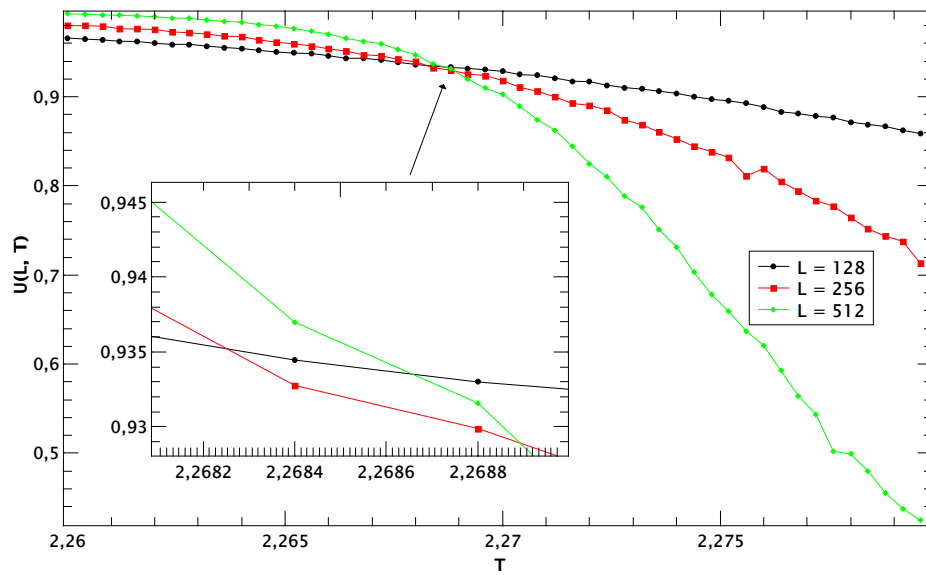


Так же мы можем рассмотреть намагниченность системы. Как мы знаем, в  $T_C$  система перестает обладать «спонтанной намагниченностью». В области  $T_C$  мы должны наблюдать резкий спад намагниченности системы, что мы и видим из графика

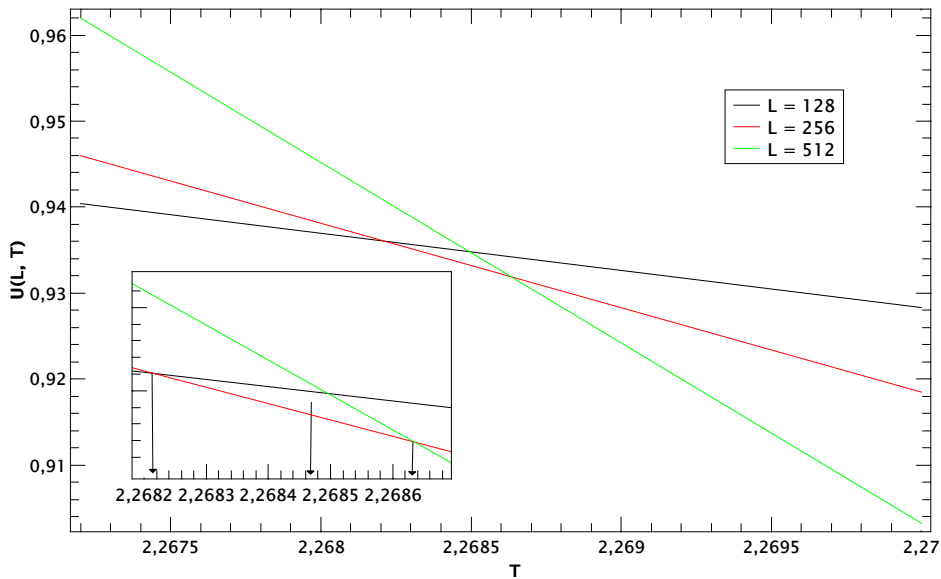


### 3 Этап - уточнение критической температуры

Для дальнейшего исследования  $T_C$  был взят интервал  $T \in [2.26, 2.28]$  с шагом  $\delta T = 0.001$ . Для каждого линейного размера кумулянта усреднялась по 2000 конфигураций, а на время релаксации для  $L = 128, 256, 512$  было выделено 3000, 1800, 1200 (*MCS*) соответственно. На представленных ниже графиках кумулянт мы видим, где локализована  $T_C$ .



Теперь аппроксимируем вблизи места пересечения кумулянт и окончательно получим результат.



$T_C$  это центр - тяжести нашего треугольника, а в качестве погрешности возьмем половину проекции его наибольшей стороны на ось  $T$ . Итог  $T_C = 2.26847(21)$

#### 4 Этап - что не так ?

В данной работе мы не шли путем первопроходцев, а в учебных целях повторяли этот путь, поэтому мы можем сравнить наш результат с проверенным  $T_C = 2.26919$ . На первый взгляд исследование было проведено корректно, но, сравнивая полученный ответ с известным мы получим разницу в 0.00072, что совсем не укладывается в погрешность. Итог : Исследование проведено не корректно. И так, давайте разбираться. Нехватка статистики

дала бы нам большую погрешность, так будем считать, что на этом фронте у нас все хорошо. Анализ программного обеспечения говорит нам о том, что ошибок при написании кода допущено не было. Остается один вариант - начальные параметры. И это действительно оно. В начале отчета было сакцентировано внимание на хаотичном поведении кумулянт выше  $T_C$ . А еще если учесть тот факт, что исследование равновесных характеристик начинается из высокотемпературной области(области выше  $T_C$ ), с последующим понижением температуры, то становится ясным тот факт, что для исследования было взято слишком маленькое время релаксации.

## 5 Вывод и оценка масштаба трагедии

Несмотря на допущенную ошибку, неопытность и халатность, был получен результат, который нельзя назвать вкоре неверным. Если убрать вышеперечисленные недостатки, то исследование можно назвать «успешным».