

Представление работы программы

Все шаги описаны в книге, и там же указано, как нужно представлять результаты вычислений в виде графиков. Поэтому здесь представлены только они, чтобы показать работоспособность программы на наборе данных, идентичном тому, что описан в учебнике, за исключением шума, разумеется.

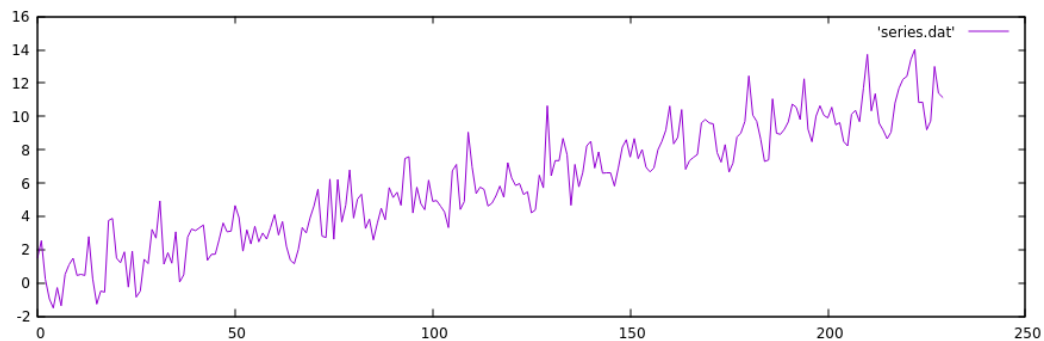


Рис. 1: Модельный временной ряд

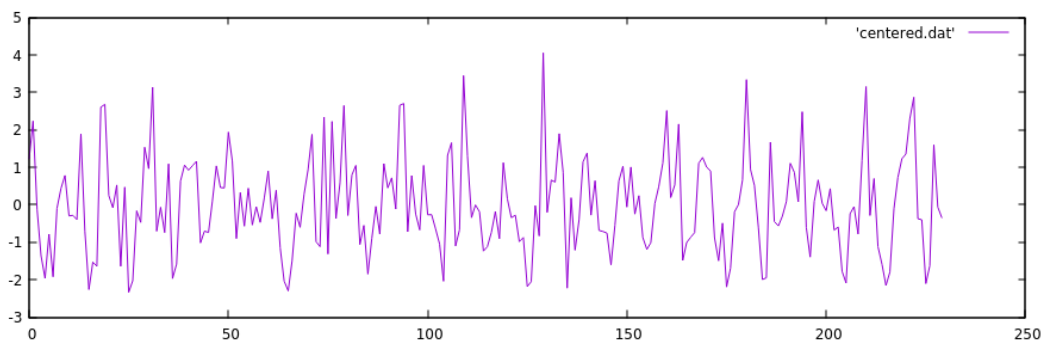


Рис. 2: Центрированный временной ряд

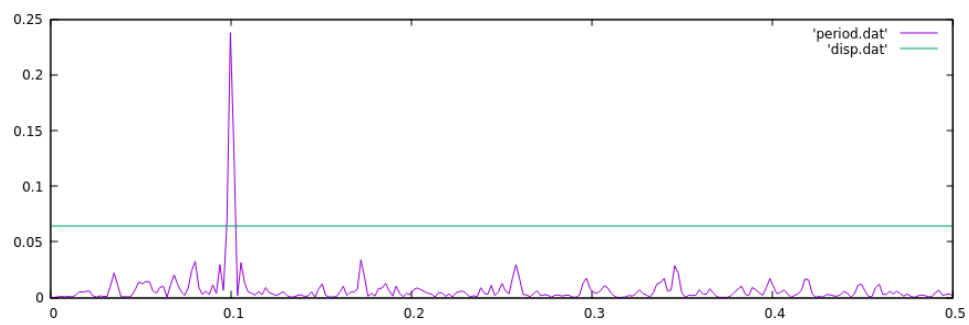


Рис. 3: Периодограмма и уровень $q=0.01$

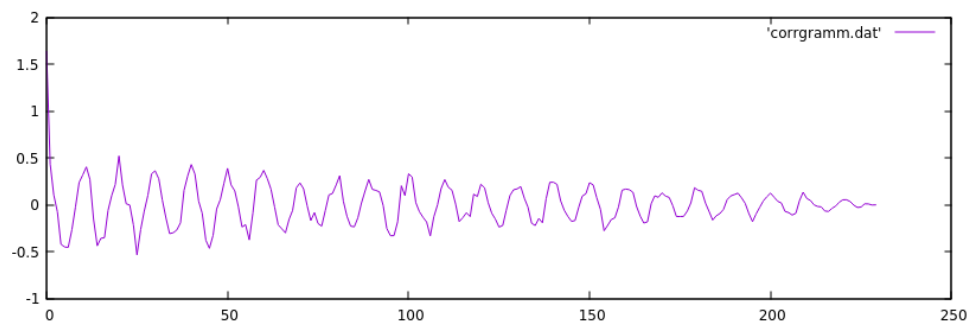


Рис. 4: Коррелограмма

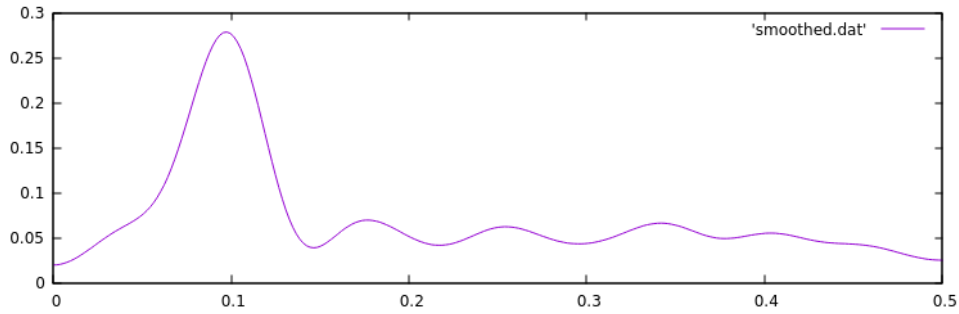


Рис. 5: Сглаженная периодограмма

Задание

Задание: продемонстрировать вероятность того, что наибольший отсчет периодограммы дискретного белого шума превысит заданный уровень X_1 (определяемый уравнением (24) из учебника).

Программа Спектрально-корреляционного анализа временных рядов была вызвана в роли процедуры 100-200 раз с исходным рядом, являющимся смоделированным белым шумом. Для визуализации вероятности появления пика у белого шума на периодограмме с уровнем значимости, соответствующим $q = 0.01$, программа построила периодограмму для шума, нашла ее максимальный отсчет и разность с уровнем значимости.

Предполагается, что при наличии какого-нибудь сигнала, пик, соответствующий его частоте на периодограмме, внесет существенный вклад в повышение уровня значимости, так как будет участвовать в расчете дисперсии. Однако, в данном случае на вход подается чистый шум, что может несколько снизить уровень, и в итоге может оказаться, что слишком много пиков у шума превышают этот уровень. Тем не менее, программа выдает удовлетворительные результаты визуализации и в этом случае.

На рис.6 и 7 представлены графики, где каждая пара точек, соответствующая одной абсциссе, отображает наибольший отсчет периодограммы для конкретного одного запуска программы с белым шумом на входе (номер этого запуска и является координатой-абсциссой) и уровень значимости ($q = 0.01$ и $q = 0.05$ для рис.6 и 7 соответственно). В первом случае программа запускалась 200 раз. Было зафиксировано два случая, где наибольший отсчет периодограммы превышает уровень. 2

случая из 200 как раз и соответствует вероятности $q = 0.01$ принять пик, созданный шумом, за сигнал.

Для второго случая с $q = 0.05$ ситуация такая же. Было зафиксировано 5 случаев, где наибольший отсчет периодограммы превышает уровень значимости. 5 случаев из 100, в свою очередь, соответствует вероятности $q = 0.05$ принять пик, созданный шумом, за сигнал.

Таким образом, можно весьма наглядно продемонстрировать данную вероятность принятия шумового пика за пик, принадлежащий сигналу, с заданным уровнем значимости, если просто запустить программу, генерирующую белый шум и вычисляющую для каждого ряда из шумов свою периодограмму и свой уровень значимости, сравнивая их друг с другом. При большом количестве запусков программы, в пределе стремящемся к бесконечности, количество случаев превышения отсчетов периодограммы шума над уровнем значимости, деленное на общее количество запусков, стремится к установленной заранее вероятности q .

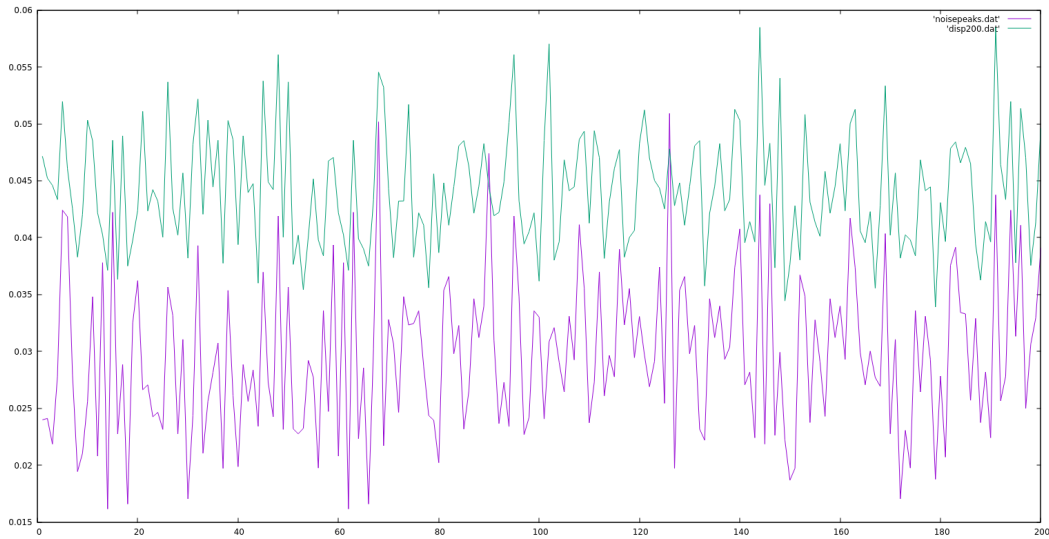


Рис. 6: Наибольшие отсчеты периодограммы чистого белого шума и уровень $q=0.01$ для 200 вариаций шума

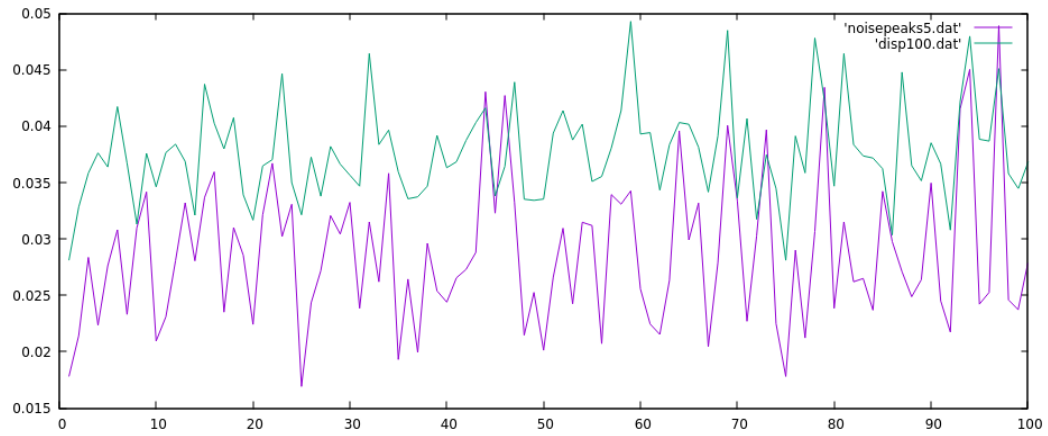


Рис. 7: Наибольшие отсчеты периодограммы чистого белого шума и уровень $q=0.05$ для 100 вариаций шума