

Débruitage de photographies et transformation en ondelettes.

Ce sujet allie ma passion pour l'astrophotographie où le débruitage est une étape clé dans la production de belles images de notre ciel, ainsi que mon intérêt pour l'informatique. Pierrick Legrand, enseignant-chercheur à l'INRIA, m'a dirigé vers la transformation en ondelettes pour le débruitage.

Si le principe même utilisé s'inscrit dans le thème de l'année, le sujet traite aussi du processus de conversion des photons en électrons qui est à l'origine de la problématique de débruiter des images.

Positionnement thématique (ÉTAPE 1) :

- *MATHEMATIQUES (Analyse)*
- *INFORMATIQUE (Informatique pratique)*
- *PHYSIQUE (Physique Ondulatoire)*

Mots-clés (ÉTAPE 1) :

Mots-clés (en français)	Mots-clés (en anglais)
<i>Transformation en ondelette</i>	<i>Wavelet transformation</i>
<i>Seuillage dur</i>	<i>Hard thresholding</i>
<i>Photographie</i>	<i>Photography</i>
<i>Bruit gaussien</i>	<i>Gaussian noise</i>
<i>Photodiodes</i>	<i>Photodiode</i>

Bibliographie commentée

L'analyse temps fréquence de signaux est un concept pilier dans la physique et les mathématiques appliquées. Elle transforme un signal en suites de nombres, que l'on peut manipuler pour modifier et reconstruire le signal. Les séries de Fourier, premier outil d'analyse en fréquence, sont apparues dans *La théorie analytique de la chaleur* (1822) et apparaissent comme un outil permettant de résoudre de nombreux problèmes issus de la nature : "Les équations analytiques [...] s'étendent à tous les phénomènes généraux" dit Joseph Fourier [2]. Cependant, en décomposant un signal en une somme continue de sinusoides, elle ne permet que

de décrire en temps ou en fréquence. Pourtant, nos expériences de la vie comme nos sensations auditives imposent une description en temps et en fréquence [1]. C'est pourquoi Gabor a introduit l'analyse de Fourier à fenêtre. L'idée consiste à décomposer un signal en fenêtres et d'analyser en fréquence intervalles par intervalles.

Seulement, la taille fixe des fenêtres exige un compromis : une fenêtre étroite permet de localiser les variations soudaines, mais ne permet pas de visualiser les basses fréquences, tandis qu'une fenêtre large ignore les hautes fréquences. Alfred Haar introduit en 1909 une fonction présentant deux impulsions (négative puis positive). Il faut attendre 1984 pour que Jean Morlet et Alex Grossman nomment ce type de fonctions des ondelettes, et c'est en 1986 qu'Yves Meyer regroupe toutes les découvertes sur ces fonctions, pour que Stéphane Mallat fasse ensuite le lien entre l'analyse temps-fréquence et les ondelettes[2]. Cet outil est particulièrement adapté pour résoudre les problèmes vus précédemment.

En pratique, on construit à partir d'une ondelette mère une multitude d'ondelettes par translation et dilatation, on parle alors de multirésolution, et comme avec les séries de Fourier, on exprime un signal quelconque comme une somme d'ondelettes. Si Stéphane Mallat a relié les ondelettes orthogonales aux filtres utilisés dans le traitement du signal, elles n'y jouent pas le rôle principal qui est occupé par la fonction d'échelle. Elles sont toutefois essentielles : elles encodent les détails qu'un signal acquiert quand on double sa résolution. Bien qu'aucune échelle ne soit optimale, on peut voir un signal quelconque comme une succession de couches de détails que l'on peut, grâce à la transformation en ondelette, approcher séparément. En cela, la transformation en ondelettes est similaire à un appareil photo : quand on l'approche de son sujet, il en discerne tous les détails, quand on l'en éloigne, il capte sa forme globale. Dans le contexte de l'analyse de signaux, la transformation en ondelettes trouve sa principale application dans la compression, mais elle en permet aussi le filtrage.

Pour les spécialistes du traitement du signal, il n'existe que deux types de fonctions : le signal à analyser et le filtre qui analyse le signal. Un filtre, qu'il soit physique ou numérique a pour but de laisser passer certaines fréquences et de bloquer les autres. Mallat a eu l'idée de considérer la transformation en ondelettes comme une cascade de filtres correspondant chacun à un niveau de résolution [1]. Les ondelettes donnent un socle mathématique solide à l'analyse du signal ainsi qu'un outil rapide.

Parallèlement, le procédé de construction des images par les appareils photo numériques amène une imprécision du signal appelé bruit, dû à la conversion de signaux analogiques en signaux numériques [6]. Il existe une multitude d'outils et de méthodes pour le débruitage d'images. Un outil phare du débruitage d'images est la déconvolution. Bien qu'il n'y ait pas de définition unanime pour la déconvolution, on peut la considérer comme la résolution d'une équation de convolution, c'est donc une sorte d'opération inverse. Bien que cette méthode ait de bons résultats dans certains cas, cette pseudo définition pose pourtant un problème important d'existence et de non unicité de la solution, ce qui ne garantit pas de résultat.

Problématique retenue

Ainsi, comment la transformation en ondelettes permet-elle de débruiter une image ? Si cette transformation permet l'analyse d'une image, quelle méthode utiliser pour en retirer le bruit ?

Objectifs du TIPE du candidat

On se propose dans ce travail :

- de déterminer une méthode pour débruiter une image grâce à la transformation en ondelettes
- de se familiariser avec la théorie mathématique derrière la transformation en ondelette, en particulier la structure des bases d'ondelettes, afin d'anticiper le résultat de la transformation d'une image
- d'étudier les critères objectifs qualifiant une bonne image
- d'implémenter numériquement plusieurs algorithmes de débruitage, de les rendre le plus performant possible sur les machines, et enfin d'en classer les résultats
- de déterminer les possibles limites d'un tel outil

Références bibliographiques (ÉTAPE 1)

- [1] BARBARA BURKE HUBBARD : Ondes et ondelettes, la saga d'un outil mathématique : *ISBN 2-9029-1890-9*
- [2] JEAN-PIERRE KAHANE, PIERRE GILLES LEMARIÉ-RIEUSSET : Séries de Fourier et ondelettes : *ISBN 2-84225-001-X*
- [3] BÉATRICE PESQUET-POPESCU : Débruitage de signaux à l'aide d'ondelettes : https://cagnazzo.wp.imt.fr/files/2018/04/wavelet_denoising.pdf
- [4] JEAN-MARC VÉZIEN : Traitement des images et vision par machine : https://perso.limsi.fr/vezien/pdf_cours_ima_jmv.pdf
- [5] SHIVANI MUPPARAJU, B NAGA VENKATA SATYA DURGA JAHNAVI : Comparison of various thresholding techniques of image denoising : *ISSN 2278-0181*
- [6] D.BERQUET : Les capteurs C.C.D (charges coupled devices : dispositifs à couplage de charges) : <http://danxberquet.ifrance.com/>
- [7] THIERRY NUNS : Etude du comportement des capteurs d'images C.C.D commerciaux en ambiance spatiale : https://depozit.isae.fr/theses/2002/2002_Nuns_Thierry.pdf

DOT

[1] : Janvier 2024, recherche d'un domaine pour lier la photographie et le thème donné. La problématique du bruit est récurrente, je me penche vers des méthodes comme le produit de convolution

[2] : Mai 2024, rencontre avec un chercheur de l'INRIA. Cette rencontre m'a permise de découvrir les ondelettes et mesurer en quoi cela était intéressant

[3] : Juin 2024, après avoir approfondi le sujet, je met en place des méthodes de débruitage par seuillage dur. Ces tentatives sont infructueuses car je n'ai alors pas connaissance de l'importance du choix du seuil.

[4] : Septembre-Décembre 2024, je met en place une première méthode trop coûteuse. Ces tentatives sont infructueuses et il m'est impossible de l'utiliser pour des images trop larges donc les résultats ne sont pas satisfaisants

[5] : Janvier 2025, découverte du seuil universel de Visu-Shrink, je met en place ma méthode finale.

[6] : Février-Mars 2025, je m'intéresse aux méthodes de transformation en ondelettes alternatives et plus performantes comme le lifting en ondelette et les caractéristiques les distinguant (invariance par translation)