

L2 EEEA/INFO

Traitement Avancé du Signal et des Images

TP N°2 : Fenêtres spectrales

Sébastien Adam & Maxime Berar & Aldo Moscatelli

Ces sujets de TP sont à faire soit en écrivant des scripts sous spyder3, soit en programmant des notebook.

Préambule - Rappels du TP précédent

Exécutez et comprenez le code suivant, dont certaines parties seront utiles pour cette séance

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from numpy.fft import fft

duree_signal=100
duree_avec_padding=1000
signal=np.sin(2*np.pi*0.1*np.arange(100))
signal_padde=np.concatenate((signal,np.zeros(duree_avec_padding-duree_signal)))
plt.figure(1)
f=np.arange(duree_avec_padding)/duree_avec_padding
plt.plot(f,np.abs(fft(signal_padde)))
plt.figure(2)
plt.plot(f-1/2,np.abs(np.fft.fftshift(fft(signal_padde))))
plt.xlim([-0.2 , 0.2])
# NB : l'ajout de zeros à un signal, pour augmenter la résolution fréquentielle
# de la TFD, peut être simulé sans explicitement ajouter des 0
plt.figure(3)
plt.plot(f-1/2,abs(np.fft.fftshift(fft(signal,duree_avec_padding))))
plt.xlim([-0.2 , 0.2])
```

Exercice 1 – Propriétés des fenêtres spectrales

Le TP 1 a (normalement) mis en évidence le fait que lorsque l'on calcule le spectre d'un signal dont la durée est limitée dans le temps, le résultat obtenu correspond à la convolution du spectre théorique du signal illimité continu par la transformée de Fourier à temps discret d'une fenêtre rectangle. Cette fenêtre possède une qualité : la faible largeur de son lobe principal, mais aussi un défaut majeur : l'amplitude importante de ses lobes secondaires. Ce premier exercice a pour objectif de comparer les propriétés de la fenêtre rectangle à celle d'autres fenêtres, à savoir hanning (fonction `hann` de `scipy.signal`), hamming (fonction `hamming`) et Blackman (fonction `blackman`). Pour ce faire :

- vous créerez des signaux contenant les $K = 100$ premiers points de chaque fenêtre,
- sur une première figure, vous afficherez en superposition les signaux temporels correspondants,
- sur une seconde figure, vous afficherez le résultat de la multiplication d'un `sinus` par chacune des fenêtres, toujours en superposition,
- sur une troisième figure, vous comparerez les spectres de chacune des fenêtres en linéaire.
- enfin, sur une quatrième figure, vous afficherez le même résultat sur une échelle en dB.

Les spectres des deux dernières questions seront calculés sur $N = 1000$ points. L'axe des abscisses sera affiché en fréquences normalisées, et on ne visualisera que l'intervalle $[-0.05, 0.05]$

Vous calculerez également la puissance sous chacune des fenêtres, donnée par la somme des valeurs au carré du signal. Notons qu'en vertu du théorème de Parseval, on a aussi :

$$P = \sum_{k=0}^{K-1} x(k)^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(n)^2 \quad (1)$$

Vous pourrez vérifier la validité de ce théorème.

A partir de ce calcul et des courbes affichées, vous complèterez le tableau suivant :

Fenêtre	Largeur du lobe principal	Atténuation en dB	Puissance sous la fenêtre
Rectangle			
Hanning			
Hamming			
Blackman			

Exercice 2 – Influence des différentes fenêtres sur la résolution fréquentielle de la TFD

On considère un signal constitué de deux sinusoides de fréquences 130 Hz et 150 Hz, d'amplitudes identiques égales à 1, échantillonné à 1000 Hz. On va limiter la durée de ce signal par différentes fenêtres de longueurs variables, et calculer le spectre de ces signaux sur 512 points (`fft(s,512)`) pour obtenir suffisamment de point sur la TFD.

Afficher sur une même figure les 4 spectres d'amplitude affiché en dB (4 lignes, 1 colonne pour des commodités d'affichage) correspondants à la limitation de la durée du signal composite par les différentes fenêtres pour des longueurs de fenêtres de 32,64 puis 128 points.

Vous produirez donc :

- Une figure contenant les 4 spectres pour une limitation à 32 points
- Une figure contenant les 4 spectres pour une limitation à 64 points
- Une figure contenant les 4 spectres pour une limitation à 128 points
- Quelle est la fenêtre qu'il vaut mieux choisir dans ce cas pour analyser le signal ? Expliquer à partir de votre cours.
- Quelle est l'effet de la modification de la durée du signal, expliquez.

Exercice 3 – Influence des différentes fenêtres sur la résolution en amplitude de la TFD

On considère cette fois un signal constitué de deux sinusoides de fréquences 130 Hz et 300 Hz, d'amplitudes 1 et 1/100, échantillonné à 1000 Hz. On va limiter la durée de ce signal par différentes fenêtres de longueurs variables, et calculer le spectre de ces signaux sur 512 points (`fft(s,512)`) pour obtenir suffisamment de point sur la TFD.

Afficher sur une même figure les 4 spectres d'amplitude affiché en dB (4 ligne, 1 colonne pour des commodités d'affichage) correspondants à la limitation de la durée du signal composite par les différentes fenêtres pour des longueurs de fenêtres de 32,64 puis 128 points.

A rendre :

- Une figure contenant les 4 spectres pour une limitation à 32 points
- Une figure contenant les 4 spectres une limitation à 64 points
- Une figure contenant les 4 spectres pour une limitation à 128 points
- Quelle est la fenêtre qu'il vaut mieux choisir dans ce cas pour analyser le signal ? Expliquer à partir de votre cours.