

Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería Civil.

Profesor: Felipe Uribe Castillo.

Taller III: Integración y Solución de ODEs.

Versión No. 1

El plazo para la entrega del taller es hasta el *Viernes 29 de Abril (11:00am)*. Por cada hora de retraso en la entrega del trabajo se les descontará 0.1 unidades en la nota final.

1. Sobre el perfil de un río se tomaron los siguientes datos de distancia (x) y profundidad (h):

x [m]	0	1.5	3.4	5.9	7.8	10.4	11.9	14
h [m]	0	1.92	2	2	2.4	2.6	2.25	0

El área transversal del río se puede calcular como la integral $A = \int_a^b h(x)dx$. Utilice las reglas de Newton-Cotes (trapecio y Simpson 3/8) para aproximar el valor de esta integral a mano. Calcule el error absoluto para cada método utilizando como valor exacto el calculado por las funciones de integración de MATLAB (`trapz` y `quad`).

Nota: Para la regla de Simpson 3/8 sobraré el último punto (pues son polinomios de grado 3), así para los puntos dados quedarán 2 reglas de 3/8. Haga la grafica para observar las particiones. Para usar el `quad` use la función de MATLAB® `interp1` para generar la “function handle”.

2. Sobre un rascacielos el viento ejerce una fuerza distribuida, la cual se ha medido en diferentes alturas:

h [m]	0	30	60	90	120	150	180	210	240
w [N/m]	0	340	1200	1600	2700	3100	3200	3500	3800

Calcule la fuerza resultante de dicha carga distribuida ($F = \int_a^b w(x)dx$) y su punto de acción (centroide del área bajo la curva: $\bar{x} = \int_a^b xw(x)dx / \int_a^b w(x)dx$). Utilice el método de Romberg con $k = 3$ y $n = 4$ a mano. Compare sus resultados con el programa visto en clase (para generar la “function handle” de estos puntos use el comando de MATLAB® `interp1`, ó bien modifique el programa para que acepte los puntos evaluados de la función, en lugar de la función).

3. La función de error “ $\text{erf}(x)$ ” se define como la integral:

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-x^2) dx$$

pero también puede definirse como la solución a la ecuación diferencial:

$$y'(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) \quad \text{con} \quad y(x_0) = 0$$

Programe el método de RK 3/8 y el de ABM 4 (use como base los programas hechos en clase), para resolver esta ecuación diferencial en el intervalo $0 \leq x \leq 2$ con un $h = 0.1$. Compare sus resultados con la función de MATLAB[®] `ode45`; además realizar una segunda comparación graficando directamente la función de MATLAB[®] `erf(x)` evaluada en el intervalo de solución. Mostrar los resultados en una sola gráfica.

Nota: Para ABM4 use las siguientes expresiones,

$$\begin{aligned} \text{Predictor} \quad \tilde{y}_{k+3} &= y_{k+2} + \frac{h}{12} (23f(t_{k+2}, y_{k+2}) - 16f(t_{k+1}, y_{k+1}) + 5f(t_k, y_k)) \\ \text{Corrector} \quad y_{k+3} &= y_{k+2} + \frac{h}{12} (5f(t_{k+3}, \tilde{y}_{k+3}) + 8f(t_{k+2}, y_{k+2}) - f(t_{k+1}, y_{k+1})) \end{aligned}$$

http://www.math.iit.edu/~fass/478578_Chapter_2.pdf