

Выметание пылинок давлением излучения звезд

Кравцов В., Усачёв П., Макаренко Е., Кондратьева Т.

Декабрь 2018

1 Постановка задачи

Потеря массы красными гигантами и сверхгигантами, движение пылинок в отражательных и диффузных туманностях, динамика межпланетной пыли и т.д. определяется давлением звездного излучения на пылевые частицы. При этом важное значение имеет отношение силы лучевого давления на пылинку к силе гравитационного притяжения $\beta = F_{pr}/F_g$. Если $\beta > 1$, пылинки начинают двигаться от звезды. Для сферических пылинок эффективность их выметания равна

$$\beta = 2.12 \cdot 10^{-8} \frac{R^2 T^4 \overline{Q}_{pr}(a, T)}{M a \rho_d} \quad (1)$$

где a - радиус пылинки, ρ_d - плотность ее вещества, R , T , M - радиус, температура и масса звезды соответственно. Через \overline{Q}_{pr} обозначены планковские средние факторы лучевого давления. Они получаются путем усреднения факторов эффективности лучевого давления для отдельных частиц \overline{Q}_{pr} с функцией планка $\pi B(\lambda, T)$

$$\overline{Q}_{pr}(a, T) = \int_0^\infty Q_{pr}(m_\lambda, 2\pi a/\lambda) \pi B(\lambda, T) d\lambda / \int_0^\infty \pi B(\lambda, T) d\lambda \quad (2)$$

Требуется:

1. Выбирая пылинки разных размеров, провести расчеты кривых $\overline{Q}_{pr}(a, T)$ в диапазоне $T = 1000 - 50000K$ и кривых $\beta(a, T)$ для звезд разных типов.
2. Аппроксимировать теоретические кривые \overline{Q}_{pr} какой-либо простой функциональной зависимостью.

При этом использовать:

- для факторов $Q_{pr}(m_\lambda, x)$ рэлеевское приближение (Спитцер, 1981, гл. 7) и теорию Ми (см. программу 1-mieq в базе данных DOP: <http://www.astro.spbu.ru/DOP>);
- показатели преломления для льда, аморфного углерода, силиката (см. данные в базе JPDOC: <http://www.astro.spbu.ru/JPDOC>);
- радиусы, температуры и массы звезд (главная последовательность, гиганты, сверхгиганты) из книги Аллена (1977).

2 Ход работы

Из-за того, что в условии задачи не совсем явно сказано о *необходимости* пользоваться программой 1-meiq, первым делом мы наивно пытались найти аналитическое выражение для расчета Q_{pr} , чтобы его запрограммировать. Для этого в библиотеке астрономического отделения была найдена статья (1), указанная в списке литературы, в которой, как мы надеялись, оно и будет. К сожалению, наши надежды не оправдались.

Тем не менее, в статье (2), на которую авторы ссылаются в (1), кое-что найти удалось. А именно, там были найдены хоть и приближенные, но аналитические выражения для Q_{pr} :

В рэлеевском приближении ($x \ll 1$, $|m^2 - \sin^2 \alpha|^{1/2} x \ll 1$), учитывая асимптотическое поведение функций $J_n(z)$ и $H_n(z)$ и их производных при малых значениях z , получим

$$Q_{pr}^E = -\frac{\pi x}{2} \operatorname{Im}(m^2 - 1) \cos^2 \alpha - \pi x \operatorname{Im}\left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 1}\right) \sin^2 \alpha + \\ + \frac{\pi^2 x^3}{8} |m^2 - 1|^2 \cos^4 \alpha + \frac{\pi^2 x^3}{4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 1} \right|^2 \sin^2 \alpha (1 + \sin^2 \alpha) - \\ - \frac{\pi^2 x^3}{4} \operatorname{Re}\left(\frac{(m^2 - 1)^2}{m^2 + 1}\right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha, \quad (4)$$

$$Q_{pr}^H = -\pi x \operatorname{Im}\left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 1}\right) + \frac{\pi^2 x^3}{4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 1} \right|^2 (1 + \sin^2 \alpha). \quad (5)$$

Первые два слагаемых в формуле (4) и первый член в формуле (5) являются приближенными выражениями для Q_{ab}^E и Q_{ab}^H , следующие два слагаемых в (4) и второй член в (5) — для Q_{ca}^E и Q_{ca}^H соответственно. Последнее слагаемое в (4) представляет собой выражение для $\langle \cos \theta \rangle_E \cdot Q_{ca}^E$ в рэлеевском приближении.

Рис. 1: фрагмент статьи (2)

Обрадовавшись находке, мы решили запрограммировать эти формулы, однако ничего дельного из этого не вышло. Мы обсудили эту неудачу с одним из авторов данных статей, Ильином В.Б., и пришли к выводу, что программу 1-meiq использовать всё же придется.

Смирившись с этой мыслью, мы принялись искать данную программу в сети. Как ни странно, это оказалось непростой задачей. На указанном в условии задачи сайте нам удалось найти три разных версии программы для однородных сферических однослойных пылинок, ни одна из которых 1-mieq не называлась. Тем не менее, просмотрев исходные коды программ и прогнав несколько раз на тестовых данных мы пришли к нескольким выводам. Во-первых, они написаны на разных версиях языка Fortran (66 и 77). Во-вторых, только одна из программ (*mie.for*) работала стабильно на всем интервале интересующих нас значений безразмерного параметра x и давала значения хоть и отличающиеся, но похожие на те, что нашлись у Марины Сергеевны Прокопьевой.

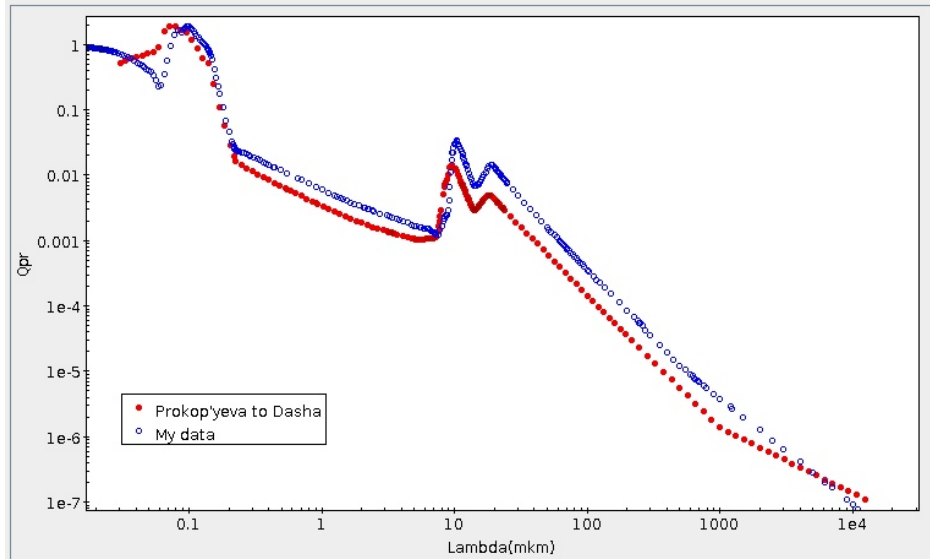


Рис. 2: Сравнение данных по Q_{pr} , полученных нами с данными М.С.

Далее, чтобы рассчитать \bar{Q}_{pr} необходимо было интегрировать произведение Q_{pr} с функцией Планка. Если с функцией Планка все просто (она реализована в библиотеке **astropy** языка *Python*), то функцию Q_{pr} нужно еще получить из табличных данных, возвращаемых программой *mie.for*. Ввиду ограничений на размер массивов и неудобного формата вывода данных для этой программы была написана оболочка на Fortran 95, которая позволила автоматически рассчитать параметр Q_{pr} для большого диапазона длин волн и для большого числа различных размеров пылинок.

Затем полученные табличные данные интерполировались с использованием модуля **scipy.interpolate** языка *Python*. Результаты интерполяции представлены на Рис.3:

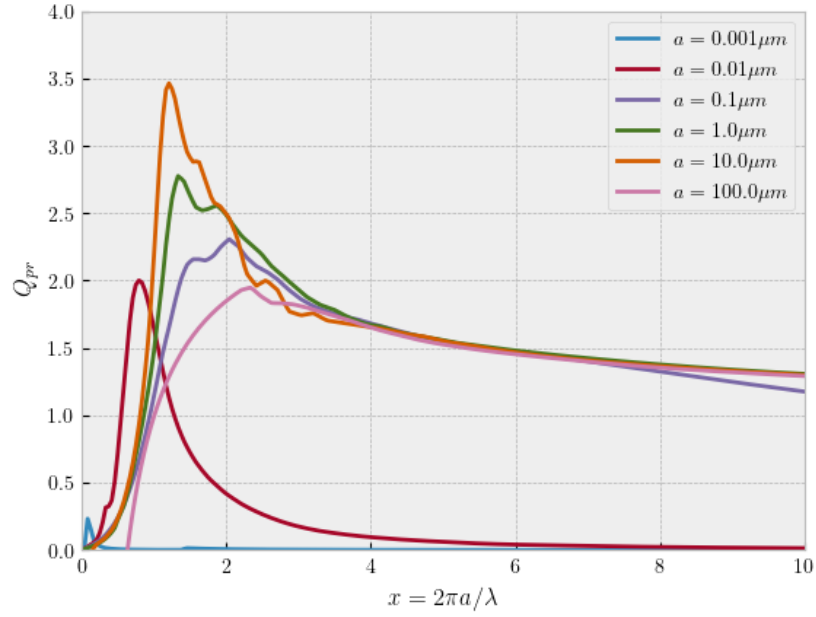


Рис. 3: Интерполяция функции Q_{pr} для различных размеров пылинок

После этого остается только рассчитать значение \overline{Q}_{pr} по формуле 2, а по нему затем получить, используя формулу 1, интересующее нас значение фактора эффективности выметания β для каждого размера пылинки и спектрального класса звезды. Для интегрирования 2 использовался пакет **scipy.integrate**.

3 Результаты

Фактор эффективности выметания β был рассчитан для пылинок с размерами $x \in [10^{-3}\mu m, 10^2\mu m]$ для звезд спектральных классов О–К. Параметры R , T , и M для этих звезд взяты из книги (3). Интегрирование производилось в интервале длин волн, в котором программой *mie.for* могли быть рассчитаны значения Q_{pr} . Попытки экстраполяции функции Q_{pr} на больший диапазон длин волн и честный счёт интеграла от 0 до ∞ ни к чему хорошему не привели. Результаты расчётов приведены ниже:

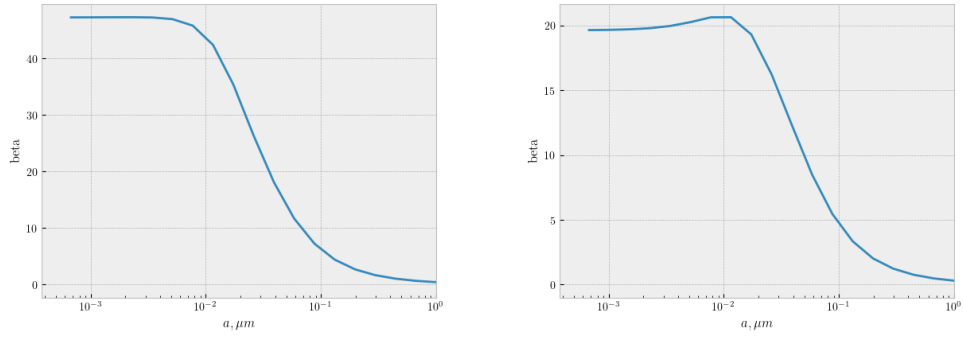


Рис. 4: Слева - O5V, справа - B0I

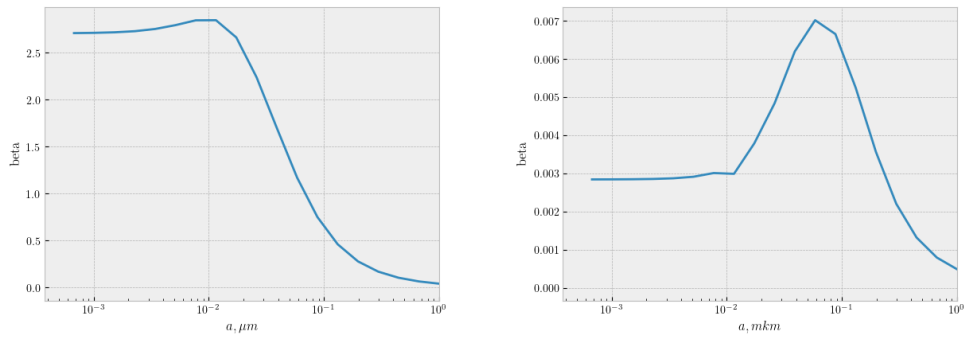


Рис. 5: Слева - B0V, справа - A0V

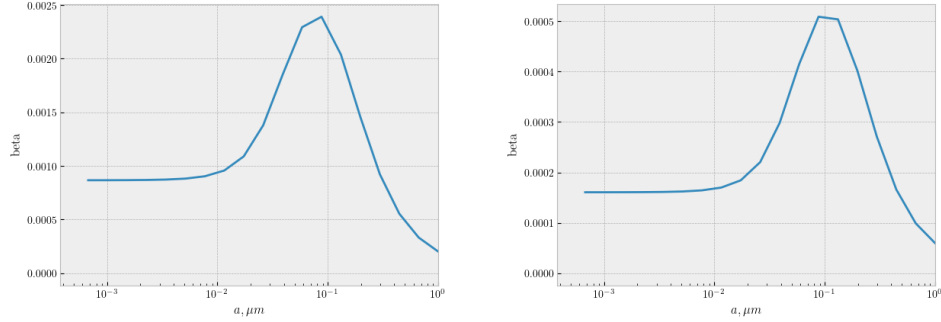


Рис. 6: Слева - A5V, справа - F5V

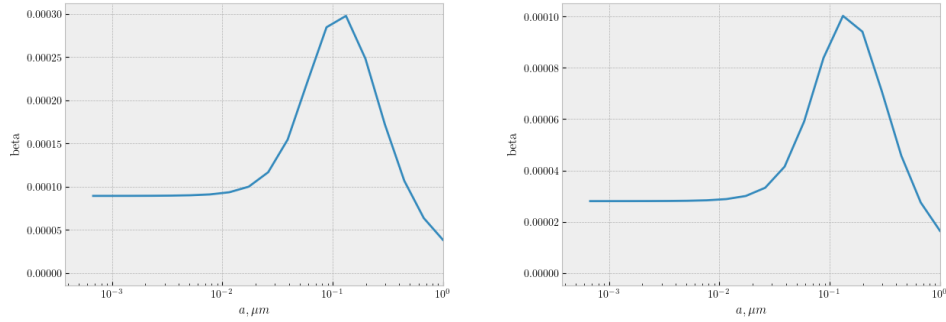


Рис. 7: Слева - G0V, справа - K0V

4 Выводы

По результатам расчетов можно заключить, что фактор эффективности выметания пылинок β достаточно велик только для звёзд ранних спектральных классов О-В. Внутри каждого спектрального класса β достигает максимума для гигантов, плавно убывая с уменьшением класса светимости. Также можно заметить, что для более холодных звёзд максимум функции β смещается в сторону больших размеров пылинок. Это можно объяснить тем, что максимум функции Планка, которая стоит под интегралом 2, с уменьшением температуры смещается в длинноволновую сторону. А, как известно, наиболее эффективно излучение взаимодействует с веществом, характерные размеры которого порядка длины волны.

Литература

- [1] Воцинников Н.В., Ильин В. Б. Выметание пылевых частиц излучением звезд различных спектральных классов // Астрон. ж. 1983, Т.60, С. 1120.
- [2] Воцинников Н.В., Ильин В. Б. Планковские средние сечения лучевого давления для несферических пылинок I // Астрофизика. 1982, Т.18, В.4, С. 616.
- [3] Аллен К.У., Астрофизические величины. Мир. М. 1977