

МГТУ им. БАУМАНА

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

По курсу: "АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ"

## Расстояние Левенштейна

Работу выполнила: Подвашецкий Дмитрий,  
ИУ7-54Б

Преподаватели: Волкова Л.Л., Строганов Ю.В.

*Москва, 2019*

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>1 Аналитическая часть</b>	<b>4</b>
<b>2 Конструкторская часть</b>	<b>6</b>
<b>3 Технологическая часть</b>	<b>7</b>
3.1 Выбор ЯП . . . . .	7
3.2 Сведения о модулях программы . . . . .	7
<b>4 Исследовательская часть</b>	<b>11</b>
<b>Заключение</b>	<b>12</b>

# Введение

**Расстояние Левенштейна** - минимальное количество операций вставки, удаления, замены необходимых для превращения одной строки в другую.

Расстояние Левенштейна в основном применяется для:

- Для нахождения объектов или записей в поисковых системах
- В базах данных, при поиске с неполно-заданным или неточно заданным именем
- Для исправления ошибок при вводе текста
- Для исправления ошибок в результате автоматического распознавания отсканированного текста или речи

Целью данной лабораторной работы является изучение алгоритмов Левенштейна и Дamerau-Левенштейна.

Задачами данной лабораторной являются:

1. изучение алгоритмов Левенштейна и Дamerau-Левенштейна нахождения расстояния между строками;
2. получение практических навыков реализации указанных алгоритмов: двух алгоритмов в матричной версии и одного из алгоритмов в рекурсивной версии;
3. сравнительный анализ линейной и рекурсивной реализаций выбранного алгоритма определения расстояния между строками по затрачиваемым ресурсам (времени и памяти);

4. экспериментальное подтверждение различий во временной эффективности рекурсивной и нерекурсивной реализаций выбранного алгоритма определения расстояния между строками при помощи разработанного программного обеспечения на материале замеров процессорного времени выполнения реализации на варьирующихся длинах строк;
5. описание и обоснование полученных результатов в отчете о выполненной лабораторной работе, выполненного как расчётно-пояснительная записка к работе.

# 1 | Аналитическая часть

Задача по нахождению расстояния Левенштейна заключается в поиске минимального количества операций вставки, удаления, замены необходимых для превращения одной строки в другую.

**Действия обозначаются так:**

1. D — удаление,
2. I — вставка,
3. R — замена,
4. M — совпадение.

Пусть  $S_1$  и  $S_2$  — две строки (длиной M и N соответственно) над некоторым алфавитом, тогда расстояние Левенштейна можно подсчитать по следующей рекуррентной формуле:

$$D(i, j) = \begin{cases} 0, & i = 0, j = 0 \\ i, & j = 0, i > 0 \\ j, & i = 0, j > 0 \\ \min( & j > 0, i > 0 \\ D(i, j - 1) + 1, \\ D(i - 1, j) + 1, \\ D(i - 1, j - 1) + m(S_1[i], S_2[j]) \\ ), \end{cases}$$

где  $m(a, b)$  равна нулю, если  $a = b$  и единице в противном случае;  $\min\{a, b, c\}$  возвращает наименьший из аргументов.

При вычислении расстояния Дамерау-Левенштейна добавляется еще одна операция - транспозиция, т.е. перестановка двух соседних элементов.

Расстояние Дамерау-Левенштейна вычисляется по следующей рекуррентной формуле:

$$D(i, j) = \begin{cases} 0, & i = 0, j = 0 \\ i, & j = 0, i > 0 \\ j, & i = 0, j > 0 \\ \min( & \\ \quad D(i, j - 1) + 1, & \\ \quad D(i - 1, j) + 1, & j > 0, i > 0 \\ \quad D(i - 1, j - 1) + m(S_1[i], S_2[j]) & \\ \quad D(i - 2, j - 2) + 1, & \text{if } i, j > 1 \text{ and } a_i = b_{j-1}, a_{i-1} = b_j \\ ) & \end{cases}$$

## 2 | Конструкторская часть

### Требования к вводу:

1. Ответ на вопрос о работе в тестовом режиме
2. Две строки, строчные и заглавные буквы считаются различными

### Требования к программе:

1. Корректный ввод, корректный вывод, программа не должна аварийно завершаться

## 3 | Технологическая часть

### 3.1 Выбор ЯП

В качестве языка программирования был выбран Haskell, для ознакомления с ним.

### 3.2 Сведения о модулях программы

Программа состоит из:

- main.hs - главный файл программы
- dam lev matrix.hs - файл с функцией вычисления расстояния Дамерау-Левенштейна матрично
- lev matrix.hs - файл с функцией вычисления расстояния Левенштейна матрично
- dam lev rec.hs - файл с функцией вычисления расстояния Дамерау-Левенштейна рекурсивно
- tests.hs - файл с тестами

Листинг 3.1: Функция нахождения расстояния Левенштейна матрично

```
1 lev_mtr_abs :: String -> String -> Matrix Int
2 lev_mtr_abs s1 s2 = do
3     let a = length s2
4     let b = length s1
5     let mtr = fromLists [[j | j <- [i..a+i]] | i <- [0..b]]
6
```



```

7     lev_mtr s2 s1 2 2 mtr
8
9  cmp :: Char -> Char -> Int
10 cmp a b = if a == b
11           then 0
12           else 1
13
14 calc_min :: String -> String -> Int -> Int -> Matrix Int ->
    Int
15 calc_min s1 s2 i j mtr = minimum [(getElem (i-1) j mtr) +
    1,
16                                   (getElem i (j-1) mtr) +
    1,
17                                   (getElem (i-1) (j-1) mtr)
    + (cmp (s1 !! (j-2))
    (s2 !! (i-2)))]
18
19
20 lev_mtr :: String -> String -> Int -> Int -> Matrix Int ->
    Matrix Int
21 lev_mtr "" s2 i j mtr = mtr
22 lev_mtr s1 "" i j mtr = mtr
23 lev_mtr s1 s2 i j mtr =
24     if i >= length s2 + 2
25     then lev_mtr s1 s2 2 (j+1) mtr
26     else if j >= length s1 + 2
27     then mtr
28     else lev_mtr s1 s2 (i+1) j (setElem (calc_min
    s1 s2 i j mtr) (i,j) mtr)

```

Листинг 3.2: Функция нахождения расстояния Дамерау-Левенштейна рекурсивно

```

1  cmp :: Char -> Char -> Int
2  cmp a b = if a == b
3            then 0
4            else 1
5
6  dam_lev_rec :: String -> String -> Int
7  dam_lev_rec "" s2 = length s2
8  dam_lev_rec s1 "" = length s1

```

```

9 dam_lev_rec s1 s2 = do
10   let l1 = length s1
11   let l2 = length s2
12   if (l1 > 2) && (l2 > 2)
13     then if ((last s1) == (s2 !! (l2-2)) && (s1 !! (l1
14              -2)) == (last s2))
15              then minimum [(dam_lev_rec (init s1)) s2 +
16                            1,
17                            (dam_lev_rec s1 (init s2)) +
18                            1,
19                            (dam_lev_rec (init s1) (init
20                             s2)) + (cmp (last s1) (
21                              last s2)),
22                            (dam_lev_rec (init (init s1))
23                             (init (init s2))) + 1]
24     else minimum [(dam_lev_rec (init s1) s2) +
25                   1,
26                   (dam_lev_rec s1 (init s2)) +
27                   1,
28                   (dam_lev_rec (init s1) (init
29                    s2)) + (cmp (last s1) (
30                     last s2))]
31   else minimum [(dam_lev_rec "" s2) + 1,
32                 (dam_lev_rec s1 "") + 1,
33                 (dam_lev_rec (init s1) (init s2)) + (
34                  cmp (last s1) (last s2))]

```

Листинг 3.3: Функция нахождения расстояния Дамерау-Левенштейна матрично

```

1 dam_lev_mtr_abs :: String -> String -> Matrix Int
2 dam_lev_mtr_abs s1 s2 = do
3   let a = length s2
4   let b = length s1
5   let mtr = fromLists [[j | j <- [i..a+i]] | i <- [0..b]]
6
7   dam_lev_mtr s2 s1 2 2 mtr
8
9 cmp :: Char -> Char -> Int
10 cmp a b = if a == b

```

```

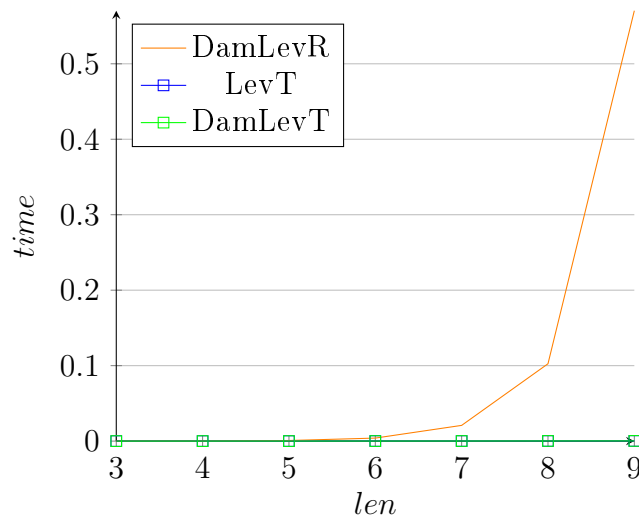
11         then 0
12         else 1
13
14 calc_min :: String -> String -> Int -> Int -> Matrix Int ->
15           Int
16 calc_min s1 s2 i j mtr =
17     if (i > 2) && (j > 2)
18     then if ((s1 !! (j-2)) == (s2 !! (i-3))) && ((s1 !!
19              (j-3)) == (s2 !! (i-2)))
20     then minimum [(getElem (i-1) j mtr) + 1,
21                  (getElem i (j-1) mtr) + 1,
22                  (getElem (i-1) (j-1) mtr) + (cmp
23                    (s1 !! (j-2)) (s2 !! (i-2))),
24                  (getElem (i-2) (j-2) mtr) + 1]
25
26     else minimum [(getElem (i-1) j mtr) + 1,
27                  (getElem i (j-1) mtr) + 1,
28                  (getElem (i-1) (j-1) mtr) + (cmp
29                    (s1 !! (j-2)) (s2 !! (i-2)))]
30
31     else minimum [(getElem (i-1) j mtr) + 1,
32                  (getElem i (j-1) mtr) + 1,
33                  (getElem (i-1) (j-1) mtr) + (cmp (s1
34                    !! (j-2)) (s2 !! (i-2)))]
35
36 dam_lev_mtr :: String -> String -> Int -> Int -> Matrix Int
37             -> Matrix Int
38 dam_lev_mtr "" s2 i j mtr = mtr
39 dam_lev_mtr s1 "" i j mtr = mtr
40 dam_lev_mtr s1 s2 i j mtr =
41     if i >= length s2 + 2
42     then dam_lev_mtr s1 s2 2 (j+1) mtr
43     else if j >= length s1 + 2
44     then mtr
45     else dam_lev_mtr s1 s2 (i+1) j (setElem (
46         calc_min s1 s2 i j mtr) (i,j) mtr)

```

## 4 | Исследовательская часть

Был проведен замер времени работы каждого из алгоритмов.

len	DamLev(R)	Lev(T)	DamLev(T)
3	0.00003	0.00003	0.00003
4	0.0001	0.00004	0.00004
5	0.0008	0.00005	0.00006
6	0.04	0.00012	0.00008
7	0.02083	0.00012	0.00012
8	0.10250	0.00016	0.00020
9	0.57036	0.00020	0.00025



Матричные реализации практически не отличаются друг от друга по времени. В то время как рекурсивная уже при длине строк больше 5 начинает сильно отставать.

# Заключение

Мною были изучены алгоритмы Левенштейна и Дамерау-Левенштейна нахождения расстояния между строками, получены практические навыки реализации указанных алгоритмов в матричной и рекурсивных версиях.

Также экспериментально было проверено различие во временной эффективности рекурсивной и нерекурсивной реализаций алгоритма Дамерау-Левенштейна.

В результате можно сделать вывод, что практически всегда предпочтительнее использовать матричный вариант.