1. 卡尔曼滤波算法

该算法充分利用了载体运动信息（方程）和观测信息（方程），相当于使用观测值对预测值进行纠偏。由动态系统预报方程、动态系统状态方程和观测方程可以得到误差式Vk和Vxk

利用最小二乘法构造目标函数，其中P分别是观测值和位置预测值得权矩阵，对目标函数中的X求导并令其为0，整理即可得到状态向量Xk的最小二乘解。

以上方法是直接利用求导后得到的，也可以利用条件极值原理，即引入附加条件AX-L-V=0，

则由拉格朗日乘数法得到新的目标函数

该式与由高斯斑或者最小二乘法得到的解一致。即基本递推解为：

状态更新值=状态预报值+卡尔曼增益\*新息向量

卡尔曼滤波可以充分利用载体的运动状态信息，预报未测点位置和载体运动速度或加速度。方法整体比较简单，易于理解。

但是其缺点同样突出，很多时候我们的动力学模型是不精确的，观测模型同样是不精确的，观测协方差矩阵、先验参数协方差矩阵误差以及误差分布也是不精确的（因为卡尔曼滤波相当于人为假设误差服从高斯分布）

卡尔曼滤波的质量一般受制于三个主要因素：1、由状态方程所描述的动力学系统的模型难以全程精确可靠2、观测方程可能含有观测模型误差3、观测值可能含有非正态分布的异常误差

既然动力学模型和观测模型可能是不精确的，我们考虑对模型进行修正，这里主要有两类方法，每一类又各有几种方法。

第一类是函数模型自适应调节。主要有两种方法，一种是附加参数补偿法，这种方法是在运动信息方程和观测方程中分别添加参数向量以及系数阵。相当于人为修正物理模型。这些参数的选择取决于人们对物理状态的认识，估计它们的基本方法是试错法，一个更加可靠地方法是DIA（探测诊断调节）法，这种方法是先对模型偏差进行假设检验以便发现模型异常误差，然后分析模型误差产生的原因及历元，最后再进行合理补偿。

这种方法侧重于对运动预测和观测两方面函数模型的改进，理想情况下可以大大改进动力模型和观测模型，但是补偿参数本身也会增加滤波方程的解算负担，如果补偿参数过多，可能会导致增广状态方程秩亏。

第二类是多种函数模型选择法，该方法的原理是，基于不同的观测噪声协方差矩阵，去设计多个固定卡尔曼滤波器，这里多个的意义是每一个卡尔曼滤波器的噪声协方差矩阵已知，但是各不相同。 同时建立一个基于输出误差的指标切换函数，用于多个滤波器之间的切换。在每一个采样时刻，通过计算来选择使指标切换函数最小的模型。

除了对函数模型进行补偿以外，还可以通过随机模型的调整来进行补偿，这种补偿主要解决的是在观测精度较高，而动力学模型精度较低，模型输入协方差过小时，导致的滤波发散问题。（由于动力学模型误差协方差的变小，将导致滤波增益减小，滤波增益的减小将降低观测信息对状态参数的贡献 ）

针对该问题，随机补偿法一般有三种实现途径，第一种是在状态方程中考虑模型误差项，但并不直接解算模型误差，而是设置模型误差的协方差阵，进而减弱模型误差的影响。第二种是采用抗差滤波法（抗差方法不太清楚），即对观测异常误差和函数模型异常误差采用控制函数。第三种是DIA法。

重点介绍第一种途径下的附加方差协方差矩阵法和第二种途径的自适应抗差滤波法

附加方差协方差矩阵法的原理是，通过增加预报状态协方差矩阵，相当于降低了预报状态的权矩阵，使得在最终状态参数估计中，降低了预报值的贡献，也就减弱了模型误差的影响。

虚构模型误差法是指通过增加状态参数的不确定性来降低模型误差的影响。但是采用这种方法，必须首先确定输入什么样的虚构误差，这归结为确定模型的误差项的协方差矩阵。（这里不太明白协方差矩阵为什么是这个表达式）而获取它的有效值一般只能通过反复试验来确定。杨院士PPT里提到了一个方法，即首先挑选一个可能的参数误差a（这个a一般是由试验或者经验法则确定的），然后利用动力学方程，计算t时刻由a影响的状态参数的影响项x，则有 feft=xxt

除了虚构模型误差法这样的直接方法，也可以采用间接方法来降低模型信息对导航状态的贡献，即通过增加对最新观测信息的使用。这里的原理是，模型误差本身降低了旧观测信息的价值，因为旧观测信息在相应观测历元Ti已经融入状态参数Xi，而由Xi通过状态转移矩阵一步一步推算到当前观测历元。于是降低了模型信息的使用效能，等价于降低历史观测信息对当前状态参数的影响。

还有一种收舍误差的方法，但是不太清楚

重用最新观测信息最直接的方法就是缩小当前观测的方差或增大历史观测信息的方差，一种经典方法是指数方差膨胀法，即给t1,t2,t3……tk历元的观测向量L的协方差矩阵分别乘e^(tk-t1)/t，其中t为相关长度。

第二种途径是自适应抗差滤波法，这是利用抗差估计原理实现动态系统的自适应滤波，之所以有这个名字，是因为对观测向量采用了抗差估计原则，对状态预测信息则采用了自适应估计原则。在自由极值解法中，引入自适应因子a来构造方程。在模型中a介于0到1.。最终可得到状态参数向量的抗差自适应滤波解，从式子中可以看出，若观测信息含有异常，则相应等价权矩阵元素减小，从而可以控制观测异常对状态参数估值的影响；若动力学模型产生异常扰动，相应的自适应因子a减小，从而可以控制状态模型预测信息异常对状态参数估计的影响。

自适应因子a的几个特殊取值：

A=0 phat=p则变为最小二乘平差解，完全忽略了状态的预报信息

A=1 phat=p则变为标准卡尔曼滤波解

0<a<1，phat=p，则为最小二乘自适应卡尔曼滤波解

A=0，则为当前历元的抗差估计解

a=1，则为抗差m-ls滤波

接下来介绍的几种方法是融合导航方法（上述为组合导航方法？）

首先是联邦滤波法，这是一种并行计算方法，它能够融合各传感器的测量值，进行实时融合。

使用联邦滤波法的前提是，各局部滤波器输出量之间，以及局部滤波器和主滤波器输出量之间都互相独立

联邦滤波法的使用步骤是，首先根据信息守恒原理，把全局状态估计值和权矩阵分配到各局部传感器和主传感器（权矩阵的分配是通过分配因子）

随后，各局部滤波器LF和主滤波器MF独立进行时间更新，即按照动力学方程进行状态转移。

在时间更新结束后，各局部传感器再进行量测更新，即由卡尔曼滤波解得到状态估计值

最后将各局部传感器权值累加，与主传感器权值融合为新的权值，并按照16.1.8式将预估状态进行融合。得到一轮融合解，然后返回第一步，进行下一轮融合。

联邦滤波的解算速度快，适用于实时导航数据融合，但是在实际应用中，由于LF和LF之间，LF和MF之间一般并不是独立的（同一运动物体的运动状态方程），这将导致联邦滤波的假设前提得不到满足，所以最后的融合结果并不具有理论上的严格性。

联邦滤波属于一种并行计算方法，即各局部滤波器并行计算某时刻状态，最终进行融合。

与联邦滤波不同，动静态滤波是一种串行计算方法，即在任一个观测历元均基于动力学模型与基础传感器或第一个传感器的输出量进行“动态”Kalman滤波，在此基础上又序贯的加入各传感器的导航信息，进行静态卡尔曼滤波，最终得到全部导航信息的融合解。在这种方法中，状态方程预报信息仅在第一次滤波时融入导航解中。这就避免了重复使用载体状态方程信息的问题，保证了多传感器数据融合的最优性。但是这种方法相应的，计算速度比较慢。

最后是自适应融合导航的两种方法，分别是基于几何导航解的自适应融合导航和基于方差分量估计的自适应融合导航。

基于几何导航解的自适应融合导航是根据各导航解与加权导航解的差自适应地确定各类几何导航解的权矩阵，并求出新的自适应融合导航解。这个方法看似与联邦滤波很相似，但实际上有很大区别，因为联邦滤波所分享的信息之间含有共同的误差源影响，因而各局部滤波结果之间是相关的，但是联邦滤波最后的数据融合没有考虑这种相关性。而局部导航解没有采用状态预测信息，所以各局部导航解是互不相关的。

融合导航解也存在潜在的问题，就是当载体发生大的扰动时，求得的状态参数参考值有较大误差。

多个传感器的信息融合为我们提供了大量冗余信息，而且各传感器信息一般不相容，从而为我们提供了外部不相容信息。因此，我们需要对各传感器进行方差分量估计，由方差估计分量调整观测权值矩阵P，代入融合导航解式中，若进一步考虑利用动力学模型，可在动力学模型中加入自适应因子a，随后利用卡尔曼滤波原理得出最优估计。