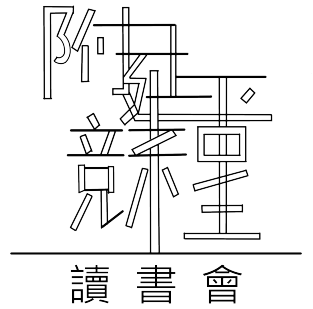


110 學年度 師大附中 延平中學 競技程式讀書會 模擬競賽 III

注意事項

1. 本次測驗時間為 18:30 至 21:30，共 180 分鐘；共有 8 題，每題 100 分，總分為 800 分。
2. 測驗中可查閱紙本或電子參考資料，但不得與他人討論測驗題目。
3. 測驗中不提供計分板。
4. 若有任何與題目相關的問題，請透過評測系統詢問。
5. 每次提交的得分為該次提交所有子題之得分總和，一道題目的得分為該題所有提交中得分最高者。
6. 只能使用 C/C++ 作答，若要使用 C++ 作答，建議選用以下語言之一：
 - GNU G++14 6.4.0
 - GNU G++17 7.3.0
 - GNU G++17 9.2.0 (64 bit, msys 2)



國四無雙 (Kokushimusou)

問題敘述

像素喵最喜歡打日麻了！

日本麻將的牌有 34 種：一～九萬、一～九筒、一～九索、東南西北、白發中，分別以 $1m-9m$ 、 $1p-9p$ 、 $1s-9s$ 、 $1z-4z$ 、 $5z-7z$ 表示。

而「國士無雙」這個役種（牌型），就是指 $1m, 9m, 1p, 9p, 1s, 9s, 1z, 2z, 3z, 4z, 5z, 6z, 7z$ 這 13 種牌都各有一張，再加上 13 種中任一種再有一張。例如 $1m, 1p, 1s, 9m, 9p, 9s, 1z, 2z, 3z, 4z, 7z, 6z, 5z, 5z$ 即為國士無雙。

因為像素喵是個喜歡拿 49 這個數字來玩梗的怪人，因此他決定在原本日麻規則的役種之外，新增一些與 49 相關的役種，例如斷四九、純全帶四九，以及本題的主題「國四無雙」。「國四無雙」的定義，就是把原本「國士無雙」定義中的 $1m, 1p, 1s$ 改成 $4m, 4p, 4s$ 。

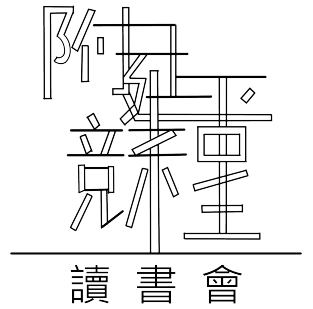
你的目標是實作一支程式來判斷一手牌是「國士無雙」、「國四無雙」，或者兩者皆不是。

輸入說明

第一行有一個數字 T ，代表測資的筆數。

每筆測資有一行，包含 14 個字串，代表 14 張手牌。每個字串由兩個字元組成，字串間以一個空白隔開。

手牌不一定會照順序排列。



輸出說明

對於每筆測資：

若此手牌為「國士無雙」，輸出一行 19。

若此手牌為「國四無雙」，輸出一行 49。

若兩者皆不是，輸出一行 QwQ。

測資限制

- $1 \leq T \leq 10^3$

範例測資

範例輸入 1

```
4
1m 1p 1s 9m 9p 9s 1z 2z 3z 4z 7z 6z 5z 5z
6z 9m 4p 7z 9s 4z 9p 4s 1z 4m 2z 5z 3z 9s
4m 5m 3s 3s 5s 6s 7s 6m 7m 8m 7z 7z 7z 3m
2s 2s 2s 3s 3s 3s 4s 4s 4s 6s 6s 6s 8s 8s
```

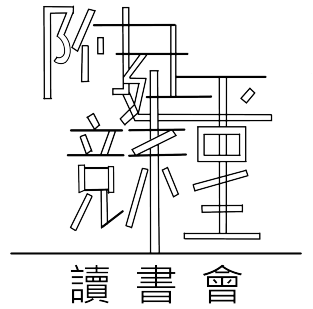
範例輸出 1

```
19
49
QwQ
QwQ
```

評分說明

本題共有 1 組子任務，條件限制如下所示。

子任務	分數	額外輸入限制
1	100	無額外限制



打掃工作 (Clean)

問題敘述

就讀國立臺灣普通 (Normal) 大學附屬高級中學的 VVivvi 是一個不愛打掃的學生，不幸的是，這次他被分配到掃外掃區。外掃區由 N 個區域和 $N - 1$ 條雙向走道組成，每條走道都連接兩個相異區域，並且任兩個區域之間都能藉由走道互相來往。

VVivvi 想要規劃一條「打掃路線」，這條路線以區域 1 為起、終點，且經過每個區域至少一次（可以重複經過同個區域）。VVivvi 不想浪費太多時間，因此請你幫他找到一條最短的打掃路線。

輸入說明

第一行有一個整數 N ，表示區域的數量。

接下來有 $N - 1$ 行，其中第 i 行有兩個整數 u_i, v_i ，表示第 i 條走道連接第 u_i, v_i 個區域。

輸出說明

第一行輸出一個整數 K ，表示打掃路線的長度（區域數量，包含起終點）。

第二行輸出 K 個整數 p_1, p_2, \dots, p_K ，表示打掃路線。一條合法的打掃路線必須滿足以下條件：

- $p_1 = p_K = 1$ 。
- $\forall 1 \leq i < K$ ， $p_i \neq p_{i+1}$ 且區域 p_i 和 p_{i+1} 由恰一條走道直接相連。
- 對於 $1 \leq i \leq N$ ，存在 j 使得 $p_j = i$ 。

如果有多種解，你可以輸出任意一種。

測資限制

- $2 \leq N \leq 5 \times 10^5$
- $1 \leq u_i, v_i \leq N$

範例測資

範例輸入 1

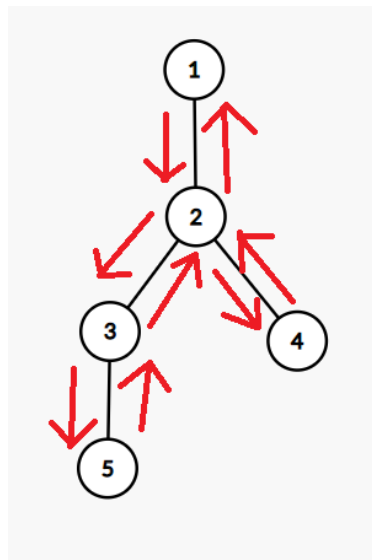
5
1 2
2 3
2 4
3 5

範例輸出 1

9
1 2 3 5 3 2 4 2 1

範例說明 1

其中一條最短的打掃路線如下圖：



範例輸入 2

4
1 2
2 3
3 4

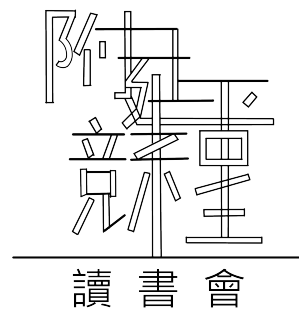
範例輸出 2

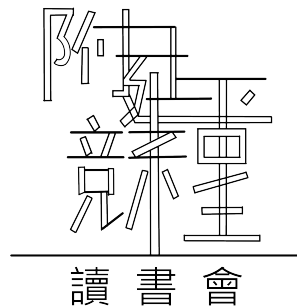
7
1 2 3 4 3 2 1

評分說明

本題共有 1 組子任務，條件限制如下所示。

子任務	分數	額外輸入限制
1	100	無額外限制





捷運維修 (MRT)

問題敘述

文糊線是一條存在已久的捷運線，因為是高架的關係，經常出狀況而暫時停駛。ㄋㄣ經常因為文糊線維修而遲到，他對此感到十分不滿，剛好市政府來找他幫忙規劃這次的維修計劃，他決定大顯身手一番。

整條文糊線被分為 N 段，第 i 段發生了問題並且需要 a_i 的維修費用，也有些區段沒有發生問題，此時 $a_i = 0$ 。ㄋㄣ注意到，只要對於任意連續 K 個區段內，發生問題且沒有維修的區段最多只有一個，那麼捷運就可以正常行駛。

節儉的ㄋㄣ想知道，至少要花多少錢才能使文糊線正常營運。

輸入說明

第一行有兩個整數 N 、 K 。

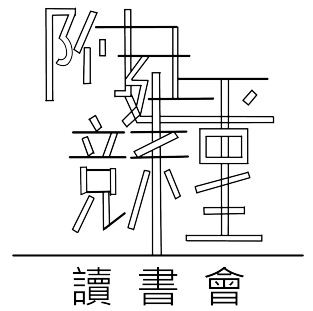
第二行有 N 個整數 a_1, a_2, \dots, a_N ，表示各區段的維修費用， $a_i = 0$ 表示不需維修。

輸出說明

輸出一個整數，表示讓文糊線恢復營運的最低費用。

測資限制

- $1 \leq K \leq N \leq 10^6$
- $0 \leq a_i \leq 10^9$



範例測資

範例輸入 1

5 2
1 2 3 4 5

範例輸出 1

6

範例說明 1

維修第 2 和 4 個區段，總共花費 $2 + 4 = 6$ 元。

範例輸入 2

10 3
4 8 7 6 3 4 8 7 6 3

範例輸出 2

35

評分說明

本題共有 3 組子任務，條件限制如下所示。

子任務	分數	額外輸入限制
1	11	$N \leq 20$
2	34	$N \leq 1000$
3	55	無額外限制

最小三倍完全樹 (Triple)

問題敘述

某個地方有個正在旅行的魔女，她的名字是伊蕾娜。

身為旅人，在很長很長的旅途中，她與形形色色的國家與人們邂逅。只允許魔法師入境的國家、最喜歡肌肉的壯漢、在死亡深淵等待戀人歸來的青年、獨自留守國家早已滅亡的公主，最後，還有她身為魔女的至今為止與從今以後。

和莫名其妙、滑稽可笑的人們相遇，接觸某人美麗的日常生活，魔女日復一日編織出相逢與離別的故事。

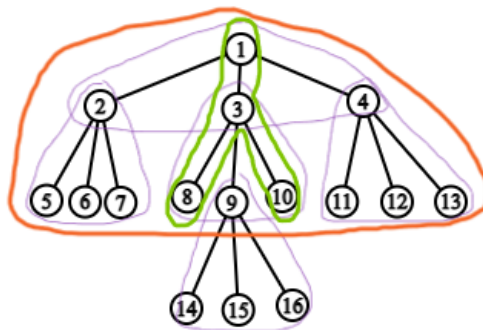
現在，伊蕾娜為了收集製作魔法道具所需的某樣素材「三倍完全樹」，而來到了歐埃國。

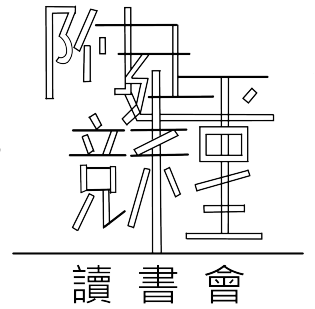
「三倍完全樹」的定義如下：

- 一個節點是一棵高度為 0 的三倍完全樹。
- 若一棵有根樹的根恰有三個子節點，且以這三個子節點為根的三棵子樹都是高度為 h 的三倍完全樹，則這棵樹是高度為 $h + 1$ 的三倍完全樹。

以下圖為例，每個節點都是一棵高度為 0 的三倍完全樹、由紫色框線框起的五個連通塊都是高度為 1 的三倍完全樹、橘色框線框起的連通塊是高度為 2 的三倍完全樹。

注意，綠色框線框起的連通塊雖然是 3 號節點以邊連接 1、8、10 三個節點，但 1 號並不是 3 號的子節點，因此這個連通塊不是一棵三倍完全樹。





伊蕾娜在歐埃國找到了一棵有 N 個節點、以 1 號節點為根的有根樹。不幸的是，這棵樹的形狀並不是三倍完全樹，因此她決定從這棵樹切下一個連通塊帶走，使得切下來的部分是一棵三倍完全樹。

但是，她不希望切下來的樹太重，否則會難以攜帶。

每個節點 i 有一個重量 w_i ，而切下來的樹重量就是其中所有節點的重量總和。

因為伊蕾娜不會寫程式，所以她請你幫她對於每個 $0 \leq h \leq N - 1$ 計算：從這棵樹上切下的高度為 h 的三倍完全樹，最小可能的重量是多少。如果沒辦法切下一棵高度 h 的三倍完全樹，請回答她 -1 。

輸入說明

第一行有一個整數 N ，代表樹上的節點數量。

第二行有 N 個整數 w_1, w_2, \dots, w_N ，代表每個節點的重量。

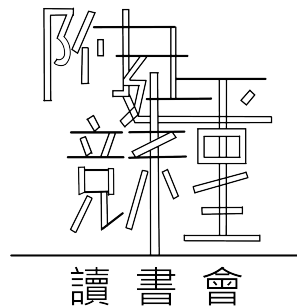
第三行有 $N - 1$ 個整數 p_2, p_3, \dots, p_N ，代表 i 的父節點是 p_i ($2 \leq i \leq N$)。

輸出說明

輸出 N 個整數於一行，分別代表 $h = 0, 1, \dots, N - 1$ 時，上述問題的答案。

測資限制

- $1 \leq N \leq 3 \times 10^5$
- $1 \leq w_i \leq 10^9$



範例測資

範例輸入 1

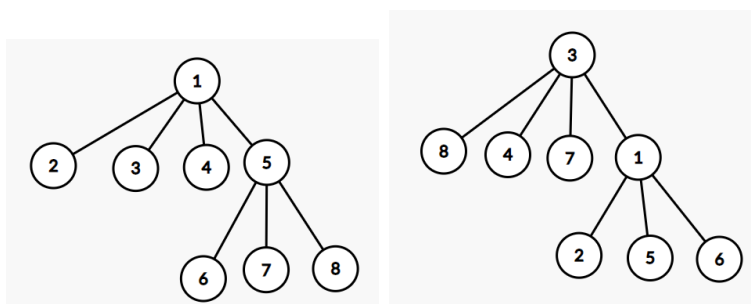
```
8
3 8 4 7 1 2 5 6
1 1 1 1 5 5 5
```

範例輸出 1

```
1 14 -1 -1 -1 -1 -1 -1
```

範例說明 1

各節點的編號及重量如下圖所示。



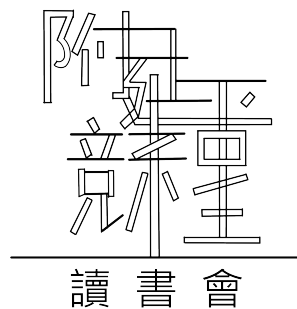
高度 0 的最小三倍完全樹為 5 號節點，重量為 1；高度 1 的最小三倍完全樹為 5, 6, 7, 8 號節點，重量為 14；高度 2 以上的三倍完全樹不存在。

範例輸入 2

```
20
4 7 2 1 7 2 6 5 11 15 19 7 11 17 5 1 1 7 9 9
5 17 8 1 13 1 7 8 7 17 8 7 7 8 17 1 5 13 5
```

範例輸出 2

```
1 18 94 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1
```



評分說明

本題共有 5 組子任務，條件限制如下所示。

子任務	分數	額外輸入限制
1	5	$N \leq 20$
2	24	$N \leq 2000$
3	14	$w_i = 1$ 、每個非葉節點的節點都恰有三個子節點
4	26	$w_i = 1$
5	31	無額外限制

HNO3 與音樂遊戲 (Game)

問題敘述

HNO3 某天在 Facebook 社團「音遊梗圖交流區」看到有人分享了一款名叫 Re:Stage！節奏舞步（Re: ステージ！プリズムステップ）的音樂遊戲，遊玩畫面如下圖。[圖片來源](#)

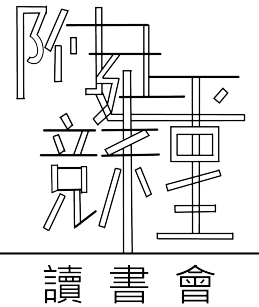


這款遊戲雖然是屬於最普遍的下落式音遊（就是位於上面的音符會降到最下面那排，玩家需要落到最下面那排時點擊才能得分），但是有一點和一般的音遊很不一樣：這款遊戲要透過交換相鄰的角色（角色是指位於最下面那排的 7 個圓點），讓正確的顏色出現在相對應的音符底下！以圖片上的例子來說，如果忽略左下角的橘色 TAP 音符，下一排有出現兩個綠色的音符位於由左至右第 5 和第 6 個軌道上，那玩家就需要將最右邊的兩個角色交換，讓第 5 和第 6 個軌道都出現綠色的角色。點擊[圖片來源連結](#)中的影片可以更能理解遊戲的運作方式。

HNO3 覺得這款遊戲很有趣，但是只有 7 個軌道太無聊了，於是就想像了同樣一款具有 N 個軌道的遊戲，由左至右每個角色顏色分別是 a_1, a_2, \dots, a_N 。HNO3 想要更進一步分析這個遊戲，所以假設下一排出現的音符的顏色分別是 b_1, b_2, \dots, b_N ，其中有些位置可能沒有音符（以 $b_i = 0$ 表示），並且想知道透過交換相鄰的角色的方式，最少需要交換幾次才能符合下一排音符的顏色。

正式來說，一開始有一個序列 a_1, a_2, \dots, a_N ，每次可以交換這個序列中的相鄰兩項，最少需要幾次操作才能讓所有 $b_i \neq 0$ 的項都滿足 $a_i = b_i$ 。

另外，HNO3 不想要把這個遊戲想的太複雜，所以你可以假設所有角色的顏色都相異。



輸入說明

第一行有一個正整數 N ，代表 HNO3 想像的遊戲有幾個軌道。

第二行有 N 個正整數 a_1, a_2, \dots, a_N ，代表由左至右每個角色的顏色。

第三行有 N 個整數 b_1, b_2, \dots, b_N ，代表下一排音符由左至右分別的顏色。 $b_i = 0$ 代表那個位置沒有音符。

輸出說明

輸出一個整數，代表最少要交換相鄰角色幾次才能達成目標

測資限制

- $1 \leq N \leq 3 \times 10^5$
- $1 \leq a_i \leq N$
- $0 \leq b_i \leq N$
- 保證 a_1, a_2, \dots, a_N 中所有元素不重複
- 保證 b_1, b_2, \dots, b_N 中所有正數都不重複

範例測資

範例輸入 1

```
7
3 7 1 2 5 6 4
0 0 0 0 4 5 0
```

範例輸出 1

```
2
```

範例說明 1

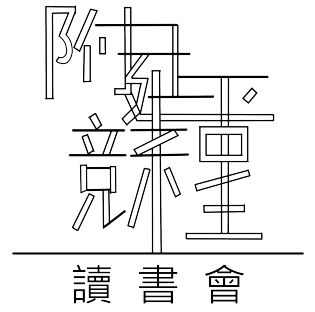
交換最右邊兩個角色可以得到 $[3, 7, 1, 2, 5, 4, 6]$ ，再交換第 5 和第 6 個角色可以得到 $[3, 7, 1, 2, 4, 5, 6]$ ，符合 $[0, 0, 0, 0, 4, 5, 0]$ 對應到的顏色。

範例輸入 2

```
5
3 2 5 4 1
1 2 3 4 5
```

範例輸出 2

```
6
```



範例輸入 3

6
3 5 2 1 6 4
0 5 0 3 4 0

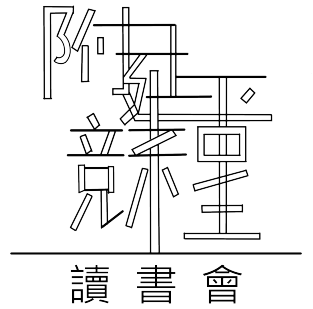
範例輸出 3

5

評分說明

本題共有 5 組子任務，條件限制如下所示。

子任務	分數	額外輸入限制
1	11	$N \leq 5$
2	18	$N \leq 5000, b_i = i$
3	23	$N \leq 5000$
4	21	$b_i = i$
5	27	無額外限制



歡樂耶誕城 (Christmas)

問題敘述

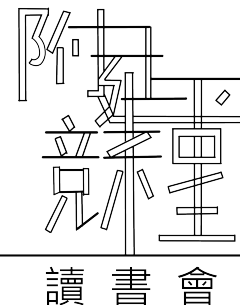
每年的十二月，臺灣的某個區域每天都會上演這樣的情景：主要幹道大塞車、捷運人山人海，市中心除了有一堆根本就是光害的燈以外，還有很多放閃的情侶。

身為這個區域居民的ㄅㄅ，很想把這一切都毀了，但是受到市政府的委託，ㄅㄅ的工廠要為耶誕城生產燈飾，因為疫情開始後ㄅㄅ工廠都沒賺什麼錢，面臨倒閉危機，只好辛酸地接下這份委託。

市政府要求ㄅㄅ工廠生產 N 條燈飾，每條燈飾都是由若干個燈泡串成一條（沒有燈泡的燈飾也是燈飾），而燈泡有 M 種顏色，編號為 $1, 2, \dots, M$ 。一開始，ㄅㄅ會拿出 N 條沒有任何燈泡的燈飾，將它們編號為 $1, 2, \dots, N$ ，接下來他會做 Q 個動作，動作分成以下幾種：

1. 將指定顏色的燈泡加到指定燈飾的尾端。
2. 將指定燈飾的最後一個燈泡移除，保證執行這個操作的時候，該燈飾裡有至少一個燈飾。
3. 把某一個燈飾變成跟另一個燈飾長一樣。
4. 問你某一條燈飾的某一個燈泡是什麼顏色。

身為ㄅㄅ的員工，你要回答他問你的問題。



輸入說明

第一行有三個整數 N 、 M 、 Q ，分別表示ㄉㄤㄣㄣ要生產的燈飾數量、燈泡的顏色種類數、ㄉㄤㄣㄣ做的動作數量。

接下來有 Q 行，其中第 i 行為第 i 個動作的資訊，第一個數為 opt_i ，表示動作的種類：

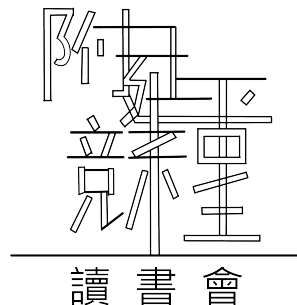
1. 如果 $opt_i = 1$ ，那麼接下來有兩個整數 id_i 和 c_i ，表示ㄉㄤㄣㄣ要將顏色為 c_i 的燈泡加到第 id_i 條燈飾的尾端。
2. 如果 $opt_i = 2$ ，那麼接下來有一個整數 id_i ，表示ㄉㄤㄣㄣ要將第 id_i 條燈飾的最後一個燈泡移除。
3. 如果 $opt_i = 3$ ，那麼接下來有兩個整數 a_i 和 b_i ，表示ㄉㄤㄣㄣ要把第 a_i 條燈飾變成第 b_i 條燈飾的樣子。(如果 $a_i = b_i$ ，不會有任何改變。)
4. 如果 $opt_i = 4$ ，那麼接下來有兩個整數 id_i 和 k_i ，表示ㄉㄤㄣㄣ問你現在第 id_i 條燈飾的第 k_i 個燈泡顏色為何。

輸出說明

對於每一個第四種動作，輸出一行，包含一個整數，表示你回答ㄉㄤㄣㄣ問題的答案。

測資限制

- $1 \leq N, Q \leq 2 \times 10^5$
- $1 \leq M \leq 10^9$
- $1 \leq opt_i \leq 4$
- $1 \leq id_i, a_i, b_i \leq N$
- $1 \leq c_i \leq M$
- $1 \leq k_i$
- 當 $opt_i = 2$ 時，第 id_i 條燈飾裡保證有燈泡
- 當 $opt_i = 4$ 時，第 id_i 條燈飾裡的燈泡數量 $\geq k_i$
- 至少有一個 i 滿足 $opt_i = 4$



範例測資

範例輸入 1

2 5 11
1 1 1
1 1 2
1 1 3
3 2 1
1 1 4
1 2 5
4 1 4
4 1 3
4 2 4
2 1
4 1 3

範例輸出 1

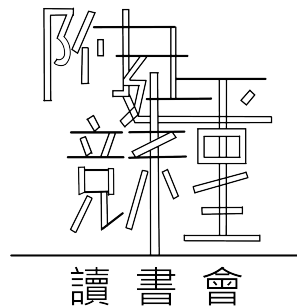
4
3
5
3

範例說明 1

1. 在第 1 個燈飾後面加上顏色 1 的燈泡，現在第 1 個燈飾裡的燈泡顏色是 {1}
2. 在第 1 個燈飾後面加上顏色 2 的燈泡，現在第 1 個燈飾裡的燈泡顏色是 {1, 2}
3. 在第 1 個燈飾後面加上顏色 3 的燈泡，現在第 1 個燈飾裡的燈泡顏色是 {1, 2, 3}
4. 把第 2 個燈飾變成第 1 個燈飾的樣子，現在兩個燈飾都是 {1, 2, 3}
5. 在第 1 個燈飾後面加上顏色 4 的燈泡，現在第 1 個燈飾裡的燈泡顏色是 {1, 2, 3, 4}
6. 在第 2 個燈飾後面加上顏色 5 的燈泡，現在第 2 個燈飾裡的燈泡顏色是 {1, 2, 3, 5}
7. 詢問第 1 個燈飾的第 4 個燈泡顏色，輸出 4
8. 詢問第 1 個燈飾的第 3 個燈泡顏色，輸出 3
9. 詢問第 2 個燈飾的第 4 個燈泡顏色，輸出 5
10. 把第 1 個燈飾的最後一個燈泡移除，現在第 1 個燈飾裡的燈泡顏色是 {1, 2, 3}
11. 詢問第 1 個燈飾的第 3 個燈泡顏色，輸出 3

提示

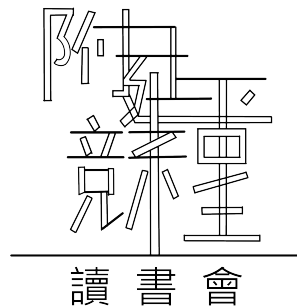
ㄉㄉㄉ其實不住在那個區域。



評分說明

本題共有 4 組子任務，條件限制如下所示。

子任務	分數	額外輸入限制
1	16	$opt_i \neq 3$
2	25	當 $opt_i = 4$ 時， $k_i \geq$ 第 id_i 條燈飾的燈泡數 -10
3	21	存在 $2 \leq j \leq Q$ 滿足 $\forall i < j, opt_j \neq 4$ 且 $\forall j \leq i, opt_j = 4$
4	38	無額外限制



最長回文子序列 (Palindrome)

問題敘述

HNO3 手上有一個長度為 N 的序列 a_1, a_2, \dots, a_N ，其中**每種數字最多只會出現在序列 20 次**。

HNO3 喜歡回文，所以想請你找出最長的回文子序列的長度，你能幫幫他嗎？

輸入說明

第一行有一個正整數 N ，代表序列的長度。

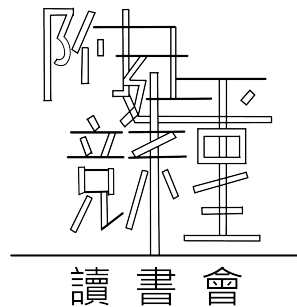
第二行有 n 個正整數 a_1, \dots, a_N 。

輸出說明

輸出一個正整數，代表最長回文子序列的長度。

測資限制

- $1 \leq N \leq 10^5$
- $1 \leq a_i \leq N$
- 每種數字最多只會出現在序列 20 次



範例測資

範例輸入 1

10
1 3 2 1 3 2 3 1 3 2

範例輸出 1

7

範例說明 1

選擇第 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 項可以得到其中一個最長回文子序列是 $[1, 3, 2, 3, 2, 3, 1]$ 。

範例輸入 2

12
3 5 6 6 10 6 3 5 3 6 10 6

範例輸出 2

9

範例輸入 3

8
8 7 6 5 5 6 7 8

範例輸出 3

8

範例輸入 4

9
1 2 3 4 5 6 7 8 9

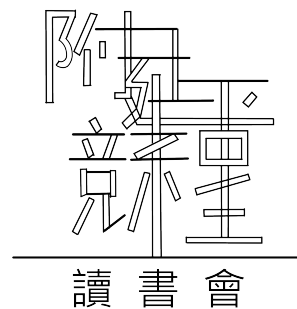
範例輸出 4

1

提示

一個序列 b_1, b_2, \dots, b_M 稱為 a_1, a_2, \dots, a_N 的回文子序列，代表他需要滿足以下條件：

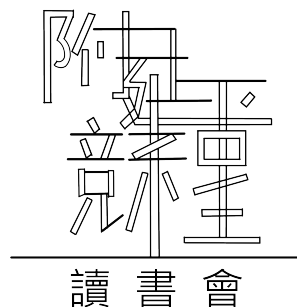
- 從 a_1, a_2, \dots, a_N 刪除一些項後，剩下的項保持原順序可以得到 b_1, b_2, \dots, b_M 。
- 對於所有介於 1 到 M 之間的正整數 j ， $b_j = b_{M+1-j}$ 都成立。



評分說明

本題共有 5 組子任務，條件限制如下所示。

子任務	分數	額外輸入限制
1	9	$N \leq 20$
2	17	$N \leq 100$
3	18	$N \leq 5000$
4	30	每種數字最多只會出現在序列 2 次
5	26	無額外限制



數學小考 (Limit)

問題敘述

VVivvi 是國立臺灣普通 (Normal) 大學附屬高級中學的學生，VVivvi 的數學老師很喜歡考試，今天要考的是極限（就是 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{48763}{n})^n$ 的那種極限）。

考卷上的最後一題是：小居跟小樞輪流丟兩枚硬幣，第一個先丟出兩枚正面的人就贏了，小居先手，求小居贏的機率。VVivvi 怎麼想也想不到極限的作法，但他會用別的作法做這題（他不想告訴你怎麼做），他寫了一大串算式，並寫下了答案。對答案時，他感到非常驚訝：為什麼我算錯了！

仔細思考之後，VVivvi 發現他搞錯了題目。他認為的題目是這樣的：小居和小樞輪流丟硬幣，一次丟一枚，第一個累計丟出兩枚正面的人就贏了，小居先手，求小居贏的機率。

發現自己做白工還沒拿到分數的 VVivvi 很不甘心，因此他希望你做出以下題目：小居和小樞輪流丟硬幣，一次丟 N 枚，第一個累計丟出 $\geq K$ 枚正面的人就贏了，小居先手，求小居贏的機率。

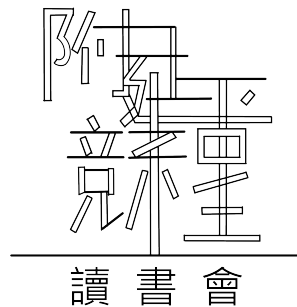
備註：每一枚硬幣有兩面，丟出兩面的機率各為 $\frac{1}{2}$ 。

輸入說明

第一行有個兩整數 N 、 K ，分別表示一次丟的硬幣數量和獲得勝利所需丟出的正面次數。

輸出說明

輸出一個浮點數，表示答案。你輸出的答案和官解輸出的答案相對或絕對誤差不超過 10^{-6} 就算正確。



測資限制

- $1 \leq N, K \leq 500$

範例測資

範例輸入 1

1 1

範例輸出 1

0.66666667

範例說明 1

先手贏的機率是 $1 - \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{2}(\dots))) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots = \frac{2}{3}$ 。

範例輸入 2

5 1

範例輸出 2

0.96969697

範例輸入 3

123 456

範例輸出 3

0.94837202874513985449

提示

用 long double。

評分說明

本題共有 5 組子任務，條件限制如下所示。

子任務	分數	額外輸入限制
1	9	$K = 1$
2	5	$N, K \leq 2$
3	17	$N = 1$
4	26	$K \leq 20$
5	43	無額外限制