数学实验 Project 2

2021 年 12 月 27 日

1 问题 1

2 问题 2

因为每一年可用的投资数都可以根据前一年的本利来投资，因此，可以列出每一年的**可用投资数**，**实际投资数**，以及**剩余资本数**。这三个量满足 **可用投资数** − **实际投资数** = **剩余资本**, 且第一年的可用投资数为 100w.

我们需要优化的目标函数就是第五年年末的本利，优化的参数则是每个项目每年的实际投资数。因为共计投资 11 次，因此是一个 11×1 的向量。其中 $x_1 \sim x_4$ 为项目一在 1 到 4 年的投资数。x_5, x_6 分别代表项目 2 和项目 3 在第 3 年和第 2 年的投资数。$x_7 \sim x_{11}$ 代表项目 5 在第 1 到 5 年的投资数。需要的约束条件有下界，即全部都大于等于 0. 约束条件中的上界除了 x_5, x_6 设为 40 和 30，其余设为 100 即可。最后在每次投资时不得超出可用的投资数，即每次的剩余资本都要大于等于 0. 这个可以另写一个函数用作非线性约束。

优化的目标函数在 exp2func1.m 中，非线性优化约束在 exp2func2.m 中。主程序在 exp2.m 中。

以下是优化的结果

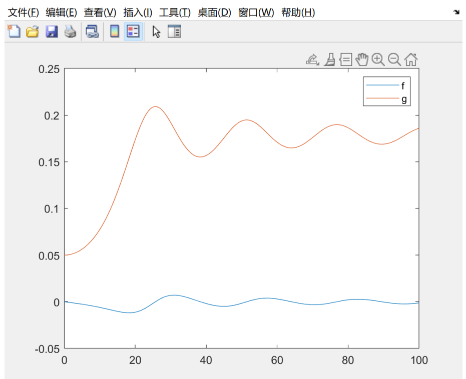
```
   55.8085
   16.8429
   16.0904
   27.9442
   40.0000
   30.0000
   44.1915
    0.0000
    8.0895
    0.0000
   18.5039

 -143.7500
```

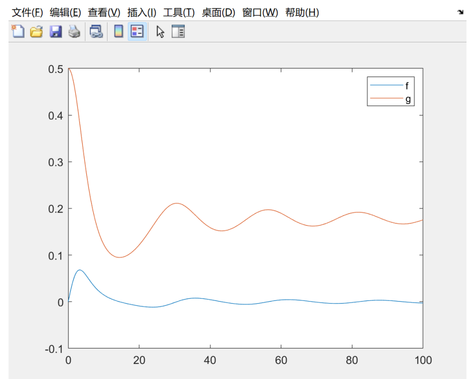
因此第五年年末能收获的最大本利为 143.75w.

3 问题 3

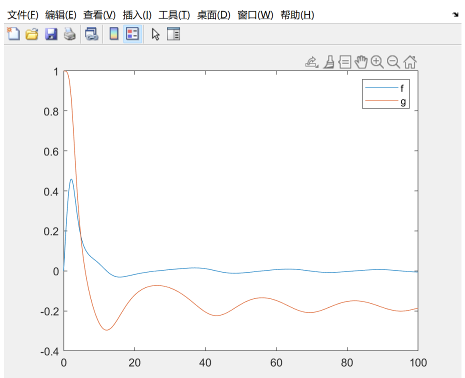
依照题目所给的迭代式计算，相关代码在 exp3.m 中，以下分别是 g_0 取 0.05, 0.5, 1, 1.5 的时候的图像，r 取值在 0 到 100 之间的图像。



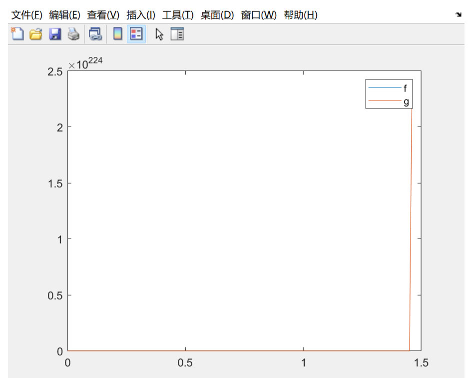
(a) $g_0 = 0.05$



(b) $g_0 = 0.5$



(c) $g_0 = 1$



(d) $g_0 = 1.5$

应用这个方法的有点有如下几点：

- 这种方法可以避免初始值奇异的情况，注意到在原表达式中存在 f/r 的项，则在做第一次迭代时会出现正无穷，而用 $r_{n+\frac{1}{2}}$ 则可以避免这种情况。
- 注意到 $\frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}(r^2 f)}{\mathrm{d}r} = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}r} + \frac{2f}{r}$, 这种方法可以使得计算 f 时具有更高的精度。