Abstract

Tareas para entregar de la asignatura Análisis del Comportamiento Estratégico. Máster en Economía.

1 Ejercicio 1:

En el siguiente Juego a la Cournot la demanda de mercado que enfrentan n empresas es estrictamente convexa con la forma $p(q) = \frac{a}{Q^{\alpha}}$, donde $Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$. Los consumidores se asumen pasivos y vienen descritos por $p(Q) = a - bQ$.

1.1 Empresas producen con $C_i(q_i) = cq_i$

Si consideramos que el número de empresas **n** es 2, podemos calcular las cantidades que maximizan sus beneficios como:

$$max\, \pi_i(q_i) = q_i - cq_i$$

condierando la maximización de los beneficios de la empresa 1 tenemos:

$$max\, \pi_1(q_1) = (\frac{a}{(q_1 + q_2)^{\alpha}})q_1 - cq_1$$

podemos emplear derivadas parciales para obtener la condición de primer orden:

$$\frac{\partial(\pi_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} = \frac{\partial}{\partial q_1}(\frac{aq_1}{cq_1 + q_2)^{\alpha}})$$

derivando podemos llegamos a la expresión:

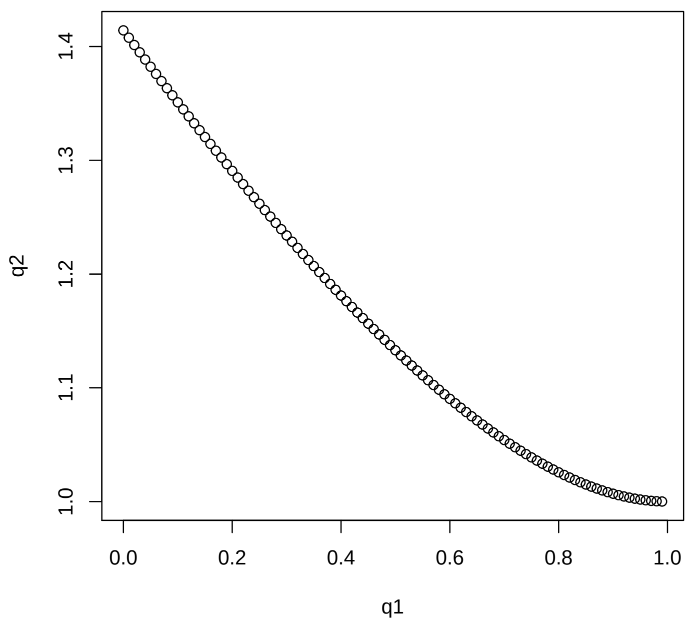
$$-a\alpha q_1(q_1 + q_2)^{-(\alpha+1)} + a(q_1 + q_2)^{-\alpha} - c = 0$$

operando matematicamente podemos obtener $q_2 = q_2(q_1)$:

$$q_2 = \sqrt{\frac{\frac{-c}{a}}{\alpha q_1 - 1}}^{\frac{1}{\alpha - 1}}$$

Esta función puede ser expresada en el espacio $\{q_1, q_2\}$ como se aprecia en la siguiente figura:

```
> a=0.4; c=0.2; alfa=0.5
> q1=seq(0,0.999,by=0.01)
> q2=-q1+sqrt((-a/c)/(alfa*q1-1))
> plot(q1,q2)
```



Para resolver asignamos valores arbitrarios as variables (a>c). Vemos unha función decreciente. Ahora si sumonemos que las empresas producen un bien idéntico $q_1 = q_2$ podemos obterner una solución de la produción con un programa de cálculo como R:

```
> p1=function(x){2*x-(sqrt((-a/c)/(alfa*x-1)))^(alfa-1)}
> plot(p1)
> o1=uniroot(p1,c(0.1,1))
> (raiz1=o1$root)
```

```
[1] 0.3977708
```

Vemos que el programa nos arroja un valor de la produción de 0.399 cuando los bienes son homogeneos.

1.2 Empresas producen con $C_i(q_i) = \frac{c}{2}q_i^2$

2 Ejercicio 4:

En este ejercicio intentaremos mostrar en juegos dinámicos de Cournot-Stackelberg mover primero no es siempre una ventaja. Vamos a emplear un mode similar al del Ejercicio 1, pero con costes crecientes de la forma cq_i^3.

Primero empezaremos por maximizar los beneficios de la empresa 2:

$$max\, \pi_2(q_1, q_2) = aq_2 - b(q_2 + q_1)q_2 - cq_2^3$$

obteniendo ahora la condición de primer orden:

$$(\frac{\partial}{\partial q_1})(aq_2 - b(q_2 + q_1)q_2 - cq_2^3)$$

obtenemos como solución:

$$q_2 = \frac{2b + \sqrt{4b^2 + 12c(-q_1 b + a)}}{6c}$$

esta es la cantidad de producción que maximiza los beneficios de la empresa dos. Ahora maximizaremos los beneficios de la empresa uno considerando la produción de la empresa dos que maximiza sus pripios beneficios (q_2):

$$max\, \pi_1(q_1, q_2) = aq_1 - b(q_1 + \frac{2b + \sqrt{4b^2 + 12c(-q_1 b + a)}}{6c} q_1 - cq_1^3$$

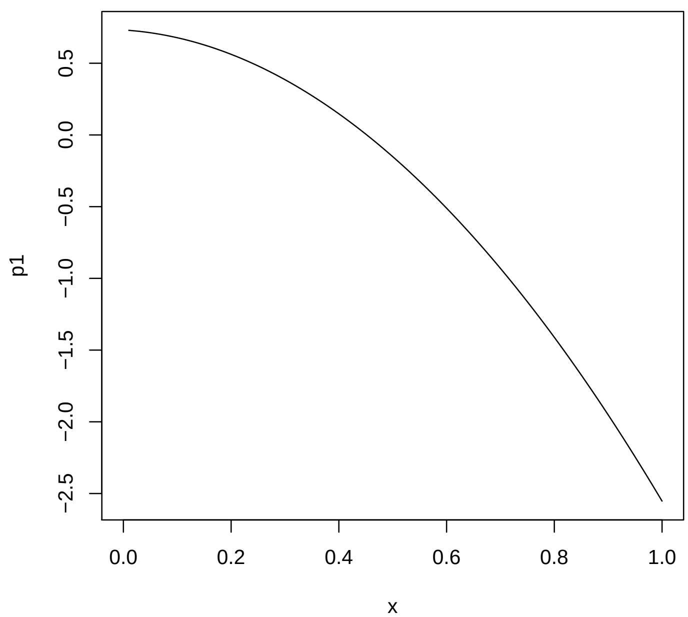
realizando la derivada parcial, con respecto a $q1$, y reordenando obtenemos la siguiente ecuación:

$$a - 2bq_1 + \frac{2b^2}{6c} + \frac{b}{6c} \frac{q_1(a + 2b(9q_1 + 2))}{\sqrt{q_1^2(a + 4(3bq_1 + b))}} - 3q_1^2 = 0$$

Para resolver esta ecuación anterior utilizaremos el siguiente Script de R:

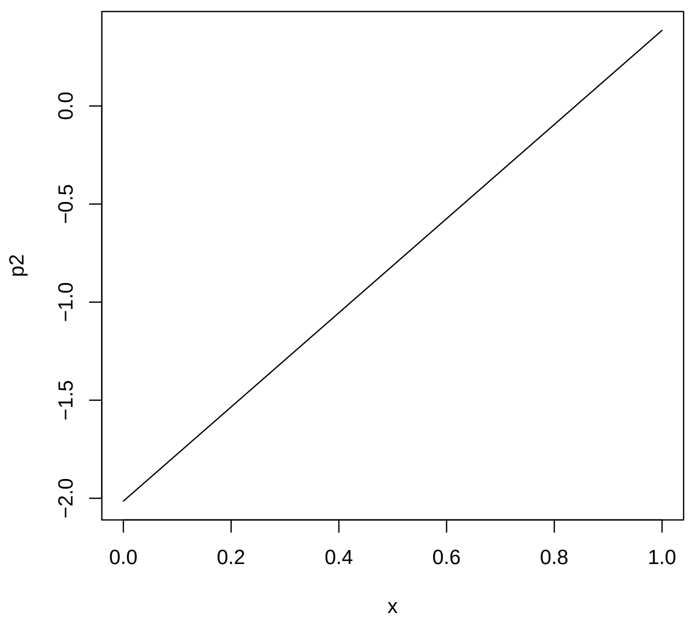
```
> a=0.6 ;b=0.2 ;co=0.4
> p1=function(x){a-2*b*x+2*b^2/(6*co)+(b/(6*co)*(x*(a+2*b*(9*x+2)))/
+                                        (sqrt((x^2)*(a+4*(3*b*x+b)))))-3*x^2}
> plot(p1)
> o1=uniroot(p1,c(0.1,1))
> (raiz1=o1$root)

[1] 0.4518852
```




```
> p2=function(x){6*co*x-2*b-sqrt(4*b^2+12*co*(-raiz1*b+a))}
> o2=uniroot(p2,c(0.1,1))
> plot(p2)
> (raiz2=o2$root)
```

```
[1] 0.8393208
```



Hemos dados valores aleatorios a las variables a, b y c y obtenemos la raiz de q_1. OS valores otorgados as variables son aleatorios pero teñen certa coherencia. a (máima disposición a pagar) es mayor que el coste marginal c. Por otro lado, como $b = 0,2$ la pendiente de la demanda es muy pequeña por lo que la eslasticidade precio-demanda es muy grande.

Vemos de esta manera que la produción de la empresa 1 ($q_1 = 0.45$) es inferior a la de la empresa 2 ($Q_2 = 0.83$) (supuesto que las empressas son homogeneass)

3 Ejercicio 6: