

Задание №4

Выполнил
студент гр. 5130904/30008
Ребдев Павел

Исходные данные:

- Начальная вершина: v_2
- Целевая вершина: v_4
- Список ребер и их весов:
 - $w([v_1, v_3]) = 9$
 - $w([v_1, v_6]) = 13$
 - $w([v_1, v_7]) = 7$
 - $w([v_1, v_8]) = 15$
 - $w([v_2, v_6]) = 25$
 - $w([v_2, v_8]) = 12$
 - $w([v_3, v_6]) = 27$
 - $w([v_3, v_7]) = 26$
 - $w([v_3, v_8]) = 17$
 - $w([v_4, v_5]) = 1$
 - $w([v_4, v_8]) = 18$
 - $w([v_5, v_7]) = 2$
 - $w([v_5, v_8]) = 3$
 - $w([v_7, v_8]) = 29$

1. Алгоритм Флойда-Уоршалла

Инициализация матриц L и P:

- Матрица весов L (симметричная):

L^0 :

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8
v_1	0	∞	9	∞	∞	13	7	15
v_2	∞	0	∞	∞	∞	25	∞	12
v_3	9	∞	0	∞	∞	27	26	17
v_4	∞	∞	∞	0	1	∞	∞	18
v_5	∞	∞	∞	1	0	∞	2	3
v_6	13	25	27	∞	∞	0	∞	∞
v_7	7	∞	26	∞	2	∞	0	29
v_8	15	12	17	18	3	∞	29	0

•Матрица маршрутов **P**:

P^0 :

	v1	v2	v3	v4	v5	v6	v7	v8
v1	1	0	3	0	0	6	7	8
v2	0	2	0	0	0	6	0	8
v3	1	0	3	0	0	6	7	8
v4	0	0	0	4	5	0	0	8
v5	0	0	0	4	5	0	7	8
v6	1	2	3	0	0	6	0	0
v7	1	0	3	0	5	0	7	8
v8	1	2	3	4	5	0	7	8

Шаги алгоритма:

После выполнения всех итераций получаем итоговые матрицы **L** и **P**.

2. Извлечение маршрута $v2 \rightarrow v4$ из матрицы **P**:

•Из матрицы **P** находим маршрут:

• $s_0 = v2$, $k_1 = P_{2,4} = 8$, $s_1 = v8$

• $k_2 = P_{8,4} = 4$, $s_2 = v4$

•Маршрут: $v2 \rightarrow v8 \rightarrow v4$

•Вес: $L_{2,4} = 30$ ($12 + 18$)

3. Алгоритм Дейкстры для $v2 \rightarrow v4$

Инициализация:

• $L = [\infty, 0, \infty, \infty, \infty, \infty, \infty, \infty]$ (индексы соответствуют вершинам $v1-v8$)

• $P = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$

• $C = [0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$

• $m = 2$ (начальная вершина)

Шаги алгоритма:

1.Обновляем соседей $v2$: $v6$ и $v8$.

• $L = [\infty, 0, \infty, \infty, \infty, 25, \infty, 12]$

• $P = [0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 2]$

•Выбираем вершину с минимальным **L**: $v8$ ($m=8$).

• $C = [0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1]$

2.Обновляем соседей $v8$: $v1, v3, v4, v5, v7$.

• $L = [27, 0, 29, 30, 15, 25, 41, 12]$

• $P = [8, 0, 8, 8, 8, 2, 8, 2]$

• Выбираем вершину с минимальным L : v_5 ($m=5$).

• $C = [0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1]$

3. Обновляем соседей v_5 : v_4, v_7 .

• L и P не изменяются, так как новые пути не короче.

• Выбираем вершину с минимальным L : v_6 ($m=6$).

• $C = [0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1]$

4. Обновляем соседей v_6 : v_1, v_3 .

• L и P не изменяются.

• Выбираем вершину с минимальным L : v_1 ($m=1$).

• $C = [1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1]$

5. Обновляем соседей v_1 : v_3, v_7 .

• L и P не изменяются.

• Выбираем вершину с минимальным L : v_3 ($m=3$).

• $C = [1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1]$

6. Обновляем соседей v_3 : v_7 .

• L и P не изменяются.

• Выбираем вершину с минимальным L : v_4 ($m=4$).

• $C = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1]$

Маршрут:

• Извлекаем из P :

• $s_0 = v_2, k_1 = P_{2,4} = 8, s_1 = v_8$

• $k_2 = P_{8,4} = 4, s_2 = v_4$

• **Маршрут:** $v_2 \rightarrow v_8 \rightarrow v_4$

• **Вес:** $L_4 = 30$

4. Алгоритм Прима для минимального остова

Инициализация:

• Начинаем с вершины v_1 .

• Фрагмент: $\{v_1\}$.

• Ближайшие ребра: $\{v_1, v_3\}=9, \{v_1, v_6\}=13, \{v_1, v_7\}=7, \{v_1, v_8\}=15$.

Шаги алгоритма:

1. Выбираем ребро с минимальным весом: $\{v_1, v_7\}=7$.

- Фрагмент: $\{v_1, v_7\}$.

- Добавляем ребро $\{v_1, v_7\}$.

- Ближайшие ребра: $\{v_1, v_3\}=9$, $\{v_1, v_6\}=13$, $\{v_1, v_8\}=15$, $\{v_5, v_7\}=2$, $\{v_3, v_7\}=26$, $\{v_7, v_8\}=29$.

2. Выбираем ребро $\{v_5, v_7\}=2$.

- Фрагмент: $\{v_1, v_5, v_7\}$.

- Добавляем ребро $\{v_5, v_7\}$.

- Ближайшие ребра: $\{v_1, v_3\}=9$, $\{v_1, v_6\}=13$, $\{v_1, v_8\}=15$, $\{v_3, v_7\}=26$, $\{v_7, v_8\}=29$, $\{v_4, v_5\}=1$, $\{v_5, v_8\}=3$.

3. Выбираем ребро $\{v_4, v_5\}=1$.

- Фрагмент: $\{v_1, v_4, v_5, v_7\}$.

- Добавляем ребро $\{v_4, v_5\}$.

- Ближайшие ребра: $\{v_1, v_3\}=9$, $\{v_1, v_6\}=13$, $\{v_1, v_8\}=15$, $\{v_3, v_7\}=26$, $\{v_7, v_8\}=29$, $\{v_5, v_8\}=3$, $\{v_4, v_8\}=18$.

4. Выбираем ребро $\{v_5, v_8\}=3$.

- Фрагмент: $\{v_1, v_4, v_5, v_7, v_8\}$.

- Добавляем ребро $\{v_5, v_8\}$.

- Ближайшие ребра: $\{v_1, v_3\}=9$, $\{v_1, v_6\}=13$, $\{v_3, v_7\}=26$, $\{v_7, v_8\}=29$, $\{v_4, v_8\}=18$, $\{v_2, v_8\}=12$, $\{v_3, v_8\}=17$.

5. Выбираем ребро $\{v_2, v_8\}=12$.

- Фрагмент: $\{v_1, v_2, v_4, v_5, v_7, v_8\}$.

- Добавляем ребро $\{v_2, v_8\}$.

- Ближайшие ребра: $\{v_1, v_3\}=9$, $\{v_1, v_6\}=13$, $\{v_3, v_7\}=26$, $\{v_7, v_8\}=29$, $\{v_4, v_8\}=18$, $\{v_3, v_8\}=17$, $\{v_2, v_6\}=25$.

6. Выбираем ребро $\{v_1, v_3\}=9$.

- Фрагмент: $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_7, v_8\}$.

- Добавляем ребро $\{v_1, v_3\}$.

- Ближайшие ребра: $\{v_1, v_6\}=13$, $\{v_3, v_6\}=27$, $\{v_3, v_7\}=26$, $\{v_7, v_8\}=29$, $\{v_4, v_8\}=18$, $\{v_3, v_8\}=17$.

7. Выбираем ребро $\{v_1, v_6\}=13$.

- Фрагмент: $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$.

- Добавляем ребро $\{v1, v6\}$.

Минимальный остов:

- Ребра: $\{v1, v7\}$, $\{v5, v7\}$, $\{v4, v5\}$, $\{v5, v8\}$, $\{v2, v8\}$, $\{v1, v3\}$, $\{v1, v6\}$.

- Суммарный вес: $7 + 2 + 1 + 3 + 12 + 9 + 13 = 47$.