

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФАКУЛЬТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

---

Лабораторная работа 2.4.1  
**Определение теплоты испарения жидкости**

---

Качановский Андрей  
Группа Б03-103

**Цель работы:** 1) измерение давления насыщенного пара жидкости при разной температуре; 2) вычисление по полученным данным теплоты испарения с помощью уравнения Клапейрона–Клаузиуса.

**В работе используются:** термостат; герметический сосуд, заполненный исследуемой жидкостью; отсчетный микроскоп.

**Теория:** Испарением называется переход вещества из жидкого в газообразное состояние. Оно происходит на свободной поверхности жидкости. При испарении с поверхности вылетают молекулы, образуя над ней пар. Для выхода из жидкости молекулы должны преодолеть силы молекулярного сцепления. Не все молекулы жидкости способны совершить эту работу, а только те из них, которые обладают достаточной кинетической энергией. Поэтому переход части молекул в пар приводит к обеднению жидкости быстрыми молекулами, т. е. к ее охлаждению. Количество теплоты, необходимое для изотермического испарения одного моля жидкости при внешнем давлении, равном упругости ее насыщенных паров, называется молярной теплотой испарения (парообразования). Теплоту парообразования жидкостей можно измерить непосредственно при помощи калориметра. Такой метод, однако, не позволяет получить точных результатов из-за неконтролируемых потерь тепла, которые трудно сделать малыми. В настоящей работе для определения теплоты испарения применен косвенный метод, основанный на формуле Клапейрона–Клаузиуса:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)}. \quad (1)$$

Здесь  $P$  — давление насыщенного пара жидкости при температуре  $T$ ,  $T$  — абсолютная температура жидкости и пара,  $L$  — теплота испарения жидкости,  $V_2$  — объем пара,  $V_1$  — объем жидкости. Обратимся теперь к  $V_2$ , которое в дальнейшем будем обозначать просто  $V$ . Объем  $V$  связан с давлением и температурой уравнением Ван-дер-Ваальса:

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(V - b) = RT. \quad (2)$$

Из рассмотрения таблицы следует, что  $b$  одного порядка с  $V_1$ . В уравнении Ван-дер-Ваальса величиной  $b$  следует пренебречь. Пренебрежение членом  $a/V^2$  по сравнению с  $P$  вносит ошибку менее 3%. При давлении ниже атмосферного ошибки становятся еще меньше. Таким образом, при давлениях ниже атмосферного уравнение Ван-дер-Ваальса для насыщенного пара мало отличается от уравнения Клапейрона. Положим поэтому

$$V = \frac{RT}{P}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1), пренебрегая  $V_1$  и разрешая уравнение относительно  $L$ , найдем

$$L = \frac{RT^2}{P} \frac{dP}{dT} = -R \frac{d(\ln P)}{d(1/P)}. \quad (4)$$

#### Экспериментальная установка.

Установка включает термостат А, экспериментальный прибор В и отсчетный микроскоп С. Экспериментальный прибор В представляет собой емкость 12, заполненную водой. В нее погружен запаянный прибор 13 с исследуемой жидкостью 14. Перед заполнением исследуемой жидкости воздух из запаянного прибора был удален, так что над жидкостью находится только её насыщенный пар. Давление пара определяется по ртутному манометру 15, соединенному с емкостью 13.

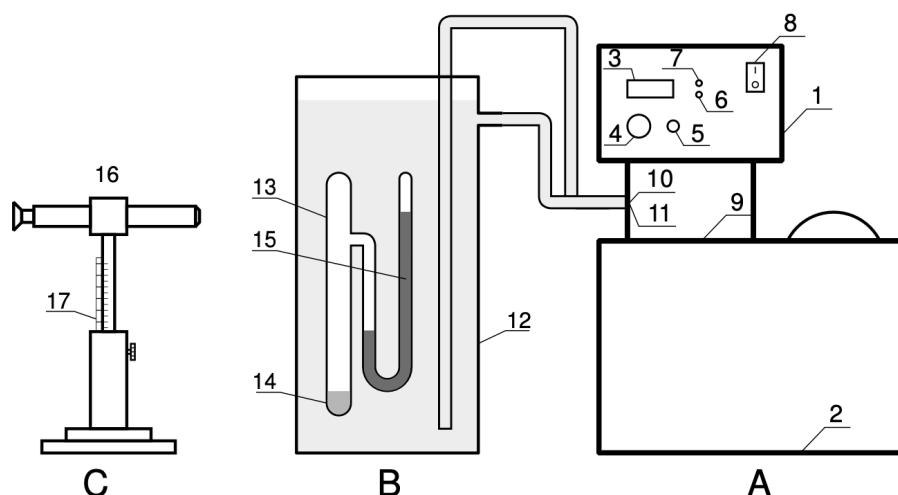


Рис. 1: Схема установки для определения теплоты испарения

**Ход работы:**

- 1) Измерим разность уровней в ртутном U-образном манометре с помощью микроскопа и температуру по термометру или индикаторному табло.
- 2) Включим термостат. Через каждый градус будем измерять давление и температуру.
- 3) Проведем те же измерения при охлаждении жидкости. Установим такой поток воды, чтобы охлаждение шло примерно тем же темпом, что и нагревание. Данные, полученные в пунктах 2 и 3 занесем в таблицу 1.

Таблица 1: Данные, полученные при нагревании

$T$ , К	$t$ , °C	$\Delta h$ , см	$P$ , Па	$1/T$ , К <sup>-1</sup>	$\ln(P)$
294,00	21,00	1,90	2520,22	0,340	7,83
295,00	22,00	1,98	2626,33	0,339	7,87
296,00	23,00	2,12	2812,03	0,338	7,94
297,00	24,00	2,26	2997,73	0,337	8,01
298,00	25,00	2,38	3156,90	0,336	8,06
299,00	26,00	2,43	3223,22	0,334	8,08
300,00	27,00	2,68	3554,83	0,333	8,18
301,00	28,00	2,81	3727,27	0,332	8,22
302,00	29,00	2,97	3939,50	0,331	8,28
303,00	30,00	3,15	4178,25	0,330	8,34
304,00	31,00	3,30	4377,22	0,329	8,38
305,00	32,00	3,48	4615,38	0,328	8,44
306,00	33,00	3,67	4868,00	0,327	8,49
307,00	34,00	3,87	5133,28	0,326	8,54
308,00	35,00	4,13	5478,15	0,325	8,61
309,00	36,00	4,34	5756,70	0,324	8,66
310,00	37,00	4,60	6101,58	0,323	8,72
311,00	38,00	4,84	6419,92	0,322	8,77
312,00	39,00	5,09	6751,53	0,321	8,82
313,00	40,00	5,32	7056,61	0,319	8,86

Таблица 2: Данные, полученные при охлаждении

$T$ , К	$t$ , °C	$\Delta h$ , см	$P$ , Па	$1/T$ , К <sup>-1</sup>	$\ln(P)$
294,00	21,00	1,91	2533,48	0,340	7,84
295,00	22,00	2,02	2679,39	0,339	7,89
296,00	23,00	2,11	2798,77	0,338	7,94
297,00	24,00	2,27	3011,00	0,337	8,01
298,00	25,00	2,41	3196,70	0,336	8,07
299,00	26,00	2,55	3382,40	0,334	8,13
300,00	27,00	2,69	3568,10	0,333	8,18
301,00	28,00	2,88	3820,12	0,332	8,25
302,00	29,00	3,03	4019,08	0,331	8,30
303,00	30,00	3,17	4204,78	0,330	8,34
304,00	31,00	3,41	4523,13	0,329	8,42
305,00	32,00	3,60	4775,15	0,328	8,47
306,00	33,00	3,78	5013,90	0,327	8,52
307,00	34,00	3,99	5292,03	0,326	8,57
308,00	35,00	4,20	5571,00	0,325	8,63
309,00	36,00	4,39	5823,03	0,324	8,67
310,00	37,00	4,62	6128,11	0,323	8,72
311,00	38,00	4,93	6539,30	0,322	8,79
312,00	39,00	5,13	6804,58	0,321	8,83
313,00	40,00	5,39	7149,46	0,319	8,87

4) Построим графики в координатах  $T$  и  $P$  и в координатах  $\frac{1}{T}$ ,  $\ln P$ . На графики нанесем точки, полученные при нагревании и охлаждении жидкости (разными цветами). Данные для построения запишем в таблицу 3.

Подсчитаем погрешности величин:

$$\sigma_{\frac{1}{T}} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\sigma_t}{t} = \frac{1}{294.16} \cdot \frac{0.1}{21} = 1.62 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$$

Аналогично найдем погрешности других значений  $\frac{1}{T}$ .

$$\begin{aligned}\sigma_{\Delta h} &= \sqrt{2}\sigma_{\text{шт}} = 1.414 \cdot 10^{-2} \text{ см} \\ \varepsilon_P = \varepsilon_{\Delta h} &= \frac{\sigma_{\Delta h}}{\Delta h} = \frac{1.414 \cdot 10^{-2}}{1.9} = 7.443 \cdot 10^{-3} \% \\ \sigma_P &= P \cdot \varepsilon_P = 2533.1180 \cdot 7.443 \cdot 10^{-3} \approx 19.003 \text{ Па} \\ \sigma_{\ln P} &= \frac{\sigma_P}{P} = \frac{19.003}{2533.1180} \approx 7.5018 \cdot 10^{-3}\end{aligned}$$

Аналогично найдем погрешности других величин  $\ln P$ .

Проинтегрировав соотношение (4), получаем следующую зависимость  $\frac{1}{T}$  от  $\ln P$ :

$$\ln P = -\frac{L}{R} \frac{1}{T} + c \quad (5)$$

Следовательно график - линейная функция. Найдем коэффициент  $-\frac{R}{L} = k$  и константу для нагрева и охлаждения с помощью МНК:

$\frac{1}{T}, K^{-1}$	$\sigma_{\frac{1}{T}}, K^{-1}$	$\ln P$	$\sigma_{\ln P}$	$\frac{1}{T}, K^{-1}$	$\sigma_{\frac{1}{T}}, K^{-1}$	$\ln P$	$\sigma_{\ln P}$
0,0033995	0,0000162	7,8372062	0,0074432	0,0031933	0,0000080	8,86682565	0,0026583
0,0033880	0,0000154	7,8784492	0,0071425	0,0032035	0,0000082	8,83045801	0,00275675
0,0033766	0,0000147	7,9467684	0,0066708	0,0032138	0,0000085	8,79069134	0,00286859
0,0033652	0,0000140	8,0107172	0,0062576	0,0032241	0,0000087	8,72574705	0,00306107
0,0033539	0,0000134	8,0624528	0,0059421	0,0032346	0,0000090	8,67468157	0,00322144
0,0033427	0,0000129	8,0832436	0,0058198	0,0032451	0,0000093	8,63043687	0,00336718
0,0033316	0,0000123	8,1811691	0,0052769	0,0032556	0,0000096	8,57914358	0,00354439
0,0033205	0,0000119	8,2356291	0,0049972	0,0032663	0,0000099	8,52507636	0,00374131
0,0033095	0,0000114	8,2839143	0,0047617	0,0032770	0,0000102	8,47628619	0,00392837
0,0032986	0,0000110	8,3427548	0,0044896	0,0032877	0,0000106	8,42206464	0,00414725
0,0032877	0,0000106	8,3892748	0,0042855	0,0032986	0,0000110	8,34908394	0,00446124
0,0032770	0,0000102	8,4423846	0,0040638	0,0033095	0,0000114	8,30391497	0,00466737
0,0032663	0,0000099	8,4955440	0,0038534	0,0033205	0,0000119	8,25314264	0,00491046
0,0032556	0,0000096	8,5486069	0,0036543	0,0033316	0,0000123	8,18489354	0,0052573
0,0032451	0,0000093	8,6136298	0,0034242	0,0033427	0,0000129	8,13144571	0,00554594
0,0032346	0,0000090	8,6632267	0,0032586	0,0033539	0,0000134	8,0749791	0,00586811
0,0032241	0,0000087	8,7214087	0,0030744	0,0033652	0,0000140	8,01513218	0,00623002
0,0032138	0,0000085	8,7722671	0,0029219	0,0033766	0,0000147	7,9420403	0,00670243
0,0032035	0,0000082	8,8226302	0,0027784	0,0033880	0,0000154	7,89844986	0,00700106
0,0031933	0,0000080	8,8668257	0,0026583	0,0033995	0,0000162	7,84245559	0,00740426

Таблица 3

$$k_{up} = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = \frac{0,027546848 - 0,003294345 \cdot 8,367876304}{1,08566 \cdot 10^{-5} - 1,08527 \cdot 10^{-5}} \approx -5058 \text{ K}$$

$$c_{up} = \langle y \rangle - k \langle x \rangle \approx 25,023$$

$$k_{down} = \frac{0,027573096 - 0,003294345 \cdot 8,375847454}{1,08566 \cdot 10^{-5} - 1,08527 \cdot 10^{-5}} \approx -5064 \text{ K}$$

$$c_{down} = \langle y \rangle - k \langle x \rangle \approx 25,059$$

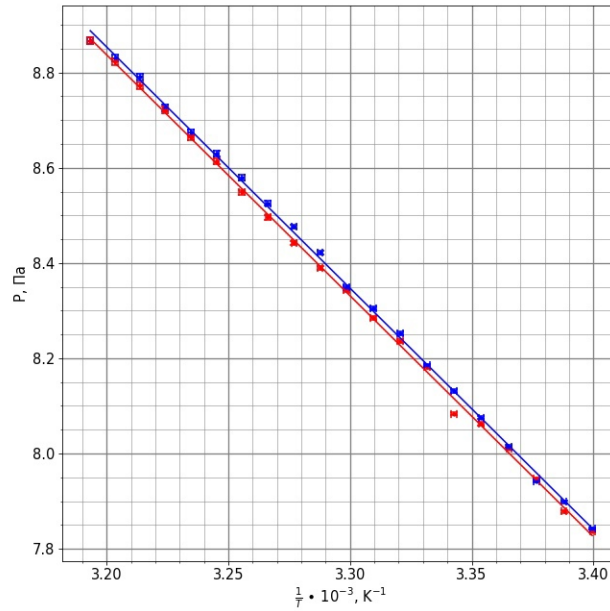
А также их погрешности:

$$\sigma_{k_{up}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - k^2} = \frac{1}{4,472135955} \sqrt{\frac{69,98831266 - 69,88801419}{(1,08566 - 1,08527) \cdot 10^{-5}} - 25585663,46} \approx 33 \text{ K}$$

$$\sigma_{c_{up}} = \sigma_k \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = 33,00930735 \sqrt{(1,08566 - 1,08527) \cdot 10^{-5}} \approx 0,002$$

$$\sigma_{k_{down}} = \frac{1}{4,472135955} \sqrt{\frac{70,25534955 - 69,88801419}{(1,08566 - 1,08527) \cdot 10^{-5}} - 25647392,44} \approx 31 \text{ K}$$

$$\sigma_{c_{down}} = 30,75412613 \sqrt{(1,08566 - 1,08527) \cdot 10^{-5}} \approx 0,002$$

Рис. 2: График зависимости  $\frac{1}{T}$  от  $\ln P$ .

5) По формуле (4) вычислим  $L$ , пользуясь данными, полученными сначала из одного, а потом из другого графика.

Соотнося  $k$  и коэффициент перед  $\ln P$  в формуле (5), находим  $L$ :

$$L_{up} = -k \cdot R = 5058 \cdot 8.31 = 42031,98 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$$

$$\sigma_{L_{up}} = L_{up} \cdot \frac{\sigma_{k_{up}}}{k_{up}} = 42031,98 \cdot \frac{33}{5058} = 274,23 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}; \quad (\varepsilon = 0.7\%)$$

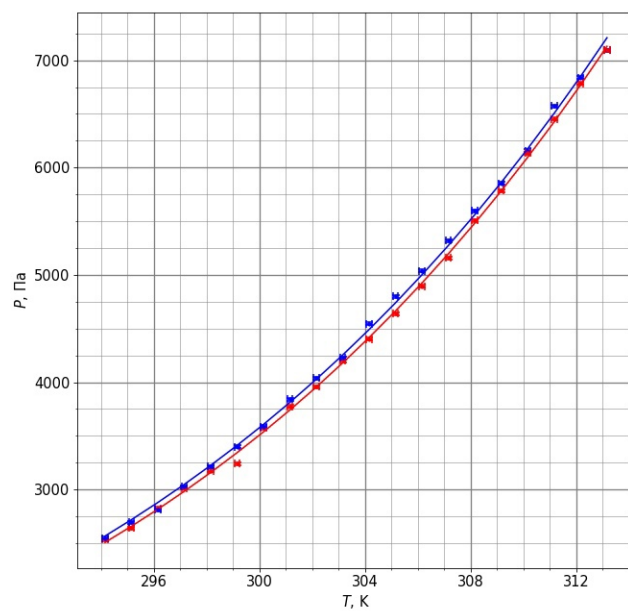
$$L_{down} = 5064 \cdot 8.31 = 42081,84 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$$

$$\sigma_{L_{down}} = 42081,84 \cdot \frac{31}{5064} = 257,61 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}; \quad (\varepsilon = 0.6\%)$$

6) Найдем зависимость  $T$  от  $P$ :

$$P = ae^{\frac{b}{T}+c} \quad (6)$$

Аппроксимируем (6) и построим наилучшую экспоненту.

Рис. 3: График зависимости  $P$  от  $T$ .

Прологарифмируем (6).

$$\ln P = -bT + \ln a + c \quad (7)$$

Погрешности  $L$   $\sigma_L$  найдем с помощью формулы и запишем их в таблицу 4:

$$\sigma_{\text{сист}} = L \sqrt{\left(\frac{2\sigma_T}{T^2}\right)^2 + (\varepsilon_P)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}\sigma_P}{dP}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}\sigma_T}{dT}\right)^2} \quad (8)$$

$L_{up}, \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$	$\sigma_{L_{up}}, \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$	$L_{down}, \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$	$\sigma_{L_{down}}, \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$
30276,43	6855,97	29105,53	4651,76
51189,26	8900,10	31569,53	4991,96
48133,34	8368,33	50592,17	7518,56
38963,19	7174,78	39797,74	6137,81
15520,04	4908,30	34376,11	5494,30
76514,16	11658,54	39456,95	6181,13
41904,74	7124,15	41264,51	6464,38
37285,26	6481,26	37091,86	6001,53
45982,34	7440,64	40842,03	6528,07
36368,51	6182,54	54108,08	8291,23
41933,76	6785,24	33729,79	5862,97
42250,38	6753,25	37559,83	6385,15
42448,45	6712,69	49722,93	7948,24
52673,57	7982,31	38965,69	6773,52
40125,72	6285,92	40831,56	7098,05
47582,94	7210,64	42915,16	7460,49
41708,64	6390,68	51722,06	8628,74
41558,82	6330,63	31089,51	6574,08
36590,27	5643,04	39423,70	7537,40

Таблица 4

Найдем средние значения  $L$  и рассчитаем для него погрешности:

$$\begin{aligned}
 \bar{L}_{up} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_{up_i} = 42579,46 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}} \\
 \sigma_{\bar{L}_{up}} &= \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{L_{up_i}}^2} = 1663,34 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}; \quad (\varepsilon = 3.9\%) \\
 \bar{L}_{down} &= 40219,20 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}} \\
 \sigma_{\bar{L}_{down}} &= 1546,20 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}; \quad (\varepsilon = 3.8\%)
 \end{aligned} \tag{9}$$

**Вывод** В данной лабораторной работе была исследована зависимость давления насыщенных паров жидкости от давления жидкости. Были вычислены теплоты паобразования воды для различных температур двумя разными способами. Сравнивая полученные нами значения (с в координатах  $P$  от  $\frac{1}{T}$ :  $L_{up}=(42031,98 \pm 274,23) \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$  и  $L_{down}=(42081,84 \pm 257,61)$  и в координатах  $P$  от  $T$ :  $L_{up}=(42579,46 \pm 1663,34)$  и  $L_{down}=(40219,20 \pm 1546,20)$ ) с табличным  $L_{\text{табл}}=41630 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$ , видим, что оно, хоть и не совпадает с табличным в пределах погрешности, достатончо близко к нему. Также, если посмотреть на погрешности результата, можно сделать вывод, что метод аппроксимации прямой в координатах  $P$  от  $\frac{1}{T}$  дает меньшую погрешность, чем метод рассмотрения касательной в каждой точке к графику  $P(T)$  из-за того, что при рассмотрении малой разницы давлений и темератур, возникает большая ошибка, так как в формуле для вычисления погрешностей эта величина стоит в знаменателе. Значит, наш медот дал достаточно точную оценку.