Entrega Comportamiento Estratégico

Pablo Coello Pulido

12 de febrero de 2019

Resumen

Tareas para entregar de la asignatura Análisis del Comportamiento Estratégico. Máster en Economía.

1. Ejercicio 1:

En el siguiente Juego a la Cournot la demanda de mercado que enfrentan n empresas es estrictamente convexa con la forma $p(q) = \frac{a}{Q^\alpha}$, donde $Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$. Los consumidores se asumen pasivos y vienen descritos por $p(Q) = a - bQ$.

1.1. Empresas producen con $C_i(q_i) = cq_i$

Si consideramos que el número de empresas **n** es 2, podemos calcular las cantidades que maximizan sus beneficios como:

$$max\, \pi_i(q_i) = q_i - cq_i$$

condierando la maximización de los beneficios de la empresa 1 tenemos:

$$max\, \pi_1(q_1) = (\frac{a}{(q_1 + q_2)^\alpha})q_1 - cq_1$$

podemos emplear derivadas parciales para obtener la condición de primer orden:

$$\frac{\partial(\pi_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} = \frac{\partial}{\partial q_1}(\frac{aq_1}{cq_1 + q_2)^\alpha})$$

derivando podemos llegamos a la expresión:

$$-a\alpha q_1(q_1 + q_2)^{-(\alpha+1)} + a(q_1 + q_2)^{-\alpha} - c = 0$$

operando matematicamente podemos obtener $q_2 = q_2(q_1)$:

$$q_2 = \sqrt{\frac{\frac{-c}{a}}{\alpha q_1 - 1}}^{\frac{1}{\alpha - 1}}$$

1.2. Empresas producen con $C_i(q_i) = \frac{c}{2}q_i^2$

2. Ejercicio 2:

2.1. Para n empresas:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} q_i = q_i + \sum_{j \neq i}^{n} q_j$$
$$p'(Q) < 0; p''(Q) \geq 0; p(Q) = a - Q$$

Las n empresas producen lo mismo: $Q = q_i + (n-1)q_{-i}$

$$\pi_i = p(Q)q_i - q_i c$$
$$\pi_i = q_i(a - (q_i + (n-1)q_i) - c) =$$
$$q_i(a - q_i - (n-1)q_{-i} - c) =$$
$$aq_i - q_i^2 - (n-1)q_{-i}q_i - cq_i$$

$$\partial\pi_i/\partial q_i = a - 2q_i - (n-1)q_{-i} - c = 0$$
$$q_i = \frac{a - (n-1)q_{-i} - c}{2}$$

En equilibrio $q_i = q_{-i}$:

$$2q_i + (n-1)q_{-i} = a - c; (n+1)q_i = a - c;$$
$$q_i = \frac{a-c}{(n+1)}$$
$$Q = nq_i \rightarrow p = a - Q = a - n(\frac{a-c}{(n+1)}$$

Cuando el número de empresas tiende a infinito el precio tiende hacia el coste marginal:

$$\lim_{n \to \infty} a - n(\frac{a-c}{(n+1)} = a - a + c;$$
$$p = c$$

2.2. Para 2 empresas:

$$Q = q_i + q_j$$
$$p(Q) = a - Q; p(Q) = a - (q_i + q_j)$$

$$\pi_i(q_i, q_j) = p(Q)q_i - cq_i = q_i(a - (q_i + q_j)) - cq_i$$
$$\partial\pi_i/\partial q_i = a - 2q_i - q_j - c = 0$$

Así, las mejores respuestas son:

$$q_i = \frac{a - c - q_j}{2}$$

$$q_j = \frac{a - c - q_j}{2}$$

Resolviendo:

$$q_i = q_j = \frac{(a - c)}{3}$$

$$p = a - Q = a - 2(\frac{a - c}{3}) = a - \frac{2}{3}a + \frac{2}{3}c =$$

ya que $a > c$:

$$\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c > c$$

Por lo tanto, el precio será mayor que el coste marginal generando beneficios extraordinarios para las empresas.

3. Ejercicio 3:

4. Ejercicio 4:

5. Ejercicio 5: Competencia Stackelberg-Bertrand con producto diferenciado.

$$p_1(q_1, q_2) = 1 - q_1 - dq_2; d \in (-1, 1)$$
$$p_2(q_1, q_2) = 1 - q_2 - dq_1; d \in (-1, 1)$$

Nótese que d cuantifica el grado de diferenciación. Cuando $d = 1$, q_1 y q_2 son sustitutos perfectos. Cuando $d = -1$, q_1 y q_2 son complementarios perfectos.

$$\text{máx}\, \pi_2(p_1, p_2) = p_2(\frac{a}{1 + d} - \frac{1}{1 - d^2}p_2 + \frac{1}{1 - d^2}p_1)$$

Despejando de la CPO:

$$p_2(p_1) = \frac{a(1 - d)}{2} + \frac{d}{2}p_1$$

De esta expresión se deduce que los precios son complementarios estratégicos. Sustituyendo:

$$\text{máx}\, \pi_1(p_1, p_2(p_1)) = p_1(\frac{a}{1 + d} - \frac{1}{1 - d^2}p_1 + \frac{d}{1 - d^2}p_2(p_1))$$

Operando se obtiene el Equilibrio de Nash:

$$ENPS : (p_1^s, p_2^s) = (\frac{a(2 - d - d^2}{2(2 - d^2)}, \frac{a(4 - 2d - 3d^2 + d^3}{4(2 - d^2)})$$

De donde podemos obtener las cantidades:

$$q_1^s = \frac{a(2 + d)}{4(1 + d)}$$

$$q_2^s = \frac{a(1 - d)(4 + 2d - d^2)}{4(4 - 3d^2 + d^4)}$$

Y los beneficios:
$$\pi_1^s = \frac{a^2(2-d-d^2)^2}{8(2-3d^2+d^4)}$$
$$\pi_2^s = \frac{a^2(4-2d-3d^2+d^3)^2}{16(1-d^2)(2-d^2)^2}$$

Se puede ver que $p_2^s - p_1^s = -\frac{a(1-d)d^2}{4(2-d^2)} < 0$; por lo tanto, el precio elegido por la empresa seguidora es menor que el de la empresa líder.

Esto se debe a que la empresa seguidora pone un precio inferior al de la empresa líder para así ganar cuota de mercado:

$$\pi_2^s - \pi_1^s = \frac{a^2d^3(4-d-3d^2)}{16(1+d)(2-d^2)^2} > 0$$

$$\pi_2^2 > \pi_1^s \forall 0 < d < 1$$

Es decir, existe ventaja a la hora de actuar como seguidor cuando los bienes son sustitutos en cierto grado.

6. Ejercicio 6:

7. Ejercicio 7:Competencia Bertrand

Competencia Bertrand con producto homogéneo, es decir, $d = 1$:

El coste marginal de la empresa 1 puede ser $\bar{c}$ o $\underline{c}$. El coste marginal de la empresa 2 es c con certeza. Se cumple:

$$0 < \underline{c} < c < \bar{c}$$

La empresa 2 conoce la distribución de probabilidad del coste marginal de la empresa 1, es decir, sabe que el coste la empresa 1 es $\underline{c}$ con probabilidad γ; $0 < \gamma < 1$ y $\bar{c}$ con probabilidad $(1-\gamma)$.

La función de demanda residual de la empresa es $q_i(p_i, p_j) = a - p_i + dp_j$. Sabiendo que $d = 1$ para productos homogéneos (máximo grado de substitución) obtenemos:

$$q_i(p_i, p_j) = a - p_i + p_j$$

$$i, j = 1, 2$$
$$i \neq j$$

La estrategia óptima para cada empresa es decidir el precio que constituya la mejor respuesta apra cada uno de los tipos en los que podría encarnarse. Así, sus mejores respuestas provendrán de la maximización de sus funciones de beneficios.

Para 1 si su tipo es $\underline{c}$:

$$\pi_1(p_1, p_2) = (p_1 - \underline{c})(a - p_1 + p_2)$$

CPO:
$$p_1(\underline{c}; p_2) = \frac{a + \underline{c} + dp_2}{2}$$

Para 1 si su tipo es $\bar{c}$:

$$\pi_1(p_1, p_2) = (p_1 - \bar{c})(a - p_1 + p_2)$$

CPO:

$$p_1(\bar{c}; p_2) = \frac{a + \bar{c} + dp_2}{2}$$

Para la empresa 2, la función de beneficios esperados será:

$$E[\pi_2] = (p_2 - c)[\gamma(a - p_2 + p_1(\underline{c}) + (1 - \gamma)(a - p_2 + p_1(\bar{c}))]$$

El precio óptimo que fijará la empresa 2 de acuerdo con sus creencias sobre los costes de la empresa 1 será:

$$p_2(c; p_1(\underline{c}), p_1(\bar{c})) = \frac{a + c + (\gamma p_1(\underline{c}) + (1 - \gamma)p_1(\bar{c}))}{2}$$

Resolviendo, el EB de el duopolio con bien homogéneo e información incompleta de Bertrand es el perfil de estrategias:

$$(p_1^*(\underline{c}), p_1^*(\bar{c}), p_2^*) = (\frac{6a - (4 - (1 + \gamma))\underline{c} + (1 - \gamma)\bar{c} + c}{6}, \frac{6a + (4 - \gamma)\bar{c} + \gamma\underline{c} + 2c}{6}, \frac{3a + 2c + (\gamma\underline{c} + (1 - \gamma)\bar{c})}{3})$$

8. Ejercicio 8:Subastas

8.1. Sobre cerrado segundo precio.

Investigar qué suedería con la estrategia $b_i^{`}(v_i) < v_i$.

8.2. Sobre cerrado al primer precio

En este tipo de subastas, el ganador es aquel jugador que ofreciese la puja más alta. El pago será su ropia oferta. Además, los jugadores no pueden ver las pujas de los demás.

Calcular la MRi y obtener EBN.

Conjunto de acciones posibles para cada jugador: $i = 1, .., n$. Se corresponde con el conjunto de pujas que puede ofertar. El conjunto de acciones y de estrategias coincide al ser un juego simultáneo:

$$A_i = S_i = [0, +\infty)$$

Los tipos de cada jugador i son las distintas valoraciones que puede tener del objeto subastado:

$$T_i = [0, \bar{v}]$$

Cada i cree que el resto de valoraciones v_j estÃ¡ uniformemente distribuida en $[0, \bar{v}]$.

El pago de cada jugador es su beneficio esperado.

El objetivo de cada jugador es maximizar el beneficio.

En esta situación, el EB será el perfil de pujas:

$$(b_1^*, ..., b_n^*) = (\frac{n-1}{n}v_1, ..., \frac{n-1}{n}v_n)$$

No hay estrategia dominante, cada jugador debe determinar su mejor respuesta frente a la estrategia de los demás.

Definimos la probabilidad de que i puje por debajo de b:

$$Pr(B_i \leq b) = Pr(v_i \leq B^{-1}(b)) = F(B^{-1}(b)) = \frac{B^{-1(b)}}{\bar{v}}$$

Todo jugador distinto de i puede saber con quṕrobabilidad ganará la subasta conociendo la probabilidad anterior, esto se debe a que cuando puja b, conoce la probabilidad de que i puje menos que b.

La probabilidad de que todos los jugadores menos el jugador 1 pujen menos que b es:

$$Pr(B_i \leq b, \forall i = 2, 3, ..., n) = (\frac{B^{-1(b)}}{\bar{v}})^{n-1}$$

Por lo tanto, esta es la probabilidad de que 1 gane la subasta puando b.

La utilidad esperada de 1 pujando b es:

$$E[u_1] = (v_1 - b)(\frac{B^{-1(b)}}{\bar{v}})^{n-1}$$

Teniedo en cuenta que si gana obtiene $v_1 - b$, y si pierde obtiene 0.

Maximizando la utilidad esperada obtenemos la siguiente CPO:

$$\partial E[u_1]/\partial b = 0 = (-1)(\frac{B^{-1(b)}}{\bar{v}})^{n-1} + (v_1 - b)(n-1)(\frac{B^{-1(b)}}{\bar{v}})^{n-2}\frac{1}{\bar{v}}\frac{dB^{-1}(b)}{db}$$

Reescribiendo:

$$(\frac{B^{-1(b)}}{\bar{v}})^{n-1} = (v_1 - b)(n-1)(\frac{B^{-1(b)}}{\bar{v}})^{n-2}\frac{1}{\bar{v}}\frac{dB^{-1}(b)}{db}$$

Simplificando:

$$B^{-1}(b)\frac{dB}{dv}(B^{-1}(b)) = (v_1 - b)(n-1)$$

Asumiendo todos los jugadores simétricos: $B^{-1}(b) = v_1$ y $b = B(v_1)$; Así:

$$\frac{dB}{dv}(v) = (1 - \frac{B(v)}{v})(n-1)$$

Esta expresión es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden. Fijando la condición $B(0) = 0$ (La puja de un jugador con valoración nula es igual a 0) se obtiene:

$$B(v) = \frac{n-1}{n}v$$

Esta expresión denota la relación existente entre la puja de cada jugador y su valoración. Como $\frac{n-1}{n} < 1$, los jugadores pujan por debajo de sus verdaderas valoraciones en el EB.

9. Ejercicio 9:Provisión de bien público

9.1. Modificación de pagos para que ninguno de los dos agentes tenga estrategia dominante.

9.2. Generalizar el modelo con el sistema de creencias $(p, 1-p)$.

10. Ejercicio 10:

Referencias

[1] Autor, *Tï¿½tulo*, Revista/Editor, (aï¿½o)