

# Stochastic Model 03: Algoritmus MCMC (Přímé vzorkování)

```
In [1]: # Instalace potřebných knihoven  
#%pip install pandas  
#%pip install numpy  
#%pip install seaborn matplotlib
```

```
In [2]: # Import potřebných knihoven  
import pandas as pd  
import numpy as np  
  
import seaborn as sns  
import matplotlib.pyplot as plt
```

## Načtení přechodové matice

```
In [3]: # Soubor je načten a přiřazen do proměnné ,df'  
other_path = '../data/03_StochModel/transition_matrix.csv'  
df = pd.read_csv(other_path, header=0)  
P = df.to_numpy()
```

## Parametry simulace

```
In [4]: n_states = 12  
  
dt = 1 # sekunda  
  
# počet iteračních kroků (sekund)  
simulation_time = 2_000_000 # délka simulace  
  
# Dobý setrvání (s)  
T = {  
    "S1": 2, "S2": 2, "S3": 5, "S4": 2,  
    "S5": 5, "S6": 7, "S7": 3, "S8": 6,  
    "S9": 60, "S10": 70, "S11": 160, "S12": 20  
}  
  
# Stav  
T_S = {  
    "S1": 1, "S2": 2, "S3": 3, "S4": 4,  
    "S5": 5, "S6": 6, "S7": 7, "S8": 8,  
    "S9": 9, "S10": 10, "S11": 11, "S12": 12  
}  
  
# Intenzity poruch (1/s)  
lambda_vals = {  
    "S9": 4/8896,  
    "S10": 7/8896,  
    "S11": 3/8896,  
    "S12": 13/8896  
}  
  
# nastavení seedu (počátečního stavu generátoru náhodných čísel)  
rng = np.random.default_rng(seed=1122)  
  
# Sekvence provozních stavů
```

```

operational_sequence = ["S1", "S2", "S3", "S4", "S5", "S6", "S7", "S8"]

# Návraty z poruch
returns = {
    "S9": "S1",
    "S10": "S3",
    "S11": "S1",
    "S12": "S5"
}

burn_in = 100_000

```

## Nastavení počátečního stavu

In [5]: # počáteční stav S1 (index 0)

```

current_state = "S1"
time_in_state = 0

state_time_counter = {s:0 for s in T.keys()}
state_time_counter_burn_in = {s:0 for s in T.keys()}

```

## Generování stochastických vzorků pomocí metody MCMC

In [6]: state\_history = []  
samples = []

```

for t in range(simulation_time):

    if t > burn_in:
        state_time_counter_burn_in[current_state] += dt
        state_time_counter[current_state] += dt
        time_in_state += dt

    # ===== PROVOZNÍ STAVY =====
    if current_state in operational_sequence:

        # 1 Kontrola poruch
        fault_triggered = False

        for fault_state, lam in lambda_vals.items():
            if rng.random() < lam * dt:
                current_state = fault_state
                time_in_state = 0
                fault_triggered = True
                break

        if fault_triggered:
            continue

        # 2 Kontrola dokončení provozního stavu
        if time_in_state >= T[current_state]:

            idx = operational_sequence.index(current_state)
            next_idx = (idx + 1) % len(operational_sequence)
            current_state = operational_sequence[next_idx]
            time_in_state = 0

    # ===== PORUCHOVÉ STAVY =====
else:

    if time_in_state >= T[current_state]:

```

```
        current_state = returns[current_state]
        time_in_state = 0

        state_history.append(T_S[current_state])
        samples.append(T_S[current_state])
```

## Výpočet empirického stacionárního rozdělení

In [7]: # Výpočet empirického stacionárního rozdělení  $\pi$  ze simulace

```
# jako podílu času stráveného v jednotlivých stavech
total_time = sum(state_time_counter.values())
pi_sim = np.array([state_time_counter[s]/total_time for s in T.keys()])

print("Stacionární rozdělení ze simulace:")

cycle_times = np.round(pi_sim, 8)
cycle_times
```

Stacionární rozdělení ze simulace:

Out[7]: array([0.0533695, 0.05306 , 0.1346495, 0.0532855, 0.138159 , 0.189942 ,
0.080186 , 0.1581135, 0.02253 , 0.047845 , 0.04376 , 0.0251 ])

## Sloupcový density graf

In [8]: width = 0.35

```
states = np.arange(1,13)
states = np.arange(1,13)
state_labels = [f"S{i}" for i in states]

plt.figure(figsize=(8,5))

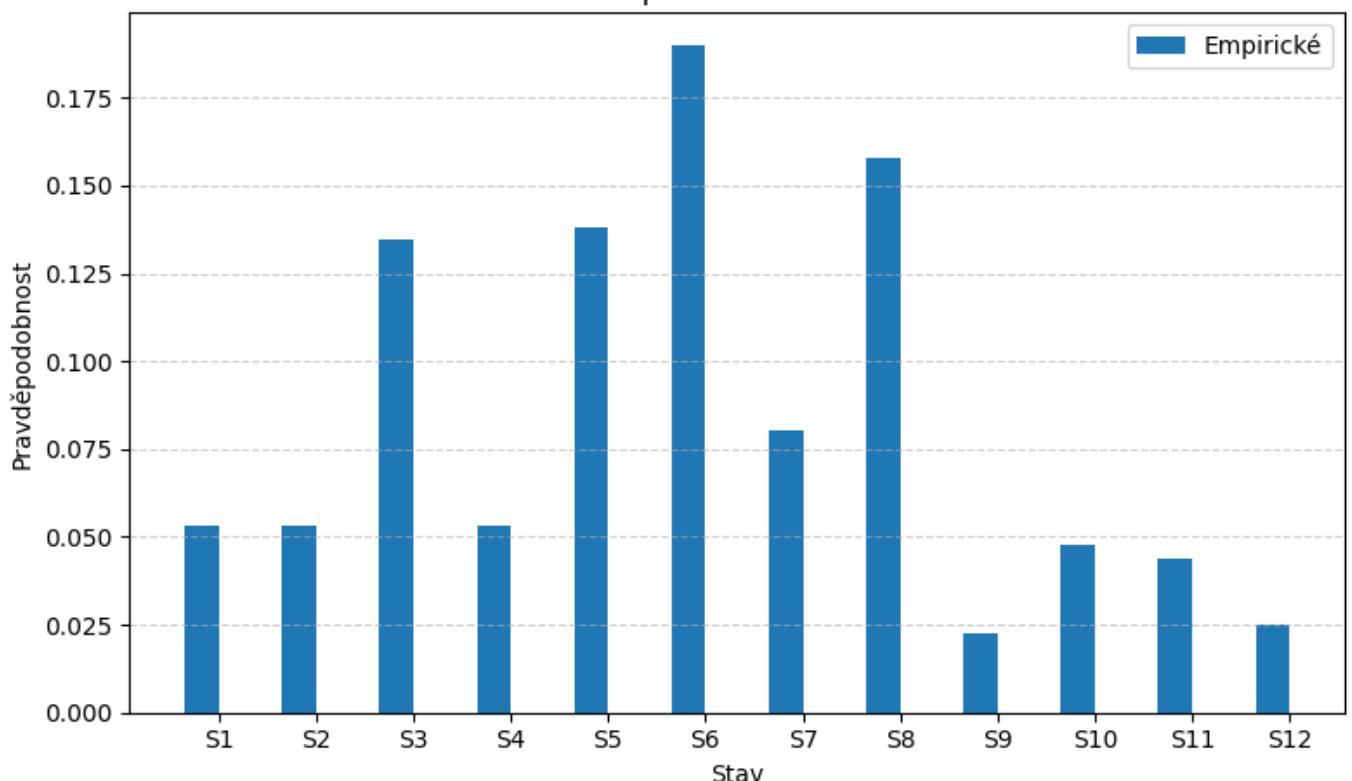
plt.bar(states - width/2, cycle_times, width, label='Empirické')

# --- osa X pro každý stav ---
plt.xticks(states, state_labels)

plt.xlabel("Stav")
plt.ylabel("Pravděpodobnost")
plt.title("Empirické rozdělení")

plt.grid(axis='y', linestyle='--', alpha=0.6)
plt.legend()
plt.tight_layout()
plt.show()
```

## Empirické rozdělení



## Illustrační graf simulace

In [9]:

```
N = 2_000

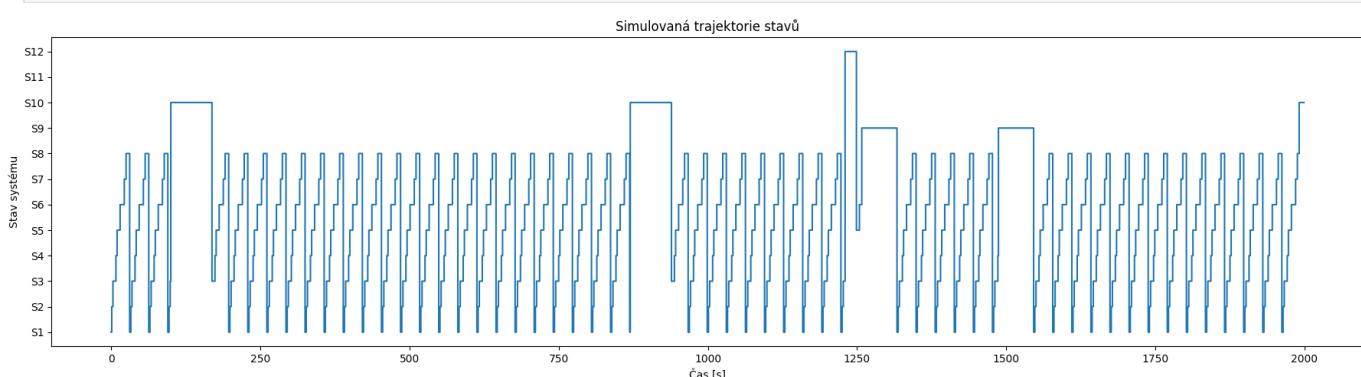
# pořadí stavů
states = ["S1", "S2", "S3", "S4", "S5", "S6",
          "S7", "S8", "S9", "S10", "S11", "S12"]

# převod stavů na čísla 0-11
numeric_trajectory = [s-1 for s in state_history]

# časová osa (např. prvních N s pro přehlednost)
time_window = N
t = np.arange(time_window)

plt.figure(figsize=(18,5))
plt.step(t, numeric_trajectory[:time_window], where="post")

plt.yticks(range(len(states)), states)
plt.xlabel("Čas [s]")
plt.ylabel("Stav systému")
plt.title("Simulovaná trajektorie stavů")
plt.tight_layout()
plt.show()
```



## Simulovaná dostupnost systému (prvních 1 000 000 kroků)

In [10]: N = 1\_000\_000

```
# ===== Indikátor provozu =====
# S1-S8 jsou provozní stav (index 1-8)
samples = np.array(samples)
operational = (samples < 9).astype(int)

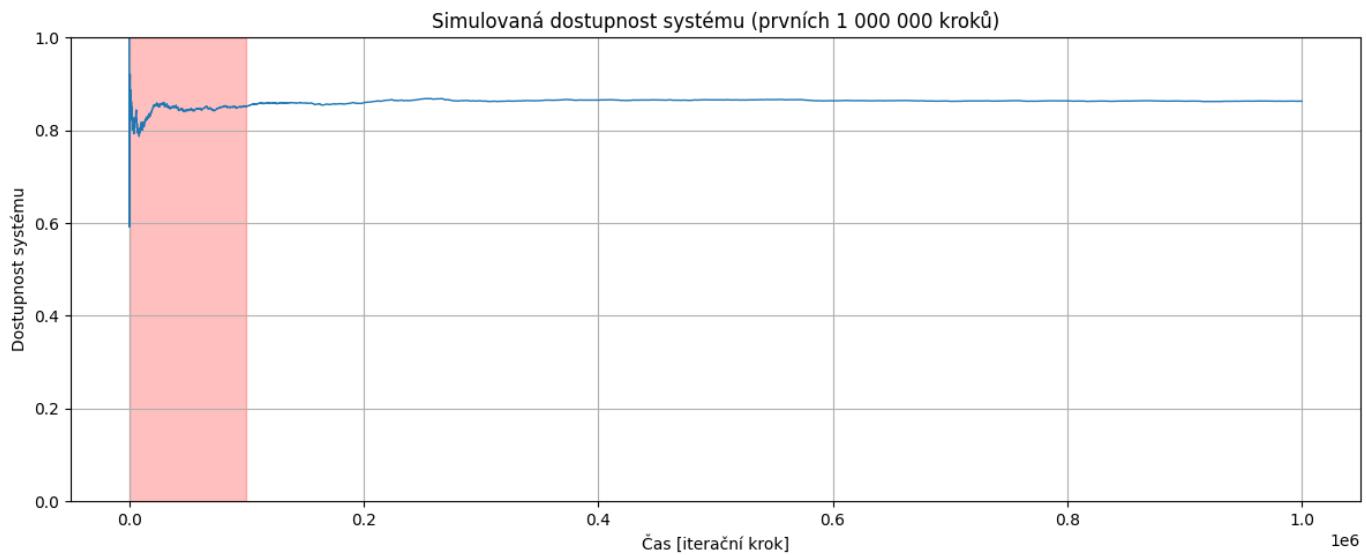
# ===== Běžící dostupnost =====
availability_running = np.cumsum(operational[:N]) / np.arange(1, N+1)

# ===== Graf =====
plt.figure(figsize=(12,5))
plt.plot(availability_running, linewidth=1)

plt.axvspan(0, burn_in, color='red', alpha=0.25)

plt.xlabel("Čas [iterační krok]")
plt.ylabel("Dostupnost systému")
plt.title("Simulovaná dostupnost systému (prvních 1 000 000 kroků)")

plt.ylim(0, 1)
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.show()
```



## Výpočet empirického stacionárního rozdělení po Burn-in

In [11]: # Výpočet empirického stacionárního rozdělení  $\pi$  ze simulace po Burn-in

```
# jako podílu času stráveného v jednotlivých stavech
total_time = sum(state_time_counter_burn_in.values())
pi_sim = np.array([state_time_counter_burn_in[s]/total_time for s in T.keys()])

print("Stacionární rozdělení ze simulace po Burn_in:")

cycle_times = np.round(pi_sim, 8)
cycle_times
```

Stacionární rozdělení ze simulace po Burn\_in:

Out[11]: array([0.05340371, 0.05308898, 0.13469849, 0.05331055, 0.13826586,
 0.19008747, 0.08025636, 0.1582464 , 0.0225158 , 0.04752634,
 0.04336844, 0.02523159])

## Export simulace formátu CSV

```
In [12]: df_sim = pd.DataFrame({
    "time": np.arange(len(samples[burn_in:burn_in+1_000_000])),
    "state_index": samples[burn_in:burn_in+1_000_000],
})
```

```
In [13]: df_sim
```

Out[13]:

	time	state_index
0	0	7
1	1	7
2	2	7
3	3	8
4	4	8
...	...	...
<b>999995</b>	999995	6
<b>999996</b>	999996	6
<b>999997</b>	999997	6
<b>999998</b>	999998	7
<b>999999</b>	999999	7

1000000 rows × 2 columns

```
In [14]: df_sim.to_csv('.../data/03_StochModel/simulation_MCMC_samples.csv', index=False)
```

## Autor / Organizace / Datum

Vjačeslav Usmanov, ČVUT v Praze, Fakulta stavební

Přehled změn

Datum (YYYY-MM-DD)	Verze	Autor změny	Popis změny
2026-01-25	1.1	Vjačeslav Usmanov	added SM_03_MCMC_samples.ipynb
2026-02-15	1.2	Vjačeslav Usmanov	changed SM_03_MCMC_samples.ipynb