

## Лабораторна робота № XOR

Тема: «Нейронна реалізація логічних функцій AND, OR, XOR».

Мета: Дослідити математичну модель нейрона

### Завдання №1:

Реалізувати обчислювальний алгоритм для функції  $\text{xor}(x1, x2)$  через функції  $\text{or}(x1, x2)$  і  $\text{and}(x1, x2)$  в програмному середовищі (C++, Python, та ін.).

Для реалізації обчислювальних алгоритмів рекомендується використання онлайн середовищ тестування (наприклад repl.it, trinket, і.т.д.).

```
# Реалізація функцій AND, OR та NOT
def AND(x1, x2):
    return x1 and x2
def OR(x1, x2):
    return x1 or x2
def NOT(x):
    return not x
# Реалізація функції XOR через OR і AND
def XOR(x1, x2):
    return OR(AND(x1, NOT(x2)), AND(NOT(x1), x2))

# Тестування функції XOR
print(XOR(0, 0))
print(XOR(0, 1))
print(XOR(1, 0))
print(XOR(1, 1))
```

Результат правильний:

```
0
1
True
False
```

|           |      |               |        |      |  |  |  |                   |  |      |  |         |  |
|-----------|------|---------------|--------|------|--|--|--|-------------------|--|------|--|---------|--|
|           |      |               |        |      | ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА.23.123.11.000 – Лр.1 |  |  |                   |  |      |  |         |  |
| Змн.      | Арк. | № докум.      | Підпис | Дата |  |  |  |                   |  |      |  |         |  |
| Розроб.   |      | Ушаков Ілля   |        |      | Звіт з лабораторної<br>роботи №1             |  |  | Літ.              |  | Арк. |  | Аркушіє |  |
| Перевір.  |      | Байлюк Є. М   |        |      |  |  |  |                   |  | 1    |  | 9       |  |
| Реценз.   |      |               |        |      |  |  |  | ФІКТ, гр. КІ-21-1 |  |      |  |         |  |
| Н. Контр. |      |               |        |      |  |  |  |                   |  |      |  |         |  |
| Зав.каф.  |      | Єфіменко А.А. |        |      |  |  |  |                   |  |      |  |         |  |

## Завдання №2:

Зобразити двохслойний персептрон для функції  $\text{хор}(x_1, x_2)$  та скласти відповідне рівняння розділяючої прямої, використовуючи теоретичний матеріал даної лабораторної роботи.

Захист лабораторної роботи передбачає виконання практичних завдань поставлених в роботі, та виконання завдань теоретичного характеру.

Персептрон - це нейронна мережа, яка є алгоритмом для виконання бінарної класифікації. Він визначає, чи стосується об'єкта певної категорії

### Логіка двошарового персептрона

Прихований шар:

Нейрон 1: реалізує  $\text{AND}(x_1, \text{NOT}(x_2))$

Нейрон 2: реалізує  $\text{AND}(\text{NOT}(x_1), x_2)$

Вихідний шар:

Нейрон 3: реалізує  $\text{OR}(\text{Нейрон 1}, \text{Нейрон 2})$

Ваги визначають важливість кожного вхідного значення для нейрона. Якщо у вас є нейрон з кількома вхідними значеннями, то кожне вхідне значення множиться на відповідну вагу

А зміщення додається до зваженої суми вхідних значень перед застосуванням функції активації. Воно дозволяє моделі краще пристосовуватися до даних, зміщуючи активацію нейрона вгору або вниз

Оскільки вихідний нейрон реалізує логічну операцію OR, то загальне рівняння розділяючої прямої можна представити у вигляді:  $y = x$

|      |      |          |        |      |   |      |
|------|------|----------|--------|------|---|------|
|      |      |          |        |      | ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА.23.123.3.000 – Лр.1 | Арк. |
|      |      |          |        |      |   | 2    |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |   |      |

```

import numpy as np

# Функція активації
def step_function(x):
    return np.where(x >= 0, 1, 0)

# Вхідні дані для XOR
inputs = np.array([[0, 0], [0, 1], [1, 0], [1, 1]])

# Встановлюємо ваги та зміщення для прихованого шару
weights_hidden = np.array([[1, -1], [-1, 1]])
bias_hidden = np.array([-0.5, -0.5])

# Встановлюємо ваги та зміщення для вихідного шару
weights_output = np.array([1, 1])
bias_output = -0.5

# Обчислення значень нейронів у прихованому шарі та вихідному шарі
def forward_pass(x):
    hidden_input = np.dot(x, weights_hidden) + bias_hidden
    hidden_output = step_function(hidden_input)
    final_input = np.dot(hidden_output, weights_output) + bias_output
    final_output = step_function(final_input)
    return final_output

# Візуалізація рівнянь розділяючих прямих
def plot_decision_boundary():
    import matplotlib.pyplot as plt

    x = np.linspace(-0.5, 1.5, 400)
    y1 = (0.5 - 1 * x) / -1
    y2 = (0.5 - (-1) * x) / 1

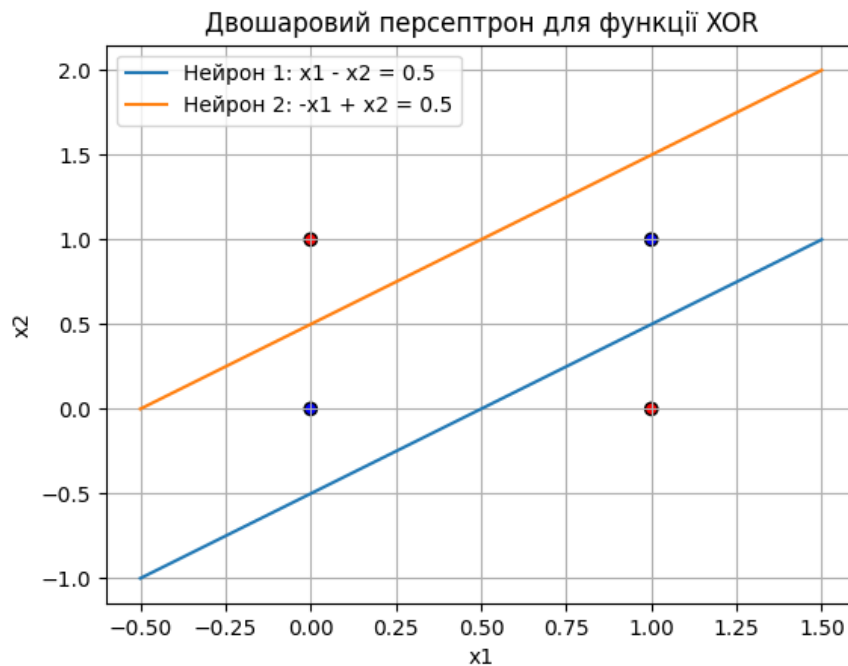
    plt.plot(x, y1, label='Нейрон 1:  $x_1 - x_2 = 0.5$ ')
    plt.plot(x, y2, label='Нейрон 2:  $-x_1 + x_2 = 0.5$ ')

    plt.scatter(inputs[:, 0], inputs[:, 1], c=[forward_pass(x) for x in inputs],
                cmap='bwr', edgecolor='k')
    plt.xlabel('x1')
    plt.ylabel('x2')
    plt.title('Двошаровий персептрон для функції XOR')
    plt.legend()
    plt.grid(True)
    plt.show()

plot_decision_boundary()

```

|      |      |          |        |      |   |      |
|------|------|----------|--------|------|---|------|
|      |      |          |        |      | ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА.23.123.3.000 – Лр.1 | Арк. |
|      |      |          |        |      |   | 3    |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |   |      |



Точки на графіку відображають вхідні дані. Точки з червоним кольором відповідають класу 1, а точки з синім кольором - класу 0. Кожна точка на графіку представляє комбінацію значень  $x_1$  та  $x_2$

Графік демонструє, як двошаровий персептрон розділяє простір на два класи за допомогою розділяючих прямих і вирішує задачу XOR

Ссилка на GitHub: <https://github.com/UshakowIllia/lab3Ushakow.git>

**Висновок:** Під час виконання лабораторної роботи, я дослідив математичну модель нейрона