

Stochastic Model 04: Ověření modelu (Model Verification)

```
In [1]: # Instalace potřebných knihoven
#%pip install pandas
#%pip install numpy
#%pip install seaborn matplotlib
```

```
In [2]: # Import potřebných knihoven
import pandas as pd
import numpy as np

import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt

from scipy.stats import entropy
```

Vstupní data

```
In [3]: # Soubor je načten a přiřazen do proměnné ,df'
other_path = '../data/03_StochModel/transition_matrix.csv'
df = pd.read_csv(other_path, header=0)
P = df.to_numpy()
```

```
In [4]: # analytické stacionární rozdělení (např. z P)
w, v = np.linalg.eig(P.T)

pi = np.real(v[:, np.isclose(w,1)])
pi = pi[:,0]
pi = pi / np.sum(pi)

pi_analyt = pi

# Empirické rozdělení
empirical_pi = np.array([
    0.05340371, 0.05308898, 0.13469849, 0.05331055,
    0.13826586, 0.19008747, 0.08025636, 0.1582464,
    0.0225158, 0.04752634, 0.04336844, 0.02523159
])

# empirické rozdělení ze simulace (např. z histogramu stavů)
pi_sim = empirical_pi
```

Maximální absolutní odchylka

```
In [5]: # výpočet maximální absolutní odchylky mezi analytickým a simulovaným rozdělením

max_abs_dev = np.max(np.abs(pi_sim - pi_analyt))

print("Maximální absolutní odchylka:")
print(round(max_abs_dev, 6))
```

Maximální absolutní odchylka:
0.027344

Výpočet RMSE

In [6]: # výpočet střední kvadratické chyby (Root Mean Square Error)

```
rmse = np.sqrt(
    np.mean(
        (pi_sim - pi_analyt)**2
    )
)

print("RMSE:")
print(round(rmse, 6))
```

RMSE:
0.011748

Výpočet KL divergence

In [7]: # malá konstanta pro zamezení $\log(0)$
epsilon = 1e-12

```
# výpočet Kullbackovy-Leiblerovy divergence
kl_div = np.sum(
    pi_analyt * np.log(
        (pi_analyt + epsilon) / (pi_sim + epsilon)
    )
)

print("KL divergence:")
print(round(kl_div, 6))
```

KL divergence:
0.027566

In [8]: KL = entropy(pi_analyt, pi_sim)

```
print("KL divergence =", KL)
```

KL divergence = 0.027565786043595625

Shrnutí výsledků

In [9]: print("\n===== VERIFIKACE MODELU =====")

```
print(f"Max |pi_sim - pi_analyt| = {max_abs_dev:.6f}")
print(f"RMSE = {rmse:.6f}")
print(f"D_KL = {kl_div:.6f}")
```

===== VERIFIKACE MODELU =====
Max |pi_sim - pi_analyt| = 0.027344
RMSE = 0.011748
D_KL = 0.027566

Heatmapa rozdílu mezi analytickým a simulovaným rozdělením

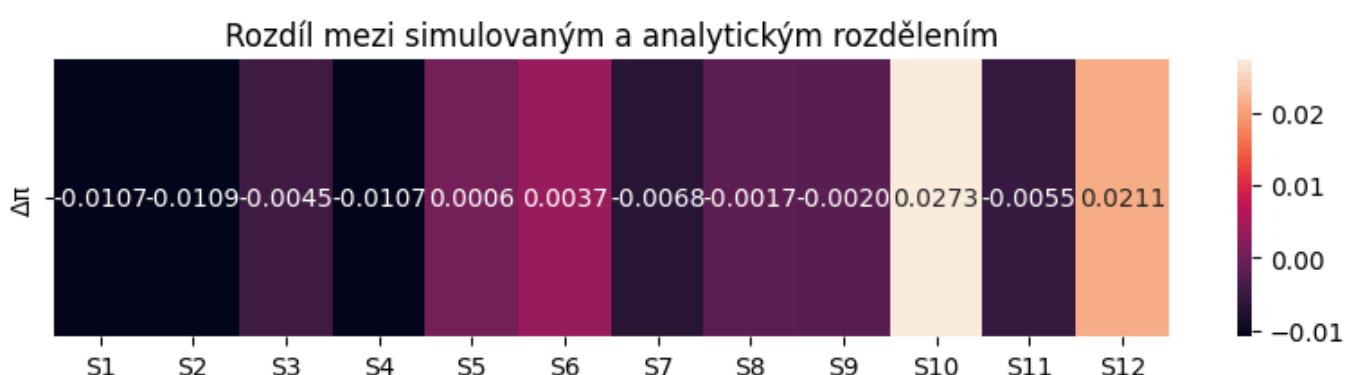
In [10]: states = np.arange(1,13)
width = 0.35

```
diff = (pi_sim - pi_analyt).reshape(1, -1)

plt.figure(figsize=(10,2))

sns.heatmap(diff,
            annot=True,
            fmt=".4f",
            xticklabels=[f"S{i}" for i in states],
```

```
yticklabels=[ "Δπ" ],  
cbar=True)  
  
plt.title("Rozdíl mezi simulovaným a analytickým rozdělením")  
  
plt.show()
```



Verifikace stochastického modelu pomocí porovnání analytického a simulovaného stacionárního rozdělení ukázala přijatelnou shodu (RMSE = 0.011748; max. odchylka 0.027344). Nízká hodnota KL divergence (0.027566) indikuje pouze minimální strukturální rozdíly způsobené diskretizací a konečnou délkou simulace.

Autor / Organizace / Datum

Vjačeslav Usmanov, ČVUT v Praze, Fakulta stavební

Přehled změn

Datum (YYYY-MM-DD)	Verze	Autor změny	Popis změny
2026-01-26	1.1	Vjačeslav Usmanov	added SM_04_Model_Verification.ipynb
2026-02-16	1.2	Vjačeslav Usmanov	changed SM_04_Model_Verification.ipynb