Lineare Algebra Nachbereitungsaufgabe 9

Khmelyk Oleh

2023

(a) Berechnen wir mit Regel von Sarrus

$$det(G_2) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) - (-1) \cdot (-1) - (1) \cdot (1) = 1 + 1 - 1 - 1 = 0$$

$$det(G_3) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = 2^3 + (-1)^3 + (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 - 2 \cdot (-1)^2 - 2 \cdot (-1)^2 = 8 - 1 - 1 - 2 - 2 - 2 = 0$$

$$det(G_4) = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} = 3^4 + (-1)^4 + (-1)^4 + (-1)^4 - (-1)^4 - 3^2 \cdot (-1)^2 - (-1)^4 - 3^2 \cdot (-1)^2 =$$

$$= 3^4 + 1 + 1 + 1 - 1 - 9 - 1 - 9 = 64$$

(b)

$$n \pmod 2 \equiv 1 : (n-1)^n + (n-1) \cdot (-1)^n - \frac{n}{2}(-1)^n - \frac{n}{2}(n-1)^2(-1)^(n-2)$$

$$n \pmod 2 \equiv 0 : (n-1)^n + (n-1) \cdot (-1)^n - n(n-1)(-1)^{n-1} = (n-1)^n + (n-1)^2$$

Ich habe keine Zeit, das zu pruefen, aber es kann einfach von der Regel von Sarrus bekommen werden. "+" ist trivial, "-" kann man mithilfe des VI beweisen.

(c)