Diskrete Strukturen Nachbereitungsaufgabe 3

Khmelyk Oleh

2023

a Zeigen Sie, dass fur alle aussagenlogischen Ausdruecke A, B, C die Ausdruecke

$$(\neg A \vee B) \wedge (B \Rightarrow (\neg C \wedge \neg A)) \text{ und } \neg A \wedge \neg(B \wedge C)$$

aquivalent sind. Formen Sie dazu den einen Ausdrucks anhand der in der Vorlesung behandelten Grundgesetze aussagenlogischer Verknupfungen um, bis Sie den anderen Ausdrueck erhalten. Geben Sie dabei an, welches Gesetz Sie in welchem Schritt anwenden (Kommutativitaet und Assoziativitaet muessen Sie nicht erwaehnen).

$(\neg A \vee B) \wedge (B \Rightarrow (\neg C \wedge \neg A)) = |X \Rightarrow Y = \neg X \vee Y| =$
$= (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee (\neg C \wedge \neg A)) = |Distributivgesetze| =$
$= (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee \neg A) =$
$= (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg A) \wedge (\neg B \vee \neg C) =$
$= (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg B \vee \neg C) =$
$= (\neg A \vee (B \wedge \neg B)) \wedge (\neg B \vee \neg C) = |X \wedge \neg X = 1| =$
$= (\neg A \vee 0) \wedge (\neg B \vee \neg C) = |X \vee 0 = X| =$
$= \neg A \wedge (\neg B \vee \neg C) = |\neg(X \wedge Y) = (\neg X \vee \neg Y)|$
$= \neg A \wedge \neg(B \wedge C)$ ■

b Gegeben ist der Ausdruck

$A := (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge x_3 \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3)$ in den drei Variablen x_1, x_2 und x_3. Verwenden Sie die Methode der positiven 1- Resolution gemaeß der Vorlesung, um zu entscheiden, ob A erfuellbar ist. Geben Sie den Algorithmus in allen einzelnen Schritten an! Falls ja, so geben Sie eine erfuellende Belegung an, falls nein, begruenden Sie, warum A nicht erfullbar ist. Pruefen Sie zuerst, ob die Voraussetzung fuer die Anwendung des Algorithmus gegeben ist.

$(x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge x_3 \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3)$

Wir koennen Algorithmus benutzen.

$(x_1 \vee \neg x_2 \vee \cancel{\neg x_3}) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \cancel{\neg x_3}) \wedge (x_2 \vee \cancel{\neg x_3}) \wedge x_3 \wedge \cancel{(\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3)}$

$(x_1 \vee \cancel{\neg x_2} \vee \cancel{\neg x_3}) \wedge (\neg x_1 \vee \cancel{\neg x_2} \vee \cancel{\neg x_3}) \wedge (x_2 \vee \cancel{\neg x_3}) \wedge x_3 \wedge \cancel{(\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3)}$

Muss 1 sein

Muss auch 1 sein

Widerspruch