

# 第二十届“程协杯”题目讲解

第二十届“程协杯”命题组

today

# 目录

- ① 难度分布
- ② B. 罚时
- ③ G. 恋爱物语
- ④ F. 水 + 水 = 水
- ⑤ J. 我不是药神
- ⑥ K. 上进的冰妖精
- ⑦ M. 晚餐
- ⑧ A. 对称
- ⑨ D. 线段树 ?
- ⑩ I. 像素水果忍者
- ⑪ C. 非成都电路板
- ⑫ E. 古希腊掌管三角形的神
- ⑬ H. 拼图
- ⑭ L. 世界

# 难度分布

Easy: B、G

Easy-Medium: F、J、K、M

Medium: A、D、I

Medium-Hard: C、E、H

Hard: L

## B. 罚时

### 解法

设最终解决问题的次序为 a,b,c..... 则总用时为

$$(t_a) + (t_a + t_b) + (t_a + t_b + t_c) + \dots$$

先解决的题目会被计算更多次，因此需要先解决花费时间更少的题目。

把题目按照花费时间从小到大排序，设  $T$  为题目用时，则

$$T_i \leftarrow T_{i-1} + t_i$$

求出  $\sum_{i=1}^n T$  即可。

## G. 恋爱物语

### 解法

遍历男生，判断是否有  $a[b[i]] = i$ 。

或遍历女生，判断是否有  $b[a[i]] = i$ 。

# F. 水 + 水 = 水

## 解法

本题数据较弱。

可以先处理出所有能生成的水源，最后让所有水源一起流动。

直接遍历网格，判断是否有新的水源能生成，若有，则更新水源并重复此过程。

或者使用 bfs，若格状态更新，则将该格入队并打上标记。每次从队头取出格，并尝试更新周围四格。

最后将所有水源入队，用 bfs 扩散，每次流量-1。

最快时间复杂度为  $O(n)$ 。

## J. 我不是药神

### 解法

$n = 1$ , 时, 不需要称重就可以判断唯一的一瓶药是假药。

当  $n \neq 1$  时, 仅需要称重一次。具体地, 从第  $i$  瓶药取  $i$  粒药丸。若第  $x$  瓶药是假药, 最终的重量会比预期多出  $10 \times x$ 。据此可以求出  $x$ 。

## K. 上进的冰妖精

# M. 晚餐

## 解法

设结点  $u$  到根结点的距离为  $dis_u$ , 结点  $u$  上的食材重量为  $weight_u$ 。显然, 把所有食物搬回家至少需要  $\sum_u dis_u \times weight_u$ 。

不妨以这种方式购买: 每次空手出门, 走到某个店铺, 买完食材, 走回家, 路上不再购买新的食材。

这样, 每次花费的力气为  $weight_u \times dis_u$ , 最后的总和为  $\sum_u dis_u \times weight_u$ 。

使用 dfs 维护出  $dis_u$ 。具体地, 设  $u$  的父结点为  $f_u$ , 两者之间有一条长度为  $w$  的边, 则  $dis_u \leftarrow dis_{f_u} + w$ 。

## A. 对称

## D. 线段树 ?

# I. 像素水果忍者

## 解法

考虑如何判定不相交。以给出的线段为对角线做一个四边都平行于轴的矩形，如果这个矩形和给定的矩形都不相交，那么线段和矩形就一定不相交。判断矩形和矩形是否不相交是 trivial 的。

剩下来的情况，也即两个矩形相交，在这种条件下若线段和矩形不相交，那么矩形的四个点一定在线段所在直线的同一侧，于是判断矩形的四个点是否在线段的同一侧就好了。

若直线为  $Ax + By + C = 0$ ，则  $Ax + By + C > 0$  为直线的一侧， $Ax + By + C < 0$  为直线的另一侧。用以上公式判断四个点是不是在直线的同一即可。

## C. 非成都电路板

### 解法

考虑  $x = 1$  的情况。显然我们可以随意改变芯片的奇偶性，那么只需让整个矩阵变为奇偶相间即可保证相邻不会重复。

考虑  $x \neq i$  的情况。我们可以通过  $+x$  来让  $\lfloor A_{i,j}/x \rfloor$  的值 +1，这样问题就退化成了  $x = 1$  的情况。也即，可以构造一种方案使得相邻芯片的  $\lfloor A_{i,j}/x \rfloor$  值不同  $\rightarrow A_{i,j}$  值本身不同。

## E. 古希腊掌管三角形的神

### 解法

斐波那契序列是无法组成三角形的最长序列。第 45 个斐波那契数超过  $10^9$ 。有 45 根木棍时，就确保可以组成一个三角形。

易得，如果有 48 根木棍，就一定能组成两个三角形。

因此，只有当区间内的木棍数量少于 48 根时，我们才需要检查是否有可能组成两个三角形。

首先，我们对区间内的木棍进行排序。然后，我们使用以下算法来寻找两个三角形：

枚举所有可能的 6 根连续木棍的集合，检查它们是否能组成两个三角形。

找出所有可能的能组成三角形的 3 根连续木棍的集合，检查其中是否存在两个不相交的集合。

如果这两种算法都无法找到两个三角形，那么在给定区间内就不可能组成两个三角形。

## H. 拼图

### 解法

一个合法的链条可以这样构成：由类型 1 和类型 2 交替摆放，最后在中间插入连续的类型 3 或类型 4。

具体地，在（空-类型 2）或（类型 2-类型 1）或（类型 2-空）之间应该插入类型 4；在（空-类型 1）或（类型 2-类型 1）或（类型 2-空）之间应该插入类型 3。类型 3 和类型 4 能插入的间隔是不同的，因此可以分开计算。

把所有的间隔看作盒子，类型 3 和类型 4 看作球，则问题转换为：在不同的盒子中放相同的球，求方案数。可以用插板法解决。

求出类型 3 和类型 4 的答案并且相乘即可。

# L. 世界

## 解法

作为模拟，本题由多种解法，在此介绍一种。

沙子只会因为下方方块的更新而更新，火把会因为侧面和下方的方块更新而更新。因此，可以从下往上更新，同一层内先更新沙子再更新火把。火把比较特殊，如果不把方块作为对象存储，火把很难判断当前附着的对象是否与原来是同一个。解决方法是，在更新时先不进行沙子的下落操作，而是仅记录是否被更新过。所有方块记录完毕后，去掉所有更新的火把，让更新的沙子掉落。