

## Задание №2

Выполнил  
студент гр. 5130904/30008  
Ребдев Павел

Дано:

- Правила сложения:
  - A:  $x+0=x$
  - B:  $x+s(y)=s(x+y)$
- Правила умножения:
  - C:  $x * 0=0$
  - D:  $x * s(y)=(x * y)+x$
- Правила удвоения:
  - E:  $d(0)=0$
  - F:  $d(s(x))=s(s(d(x)))$

Цель: Доказать  $x * s(0)=x$ .

Доказательство:

1. База индукции:  $x=0$

- Левая часть:  $0 * s(0)$ 
  - Применяем правило D:  $x=0, y=0$ :  
 $0 * s(0)=[D:x/0,y/0]=(0 * 0)+0$
  - Применяем правило C:  $x=0$ :  
 $(0 * 0)+0=[C:x/0]=0+0$
  - Применяем правило A:  $x=0$ :  
 $0+0=[A:x/0]=0$
- Правая часть:  $0$
- Левая и правая части совпадают:  $0=0$ .

2. Индукционный переход: Предположим, что для некоторого  $x$  верно  $x * s(0) = x$ . Докажем для  $s(x)$ :

◦ Левая часть:  $s(x) * s(0)$

▪ Применяем правило D:  $x=s(x), y=0$ :

$$s(x) * s(0) = [D:x/s(x), y/0] = (s(x) * 0) + s(x)$$

▪ Применяем правило C:  $x=s(x)$ :

$$(s(x) * 0) + s(x) = [C:x/s(x)] = 0 + s(x)$$

▪ Применяем лемму  $0+a=a$  (доказана ранее):

$$0 + s(x) = s(x)$$

◦ Правая часть:  $s(x)$

◦ Левая и правая части совпадают:  $s(x) = s(x)$ .

Итог: По индукции формула  $x * s(0) = x$  доказана для всех  $x$ .