

**ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE**

FAKULTA STAVEBNÍ



HABILITAČNÍ PRÁCE

**PŘÍLOHA 6: REGRESNÍ MODELOVÁNÍ
(POLYNOMIÁLNÍ PŘÍSTUP)**

2026

ING. VJAČESLAV USMANOV, PH.D.

AI 01: Model polynomiální regrese (Polynomial Regression Model)

Cílem experimentu bylo ověřit vliv podílu syntetických dat v trénovací množině na přesnost predikce doby trvání pracovní smyčky v závislosti na délce trajektorie.

Import libraries:

```
In [1]: # Instalace potřebných knihoven
        %%pip instal pandas
        %%pip install numpy

        %%pip install scipy
        %%pip install seaborn

        %%pip install scikit-learn
        %%pip install matplotlib
        %%pip install seaborn

        # actual installed version of sklearn
        %%pip show scikit-learn
```

```
In [2]: # Import potřebných knihoven
        import pandas as pd
        import numpy as np

        from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures
        from sklearn.linear_model import LinearRegression
        from sklearn.pipeline import Pipeline
        from sklearn.metrics import mean_squared_error, r2_score
        from sklearn.model_selection import train_test_split

        import matplotlib.pyplot as plt

        import warnings
        warnings.simplefilter(action='ignore', category=FutureWarning)
```

Příprava trénovacích, testovacích a validačních dat

```
In [3]: # Soubor je načten a přiřazen do proměnné ,df_train_real'
        path='../data/06_AI/train/train_timelaps.csv'
        df_train_real = pd.read_csv(path)
        df_train_real.head()
```

```
Out[3]:
```

	id	x	y	z	time	delay	type_delay	total_time
0	150	1315	220	1000	29	0	0	29
1	75	220	1190	500	33	0	0	33
2	239	220	940	2000	35	6	3	41
3	199	1315	220	1500	36	0	0	36
4	51	3690	220	250	50	0	0	50

```
In [4]: # Soubor je načten a přiřazen do proměnné ,df_val_real'
        path='../data/06_AI/val/valid_timelaps.csv'
```

```
df_val_real = pd.read_csv(path)
df_val_real.head()
```

Out[4]:

	id	x	y	z	time	delay	type_delay	total_time
0	13	220	2940	0	32	0	0	32
1	77	220	1690	500	33	23	2	56
2	220	2190	220	1750	35	0	0	35
3	105	252	220	750	53	0	0	53
4	45	2190	220	250	45	0	0	45

Funkce pro výpočet dráhy trajektorie od referenčního bodu k cílové poloze prvku

In [5]: *# SPECIFIKACE TECHNOLOGICKÉHO PROCESU ZDĚNÍ*

```
brick_thickness = 440      # mm, tloušťka zdicího prvku (Porotherm 440 Profi)
brick_height = 250         # mm, výška zdicího prvku (Porotherm 440 Profi)
brick_width = 250          # mm, šířka zdicího prvku (Porotherm 440 Profi)

# SOUŘADNICE REFERENČNÍHO BODU (nad verifikačním stolem)

refer_x = 2_000             # mm, souřadnice X referenčního bodu
refer_y = 3_500             # mm, souřadnice Y referenčního bodu
refer_z = 1_000             # mm, souřadnice Z referenčního bodu
```

In [6]:

```
def calculation_dist(x, y, z):
    """
    Funkce pro výpočet dráhy trajektorie od referenčního bodu k cílové poloze prvku

    Parametry:
    x, y, z (int): souřadnice cílové polohy prvku [mm]

    Návrátová hodnota:
    dist (int): dráha trajektorie od referenčního bodu k cílové poloze prvku [mm]
    """
    dist = 0

    # Fáze 1: dráha od referenčního bodu k cílové stěně.
    dist = ((refer_z - (z + brick_height*2))**2 + (refer_x - brick_thickness//2)**2)**(1/2)

    # Fáze 2: dráha ve směru osy X
    if x != brick_thickness / 2:
        dist = dist + abs(x - brick_thickness//2 + brick_width * 2)

    # Fáze 3: dráha ve směru osy Y
    if y != brick_thickness / 2:
        dist = dist + abs(y - refer_y + brick_width * 2)

    return int(dist)
```

In [7]:

```
# Funkce pro výpočet dráhy trajektorie od referenčního bodu k cílové poloze prvku
# Pro každý řádek datového rámce je aplikována funkce calculation_dist
# na základě souřadnic 'x', 'y', 'z'.
df_train_real['dist'] = df_train_real.apply(lambda x : calculation_dist(x['x'],x['y'],x['z']))
df_train_real = df_train_real[['dist', 'total_time']]
df_train_real.head()
```

Out[7]:

	dist	total_time
0	3443	29
1	3590	33
2	4387	41
3	3636	36
4	5767	50

```
In [8]: # Funkce pro výpočet dráhy trajektorie od referenčního bodu k cílové poloze prvku
# Pro každý řádek datového rámce je aplikována funkce calculation_dist
# na základě souřadnic 'x', 'y', 'z'.
df_val_real['dist'] = df_val_real.apply(lambda x : calculation_dist(x['x'],x['y'],x['z'])) , ax
df_val_real = df_val_real[['dist', 'total_time']]
df_val_real.head()
```

Out[8]:

	dist	total_time
0	1908	32
1	3090	56
2	4645	35
3	2329	53
4	4267	45

```
In [9]: df_train_real.describe()
```

Out[9]:

	dist	total_time
count	161.000000	161.000000
mean	3905.074534	41.993789
std	1216.112302	27.037358
min	1840.000000	24.000000
25%	2875.000000	32.000000
50%	3767.000000	36.000000
75%	4744.000000	42.000000
max	6609.000000	250.000000

```
In [10]: df_val_real.describe()
```

Out[10]:

	dist	total_time
count	108.000000	108.000000
mean	3861.675926	41.796296
std	1199.683376	28.458450
min	1908.000000	22.000000
25%	2856.500000	32.750000
50%	3911.500000	36.500000
75%	4794.000000	42.000000
max	6466.000000	296.000000

In [11]:

```
# Soubor je načten a přiřazen do proměnné ,df_train_syn"
other_path = '../data/05_Calibration/synthetic_dataset.csv'
df_train_syn = pd.read_csv(other_path, header=0)
df_train_syn[['dist', 'total_time']] = df_train_syn[['dist', 'total_time']].round().astype(int)
df_train_syn.head()
```

Out[11]:

	dist	total_time
0	5484	41
1	9013	49
2	5679	41
3	9643	50
4	8990	49

In [12]:

```
df_train_syn.describe()
```

Out[12]:

	dist	total_time
count	500000.000000	500000.000000
mean	6002.214444	45.778090
std	2314.172239	20.919695
min	2000.000000	30.000000
25%	4009.000000	37.000000
50%	5983.000000	42.000000
75%	8061.000000	47.000000
max	10000.000000	216.000000

Funkce pro polynomiální regresi

In [13]:

```
def train_polynomial_model(X_train, y_train, X_val, y_val,
                           X_test, y_test, degree, scenario, train_size):

    poly = PolynomialFeatures(degree=3)

    # Transformace
```

```
X_train_poly = poly.fit_transform(X_train)
X_val_poly = poly.transform(X_val)
X_test_poly = poly.transform(X_test)

# Model
model = LinearRegression()

# Trenovani
model.fit(X_train_poly, y_train)

# Validace
y_val_pred = model.predict(X_val_poly)
val_mse = mean_squared_error(y_val, y_val_pred)
val_r2 = r2_score(y_val, y_val_pred)

# Testovani (FINAL evaluation)
y_test_pred = model.predict(X_test_poly)
test_mse = mean_squared_error(y_test, y_test_pred)
test_r2 = r2_score(y_test, y_test_pred)

results = {
    'Scenar': scenario,
    'Train_samples': train_size,
    'Degree': degree,
    'Val MSE': val_mse,
    'Val R2': val_r2,
    'Test MSE': test_mse,
    'Test R2': test_r2
}

return results
```

```
In [14]: def plot_with_regression(ax, X, y, title, degree, xlim, ylim):
    # převod na 1D (kdyby byly shape (n,1))
    X = np.ravel(X)
    y = np.ravel(y)

    # linear regression (1st degree polyfit)
    coef = np.polyfit(X, y, 1)
    reg_line = np.poly1d(coef)

    # sort kvůli hezké čáře
    sort_idx = np.argsort(X)
    X_sorted = X[sort_idx]

    # fit polynomu
    coef = np.polyfit(X, y, degree)
    poly = np.poly1d(coef)

    # vytvoření hladké křivky
    X_curve = np.linspace(min(X), max(X), 200)
    y_curve = poly(X_curve)

    ax.scatter(X, y)
    ax.plot(X_sorted, reg_line(X_sorted))

    X_curve = np.linspace(min(X), max(X), 200)
    ax.plot(X_curve, y_curve)

    ax.set_xlabel("Dráha, [mm]")
    ax.set_ylabel("Čas, [sek]")
    ax.set_title(title)

    ax.set_xlim(xlim)
```

```
ax.set_ylim(ylim)
```

```
ax.grid(True)
```

Odstranění odlehlých hodnot pomocí IQR

In [15]: `def remove_outliers_iqr(df):`

```
    Q1 = df['total_time'].quantile(0.25)
    Q3 = df['total_time'].quantile(0.75)
    IQR = Q3 - Q1

    lower = Q1 - 1 * IQR
    upper = Q3 + 1 * IQR

    df_clean = df[(df['total_time'] >= lower) & (df['total_time'] <= upper)]

    return df_clean
```

In [16]: `df_train_real = remove_outliers_iqr(df_train_real)`
`df_val_real = remove_outliers_iqr(df_val_real)`
`df_train_syn = remove_outliers_iqr(df_train_syn)`

Trenování a vyhodnocení různých scénářů

In [17]: `# poměry syntetických dat pro trénování`
`syn_ratio = [0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.91, 0.92, 0.93, 0.94, 0.95, 0.96, 0.97, 0.98, 0.99, 1.0]`

`degree = 3`

`results_list = []`

`for ratio in syn_ratio:`

80 % train, 20 % val
 `X_train_real, X_val, y_train_real, y_val = train_test_split(`
 `df_train_real[['dist']], df_train_real['total_time'], test_size=0.2, random_state=122`
 `)`

počet syntetických vzorků
 `n = len(y_train_real)`
 `s = int(n * ratio / (1 - ratio))`
 `df_syn = df_train_syn.sample(n=s, random_state=122)`

`X_train_combined = pd.concat([X_train_real, df_syn[['dist']]])`
 `y_train_combined = pd.concat([y_train_real, df_syn['total_time']])`

izolovaná testovací množina reálných dat
 `X_real_test = df_val_real[['dist']]`
 `y_real_test = df_val_real['total_time']`

=== vytvoří 1 řádek, 3 sloupce ===
 `fig, axs = plt.subplots(1, 3, figsize=(15, 5))`

`x_min = min(np.min(X_train_combined), np.min(X_val), np.min(X_real_test))`
 `x_max = max(np.max(X_train_combined), np.max(X_val), np.max(X_real_test))`

`y_min = min(np.min(y_train_combined), np.min(y_val), np.min(y_real_test))`
 `y_max = max(np.max(y_train_combined), np.max(y_val), np.max(y_real_test))`

```

# ===== TRAIN =====
plot_with_regression(
    axs[0],
    X_train_combined,
    y_train_combined,
    f"Trénovací dataset: Real {int(100 - ratio*100)}% / Syn {int(ratio*100)}%",
    degree,
    (x_min, x_max),
    (y_min, y_max)
)

# ===== VALIDATION =====
plot_with_regression(
    axs[1],
    X_val,
    y_val,
    f"Validační dataset: Real 100%",
    degree,
    (x_min, x_max),
    (y_min, y_max)
)

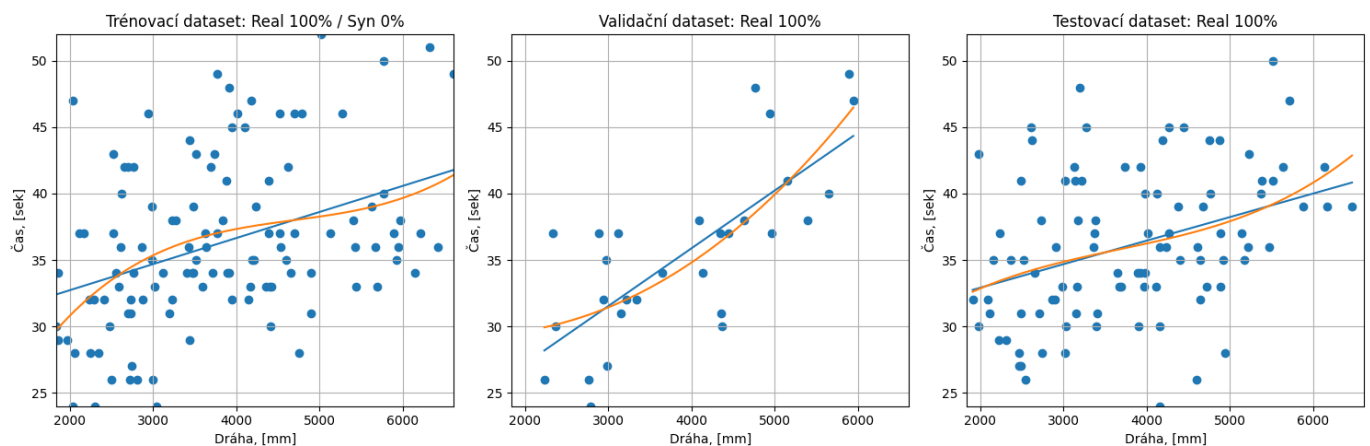
# ===== REAL TEST =====
plot_with_regression(
    axs[2],
    X_real_test,
    y_real_test,
    f"Testovací dataset: Real 100%",
    degree,
    (x_min, x_max),
    (y_min, y_max)
)

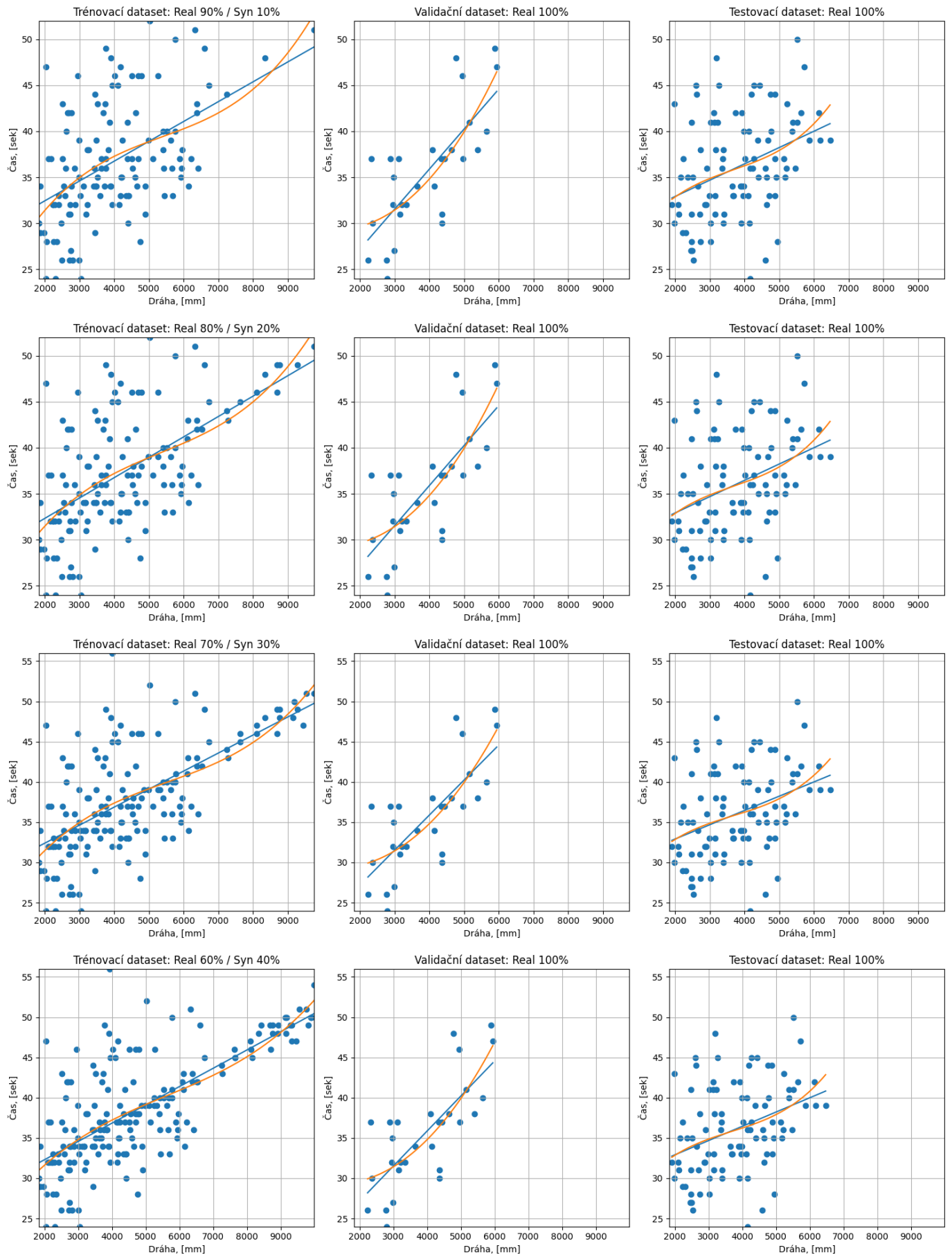
plt.tight_layout()
plt.show()

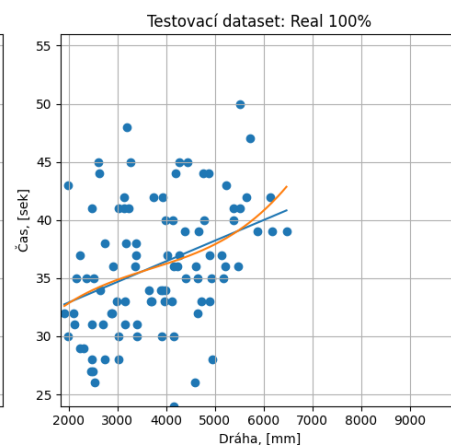
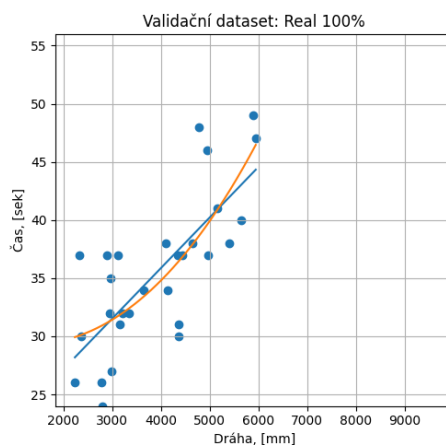
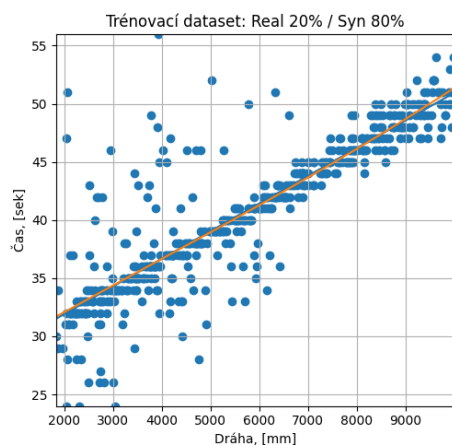
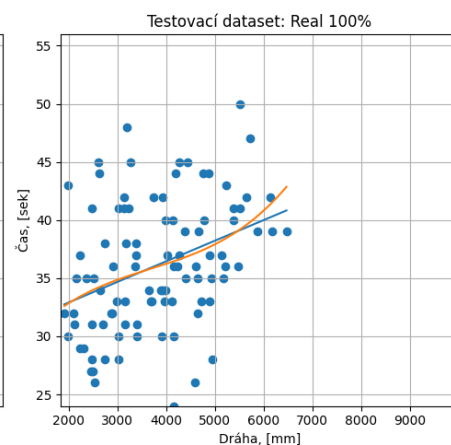
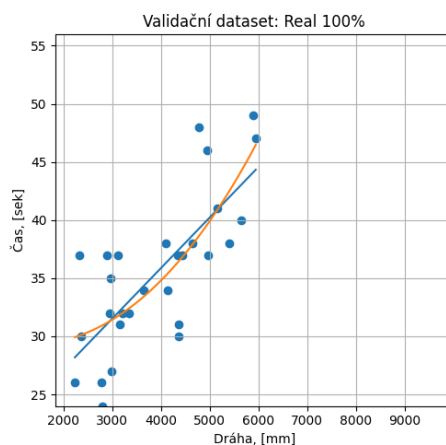
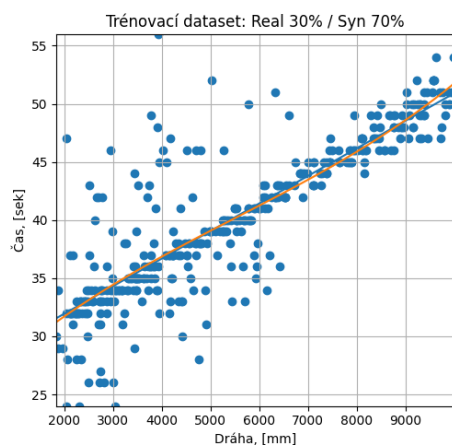
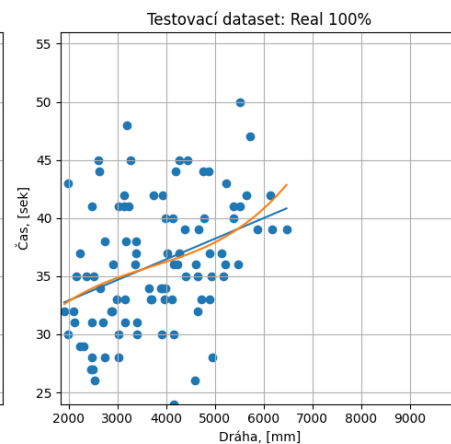
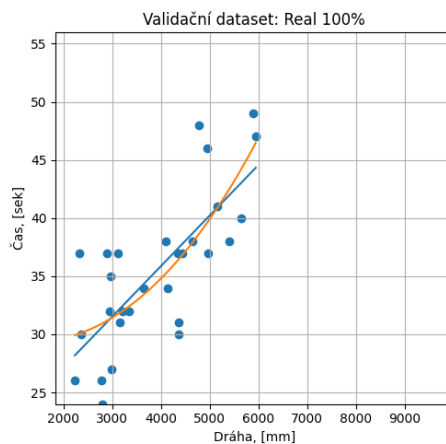
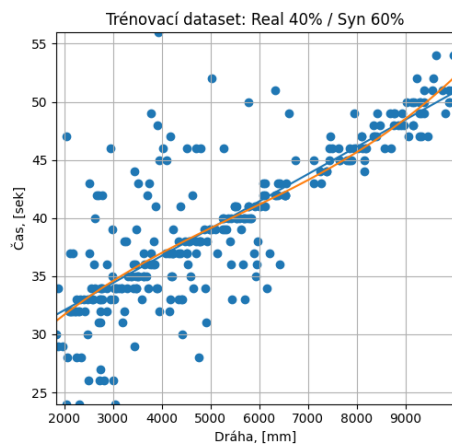
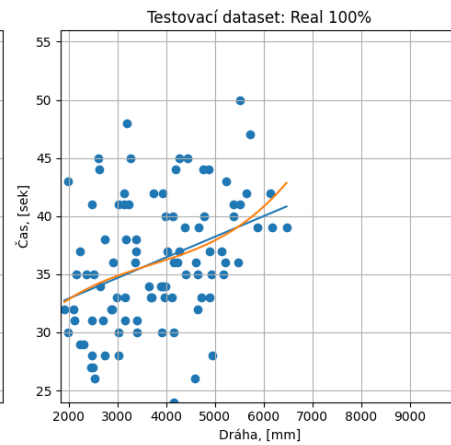
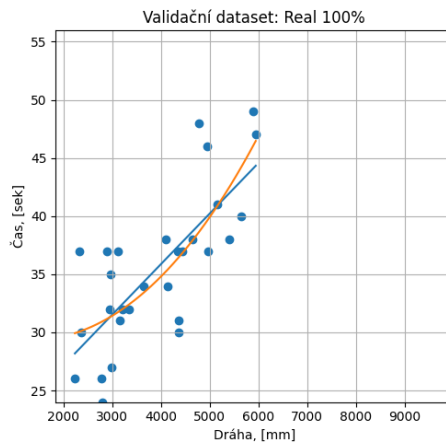
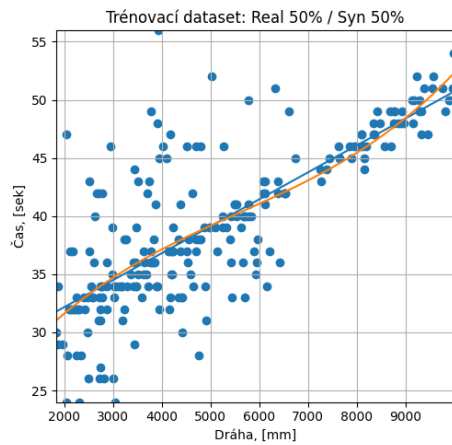
res = train_polynomial_model(
    X_train_combined, y_train_combined,
    X_val, y_val,
    X_real_test, y_real_test,
    degree=degree,
    scenario=f"Poměr: {ratio}",
    train_size=(s+n)
)
results_list.append(res)

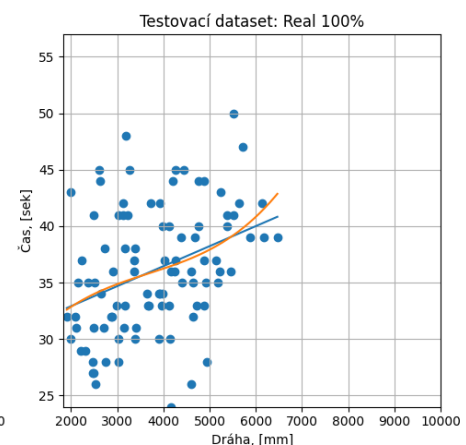
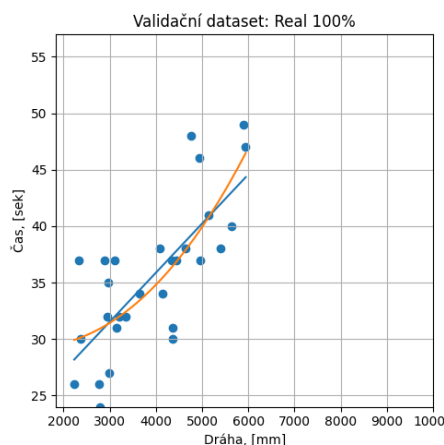
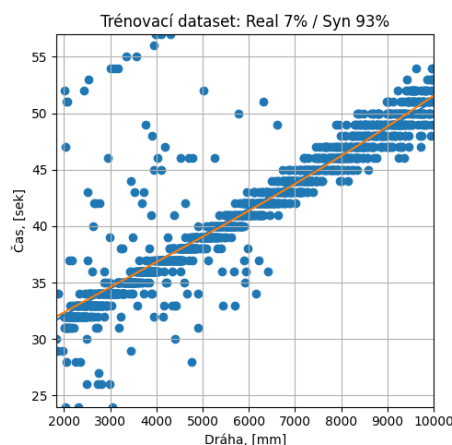
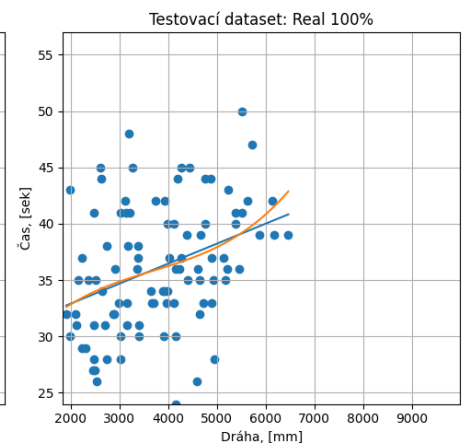
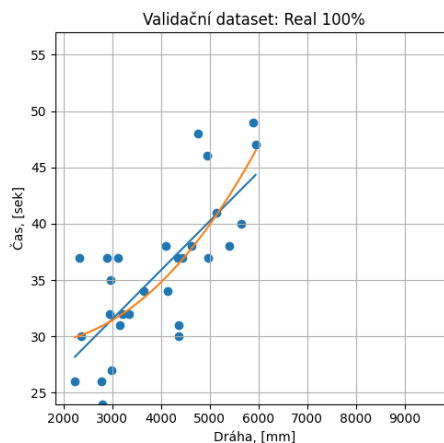
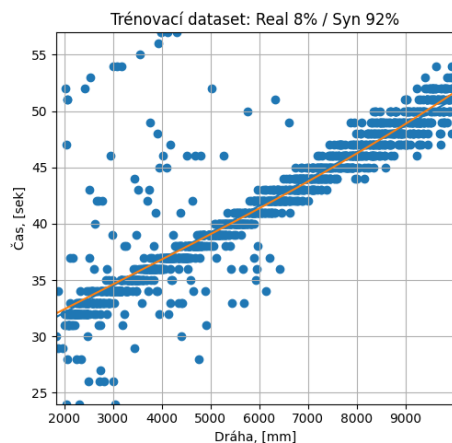
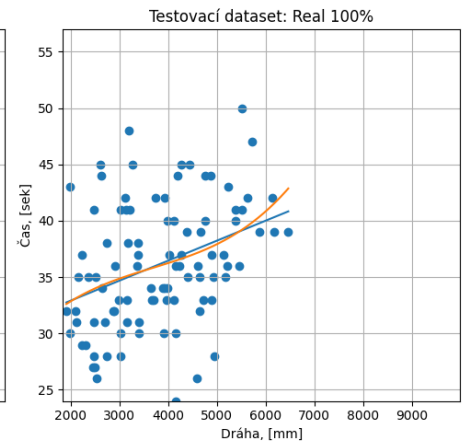
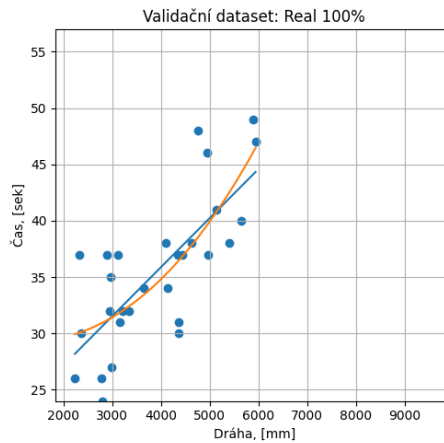
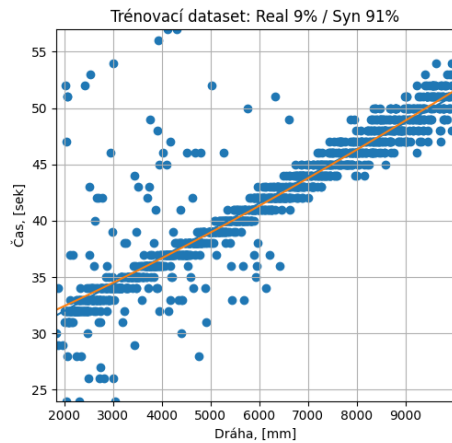
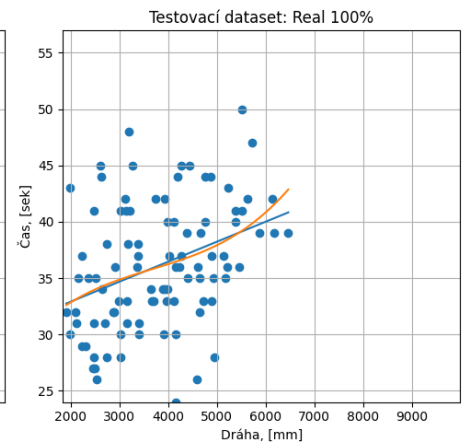
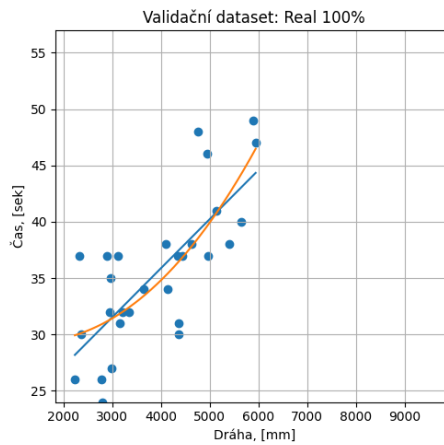
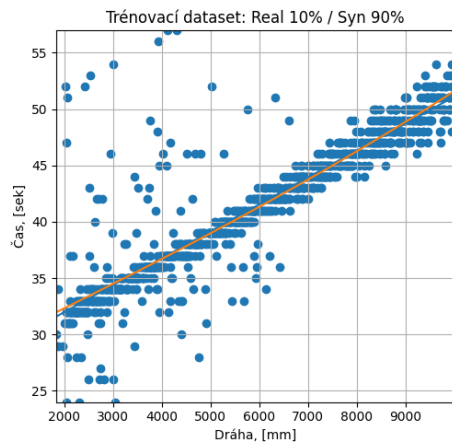
results = pd.DataFrame(results_list)
results

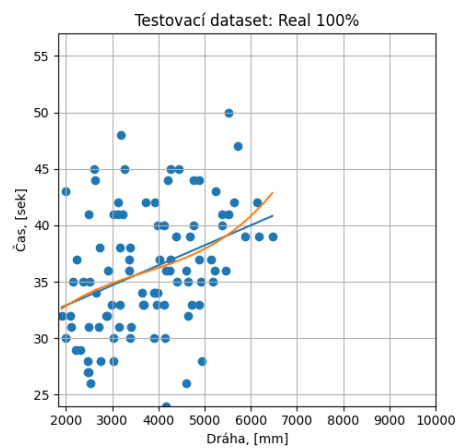
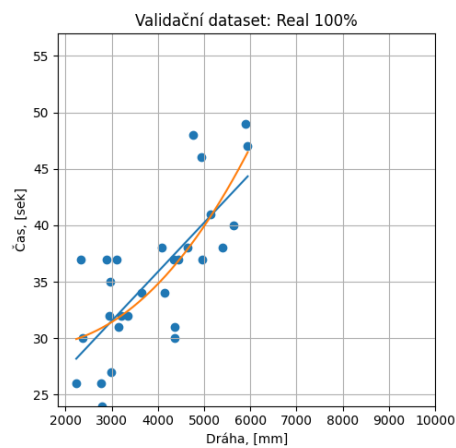
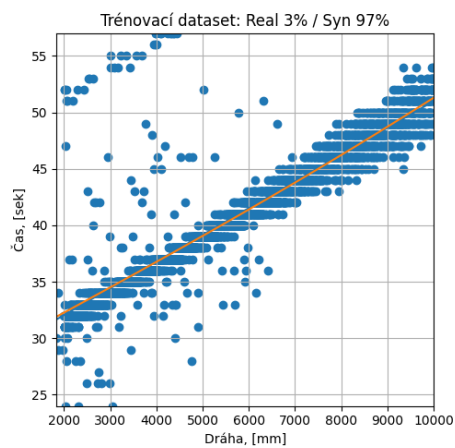
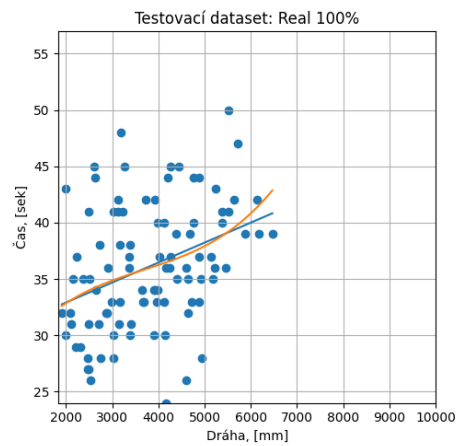
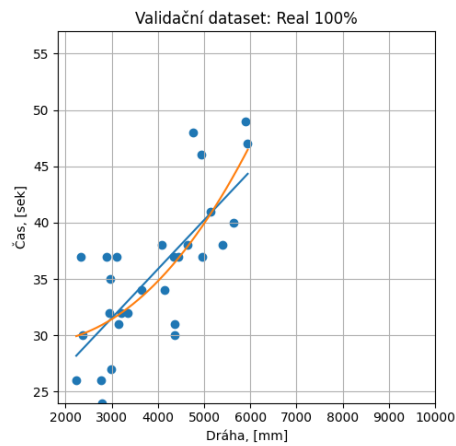
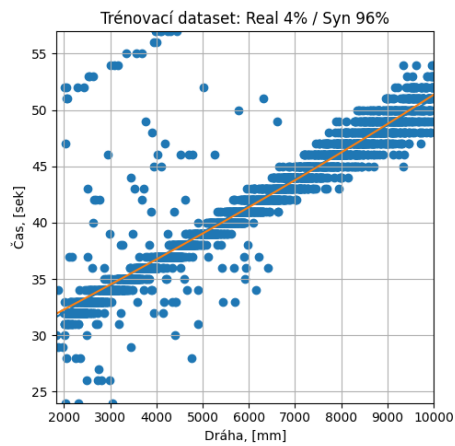
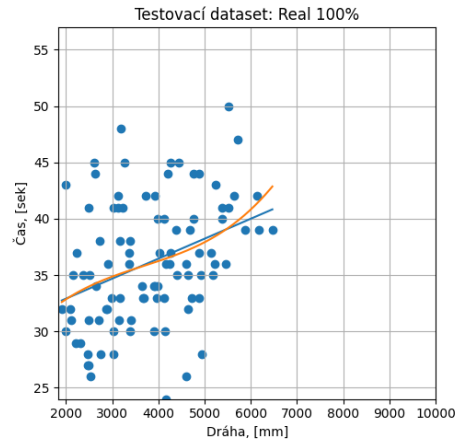
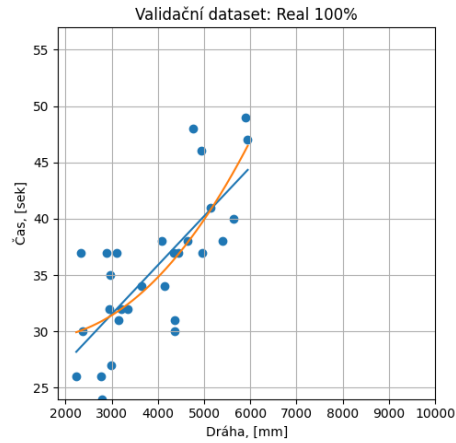
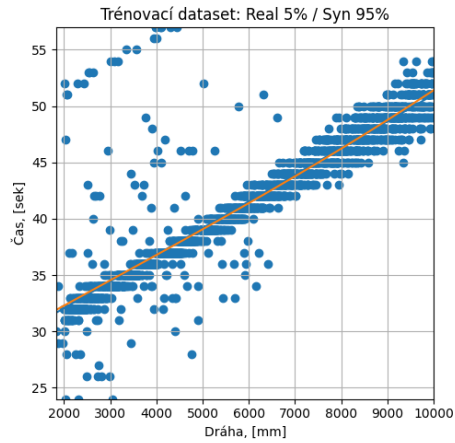
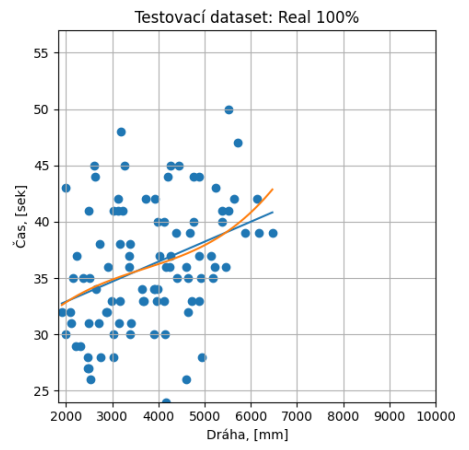
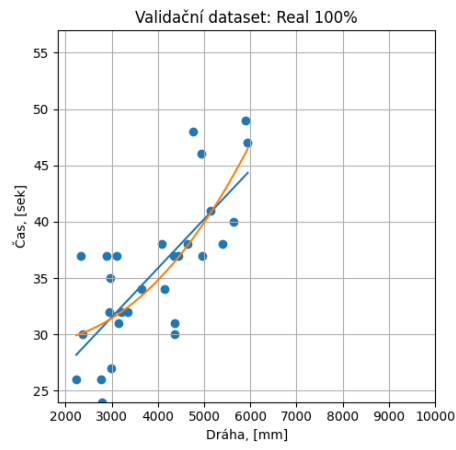
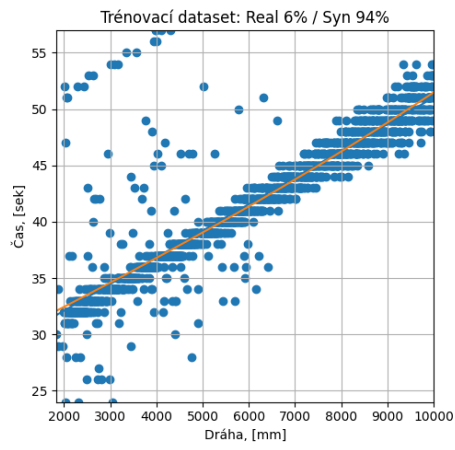
```

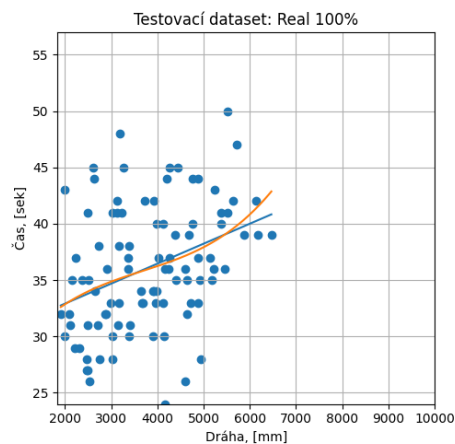
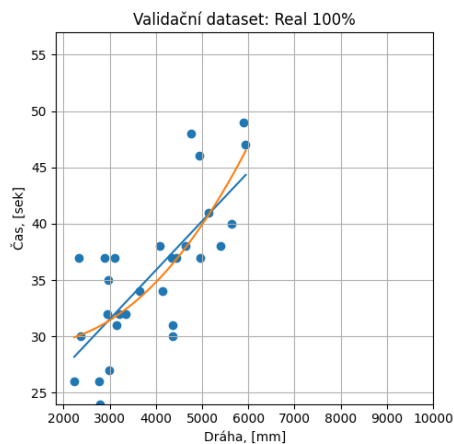
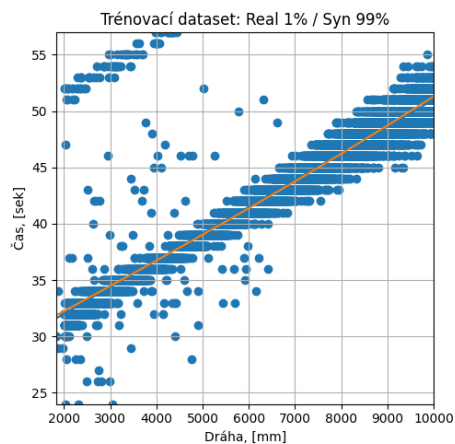
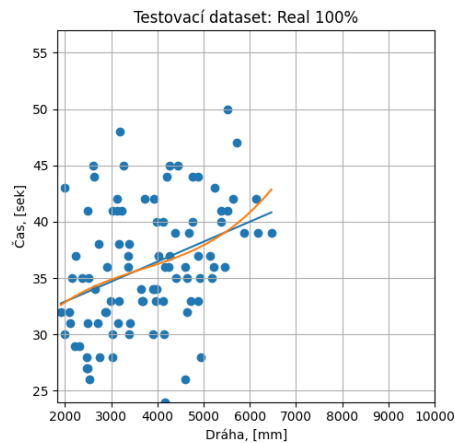
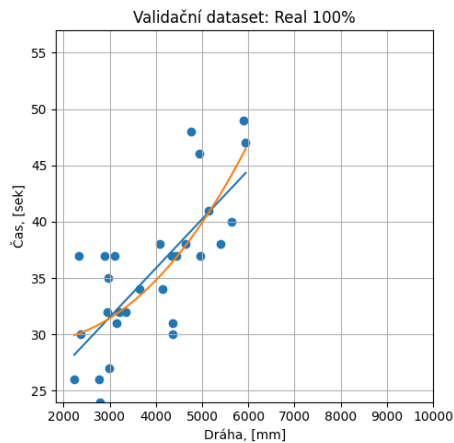
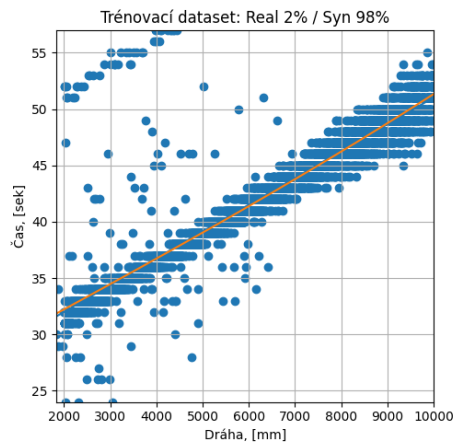












Out[17]:

	Scenar	Train_samples	Degree	Val MSE	Val R2	Test MSE	Test R2
0	Poměr: 0.0	116	3	28.822846	0.298286	27.620732	0.107174
1	Poměr: 0.1	128	3	26.725381	0.349350	27.526903	0.110207
2	Poměr: 0.2	145	3	26.188119	0.362430	27.476380	0.111840
3	Poměr: 0.3	165	3	26.297487	0.359768	27.672674	0.105495
4	Poměr: 0.4	193	3	25.654511	0.375421	27.565630	0.108955
5	Poměr: 0.5	232	3	25.172536	0.387155	27.548786	0.109499
6	Poměr: 0.6	289	3	24.750177	0.397438	27.473780	0.111924
7	Poměr: 0.7	386	3	24.224072	0.410247	27.431108	0.113303
8	Poměr: 0.8	580	3	24.093942	0.413415	27.247001	0.119254
9	Poměr: 0.9	1160	3	24.446407	0.404834	27.195956	0.120904
10	Poměr: 0.91	1288	3	24.473140	0.404183	27.161289	0.122025
11	Poměr: 0.92	1450	3	24.778955	0.396737	27.240409	0.119467
12	Poměr: 0.93	1657	3	24.656418	0.399721	27.241866	0.119420
13	Poměr: 0.94	1933	3	24.711645	0.398376	27.217746	0.120200
14	Poměr: 0.95	2319	3	24.461910	0.404456	27.260374	0.118822
15	Poměr: 0.96	2899	3	24.377001	0.406523	27.241297	0.119439
16	Poměr: 0.97	3866	3	24.365332	0.406807	27.264498	0.118689
17	Poměr: 0.98	5799	3	24.262799	0.409304	27.259929	0.118836
18	Poměr: 0.99	11599	3	24.318084	0.407958	27.250389	0.119145

```
In [18]: results['ratio'] = results['Scenar'].str.extract(r'(\d+\.\d+)').astype(float)
results['ratio'] = results['Scenar'].str.extract(r'(\d+\.\d+)').astype(float)

x = results['ratio'].values
val_r2 = results['Val R2'].values
test_r2 = results['Test R2'].values

# === aproximace (polynom) ===
deg = 4

val_coef = np.polyfit(x, val_r2, deg)
test_coef = np.polyfit(x, test_r2, deg)

val_poly = np.poly1d(val_coef)
test_poly = np.poly1d(test_coef)

x_curve = np.linspace(min(x), max(x), 200)

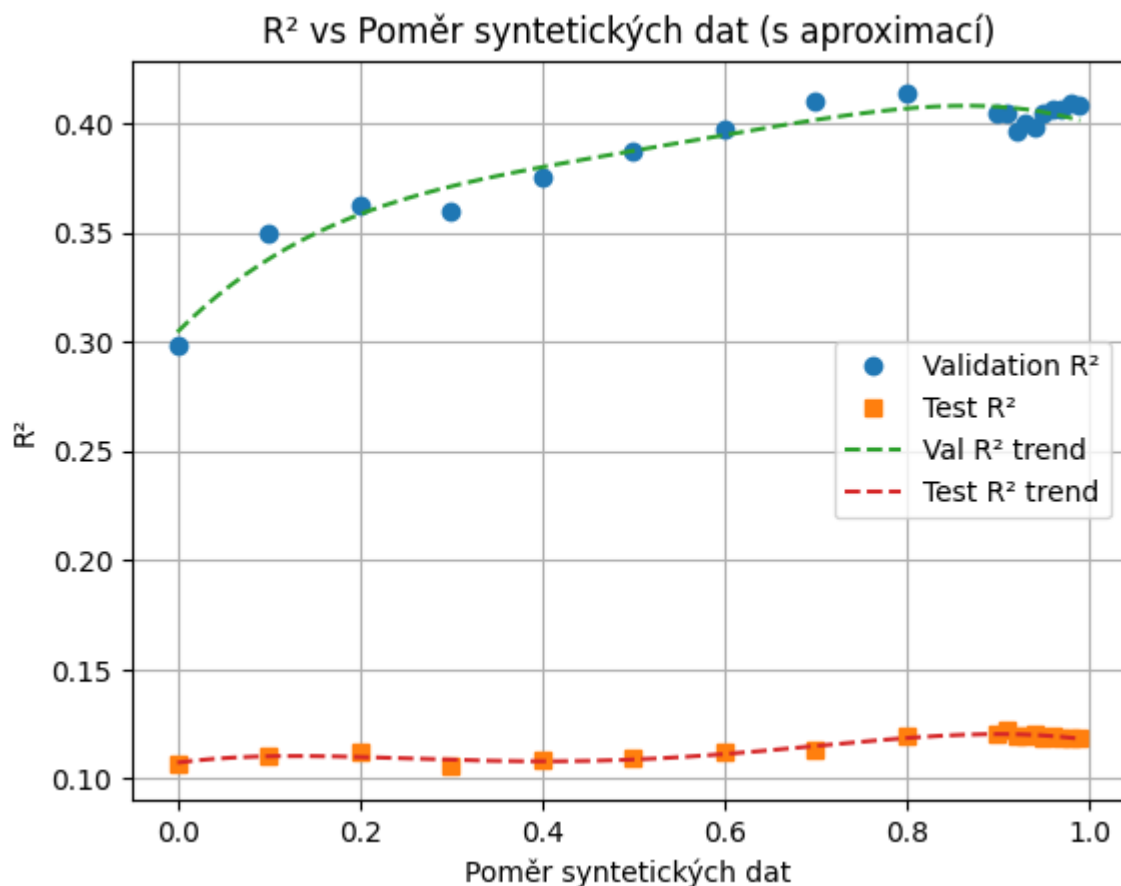
# === vykreslení ===
plt.figure()

plt.plot(x, val_r2, 'o', label='Validation R²')
plt.plot(x, test_r2, 's', label='Test R²')

plt.plot(x_curve, val_poly(x_curve), linestyle='--', label='Val R² trend')
plt.plot(x_curve, test_poly(x_curve), linestyle='--', label='Test R² trend')

plt.xlabel("Poměr syntetických dat")
plt.ylabel("R²")
plt.title("R² vs Poměr syntetických dat (s aproximací)")
plt.legend()
plt.grid(True)

plt.show()
```



V tomto experimentu je patrný pozitivní vliv navyšování podílu syntetických dat v trénovací množině na

predikční schopnost modelu, a to zejména v oblasti generalizace na reálná testovací data. S rostoucím poměrem syntetických vzorků dochází k postupnému zlepšování validačních metrik, kdy hodnota Val R^2 roste z 0.298 při nulovém zastoupení syntetických dat až na přibližně 0.41 při poměrech kolem 0.7–0.8, což indikuje lepší zachycení závislosti mezi délkou trajektorie a dobou pracovní smyčky. Současně se mírně zlepšuje i výkonnost na testovací množině reálných dat, kde Test MSE klesá z 27.62 na minimum 27.16 a Test R^2 narůstá z 0.107 na maximální hodnotu 0.122 při poměru syntetických dat přibližně 0.91. Tento trend naznačuje, že syntetická data přispívají k lepšímu pokrytí prostoru vstupních proměnných a působí jako regularizační prvek, který zvyšuje stabilitu modelu. Při dalším navyšování podílu syntetických dat nad hodnotu 0.9 však dochází ke stagnaci, případně mírnému zhoršení testovacích metrik, což naznačuje dosažení bodu saturace přínosu syntetických vzorků. Celkově lze konstatovat, že optimální poměr syntetických dat se v tomto případě pohybuje okolo **0.8–0.92**, přičemž absolutní hodnoty Test R^2 zároveň ukazují, že délka trajektorie vysvětluje pouze omezenou část variability doby pracovní smyčky.

Optimální poměr syntetických dat: 91 %

Autor / Organizace / Datum

Vjačeslav Usmanov, ČVUT v Praze, Fakulta stavební

Přehled změn

Datum (YYYY-MM-DD)	Verze	Autor změny		Popis změny
2026-02-05	1.1	Vjačeslav Usmanov	added	AI_01_Polynomial_Regression.ipynb
2026-02-20	1.2	Vjačeslav Usmanov	changed	AI_01_Polynomial_Regression.ipynb