## 概率统计A 作业 Homework 04 (Lecture PS03 2) 2023.3.10

- 1、设有同类型的设备 300 台,各台工作是相互独立的,发生故障的概率都是 0.01,一台设备的故障可由一个工人及时处理,问至少需配备多少个工人,才能保证党设备发生故障时,不能及时维修的概率小于 0.01?
- 2、设随机变量  $X \sim B(n, p)$ , 即有:

$$P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0,1,\dots,n$$

试求: 当 k 取何值时, P(X=k)的值最大?

3、设随机变量 X 的概率密度为:

1) 
$$f(x) = \begin{cases} 2(1-1/x^2), & 1 \le x \le 2 \\ 0, & 其他; \end{cases}$$

2) 
$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x < 1 \\ 2 - x, & 1 \le x < 2 \\ 0, & \text{ 其他.} \end{cases}$$

求 X 的分布函数 F(x), 并画出 2)中的 F(x)及 f(x)的图形.

6. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{C}{\sqrt{1-x^2}}, & |x| < 1\\ 0, & 其他 \end{cases}$$

求: 1) 常数 C; 2) X 落在区间(-0.5, 0.5)内的概率.

7. 设随机变量 K 服从(0, 5)上的均匀分布,求方程:

$$4x^2+4Kx+K+2=0$$

有实根的概率.

- 8. 设某产品质量指标  $X \sim N(160, \sigma^2)$ . 若要使  $P(120 \le X \le 200) \ge 0.8$ , 问: 允许 $\sigma$  最大为多少?
- 9. 设X服从参数为 $\lambda$  的指数分布,求 $Y = \cos \pi X$ 的分布函数.
- 10. 设顾客在某银行的窗口等待服务的时间 X (以分钟计)服从参数 $\lambda=1/5$  的指数分布,某顾客在窗口等待服务,若超过 10 分钟,他就离开. 他一个月要到银行 5 次,以 Y 表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数. 写出 Y 的概率分布,并求  $P(Y \ge 1)$ .
- 11. 设随机变量 X 服从(0, 1)上的均匀分布,求 Y 的概率密度.

1) 
$$Y = e^{X}$$
;

2) 
$$Y = -2 \ln X$$
.

12. 设随机变量  $X\sim N(0,1)$ ,试证明  $Y=X^2$  服从自由度为 1 的 $\chi^2$  分布,即 Y 的密度为:

$$f_{Y}(y) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} y^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{y}{2}}, & y > 0 \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

13. 设  $\ln X \sim N(1, 4)$ ,求 P(1/2 < X < 2).