

Übungsblatt 4

Abgabe bis Sonntag, 20.11.2023, 12:00 Uhr in Gruppen von 3 bis 4 Personen

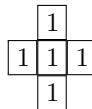
1 ImageToolBox: Medianfilter (1P)

Implementieren Sie das Medianfilter. Wenden Sie das Medianfilter auf die Bilder *Testbild_Lena_512x512.ppm* und *Testbild_Rauschen_640x480.ppm* aus dem Verzeichnis *image* der ImageToolBox an. Fügen Sie die Ergebnisbilder Ihrer Lösung als Anlage bei.

2 ITB: Minimum- und Maximumfilter (2P)

Minimum- und Maximumfilter sind Rangordnungsfiler, die zur Klasse der morphologischen Filter gehören. Sie können dazu genutzt werden, Strukturen abzutragen (*Erosion*) und zu erweitern (*Dilatation*). Die Filter arbeiten mit Hilfe eines Strukturelements B , das aus dem Ursprungspixel und weiteren beliebig angeordneten Pixeln besteht und durch einen Definitionsbereich D_B definiert ist. Der Ursprungspixel ist im Normalfall auch der Bezugspunkt, auf den sich die Filterung bezieht. So kann B ein 3×3 -Quadrat wie beim 3×3 -Medianfilter sein mit $D_B = \{(-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\}$.

Für diese Aufgabe soll B ein Kreuz sein mit $D_B = \{(-1, 0), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, 0)\}$:



Das Minimumfilter oder die Erosion $(I \ominus B)(x, y)$ ist definiert als

$$(I \ominus X)(x, y) = \min\{I(x + s, y + t) - B(s, t) \mid (s, t) \in D_B\}. \quad (1)$$

Für das Maximumfilter oder die Dilatation $(I \oplus B)(x, y)$ gilt analog:

$$(I \oplus X)(x, y) = \max\{I(x + s, y + t) + B(s, t) \mid (s, t) \in D_B\}. \quad (2)$$

Implementieren Sie Minimum- und Maximumfilter und wenden Sie diese auf die beiliegenden Bilder *Allen_Key.ppm* sowie *Test_Allen_Key.ppm* an. Dabei soll vom Nutzer ausgewählt werden können, ob Erosion oder Dilatation angewendet wird. Verwenden Sie für beide Modi das o.g. Strukturelement. Fügen Sie die Ergebnisbilder Ihrer Lösung als Anlage bei.

3 ImageToolBox: Diffusionsfilter (5P)

Implementieren Sie ein isotropes inhomogenes Diffusionsfilter, wobei Sie von einem Grauwertbild als Eingabe ausgehen können. Der benötigte Parameter ϵ_0 sowie die Anzahl der Iterationen sollen vom Benutzer wählbar sein. Gehen Sie dabei in jeder Iteration wie folgt vor:

- A. Schätzen Sie zunächst die Gradienten $\partial I(x, y)/\partial x$ sowie $\partial I(x, y)/\partial y$ durch Differenzen in x- bzw. y-Richtung wie auf Folie 24 von Vorlesung 4 vorgeschlagen.
- B. Erstellen Sie daraus den Diffusionstensor laut Folie 29 in Vorlesung 4 und berechnen für jeden Pixel den Fluss $\vec{j}(x, y)$ laut Folie 20.
- C. Schätzen Sie nun die Gradienten $\partial j_x(x, y)/\partial x$ und $\partial j_y(x, y)/\partial y$, indem Sie die Differenzen des Flusses $\vec{j}(x, y)$ in x- bzw. y-Richtung betrachten - wie auf Folie 24 von Vorlesung 6 vorgeschlagen.
- D. Die Divergenz an den Koordinaten (x, y) ergibt sich nun als

$$\operatorname{div} \vec{j}(x, y) = \frac{\partial j_x(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial j_y(x, y)}{\partial y}$$

- E. Die Ergebnisintensität des Pixels (x, y) in Iteration i ergibt sich durch $I(x, y, t_{i-1}) - \operatorname{div} \vec{j}(x, y, t_i)$.

Testen Sie Ihr Filter auf *Testbild_Rauschen_640x480.ppm* aus dem Verzeichnis *image* der ImageToolBox mit $\epsilon_0 = 1$ und 500 Iterationen. Fügen Sie das Ergebnisbild Ihrer Lösung als Anlage bei.

4 Tensorberechnung für anisotropes inhomogenes Diffusionsfilter (2P)

Gegeben sei der folgende 5×5 -Grauwertbildausschnitt:

10	10	10	10	20
10	10	10	20	20
10	10	20	20	20
10	20	20	20	20
20	20	20	20	20

Der Diffusionstensor wird durch Eigenwertzerlegung ermittelt (Folien 32 ff.)

- A. Berechnen Sie mit expliziter Herleitung die beiden Eigenvektoren und Eigenwerte für die Anwendung des Diffusionstensors im zentralen Pixel des obigen Ausschnitts. Die Intensitätsgradienten in x - und y -Richtung sind dabei durch Differenzen der Intensitäten zu approximieren: $I(x+1,y) - I(x-1,y)$ bzw. $I(x,y+1) - I(x,y-1)$. (1,0 P)
- B. Berechnen mit expliziter Herleitung den resultierenden Diffusionstensor für die Anwendung im zentralen Pixel des obigen Ausschnitts. Setzen Sie dabei der Einfachheit halber $\epsilon_0 = 1$ und $\lambda = 1$. (0,5 P)
- C. Begründen Sie, warum der resultierende Diffusionstensor positiv definit ist. (0,5P)