

**ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE**

FAKULTA STAVEBNÍ



HABILITAČNÍ PRÁCE

**PŘÍLOHA 6: REGRESNÍ MODELOVÁNÍ
(POLYNOMIÁLNÍ PŘÍSTUP)**

2026

ING. VJAČESLAV USMANOV, PH.D.

AI 01: Model polynomiální regrese (Polynomial Regression Model)

Cílem experimentu bylo ověřit vliv podílu syntetických dat v trénovací množině na přesnost predikce doby trvání pracovní smyčky v závislosti na délce trajektorie.

Import libraries:

```
In [1]: # Instalace potřebných knihoven
#%pip instal pandas
#%pip install numpy

#%pip install scipy
#%pip install seaborn

#%pip install scikit-learn
#%pip install matplotlib
#%pip install seaborn

# actual installed version of sklearn
#%pip show scikit-learn
```

```
In [2]: # Import potřebných knihoven
import pandas as pd
import numpy as np

from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from sklearn.pipeline import Pipeline
from sklearn.metrics import mean_squared_error, r2_score
from sklearn.model_selection import train_test_split

import matplotlib.pyplot as plt

import warnings
warnings.simplefilter(action='ignore', category=FutureWarning)
```

Příprava trénovacích, testovacích a validačních dat

```
In [3]: # Soubor je načten a přiřazen do proměnné ,df_train_real'
path='../data/06_AI/train/train_timelaps.csv'
df_train_real = pd.read_csv(path)
df_train_real.head()
```

```
Out[3]:
```

	id	x	y	z	time	delay	type_delay	total_time
0	150	1315	220	1000	29	0	0	29
1	75	220	1190	500	33	0	0	33
2	239	220	940	2000	35	6	3	41
3	199	1315	220	1500	36	0	0	36
4	51	3690	220	250	50	0	0	50

```
In [4]: # Soubor je načten a přiřazen do proměnné ,df_val_real'
path='../data/06_AI/val/valid_timelaps.csv'
```

```
df_val_real = pd.read_csv(path)
df_val_real.head()
```

Out[4]:

	id	x	y	z	time	delay	type_delay	total_time
0	13	220	2940	0	32	0	0	32
1	77	220	1690	500	33	23	2	56
2	220	2190	220	1750	35	0	0	35
3	105	252	220	750	53	0	0	53
4	45	2190	220	250	45	0	0	45

Funkce pro výpočet dráhy trajektorie od referenčního bodu k cílové poloze prvku

In [5]: *# SPECIFIKACE TECHNOLOGICKÉHO PROCESU ZDĚNÍ*

```
brick_thickness = 440      # mm, tloušťka zdicího prvku (Porotherm 440 Profi)
brick_height = 250         # mm, výška zdicího prvku (Porotherm 440 Profi)
brick_width = 250          # mm, šířka zdicího prvku (Porotherm 440 Profi)

# SOUŘADNICE REFERENČNÍHO BODU (nad verifikačním stolem)

refer_x = 2_000             # mm, souřadnice X referenčního bodu
refer_y = 3_500             # mm, souřadnice Y referenčního bodu
refer_z = 1_000             # mm, souřadnice Z referenčního bodu
```

In [6]:

```
def calculation_dist(x, y, z):
    """
    Funkce pro výpočet dráhy trajektorie od referenčního bodu k cílové poloze prvku

    Parametry:
    x, y, z (int): souřadnice cílové polohy prvku [mm]

    Návrátová hodnota:
    dist (int): dráha trajektorie od referenčního bodu k cílové poloze prvku [mm]
    """
    dist = 0

    # Fáze 1: dráha od referenčního bodu k cílové stěně.
    dist = ((refer_z - (z + brick_height*2))**2 + (refer_x - brick_thickness//2)**2)**(1/2)

    # Fáze 2: dráha ve směru osy X
    if x != brick_thickness / 2:
        dist = dist + abs(x - brick_thickness//2 + brick_width * 2)

    # Fáze 3: dráha ve směru osy Y
    if y != brick_thickness / 2:
        dist = dist + abs(y - refer_y + brick_width * 2)

    return int(dist)
```

In [7]:

```
# Funkce pro výpočet dráhy trajektorie od referenčního bodu k cílové poloze prvku
# Pro každý řádek datového rámce je aplikována funkce calculation_dist
# na základě souřadnic 'x', 'y', 'z'.
df_train_real['dist'] = df_train_real.apply(lambda x : calculation_dist(x['x'],x['y'],x['z']))
df_train_real = df_train_real[['dist', 'total_time']]
df_train_real.head()
```

Out[7]:

	dist	total_time
0	3443	29
1	3590	33
2	4387	41
3	3636	36
4	5767	50

```
In [8]: # Funkce pro výpočet dráhy trajektorie od referenčního bodu k cílové poloze prvku
# Pro každý řádek datového rámce je aplikována funkce calculation_dist
# na základě souřadnic 'x', 'y', 'z'.
df_val_real['dist'] = df_val_real.apply(lambda x : calculation_dist(x['x'],x['y'],x['z'])) , axis=1
df_val_real = df_val_real[['dist', 'total_time']]
df_val_real.head()
```

Out[8]:

	dist	total_time
0	1908	32
1	3090	56
2	4645	35
3	2329	53
4	4267	45

```
In [9]: df_train_real.describe()
```

Out[9]:

	dist	total_time
count	161.000000	161.000000
mean	3905.074534	41.993789
std	1216.112302	27.037358
min	1840.000000	24.000000
25%	2875.000000	32.000000
50%	3767.000000	36.000000
75%	4744.000000	42.000000
max	6609.000000	250.000000

```
In [10]: df_val_real.describe()
```

Out[10]:

	dist	total_time
count	108.000000	108.000000
mean	3861.675926	41.796296
std	1199.683376	28.458450
min	1908.000000	22.000000
25%	2856.500000	32.750000
50%	3911.500000	36.500000
75%	4794.000000	42.000000
max	6466.000000	296.000000

In [11]:

```
# Soubor je načten a přiřazen do proměnné ,df_train_syn"
other_path = '../data/05_Calibration/synthetic_dataset.csv'
df_train_syn = pd.read_csv(other_path, header=0)
#df_train_syn[['dist', 'total_time']] = df_train_syn[['dist', 'total_time']].round().astype(int)
df_train_syn.head()
```

Out[11]:

	dist	total_time
0	5195	38.933762
1	5611	40.150066
2	2714	33.359114
3	5935	41.106167
4	3184	34.030619

In [12]:

```
df_train_syn.describe()
```

Out[12]:

	dist	total_time
count	500000.000000	500000.000000
mean	3901.498332	40.691468
std	1560.017891	20.473294
min	1200.000000	27.948727
25%	2551.000000	33.322842
50%	3897.000000	36.741907
75%	5249.000000	40.176527
max	6600.000000	204.146807

Funkce pro polynomiální regresi

In [13]:

```
def train_polynomial_model(X_train, y_train, X_val, y_val,
                           X_test, y_test, degree, scenario, train_size):

    poly = PolynomialFeatures(degree=3)

    # Transformace
```

```
X_train_poly = poly.fit_transform(X_train)
X_val_poly = poly.transform(X_val)
X_test_poly = poly.transform(X_test)

# Model
model = LinearRegression()

# Trenovani
model.fit(X_train_poly, y_train)

# Validace
y_val_pred = model.predict(X_val_poly)
val_mse = mean_squared_error(y_val, y_val_pred)
val_r2 = r2_score(y_val, y_val_pred)

# Testovani (FINAL evaluation)
y_test_pred = model.predict(X_test_poly)
test_mse = mean_squared_error(y_test, y_test_pred)
test_r2 = r2_score(y_test, y_test_pred)

results = {
    'Scenar': scenario,
    'Train_samples': train_size,
    'Degree': degree,
    'Val MSE': val_mse,
    'Val R2': val_r2,
    'Test MSE': test_mse,
    'Test R2': test_r2
}

return results
```

```
In [14]: def plot_with_regression(ax, X, y, title, degree, xlim, ylim):
# převod na 1D (kdyby byly shape (n,1))
X = np.ravel(X)
y = np.ravel(y)

# linear regression (1st degree polyfit)
coef = np.polyfit(X, y, 1)
reg_line = np.poly1d(coef)

# sort kvůli hezké čáře
sort_idx = np.argsort(X)
X_sorted = X[sort_idx]

# fit polynomu
coef = np.polyfit(X, y, degree)
poly = np.poly1d(coef)

# vytvoření hladké křivky
X_curve = np.linspace(min(X), max(X), 200)
y_curve = poly(X_curve)

ax.scatter(X, y)
ax.plot(X_sorted, reg_line(X_sorted))

X_curve = np.linspace(min(X), max(X), 200)
ax.plot(X_curve, y_curve)

ax.set_xlabel("Dráha, [mm]")
ax.set_ylabel("Čas, [sek]")
ax.set_title(title)

ax.set_xlim(xlim)
```

```
ax.set_ylim(ylim)
```

```
ax.grid(True)
```

Odstranění odlehlých hodnot pomocí IQR

```
In [15]: # odstranění extrémních odlehlých hodnot
def remove_outliers_iqr(df):
    model = Pipeline([
        ("poly", PolynomialFeatures(degree=3)),
        ("lin", LinearRegression())
    ])

    model.fit(df["dist"].values.reshape(-1,1),
              df["total_time"])

    y_pred = model.predict(df["dist"].values.reshape(-1,1))
    residuals = df["total_time"] - y_pred

    Q1 = residuals.quantile(0.25)
    Q3 = residuals.quantile(0.75)
    IQR = Q3 - Q1

    lower = Q1 - 1.5*IQR
    upper = Q3 + 1.5*IQR

    mask = (residuals >= lower) & (residuals <= upper)
    df_clean = df[mask]

    return df_clean
```

```
In [16]: df_train_real = remove_outliers_iqr(df_train_real)
df_val_real = remove_outliers_iqr(df_val_real)
df_train_syn = remove_outliers_iqr(df_train_syn)
```

Trenování a vyhodnocení různých scénářů

```
In [17]: # poměry syntetických dat pro trénování
syn_ratio = [0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.91, 0.92, 0.93, 0.94, 0.95, 0.96, 0.97, 0.98, 0.99, 1.0]

degree = 3

results_list = []

for ratio in syn_ratio:

    # 80 % train, 20 % val
    X_train_real, X_val, y_train_real, y_val = train_test_split(
        df_train_real[['dist']], df_train_real['total_time'], test_size=0.2, random_state=122
    )

    # počet syntetických vzorků
    n = len(y_train_real)
    s = int(n * ratio / (1 - ratio))
    df_syn = df_train_syn.sample(n=s, random_state=122)

    X_train_combined = pd.concat([X_train_real, df_syn[['dist']]])
    y_train_combined = pd.concat([y_train_real, df_syn['total_time']])

    # izolovaná testovací množina reálných dat
    X_real_test = df_val_real[['dist']]
```

```
y_real_test = df_val_real['total_time']

# === vytvoří 1 řádek, 3 sloupce ===
fig, axs = plt.subplots(1, 3, figsize=(15, 5))

x_min = min(np.min(X_train_combined), np.min(X_val), np.min(X_real_test))
x_max = max(np.max(X_train_combined), np.max(X_val), np.max(X_real_test))

y_min = min(np.min(y_train_combined), np.min(y_val), np.min(y_real_test))
y_max = max(np.max(y_train_combined), np.max(y_val), np.max(y_real_test))

# ===== TRAIN =====
plot_with_regression(
    axs[0],
    X_train_combined,
    y_train_combined,
    f"Trénovací dataset: Real {int(100 - ratio*100)}% / Syn {int(ratio*100)}%",
    degree,
    (x_min, x_max),
    (y_min, y_max)
)

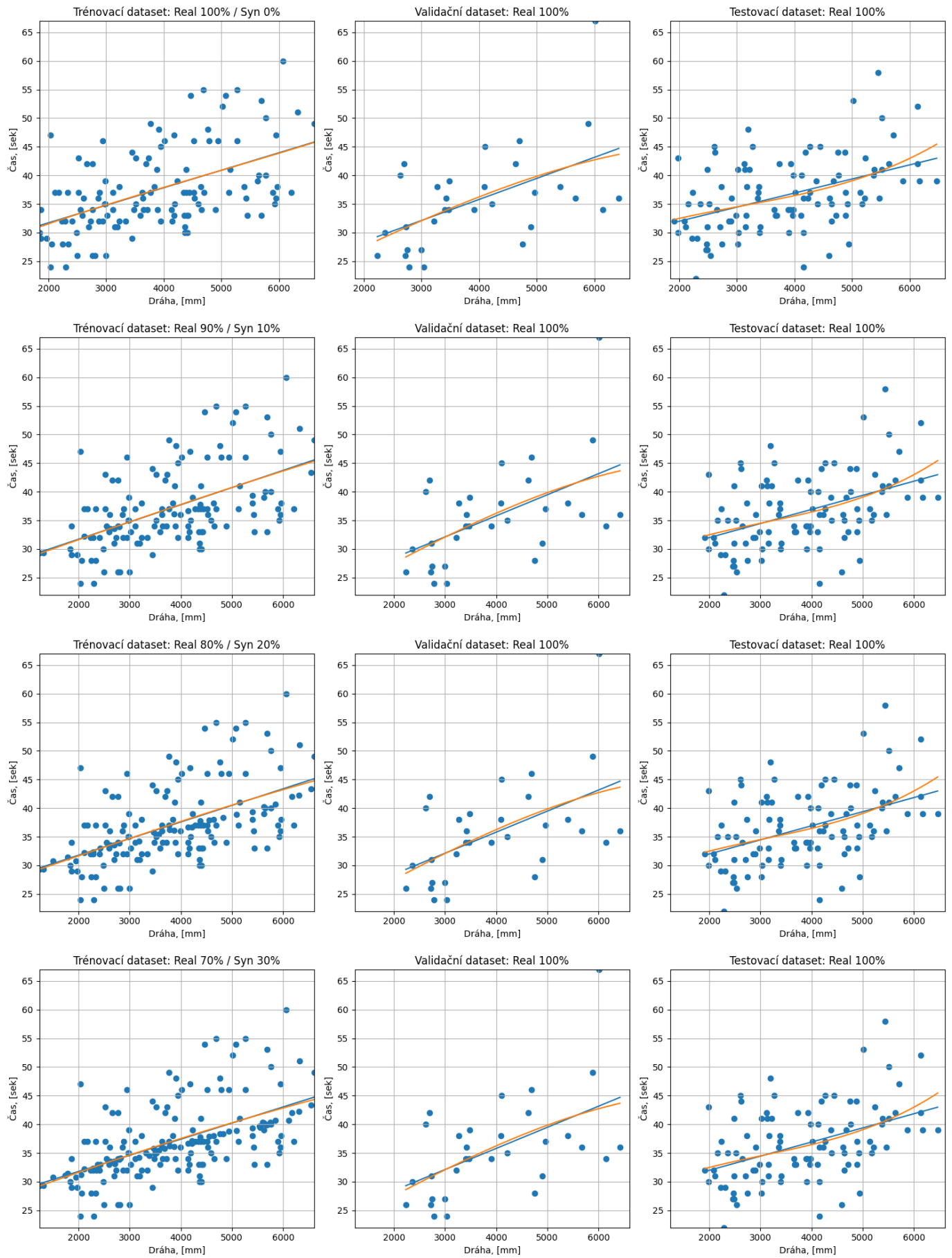
# ===== VALIDATION =====
plot_with_regression(
    axs[1],
    X_val,
    y_val,
    f"Validační dataset: Real 100%",
    degree,
    (x_min, x_max),
    (y_min, y_max)
)

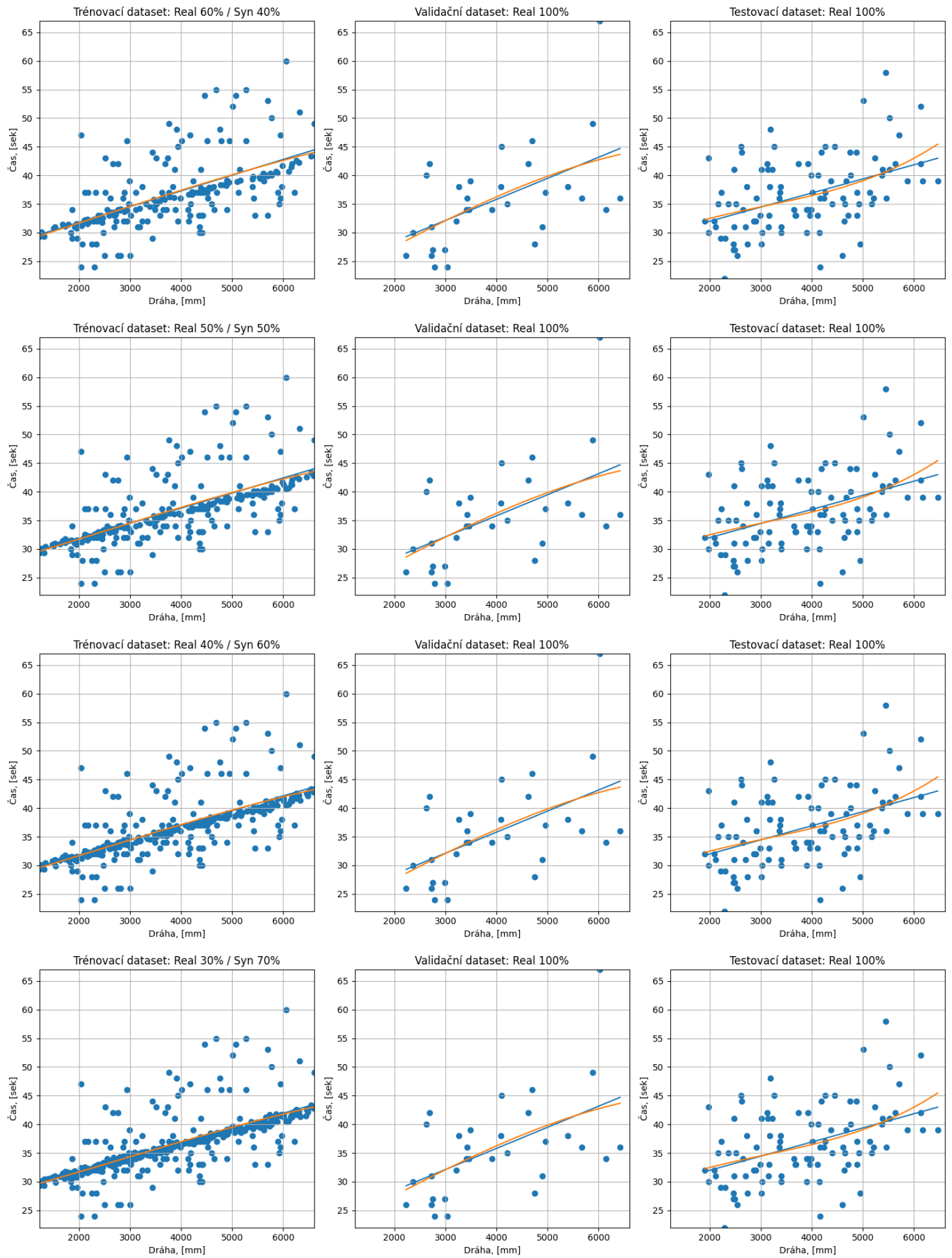
# ===== REAL TEST =====
plot_with_regression(
    axs[2],
    X_real_test,
    y_real_test,
    f"Testovací dataset: Real 100%",
    degree,
    (x_min, x_max),
    (y_min, y_max)
)

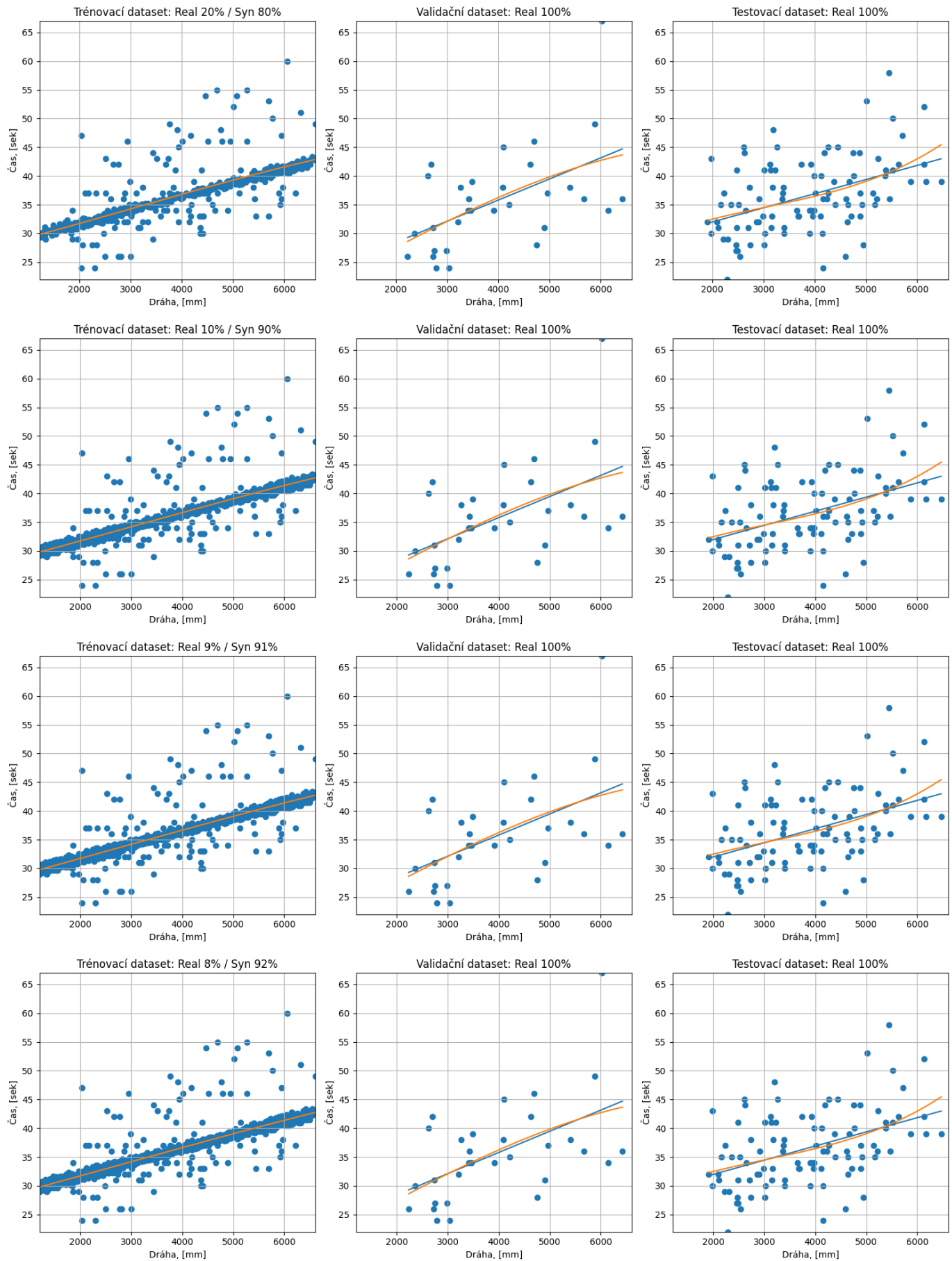
plt.tight_layout()
plt.show()

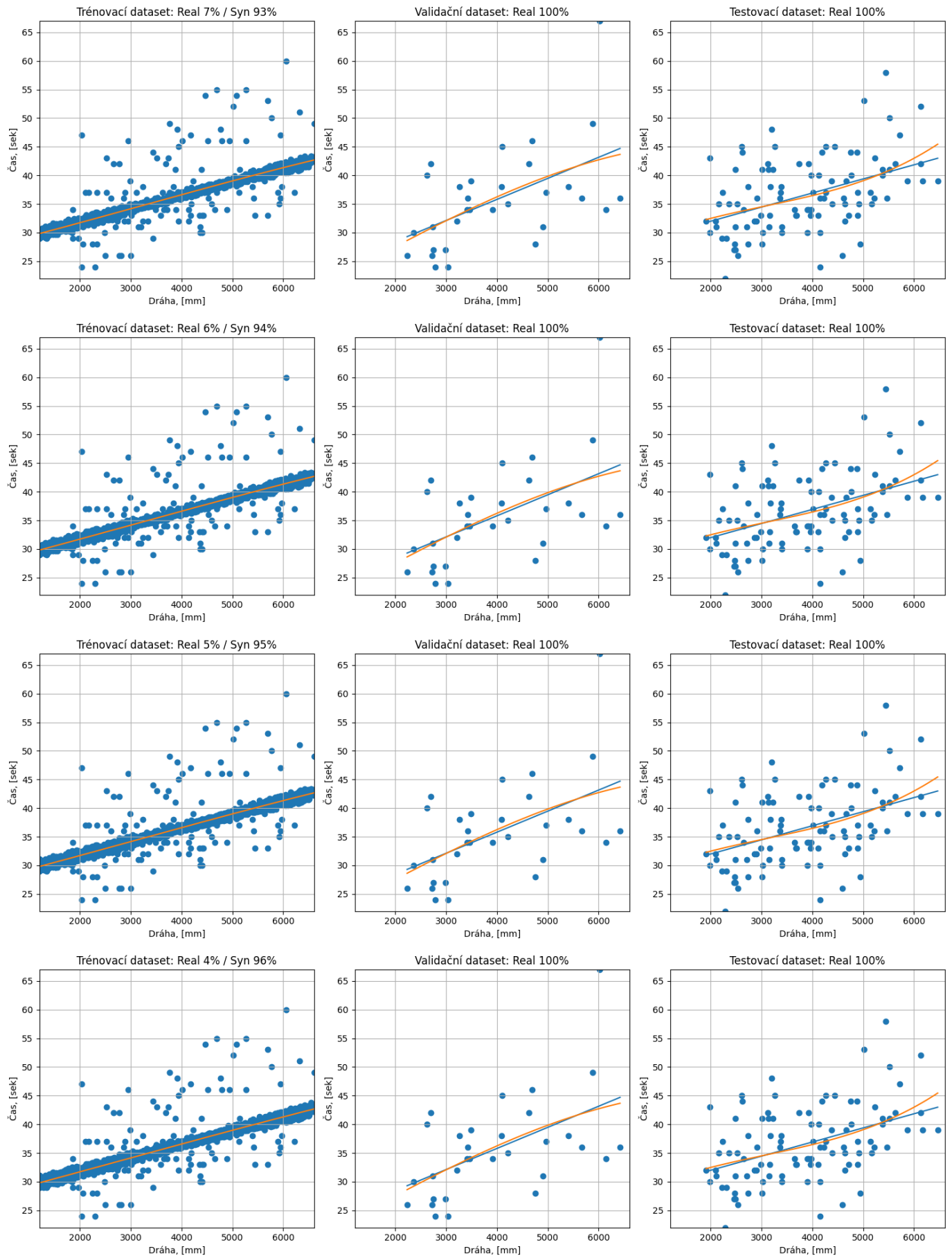
res = train_polynomial_model(
    X_train_combined, y_train_combined,
    X_val, y_val,
    X_real_test, y_real_test,
    degree=degree,
    scenario=f"Poměr: {ratio}",
    train_size=(s+n)
)
results_list.append(res)

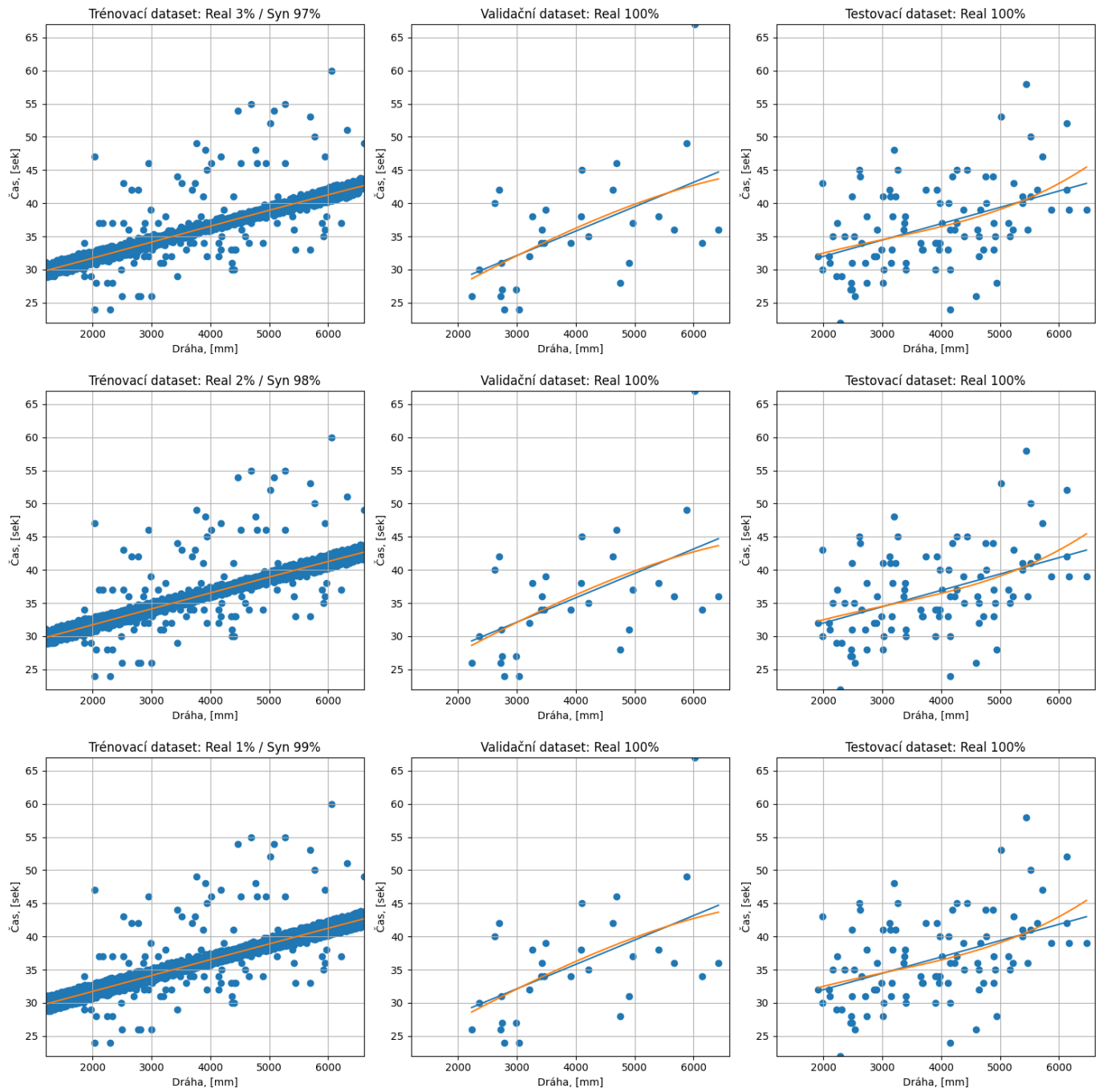
results = pd.DataFrame(results_list)
results
```









Out[17]:

	Scenar	Train_samples	Degree	Val MSE	Val R2	Test MSE	Test R2
0	Poměr: 0.0	121	3	57.358081	0.210005	34.812342	0.167275
1	Poměr: 0.1	134	3	56.983244	0.215168	34.580655	0.172817
2	Poměr: 0.2	151	3	56.671027	0.219468	34.315206	0.179167
3	Poměr: 0.3	172	3	56.387917	0.223367	34.080180	0.184789
4	Poměr: 0.4	201	3	56.171236	0.226351	33.928242	0.188423
5	Poměr: 0.5	242	3	56.074353	0.227686	33.806948	0.191324
6	Poměr: 0.6	302	3	55.836698	0.230959	33.740381	0.192917
7	Poměr: 0.7	403	3	55.701857	0.232816	33.706721	0.193722
8	Poměr: 0.8	605	3	55.606282	0.234133	33.690849	0.194102
9	Poměr: 0.9	1210	3	55.592101	0.234328	33.716881	0.193479
10	Poměr: 0.91	1344	3	55.580623	0.234486	33.719239	0.193422
11	Poměr: 0.92	1512	3	55.569442	0.234640	33.722709	0.193339
12	Poměr: 0.93	1728	3	55.555195	0.234836	33.734902	0.193048
13	Poměr: 0.94	2016	3	55.567583	0.234666	33.737077	0.192996
14	Poměr: 0.95	2419	3	55.546138	0.234961	33.748006	0.192734
15	Poměr: 0.96	3024	3	55.560397	0.234765	33.751221	0.192657
16	Poměr: 0.97	4033	3	55.553560	0.234859	33.760194	0.192443
17	Poměr: 0.98	6049	3	55.555607	0.234830	33.761594	0.192409
18	Poměr: 0.99	12099	3	55.562921	0.234730	33.769889	0.192211

```
In [18]: results['ratio'] = results['Scenar'].str.extract(r'(\d+\.\d+)').astype(float)
results['ratio'] = results['Scenar'].str.extract(r'(\d+\.\d+)').astype(float)

x = results['ratio'].values
val_r2 = results['Val R2'].values
test_r2 = results['Test R2'].values

# === aproximace (polynom) ===
deg = 5

val_coef = np.polyfit(x, val_r2, deg)
test_coef = np.polyfit(x, test_r2, deg)

val_poly = np.poly1d(val_coef)
test_poly = np.poly1d(test_coef)

x_curve = np.linspace(min(x), max(x), 200)

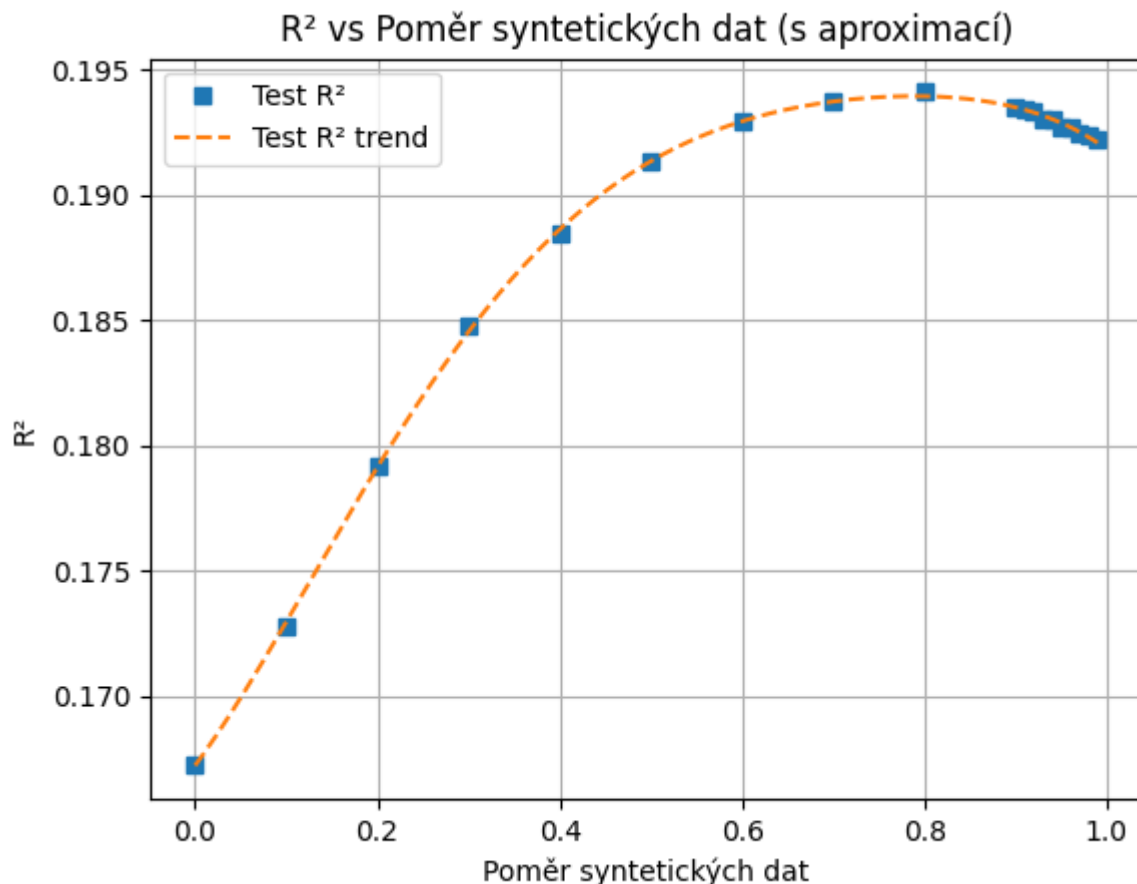
# === vykreslení ===
plt.figure()

#plt.plot(x, val_r2, 'o', label='Validation R²')
plt.plot(x, test_r2, 's', label='Test R²')

#plt.plot(x_curve, val_poly(x_curve), linestyle='--', label='Val R² trend')
plt.plot(x_curve, test_poly(x_curve), linestyle='--', label='Test R² trend')
```

```
plt.xlabel("Poměr syntetických dat")
plt.ylabel("R2")
plt.title("R2 vs Poměr syntetických dat (s aproximací)")
plt.legend()
plt.grid(True)

plt.show()
```



Se zvyšujícím se podílem syntetických dat v trénovací množině dochází k mírnému poklesu validační chyby z hodnoty 57.36 na přibližně 55.56 a současnému nárůstu validačního koeficientu determinace z 0.210 na přibližně 0.235, což indikuje zlepšení aproximačních vlastností regresního modelu; na testovací množině však dochází k výraznějšímu zlepšení generalizační schopnosti modelu, kdy Test MSE systematicky klesá z hodnoty 34.81 na minimum přibližně 33.69 při podílu syntetických dat okolo 80 % a současně Test R² roste z 0.167 na maximum přibližně 0.194, přičemž při dalším navyšování podílu syntetických dat nad tuto hranici dochází pouze k velmi mírnému zhoršení Test MSE až na hodnoty okolo 33.77 a poklesu Test R² na přibližně 0.192; tento vývoj naznačuje, že odstranění extrémních odlehlých hodnot vedlo k redukci rozptylu cílové proměnné a ke stabilizaci regresního vztahu mezi délkou trajektorie a dobou cyklu, což umožnilo lepší generalizaci modelu, přičemž i nadále zůstává vysvětlující schopnost deterministické složky omezená, neboť délka trajektorie vysvětluje maximálně přibližně 19 % variability celkové doby pracovního cyklu a dominantní podíl variability je nadále způsoben stochastickými provozními vlivy. Na testovací množině výkonnost modelu dosahuje maxima přibližně při podílu syntetických dat 70 %

Optimální poměr syntetických dat: 60 - 80 %

Autor / Organizace / Datum

Vjačeslav Usmanov, ČVUT v Praze, Fakulta stavební

Datum (YYYY-MM-DD)	Verze	Autor změny	Popis změny
2026-02-05	1.1	Vjačeslav Usmanov	added AI_01_Polynomial_Regression.ipynb
2026-02-20	1.2	Vjačeslav Usmanov	changed AI_01_Polynomial_Regression.ipynb