

Задание №3

Выполнил
студент гр. 5130904/30008
Ребдев Павел

Дано:

- Правила сложения:
 - A: $x+0=x$
 - B: $x+s(y)=s(x+y)$
- Правила умножения:
 - C: $x * 0=0$
 - D: $x * s(y)=(x * y)+x$
- Правила удвоения:
 - E: $d(0)=0$
 - F: $d(s(x))=s(s(d(x)))$

Цель: Доказать $x * s(0)=x$.

Доказательство:

1. База индукции: $x=0$

- Левая часть: $0 * s(0)$
 - Применяем правило D: $x=0, y=0$:
 $0 * s(0)=[D:x/0,y/0]=(0 * 0)+0$
 - Применяем правило C: $x=0$:
 $(0 * 0)+0=[C:x/0]=0+0$
 - Применяем правило A: $x=0$:
 $0+0=[A:x/0]=0$
- Правая часть: 0
- Левая и правая части совпадают: $0=0$.

2. Индукционный переход: Предположим, что для некоторого x верно $x * s(0) = x$. Докажем для $s(x)$:

◦ Левая часть: $s(x) * s(0)$

▪ Применяем правило D: $x=s(x), y=0$:

$$s(x) * s(0) = [D:x/s(x), y/0] = (s(x) * 0) + s(x)$$

▪ Применяем правило C: $x=s(x)$:

$$(s(x) * 0) + s(x) = [C:x/s(x)] = 0 + s(x)$$

▪ Применяем лемму $0+a=a$ (доказана ранее):

$$0 + s(x) = s(x)$$

◦ Правая часть: $s(x)$

◦ Левая и правая части совпадают: $s(x) = s(x)$.

Итог: По индукции формула $x * s(0) = x$ доказана для всех x .