МГТУ им. Баумана

Лабораторная работа №2

По курсу: "Анализ алгоритмов"

Умножение матриц

Работу выполнила: Подвашецкий Дмитрий,
ИУ7-54Б

Преподаватели: Волкова Л.Л., Строганов Ю.В.

Москва, 2019

Оглавление

Введение

Матрица - математический объект, записываемый в виде прямоугольной таблицы элементов кольца или поля которая представляет собой совокупность строк и столбцов, на пересечении которых находятся её элементы.

Матрицы широко применяются в математике для компактной записи систем линейных алгебраических или дифференциальных уравнений. В этом случае, количество строк матрицы соответствует числу уравнений, а количество столбцов — количеству неизвестных. В результате решение систем линейных уравнений сводится к операциям над матрицами.

Матрицы допускают следующие алгебраические операции:

1. сложение матриц, имеющих один и тот же размер;
2. умножение матриц подходящего размера;
3. умножение матрицы на элемент основного кольца или поля;

Умножение матриц - одна из основных операций над матрицами.

Целью данной лабораторной работы является реализация и изучение алгоритма умножения матриц методом Винограда и стандартного.

Задачами данной лабораторной являются:

1. изучение стандартного метода и метода Винограда для умножения матриц;
2. реализация данных двух методов, а так же оптимизация последнего;
3. теоретический анализ трудоемкости рассматриваемых алгоритмов;
4. экспериментальное подтверждение различий во времено́й эффективности рассматриваемых алгоритмов;

5. описание и обоснование полученных результатов в отчете о выполненной лабораторной работе, выполненного как расчётно-пояснительная записка к работе.

1 Аналитическая часть

Операция умножения матриц повсеместно приминяется в математике, физике, программировании и т.д. Для того, чтобы произведение матрицы A, размерами n на m, на матрицу B, размерами u на v, было возможно, необходимо, чтобы n = u.

В данной лабораторной работе я рассмотрю два алгоритма умножения матриц.

Первый алгоритм - стандартный.

Пусть есть две матрицы:

$$A_{nm} = \begin{pmatrix} a_{00} & ... & a_{0m} \\ ... & ... & ... \\ a_{n0} & ... & a_{nm} \end{pmatrix}; \, B_{mk} = \begin{pmatrix} b_{00} & ... & b_{0k} \\ ... & ... & ... \\ b_{m0} & ... & b_{mk} \end{pmatrix}$$

Тогда, пусть:

$$C_{nk} = A_{nm}B_{mk}$$

Где ij эллемент матрицы C_{nk} вычисляется как скалярное произведение i строки матрицы A_{nm} на j столбец матрицы B_{mk}.

$$C_{ij} = a_{0i} * b_{j0} + ... + a_{mi} * b_{jm}, i = [1..n], j = [1..m]$$

Второй алгоритм - Винограда.

В данном алгоритме, также как и в предыдущем, каждый элемент производной матрицы считается как скалярное произведение. Рассмотрим два вектора:

$$V = \begin{pmatrix} v1 & v2 & v3 & v4 \end{pmatrix}$$
$$W = \begin{pmatrix} w1 & w2 & w3 & w4 \end{pmatrix}$$

Их скалярное произведение равно:

$$V * W = v1w1 + v2w2 + v3w3 + v4w4$$

Это выражение можно переписать:

$$V * W = (v1 + w2)(v2 + w1) + (v3 + v4)(v4 + w3) - v1v2 - v3v4 - w1w2 - w3w4$$

Можно заметить, что правую часть данного выражения можно высчитать заранее для каждого вектора. Это означает, что, при предварительной обработке векторов мы можем, в дальнейшем, сэкономить 2 операции умножения, за счет 2х лишних операций сложения.

Если при умножении двух матриц произвести обработку строк первой и столбцов второй, то можно добиться большей эффективности по времени.

Список литературы

1. Умножение матриц. [Электронный ресурс] Режим доступа: http://www.algolib.narod.ru/M
Последння дата обращения: 10.10.2019