

## Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería Civil.

Profesor: Felipe Uribe Castillo.

Taller I: Solución de sistemas de ecuaciones lineales e Interpolación.

Versión No. 3

El plazo para la entrega del taller es hasta el *Miércoles 9 de Marzo (6:00pm)*. Por cada día de retraso en la entrega del trabajo se les descontará 0.3 unidades de la nota final.

Enviar a mi correo, un comprimido que incluya el archivo en word (convertido a pdf) o L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X con la solución de los puntos y los programas desarrollados. Los programas deberán estar bien comentados, bien identados y demás recomendaciones vistas en clase (se rebajará si el código no cumple con esto). Habrán bonificaciones si ustedes hacen su propia versión de los programas vistos en clase.

1. La expansión en series de potencia para la función seno es:

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

La siguiente función de MATLAB<sup>®</sup> usa esta expansión para calcular el  $\sin(x)$ :

```
1 %  
2 function s = powersin(x)  
3 %% POWERSIN. Calcula el seno de un angulo [rad] usando series de potencia  
4 s = 0;  
5 t = x;  
6 n = 1;  
7 while s+t ~= s;  
8     s = s + t;  
9     t = -x.^2/((n+1)*(n+2)).*t;  
10    n = n + 2;  
11 end
```

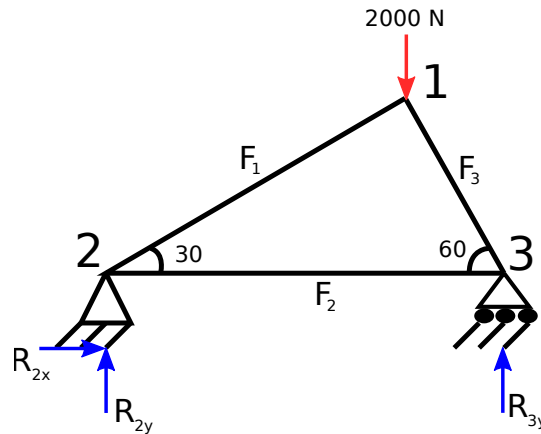
i). Explique qué hace que el ciclo `while` termine. ii). Calcule el valor del seno para los siguientes ángulos  $\theta = \pi/2, 11\pi/2, 21\pi/2, 31\pi/2$ . iii). Con base en los resultados para los 4 ángulos  $\theta$ , qué tan precisa es la estimación del seno usando esta función (error absoluto y relativo)?, cuántos terminos se calcularon?, cuál es el término más grande de la serie?

2. Con  $n = 3$ , diga en cuáles de los siguientes casos la matriz **A** es definida positiva:

- $A = \text{magic}(n)$
- $A = \text{hilb}(n)$
- $R = \text{randn}(n,n)$ ;  $A = R' * R$
- $R = \text{randn}(n,n)$ ;  $A = R' + R$
- $R = \text{randn}(n,n)$ ;  $I = \text{eye}(n,n)$ ;  $A = R' + R + n*I$

3. Modifique los programas `gauss.m` y `lu_decomp.m` para que detecten, antes de realizar el método, cuando la matriz **A** sea singular. Use como criterios el número de condición y el determinante (puede usar los comandos de MATLAB<sup>®</sup> `cond` y `det`), explique detalladamente que hacen estos comandos.

4. Un problema importante en ingeniería estructural es el de encontrar las fuerzas en un cercha.



Este tipo de estructura se puede describir, luego de un balance de fuerzas, como un sistema de ecuaciones lineales acopladas. La sumatoria de fuerzas en  $x$  e  $y$  para el nodo 1 son:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -F_1 \cos(30) + F_3 \cos(60) + P_{1x} = 0 \\ \sum F_y &= -F_1 \sin(30) - F_3 \sin(60) + P_{1y} = 0\end{aligned}$$

para el nodo 2 son:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_2 + F_1 \cos(30) + P_{2x} + R_{2x} = 0 \\ \sum F_y &= F_1 \sin(30) + P_{2y} + R_{2y} = 0\end{aligned}$$

para el nodo 3 son:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -F_2 - F_3 \cos(60) + P_{3x} = 0 \\ \sum F_y &= F_3 \sin(60) + P_{3y} + R_{3y} = 0\end{aligned}$$

en este caso, se aplica la fuerza externa de  $P_{1y} = -2000$  N sobre el nodo 1 y las demás  $P_{ix}$  y  $P_{iy}$  serán cero pues no tenemos más cargas sobre la cercha. Observe que el vector de incógnitas será  $\mathbf{x} = [F_1, F_2, F_3, R_{2x}, R_{2y}, R_{3y}]^T$  y el vector de respuestas  $\mathbf{b} = [P_{1x}, P_{1y}, P_{2x}, P_{2y}, P_{3x}, P_{3y}]^T$ .

*i).* Exprese este conjunto de ecuaciones algebraicas en forma matricial. *ii).* Calcule a mano usando el método de descomposición LU solo la matriz L y la matriz U, la solución a este sistema la puede hacer usando MATLAB<sup>®</sup> (osea encontrar las fuerzas axiales de las barras  $F_i$ ). *iii).* Compare su respuesta con los métodos vistos en estática.

5. Suponga que los siguientes datos miden la temperatura ( $T$ ) de un lago con respecto a la profundidad ( $z$ ) del mismo.

$T$ [C]	22.8	22.8	22.8	20.6	13.9	11.7	11.1	11.1
$z$ [m]	0	2.3	4.9	9.1	13.7	18.3	22.9	27.2

*i).* Utilice su criterio para encontrar el mejor método de interpolación (polinomial, Lagrange, Newton, Chebyshev, lineal), diga las razones por las cuales lo escogió (usar comandos y

graficar en MATLAB para facilitar la elección). *ii*). Muestre los resultados en un gráfico. *iii*). Con base en el método escogido calcule a mano la forma del polinomio para poder encontrar la profundidad de la termoclina (<https://en.wikipedia.org/wiki/Thermocline>). Esta se encuentra en el punto de inflexión de la curva profundidad-temperatura, es decir en el punto para el cual  $\frac{d^2T}{dz^2} = 0$ .