

# Lineare Algebra Nachbereitungsaufgabe 3

Khmelyk Oleh

2023

**N3.2** Es seien

$$m_1 \ m_2 \ m_3 \ m_4 \ m_5 \ m_6 \ m_7$$

die Ziffern Ihrer Matrikelnummer. Wir betrachten, für die Parameter  $a, x, y, z \in \mathbb{R}$ , das lineare Gleichungssystem, welches durch die folgende erweiterte Koeffizientenmatrix gegeben ist:

$$(A|b) = \left( \begin{array}{cccc|c} 5 & -4 & 2 & 3 & x \\ -1 & 1 & 1 & -1 & y \\ 3 & -2 & 4 & a & z \end{array} \right)$$

$$\text{Matrikelnummer} - 5196694 \Rightarrow m_4 = 6; m_5 = 6; m_6 = 9$$

**a** Bestimmen Sie die Lösungsmenge des durch  $a := 1, x := 0, y := 0, z := 0$  definierten *homogenen* n linearen Gleichungssystems.

$$\begin{aligned} (A|b) &= \left( \begin{array}{cccc|c} 5 & -4 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 4 & 1 & 0 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 6 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -2 & 0 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 6 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -2 & 0 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 6 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 6x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow (l - 6t; 2l - 7t; t; l), \forall l, t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

**b** Bestimmen Sie die Lösungsmenge des durch  $a := 1, x := m_4, y := m_5, z := -1$  definierten *inhomogenen* n linearen Gleichungssystems.

$$\begin{aligned} (A|b) &= \left( \begin{array}{cccc|c} 5 & -4 & 2 & 3 & 6 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 6 \\ 3 & -2 & 4 & 1 & -1 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 6 & -1 & 30 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 6 \\ 0 & 1 & 7 & -2 & 17 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 6 & -1 & 30 \\ 0 & 1 & 7 & -2 & 17 \\ 0 & 1 & 7 & -2 & 6 \end{array} \right) = \\ \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 6 & -1 & 30 \\ 0 & 1 & 7 & -2 & 17 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -11 \end{array} \right) &\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 6x_3 - x_4 = 30 \\ x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 17 \\ 0 = -11 \end{cases} \Rightarrow \text{Nicht lösbar.} \end{aligned}$$

**c** Bestimmen Sie die Lösungsmenge des durch  $a := 2, x := m_4, y := m_5, z := m_6$  definierten *homogenen* n linearen Gleichungssystems.

$$\begin{aligned} (A|b) &= \left( \begin{array}{cccc|c} 5 & -4 & 2 & 3 & 6 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 6 \\ 3 & -2 & 4 & 2 & 9 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 6 & -1 & 30 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 6 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 27 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 6 & -1 & 30 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 27 \\ 0 & 1 & 7 & -2 & 36 \end{array} \right) = \\ \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 6 & 0 & 21 \\ 0 & 1 & 7 & 0 & 18 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -9 \end{array} \right) &\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 6x_3 = 21 \\ x_2 + 7x_3 = 18 \\ x_4 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow (21 - 6t; 18 - 7t; t; -9), \forall t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$