МГТУ им. Баумана

Лабораторная работа №3

По курсу: "Анализ алгоритмов"

# Сортировки

Работу выполнил: Подвашецкий Дмитрий, ИУ7-54Б

Преподаватели: Волкова Л.Л., Строганов Ю.В.

*Москва, 2019*

# Оглавление

**Введение** **2**

**1 Аналитическая часть** **3**
1.1 Быстрая сортировка . . . . . 3
1.2 Сортировка пузырльком . . . . . 3
1.3 Сортировка вставками . . . . . 3

**Вывод** **4**

**2 Конструкторский раздел** **5**
2.1 Схемы алгоритмов и их анализ . . . . . 5
2.1.1 Быстрая сортировка . . . . . 5
2.1.2 Сортировка пузырьком . . . . . 6
2.1.3 Сортировка вставками . . . . . 7

**Вывод** **8**

**3 Технологический раздел** **9**
3.1 Выбор ЯП . . . . . 9
3.2 Замеры времени . . . . . 9
3.3 Создание псевдослучайного массива . . . . . 9
3.4 Требования к ПО . . . . . 9
3.5 Ленивые вычисления . . . . . 9
3.6 Сведения о модулях программы . . . . . 10

**Вывод** **11**

**4 Экспериментальная часть** **12**
4.1 Сравнительный анализ алгоритмов . . . . . 12
4.1.1 Прямой порядок . . . . . 12
4.1.2 Обратный порядок . . . . . 13
4.1.3 Случайный порядок . . . . . 14

**Вывод** **15**

**Список литературы** **16**

# Введение

**Алгоритм сортировки** - это алгоритм, позволяющий упорядочить элементы в некотором списке. Сортировки - это основа, которую учат все, кто так или иначе хочет заниматься чем-либо связанным с программированием.

За все время было создано огромное множество различных алгоритмов сортировки, каждая из которых обладает какими-либо особенности. В данной лабораторной работе я постраюсь это продемонстрировать.

**Задачами** данной лабораторной работы являются:

1. выбор и изучение трех алгоритмов сортировки;
2. реализация выбранных алгоритмов;
3. теоретический анализ сложности;
4. эксперементальное подтверждение различий во временной эффективности алгоритмов;
5. описание и обоснование полученных результатов в отчете о выполненной лабораторной работе, выполненного как расчётно-пояснительная записка к работе.

# 1 Аналитическая часть

Для рассмотрения в этой лабораторной работе мною были выбраны алгоритмы:

1. быстрой сортировки;
2. сортироки пузырьком;
3. сортировки вставками.

## 1.1 Быстрая сортировка

Суть данного алгоритма заключается в выборе некоторого опортного элемента (обычно выбирают либо последний, либо средний) и дальнейшем разбиении списка на два подсписка: все элементы меньше опортного и все те, что больше опорного. Далее для каждого из двух подсписков рекурсивно применяется тот же алгоритм сортировки.

Обозначим:

qSort(list) - применение алгоритма быстрой сортировки к некоторому списку list.

$list = l_0, l_1, ..., l_n$

$listL = l_i : l_i <= l_0, i = 1..n$

$listR = l_i : l_i > l_0, i = 1..n$

Тогда алгоритм быстрой сортировки можно записать как:

$$qSort(list) = qSort(listL) + l_0 + qSort(listR) \tag{1.1}$$

## 1.2 Сортировка пузырльком

Данный алгоритм заключается в проходе списка слева направо до конца. Если текущий элемент больше следующего, то необходимо поменять их местами (для сортировки по возрастанию). Заметим, что после, этот процесс необходимо повторять до тех пор, пока массив не будет отсортирован. В случае если алгоритм никак не модифицирован, то необходимо повторить кол-во раз, равного длине массива.

## 1.3 Сортировка вставками

Суть этого алогоритма аключается в том что, на каждом шаге алгоритма мы берем один из элементов массива, находим позицию для вставки и вставляем.

Стоит отметить что массив из 1-го элемента считается отсортированным. [1] В ходе работы данного алгоритма, при обратоке i-го элемента можно быть уверенным в том, что левая часть является полностью остортированной.

# Вывод

В данном разделе мною было рассмотрены и вкратце описаны рассматриваемые мною алгоритмы.

# 2 Конструкторский раздел

## 2.1 Схемы алгоритмов и их анализ

### 2.1.1 Быстрая сортировка

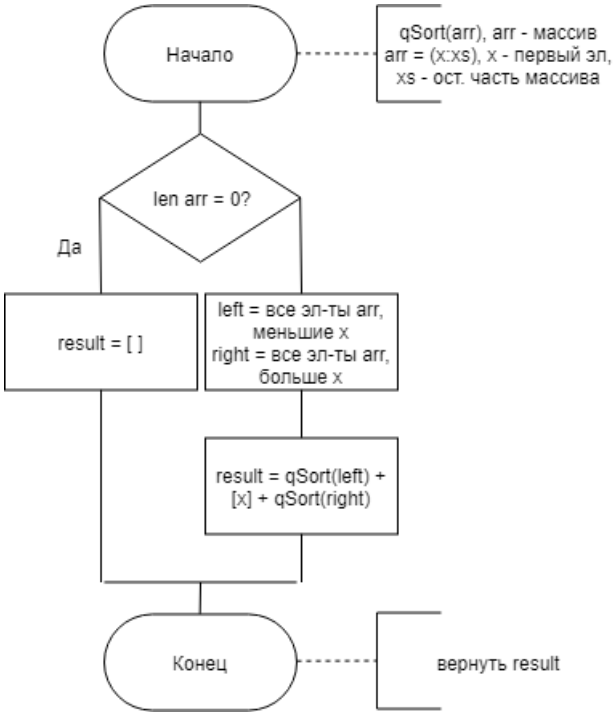



Рис 2. Схема алгоритма быстрой сортировки.

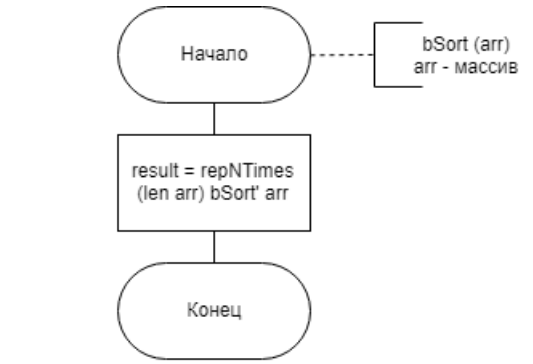
**Лучший случай:**

Лучший случай достигается тогда, когда при каждом вызове функции массив делится пополам (+- 1 элемент). Рекурсия завершается если в обрабатываемом массиве остался только 1 элемент. В таком случае, массив делится на $N/2$ и $N/2$, следовательно чтобы найти максимальную глубину рекурсии необходимо найти i из уравнения $N/2^i = 1$. i $= log_2(N)$, из чего следует, что трудоемкость алгоритма равна: $N * log_2(N)$

**Худший случай:**

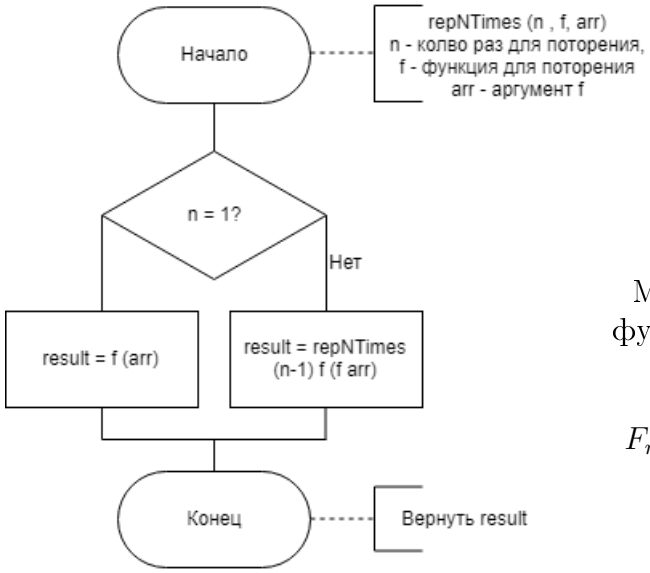
В худшем случае каждое разделение дает два подмассива длины 1 и N-1. При выборе опорного элемента первым или последним, такой эффект даст полностью отсортированный массив. Максимальная глубина рекурсии в таком случае равна N, из чего следует, что трудоемкость алгоритма равно: $O(N^2)$

### 2.1.2 Сортировка пузырьком




bSort - это функция 'надстройка', едиснтвенная её задача - вызов функции repNTimes, следовательно

$$F_{bSort} = F_{repNTimes} \tag{2.1}$$




Максимальная глубина рекурсии функции repNTimes = N, что равно длине массива

$$F_{repNTimes} = N(2 + F_{bSort'}) - 1 \tag{2.2}$$

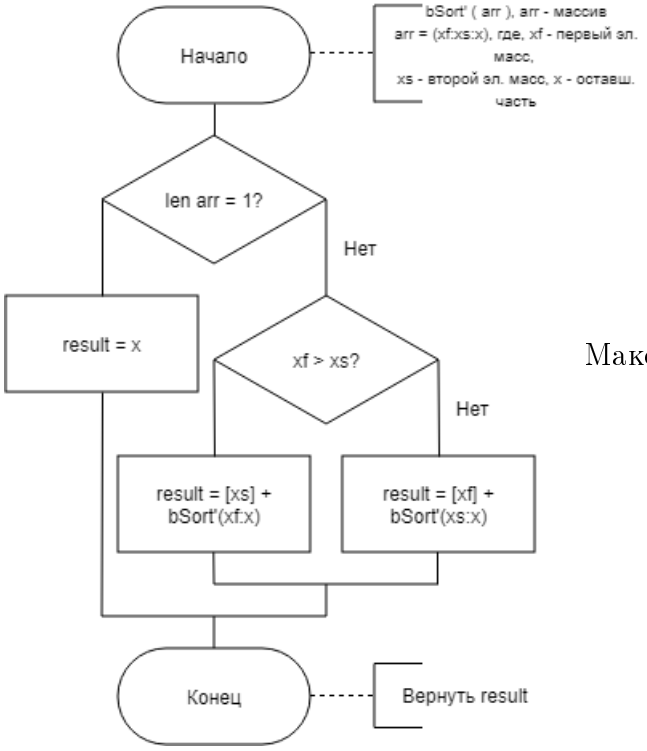



Рис 2. Схема алгоритма сортировки пузырьком.

Максимальная глубина рекурсии bSort' так же равна N

$$F_{bSort'} = 3N - 1 \qquad (2.3)$$

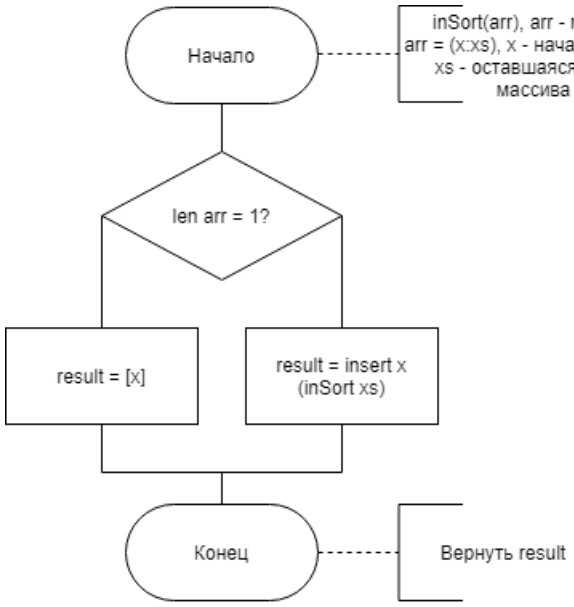
**Анализ трудоемкости:**

$$F_{bSort} = F_{repNTimes} = N(2 + F_{bSort'}) - 1 = N(2 + 3N - 1) - 1 = N + 3N^2 - 1 \quad (2.4)$$

Для данной реализации алгоритма сортировки пузрьком, нет различий в трудоемкости при обратке обратно отсортированного массива, прямого или случайного.

Общая сложность алгоритма для всех случаев: $O(N^2)$

### 2.1.3 Сортировка вставками



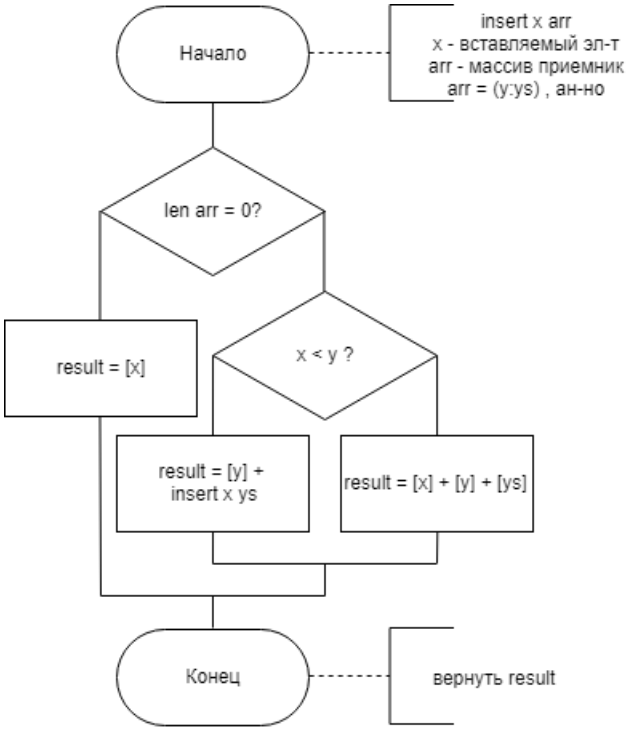



Рис 3. Схема алгоритма сортировки вставками.

**Анализ трудоемкости:**

Согласно [3]:

**Лучший случай** - $O(N)$

**Худший случай** - $O(N^2)$

# Вывод

Таким образом, в данном разделе были рассмотренны исследуемые алгоритмы, а так же вычисленны их трудоемкости.

# 3 Технологический раздел

## 3.1 Выбор ЯП

В качестве языка программирования был выбран Haskell, для ознакомления с ним.

## 3.2 Замеры времени

Замер времени работы алгоритмов производился при помощи функций getCurrentTime, diffUTCTime из библиотеки Data.Time.Clock. [2]

Также производится усреднение времени работы алгоритмов. Для этого время считается для 10 вызовов, и после делится на 10.

## 3.3 Создание псевдослучайного массива

Для того, чтобы создать массив с минимальным кол-вом отсортированных подмассивов я завел дополнительный массив: $A = [3, 5, 7, 11, 13, 17, 23]$ И вычислял i-тый эл-т массива как $Arr_i$ = [i mod (a[i mod 7])]

Таким образом каждый раз создается один и тот же псевдослучайны массив. (Это было сделано, так как я не хотел разбираться с библиотекой случайных чисел)

## 3.4 Требования к ПО

**Требования к вводу:**

1. Массив целых чисел

**Требования к программе:**

1. Корректный ввод, корректный вывод, программа не должна аварийно завершаться

## 3.5 Ленивые вычисления

Для того, чтобы избавиться от ленивых вычисления использовались Bang patterns. Для этого программа компилировалась с ключем -XBangPatterns.

## 3.6 Сведения о модулях программы

Программа состоит из:

- main.hs - главный файл программы
- bsort.hs - файл с реализацией алгоритма сортировки пузырьком (Листинг 3.1.)
- inSort.hs - файл с реализацией алгоритма сортировки вставками (Листинг 3.2.)
- qsort.hs - файл с реализацией алгоритма быстрой сортировки (Листинг 3.3.)

Листинг 3.1: Сортировка пузырьком

```
bSort' :: (Ord a) => [a] -> [a]
bSort' [] = []
bSort' [x] = [x]
bSort' (xf:xs:x) =
if xf > xs
then (xs:bSort'(xf:x))
else (xf:bSort'(xs:x))

repNTimes :: (Ord a) => Int -> ([a] -> [a]) -> [a] -> [a]
repNTimes 1 f x = f x
repNTimes n f x = repNTimes (n-1) f (f x)

bSort :: (Ord a) => [a] -> [a]
bSort x = repNTimes (length x) bSort' x
```

Листинг 3.2: Сортировка вставками

```
insert :: (Ord a) => a -> [a] -> [a]
insert x [] = [x]
insert x (y:ys) = if x < y
then x:y:ys
else y : insert x ys

inSort :: (Ord a) => [a] -> [a]
inSort [x] = [x]
inSort (x:xs) = insert x (inSort xs)
```

Листинг 3.3: Быстрая сортировка

```
qSort :: (Ord a) => [a] -> [a]
qSort [] = []
qSort (x:xs) = qSort(left) ++ [x] ++ qSort(right)
where
left = [a | a <- xs, a <= x]
right = [a | a <- xs, a > x]
```

# Вывод

В данном разделе мною были реализованны алгоритмы рассматриваемых сортировок.

# 4 Экспериментальная часть

## 4.1 Сравнительный анализ алгоритмов

### 4.1.1 Прямой порядок

Анализируя Таблицу. 1. можно увидеть, что сортировка Пузырьком работает примерно в 120 раз медленее чем сортировка Вставками, и в 75 медленее чем быстрая сортировка. (Я не знаю почему, честно. Так не должно быть.) Быстрая сортировка работает на 60% медленнее чем сортировка вставками. (????????)

Таблица. 1. Сравнение алгоритмов при прямо отсортированном массиве.

| Размер | bSort (c) | inSort (c) | qSort (c) |
|---|---|---|---|
| 1000 | 0.01922 | 2e-05 | 0.00026 |
| 1100 | 0.02103 | 0.00019 | 0.00033 |
| 1200 | 0.02419 | 7e-05 | 0.00028 |
| 1300 | 0.02832 | 9e-05 | 0.00024 |
| 1400 | 0.03067 | 0.00023 | 0.00031 |
| 1500 | 0.03516 | 6e-05 | 0.00034 |
| 1600 | 0.03759 | 5e-05 | 0.00031 |
| 1700 | 0.0454 | 0.0001 | 0.00033 |
| 1800 | 0.05219 | 0.0002 | 0.00034 |
| 1900 | 0.06051 | 6e-05 | 0.00033 |
| 2000 | 0.06591 | 9e-05 | 0.00037 |

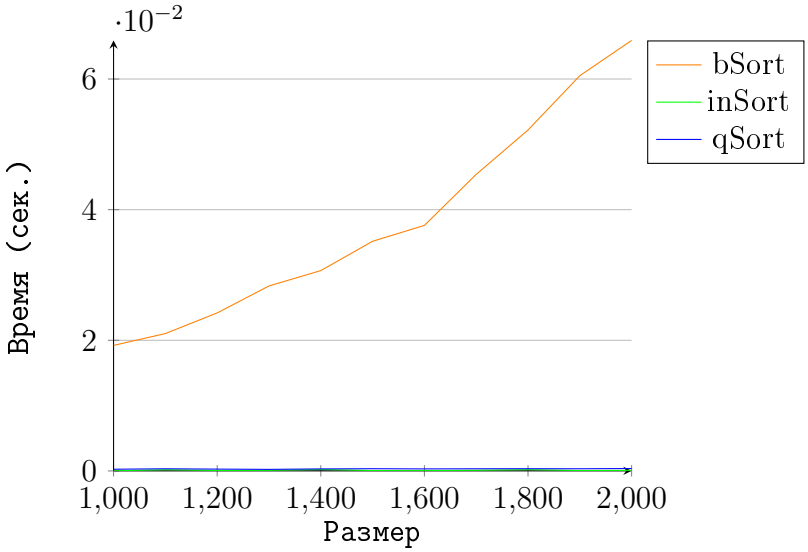


Рис. 1. График сравнения алгоритмов сортировки при прямо остортированном массиве. (Таблица. 1.)

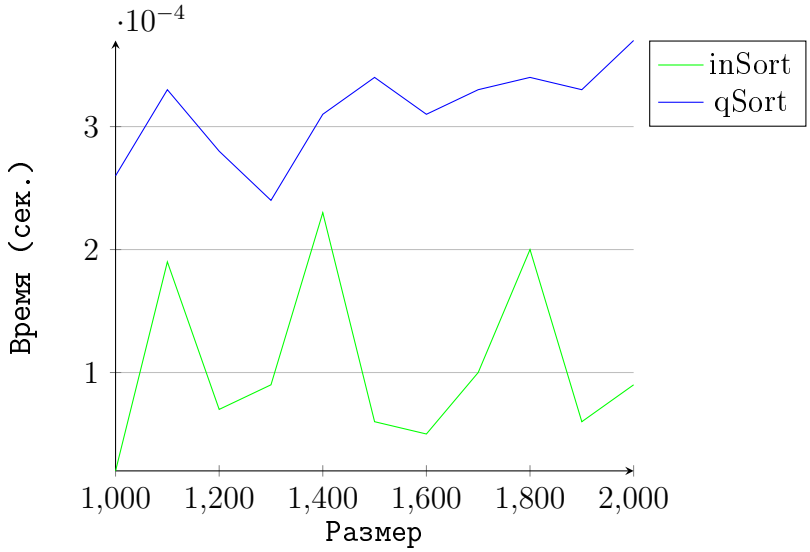



Рис. 2. График сравнения алгоритмов сортировки при прямо остортированном массиве без сортировки пузырьком. (Таблица. 1.)

(Прошу пощады, я не знаю почему график такой)

### 4.1.2 Обратный порядок

По данным из Таблицы 2. можно увидеть, что сортировка Пузырьком работает в 150 раз медленнее чем Вставками и в 2 раза быстрее чем Быстрая. На данном массиве данных, Быстрая сортировка показывает наихудший результат. Результат сортировки Пузырьком не изменился. Вставки все так же непонятны.

Таблица. 2. Сравнение алгоритмов при обратно отсортированном массиве.

| Размер | bSort (c) | inSort (c) | qSort (c) |
|---|---|---|---|
| 1000 | 0.02464 | 8e-05 | 0.05463 |
| 1100 | 0.02384 | 4e-05 | 0.05893 |
| 1200 | 0.03504 | 9e-05 | 0.08216 |
| 1300 | 0.03601 | 5e-05 | 0.09325 |
| 1400 | 0.04114 | 9e-05 | 0.10566 |
| 1500 | 0.04539 | 0.00029 | 0.11752 |
| 1600 | 0.05999 | 0.00012 | 0.14982 |
| 1700 | 0.07741 | 0.00016 | 0.18477 |
| 1800 | 0.07027 | 9e-05 | 0.17601 |
| 1900 | 0.08 | 0.00016 | 0.19965 |
| 2000 | 0.08919 | 0.00015 | 0.22478 |

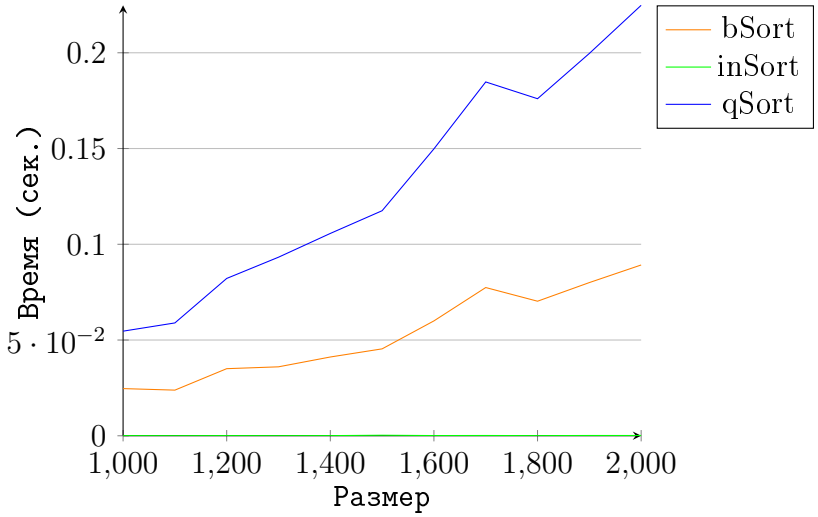



Рис. 3. График сравнения алгоритмов сортировки при обратно остортированном массиве. (Таблица. 1.)

### 4.1.3 Случайный порядок

Результаты для массива со случайным порядком практически не отличаются от массивов с прямым порядком. Так что предлагаю ознакомиться с результатами того раздела.

Таблица. 3. Сравнение алгоритмов при случайном массиве.

| Размер | bSort (c) | inSort (c) | qSort (c) |
|---|---|---|---|
| 1000 | 0.01937 | 0.00029 | 0.00065 |
| 1100 | 0.01962 | 0.00019 | 0.00064 |
| 1200 | 0.02371 | 0.00026 | 0.00042 |
| 1300 | 0.02616 | 0.00015 | 0.00067 |
| 1400 | 0.02823 | 0.00033 | 0.00068 |
| 1500 | 0.03296 | 0.00019 | 0.00095 |
| 1600 | 0.03725 | 0.00025 | 0.00071 |
| 1700 | 0.04761 | 0.00042 | 0.00143 |
| 1800 | 0.05449 | 0.00035 | 0.00133 |
| 1900 | 0.06122 | 0.00028 | 0.00145 |
| 2000 | 0.06756 | 0.00029 | 0.0022 |

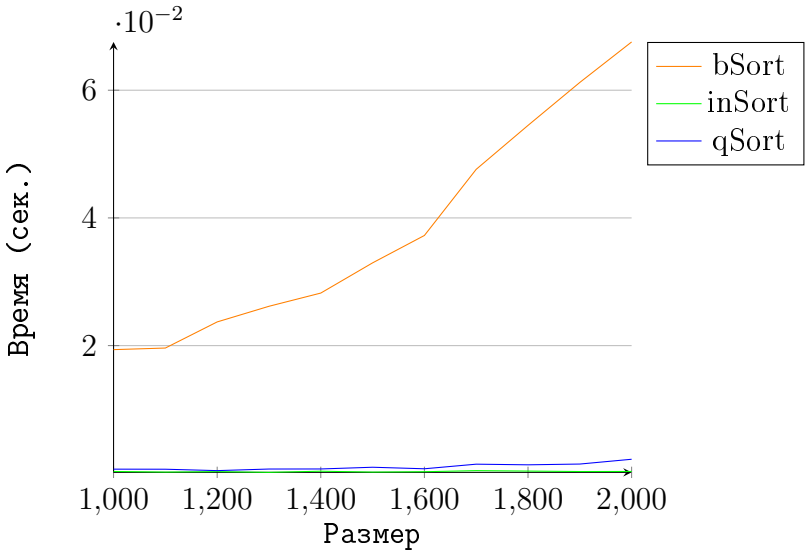



Рис. 4. График сравнения алгоритмов сортировки при случайном массиве. (Таблица. 1.)

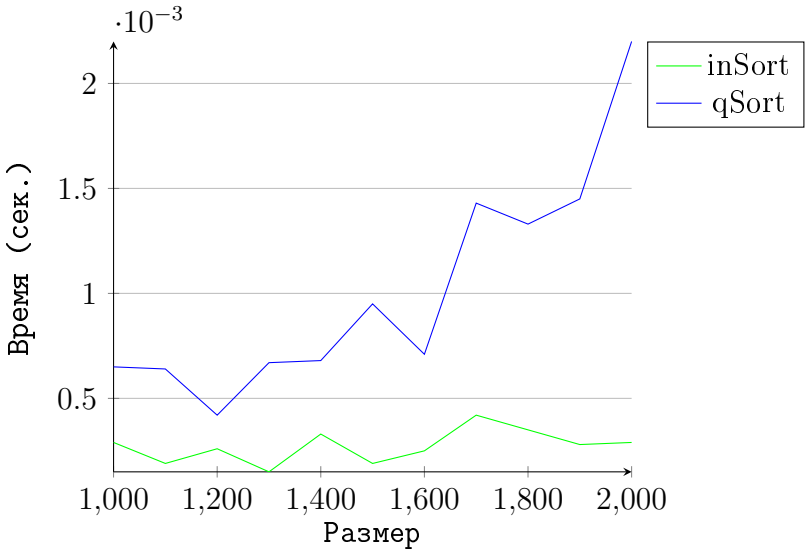



Рис. 5. График сравнения алгоритмов сортировки при случайном массиве без сортировки вставками. (Таблица. 1.)

# Вывод

В данном разделе были произведены оценки времени работы рассматриваемых алгоритмов. Из этого можно сделать вывод, что сортировка вставками, магическим образом, во всех случаях выигрывает у Пузырьковой и Быстрой. (Я не знаю почему :( )

# Заключение

При написании данной лабораторной работы, мною были изучены и реализованы алгоритмы Быстрой, Пузырьковой сортировки и сортировки Вставками.

Так же были теоретически проанализированы сложности этих алгоритмов.

Практически были подтверждены различия между этими сортировками. В результате тестов, было обнаружено, что сортировка Вставками работает аномально быстро. Вероятно это связано с особенностями языка Haskell.

В итогде можно сделать вывод, что, почему-то, в любом случае предпочтительнее использовать сортировку Вставками.

# Список литературы


1. В мире алгоритмов: Сортировка Вставками. [Электронный ресурс] Режим доступа: https://habr.com/ru/post/181271/ Последнняя дата обращения: 12.11.2019

2. Быстрая сортировка :: Quick sort. [Электронный ресурс] Режим доступа: http://algolab.valemak.com/quick Последняя дата обращения: 24.11.2019

3. Сортировка простыми вставками :: Insertion sort. [Электронный ресурс] Режим доступа: http://algolab.valemak.com/insertion-simple Последняя дата ображения: 24.11.2019