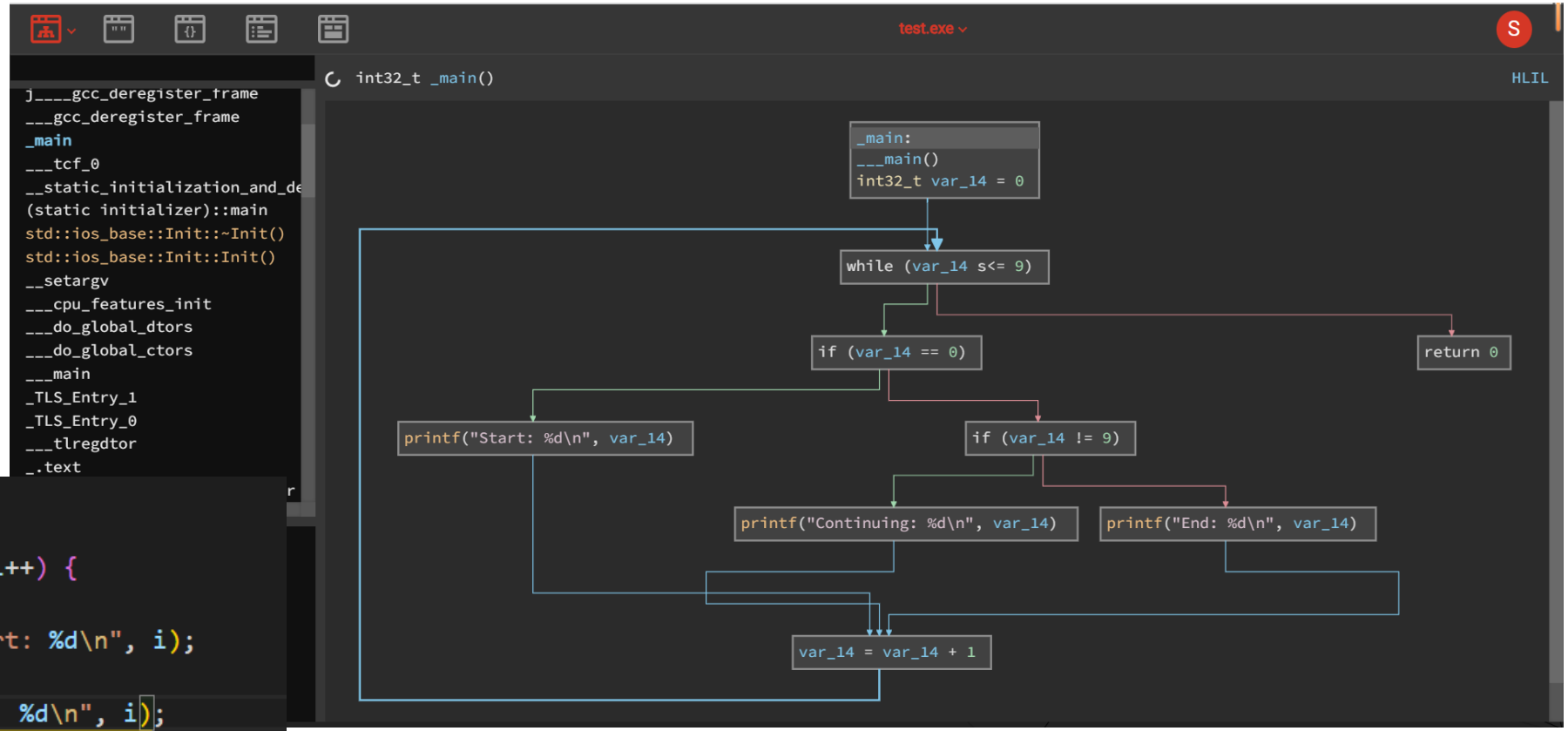
Information Encoding

许珈铭

2023-09-20

New Tool & New Tutorial

- Binary Ninja
  - Disassemble
  - Discompile
  - Analyze




```cpp
#include<iostream>
int main() {
    for (int i = 0; i < 10; i++) {
        if (i == 0) {
            std::printf("Start: %d\n", i);
        } else if (i == 9) {
            std::printf("End: %d\n", i);
        } else {
            std::printf("Continuing: %d\n", i);
        }
    }
}
```

New Tool & New Tutorial

- The Missing Semester of Your CS Education (MIT)

– **1/13**: 课程概览与 shell	Solution ✓	Update ✓	Chinese ✓
– **1/14**: Shell 工具和脚本	Solution ✓	Update ✓	Chinese ✓
– **1/15**: 编辑器 (Vim)	Solution ✓	Update ✓	Chinese ✓
– **1/16**: 数据整理	Solution ✓	Update ✓	Chinese ✓
– **1/21**: 命令行环境	Solution ✓	Update ✓	Chinese ✓
– **1/22**: 版本控制(Git)	Solution ✓	Update ✓	Chinese ✓
– **1/23**: 调试及性能分析	Solution ✓	Update ✓	Chinese ✓
– **1/27**: 元编程	Solution ✓	Update ✓	Chinese ✓
– **1/28**: 安全和密码学	Solution ✓	Update ✓	Chinese ✓
– **1/29**: 大杂烩	Solution ✗	Update ✓	Chinese ✓
– **1/30**: 提问&回答	Solution ✗	Update ✓	Chinese ✓

目录

整型-编码

- 信息 = 位 + 上下文

- 位相关
  - 同宽类型有符号与无符号互转，位表示不变，实际表示值可能变化
  - 宽 w bit 的有符号数与无符号数在位表示相同的情况下模 2^w 同余

- 上下文相关
  - 补码（默认编码方式）、反码、原码
  - 原码和反码的位级运算和上下文结果不符
  - 反码中 0 有 +0 和 -0 两种表示

整型-运算

- 溢出考虑corner case
- Signed (补码)
  - 1<<31 – 1 & -1<<31
  - 0 & -1
- Signed (反码)
  - +0 & -0
- Signed (原码)
  - 1<<31 – 1 & - (1<<31 – 1)
  - +0 & -0
- Unsigned
  - 1<<31
  - 0

整型-运算

- unsigned short -> int
- short -> unsigned int

- **都是先变大小再变符号**

- unsigned short -> int: 零扩展
- short -> unsigned int: 符号扩展

Integer Promotion

- 对于 `char, unsigned char, short` 等范围小于 `int` 的变量，在做任何运算前都会被隐式扩展为 `int`（先变大小再变符号）

```
int main() {
    unsigned char uc = 128;
    char c = 128;
    printf ("%d %d\n", uc == c, uc + c);
}
```

Integer Promotion

- int 及以上，存在一系列按等级排列的类型
- 对表达式中的常数，依次检验各等级类型是否能放下
- 符号看作对常数做的一元运算
- 类型等级为

```
int -> unsigned -> long -> unsigned long -> long long (C90)
int -> long -> long long (C99+)
```

3. 在 32 位平台上，按 C90 标准以下语句中，结果为假的是 B

A. return INT_MIN < INT_MAX;
B. return -2147483648 < 2147483647;
C. int a = -2147483648; return a < 2147483647;
D. return -2147483647-1 < 2147483647;

参考信息：

C90 的转换顺序：int -> long -> unsigned -> unsigned long

$2^{31} = 2147483648$

例题 1

（多选） 假设下列 int 和 unsigned 数均为 32 位

```
int x = 0x80000000;
unsigned y = 0x00000001;
int z = 0x80000001;
```

以下表达式正确的是

A. `(-x) < 0`

B. `(-1) > y`

C. `(z<<3) == (z*8)`

D. `y*24 == z<<5 - y<<3`

例题 1

答案：ABC

A. `(int)0x80000000` 的相反数还是自己

B. `signed` 和 `unsingned` 比较，都转成 `unsigned`

C. 恒等

D. 移位运算优先级低于加减

例题 2

下面表达式中为真的是:

A. `(unsigned) -1 < -2`

B. `2147483647 > (int) 2147483648U`

C. `(0x80005942 >> 4) == 0x09005942`

D. `2147483647 + 1 != 2147483648`

例题 2

答案：B(D)

A. `(unsigned) -1 == 2^32 - 1`

B. 两边都是 `int`, 右边 == T_{min}

C. 略

D. integer promotion

32 位 C90 机器会将右侧识别为 `unsigned`, 所以左右相等，不能选 D

64 位 C99 以上机器将右侧识别为 `long`, 所以左右不相等（左边会先溢出为 `-0x80000000` 再转成 `long`），可以选 D

例题 3

在 x86-64 机器上有以下程序片段，

```
int x = foo();
int y = bar();
unsigned ux = x;
unsigned uy = y;
```

请分别判断右侧表达式是否恒真。

```
x / 8 == x >> 3
ux / 8 == ux >> 3
x * x >= 0
ux * ux >= 0
x <= 0 || -x < 0
x >= 0 || -x > 0
!x || (x | -x) >> 31 == -1
ux > -1
```

例题 3

`x / 8 == x >> 3`	F	负数不对
`ux / 8 == ux >> 3`	T	
`x * x >= 0`	F	可能溢出为负数
`ux * ux >= 0`	T	左边是 unsigned 值
`x <= 0 || -x < 0`	T	
`x >= 0 || -x > 0`	F	反例：`-0x80000000`
`!x || (x | -x) >> 31 == -1`	T	`x != 0` 则 `(x | -x)` 最高位为 1
`ux > -1`	F	左边是 unsigned 值

例题 4

判断下列表达式是否恒成立（x 为整型）

```
((x >> 1) << 1) <= x
((x / 2) * 2) <= x
-(x ^ y ^ (~x)) - y == -(y ^ x ^ (~y)) - x
```

例题 4

判断下列表达式是否恒成立（x 为整型）

```
((x >> 1) << 1) <= x          T
((x / 2) * 2) <= x            F 负奇数不对
-(x ^ y ^ (~x)) - y == -(y ^ x ^ (~y)) - x    T
```

异或运算具有交换律和结合律

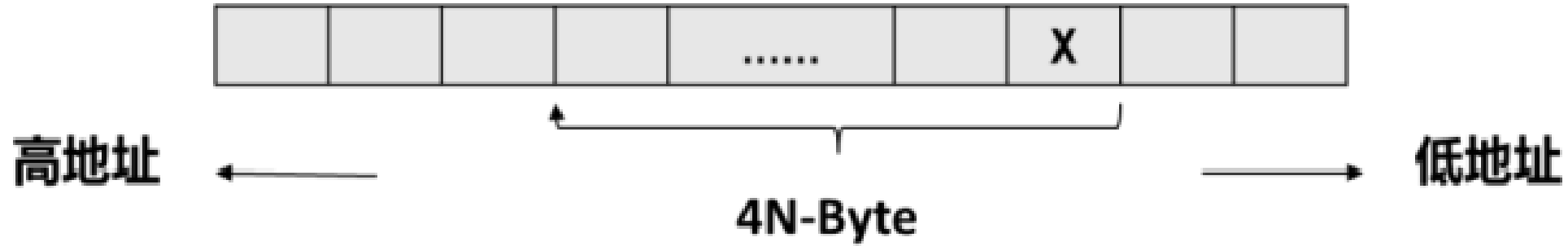
左边 = -(x ^ (~x) ^ y) - y = -(0xffffffff ^ y) - y

= -(~y) - y = 1

右边同理

例题 5

1. 假定一个特殊设计的计算机，将 int 型数据的长度从 4-Byte 扩展为 4N-Byte，采用大端法（Big Endian）。现将该 int 型所能表示的最小负数写入内存中，如下图所示。其中每个小矩形代表一个 Byte，请问 X 位置这个 Byte 中的值是多少？



A. 00000000_2　　B. 01111111_2　　C. 10000000_2　　D. 11111111_2

例题 5

答案：C

4N 个 byte 的 int 型能表达的最小负数为 0x8000...0

图示要求低地址开始的第一个 byte，由于机器是大端法，所以第一个 byte 就是 0x80

例题 6

x 是整型，ux = (unsigned)x;

判断下列两式是否等值

```
(x == 1) && (ux - 2 < 2)
(x == 1) && ((!!ux) - 2 < 2)
```

例题 6

答案：不等

!!ux 是有符号数，只考虑 x == 1 时已经不等

例题 7

判断下列程序的输出

```
short sx = -12345;    /* 0xcfc7 */
unsigned short usx = sx;
int x = sx;
unsigned ux = usx;
printf("%d %x\n", sx, sx);
printf("%u %x\n", usx, usx);
printf("%d %x\n", x, x);
printf("%u %x\n", ux, ux);
```

例题 7

判断下列程序的输出

```
short sx = -12345;    /* 0xcfc7 */
unsigned short usx = sx;
int x = sx;
unsigned ux = usx;
printf("%d %x\n", sx, sx);          -12345 cfc7
printf("%u %x\n", usx, usx);        53191 cfc7
printf("%d %x\n", x, x);            -12345 ffffcfc7
printf("%u %x\n", ux, ux);          53191 cfc7
```

例题 8

判断下列程序的输出

```
short a = -3;
unsigned b = a;
printf(“%d, %x”, b, b);
```

A. -3, 0xfffffffd
B. 65533, 0Xfffd
C. 4294967293, 0xfffffffd
D. -3, 0xfffd

例题 8

答案：A

short 转 unsigned 先变大小再变符号

注意 %d 是按 signed int 输出

例题 9

C 语言中的 int 和 unsigned 类型的常数进行比较时，下列表达式及描述正确的是：

（位宽为 32 位，TMIN=-2147483648，TMAX=2147483647）

A. 0 == 0U，按有符号数进行比较

B. 2147483647U > -2147483647 - 1，按无符号数进行比较

C. (unsigned)-1 < -2，按无符号数进行比较

D. 2147483647 > (int)2147483648U，按有符号数进行比较

例题 9

C 语言中的 int 和 unsigned 类型的常数进行比较时，下列表达式及描述正确的是：D

（位宽为 32 位，TMIN=-2147483648，TMAX=2147483647）

A. 0 == 0U，按有符号数进行比较

B. 2147483647U > -2147483647 - 1，按无符号数进行比较

C. (unsigned)-1 < -2，按无符号数进行比较

D. 2147483647 > (int)2147483648U，按有符号数进行比较

例题 10

代码纠错

```
int main() {
   char A[12] = "Hello World";
   char B[12] = "Buggy Codes";
   int pos;
   for (pos = 0; pos - sizeof(B) < 0; pos++) {
      B[pos] = A[pos];
   }
   printf("%s\n", B);
}
```

例题 10

代码纠错

```
int main() {
   char A[12] = "Hello World";
   char B[12] = "Buggy Codes";
   int pos;
   for (pos = 0; pos - sizeof(B) < 0; pos++)
      B[pos] = A[pos];
   }
   printf("%s\n", B);
}
```

sizeof 返回值为 unsigned，循环直接退出

例题 11

假设有下面 x 和 y 的程序定义

```
int x = a >> 2;
int y = (x + a) / 4;
```

那么有多少个位于闭区间 [-8, 8] 的整数 a 能使得 x 和 y 相等?

例题 11

假设有下面 x 和 y 的程序定义

```
int x = a >> 2;
int y = (x + a) / 4;
```

那么有多少个位于闭区间 [-8, 8] 的整数 a 能使得 x 和 y 相等

枚举即可

例题 12

a, b 均为 int 型，下列判断溢出的方式是否有效?

(1)

```
int x = a + b;
x - a == b;
```

(2)

```
int x = a * b;
x / b == a;
```

例题 12

a, b 均为 int 型，下列判断溢出的方式是否有效？

(1)

```
int x = a + b;
x - a == b;
```

无效。由于两边模 2^w 相等，所以无论 x，a，b 有无符号，只要位宽相等都成立 x - a == b

(2)

```
int x = a * b;
x / b == a;
```

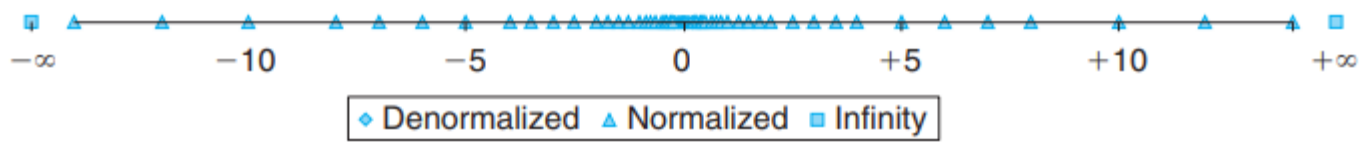
有效。若乘法发生溢出则 x / b 的绝对值一定 < a

浮点型

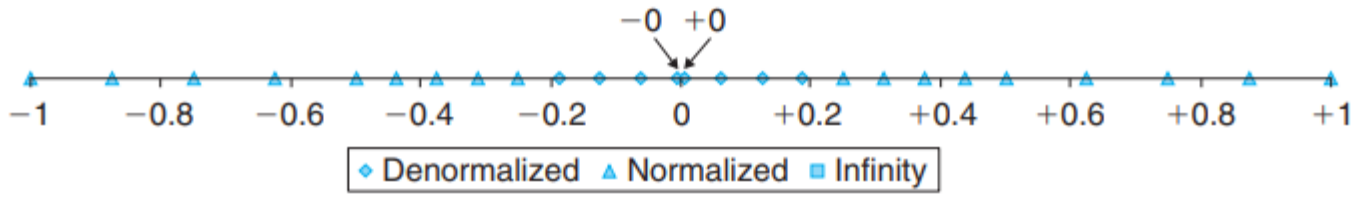
浮点型-编码

- 信息 = 位 + 上下文

- 上下文相关
  - S + Exp + Frac
  - (-1)^s * (M * 2^E)



(a) Complete range

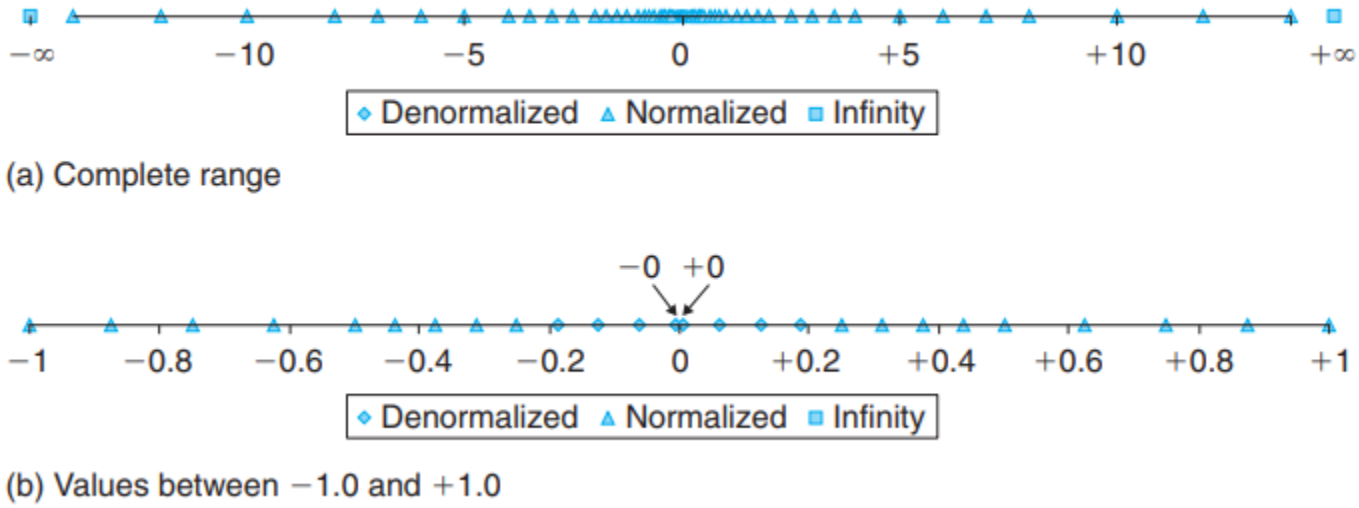


(b) Values between −1.0 and +1.0

浮点型-我的思考

- 截断小数 v.s. 浮点数
  - 舍入/密度（精确度）
  - 范围

- 浮点型为什么要这么设计
  - 浮点型是整型的扩展（包含性）
  - 正态分布/稀疏性
  - e-f trade-off



浮点型-运算律

- 舍入

- 交换律
  - a, b 均非特殊值的情况下成立
- 结合律 x

浮点型-INF & NAN

- `INF > 1.0` $\Longrightarrow 1$
- `-INF < -1.0` $\Longrightarrow 1$
- `-INF < INF` $\Longrightarrow 1$
- `INF == INF` $\Longrightarrow 1$
- `-INF == -INF` $\Longrightarrow 1$
- `INF > INF` $\Longrightarrow 0$
- `-INF > -INF` $\Longrightarrow 0$

- `(-INF) + (INF) == NaN` $\Longrightarrow 1$
- `NaN != NaN` $\Longrightarrow 1$
- `NaN || NaN` $\Longrightarrow 1$
- `NaN && NaN` $\Longrightarrow 1$
- 其他 NaN 参与判断式均输出 0, 算术表达式均输出 NaN

例题 13

4. 关于浮点数，以下说法正确的是

A. 给定任意浮点数 a，b 和 x，如果 a>b 成立（求值为 1），则一定 a+x>b+x 成立

B. 不考虑结果为 NaN、Inf 或运算过程发生溢出的情况，高精度浮点数一定得到比低精度浮点数更精确或相同的结果

C. 不考虑输入为 NaN、Inf 的情况，高精度浮点数一定得到比低精度浮点数更精确或相同的结果

D. 给定任意浮点数 a，b 和 x，如果 a>b 不成立（求值为 0），则一定 a+x>b+x 不成立。

例题 13

- 答案：D
- A. 反例：`a = INF`, `b` 未溢出，`b + x` 溢出
- B. 反例：`0.1f + 0.2f == 0.3f`

  `(double)0.1 + (double)0.2 != (double)0.3`
- C. 同 B
- D. 若 `a`，`b` 中有 `NAN` 显然正确，否则讨论是否有 `INF` 即可

例题 14

- 判断
- 对于任意的单精度浮点数 `a` 和 `b`, 如果 `a > b`, 那么 `a + 1 > b`
- 对于任意的双精度浮点数 `d`, 如果 `d < 0`, 那么 `d * d > 0`
- 单精度浮点数 `a` 和 `b`, 如果 `a > b`, 那么 `a + b > b + b`
- 对于任意的双精度浮点数 `d`, 如果 `d < 0`, 那么 `d * 2 < 0`
- 对于任意的双精度浮点数 `d`, `d == d`

例题 14

- 判断
- 对于任意的单精度浮点数 a 和 b, 如果 a > b, 那么 a + 1 > b　　T
- 对于任意的双精度浮点数 d, 如果 d < 0, 那么 d * d > 0　　N

  反例：d 是最大的负双精度浮点数，d * d == 0
- 单精度浮点数 a 和 b，如果 a > b, 那么 a + b > b + b　　N
- 对于任意的双精度浮点数 d, 如果 d < 0, 那么 d * 2 < 0　　T
- 对于任意的双精度浮点数 d, d == d　　N

例题 15

- 在遵守 IEEE-754 标准的一台机器上声明如下三个变量 double f, g, h; r() 返回一个随机的 int; 判断以下断言是否恒真

- f > g 则 f + 1 > g + 1
- f > g && g > 1 则 f - 1 > g - 1
- f = r(), g = r(), h = r() 则
  (f + g) + h == f + (g + h)
- f != 0.0 则 f / f * f == f
- f != 0.0 则 f * f / f == f

例题 15

- 在遵守 IEEE-754 标准的一台机器上声明如下三个变量 double f, g, h; r() 返回一个随机的 int; 判断以下断言是否恒真

- f > g 则 f + 1 > g + 1　　N　反例：f 是最小的 double，g == 0
- f > g && g > 1 则 f - 1 > g - 1　　N　反例：f == $2^{53}+6$, g == $2^{53}+4$
- f = r(), g = r(), h = r() 则 (f + g) + h == f + (g + h)

  T　int 转 double 做浮点运算满足交换律和结合律
- f != 0.0 则 f / f * f == f　　N　反例：NAN
- f != 0.0 则 f * f / f == f　　N　同上

1. 单调性：a >= b ⟹ a+1 >= b+1
2. 考虑 INF / NaN

例题 16

- 以下程序的输出结果最接近哪个常数?
- 已知该机器上 int 为 4 字节，且 $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots=\frac{\pi}{4}$

```
int main() {
  double pi = 0.0; int k;
  for (k = 0; k >= 0; ++k)
    pi += (k & 1 ? -1 : 1) / (double)(2 * k + 1);
  pi *= 4;
  printf("%f\n", pi);
}
```

例题 16

- 答案：2π
- 两处 `int` 溢出：`for` 循环内 `k` 和 `2 * k + 1`
- 分 $0 \le k \le 2^{30}-1$ 和 $2^{30} \le k \le 2^{31}-1$ 两部分
- 第一步运算结果为

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots-\frac{1}{2^{31}-1}-\frac{1}{2^{31}-1}+\cdots+1\approx\frac{\pi}{2}$$

例题 17

```
void func(int *a, int *b) {
  if (*a && ++*b) printf("%d\n", *b);
  else printf("%d\n", *b);
}
int main() {
  int a = 0, b = 0;
  func(&a, &b); func(&b, &a);
}
```

- 运行结果?

例题 17

- 运行结果：`0 0`
- `a && b` 逻辑与
  - 当 `a == 0` 时不再计算 `b`