

Deduktive Datenbanken und Unifikation

Familien-Datenbank

Uwe Krause

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Wintersemester 2016/17



Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

1.1 Erklärung der Aufgabe

1.2 Natürlichsprachige Lösungen

2. Beispiellösung Geschwister

2.1 Umformung: natürlichsprachig

2.2 Umformung: Prädikatenlogik

3. Konsistenzprüfung

3.1 findall

4. Anfragen

4.1 Anfragen

5. „Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

5.1 Behauptung

5.2 Resolution



Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

1.1 Erklärung der Aufgabe

1.2 Natürlichsprachige Lösungen

2. Beispiellösung Geschwister

2.1 Umformung: natürlichsprachig

2.2 Umformung: Prädikatenlogik

3. Konsistenzprüfung

3.1 findall

4. Anfragen

4.1 Anfragen

5. „Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

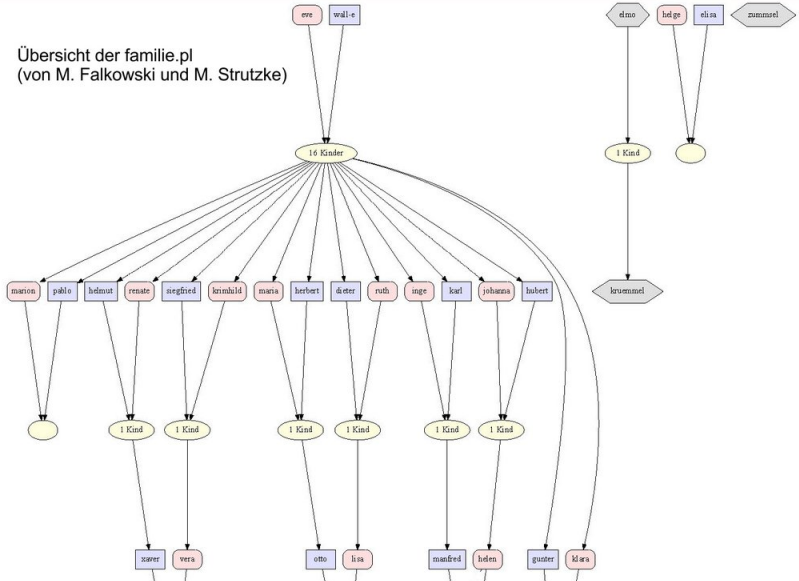
5.1 Behauptung

5.2 Resolution



Erklärung der Aufgabe

Übersicht der familie.pl
(von M. Falkowski und M. Strutzke)



Natürlichsprachige Lösungen I

Vorfahre Eine Person ist ein Vorfahre einer anderen Person, wenn er Elternteil der anderen Person ist, oder wenn es einen Menschen gibt, der ein Vorfahre der Person ist und ein Elternteil der anderen Person ist.

Nachkomme Ein Nachkomme einer Person ist jede Person, die die Person als Vorfahren hat.

Geschwister Zwei Menschen sind Geschwister, wenn sie mindestens einen gemeinsamen Elternteil haben.

Schwester Eine Person, die weiblich und ein Geschwisterteil einer anderen Person ist, ist eine Schwester.

Bruder Eine Person, die männlich und ein Geschwisterteil einer anderen Person ist, ist ein Bruder.



Natürlichsprachige Lösungen II

Eheleute Im normalen Sprachgebrauch impliziert die Aussage „X ist mit Y verheiratet“, dass Y ebenfalls mit X verheiratet ist.

Uroma Eine Person ist Uroma einer anderen Person, wenn sie weiblich und ein Elternteil einer Oma oder eines Opas der anderen Person ist.



Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

1.1 Erklärung der Aufgabe

1.2 Natürlichsprachige Lösungen

2. Beispiellösung Geschwister

2.1 Umformung: natürlichsprachig

2.2 Umformung: Prädikatenlogik

3. Konsistenzprüfung

3.1 findall

4. Anfragen

4.1 Anfragen

5. „Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

5.1 Behauptung

5.2 Resolution



„Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

Umformung: natürlichsprachig

Geschwister

Zwei Menschen sind Geschwister, wenn sie mindestens einen gemeinsamen Elternteil haben.

etwas förmlicher

Zwei (unterschiedliche) Personen sind Geschwister, wenn es eine andere Person gibt, die Elternteil beider Personen ist.



„Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

Umformung: natürlichsprachig

Geschwister

Zwei Menschen sind Geschwister, wenn sie mindestens einen gemeinsamen Elternteil haben.

etwas förmlicher

Zwei (unterschiedliche) Personen sind Geschwister, wenn es eine andere Person gibt, die Elternteil beider Personen ist.

Formale Definition

Für alle Personen X und Y gilt, X und Y sind Geschwister wenn es eine Person E gibt, für die gilt E ist Elternteil von X und E ist Elternteil von Y .

„Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

Umformung: natürlichsprachig

Geschwister

Zwei Menschen sind Geschwister, wenn sie mindestens einen gemeinsamen Elternteil haben.

etwas förmlicher

Zwei (unterschiedliche) Personen sind Geschwister, wenn es eine andere Person gibt, die Elternteil beider Personen ist.

Formale Definition

Für alle Personen X und Y gilt, X und Y sind Geschwister wenn es eine Person E gibt, für die gilt E ist Elternteil von X und E ist Elternteil von Y.

„Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

Umformung: Prädikatenlogik

Formale Definition:

Seien $X, Y, E \in$ des Universums aller Personen, $X \neq Y$,

[und] Gültigkeitsbereich der Quantoren

Für alle Personen X und Y gilt,	X und Y sind Geschwister	wenn	es eine Person E gibt, für die gilt	E ist Elternteil von X	und	E ist Elternteil von Y	
$\forall X, Y : [$	$g(X, Y)$	\leftarrow	$\exists E : [$	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$		// implikation
\equiv	$\forall X, Y : [$	$g(X, Y)$	\forall	$\neg \exists E : [$	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$	// $\forall \neg \equiv \neg \exists$
\equiv	$\forall X, Y : [$	$g(X, Y)$	\forall	$\forall E : [\neg$	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$	// \forall n. links
\equiv	$\forall X, Y, E : [$	$g(X, Y)$	\forall	\neg	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$	// implikation
\equiv	$\forall X, Y, E : [$	$g(X, Y)$	\leftarrow	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$		



„Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

Umformung: Prädikatenlogik

Formale Definition:

Seien $X, Y, E \in$ des Universums aller Personen, $X \neq Y$,

[und] Gültigkeitsbereich der Quantoren

Für alle Personen X und Y gilt,	X und Y sind Geschwister	wenn	es eine Person E gibt, für die gilt	E ist Elternteil von X	und	E ist Elternteil von Y	
$\forall X, Y : [$	$g(X, Y)$	\leftarrow	$\exists E : [$	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$		// implikation
\equiv	$\forall X, Y : [$	$g(X, Y)$	\vee	$\neg \exists E : [$	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$	// $\forall \neg \equiv \neg \exists$
\equiv	$\forall X, Y : [$	$g(X, Y)$	\vee	$\forall E : [\neg$	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$	// \forall n. links
\equiv	$\forall X, Y, E : [$	$g(X, Y)$	\vee	\neg	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$	// implikation
\equiv	$\forall X, Y, E : [$	$g(X, Y)$	\leftarrow	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$		

geschwister(X, Y) :- elternteil(E, X), elternteil(E, Y),
 $X \neq Y$.



„Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

Umformung: Prädikatenlogik

Formale Definition:

Seien $X, Y, E \in$ des Universums aller Personen, $X \neq Y$,

[und] Gültigkeitsbereich der Quantoren

Für alle Personen X und Y gilt,	X und Y sind Geschwister	wenn	es eine Person E gibt, für die gilt	E ist Elternteil von X	und	E ist Elternteil von Y	
$\forall X, Y : [$	$g(X, Y)$	\leftarrow	$\exists E : [$	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$		// implikation
\equiv	$\forall X, Y : [$	$g(X, Y)$	\forall	$\neg \exists E : [$	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$	// $\forall \neg \equiv \neg \exists$
\equiv	$\forall X, Y : [$	$g(X, Y)$	\forall	$\forall E : [\neg$	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$	// \forall n. links
\equiv	$\forall X, Y, E : [$	$g(X, Y)$	\forall	\neg	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$	// implikation
\equiv	$\forall X, Y, E : [$	$g(X, Y)$	\leftarrow	$(e(E, X) \wedge$	$e(E, Y))]]$		

geschwister(X, Y) :- elternteil(E, X), elternteil(E, Y),
 $X \neq Y$.



Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

1.1 Erklärung der Aufgabe

1.2 Natürlichsprachige Lösungen

2. Beispiellösung Geschwister

2.1 Umformung: natürlichsprachig

2.2 Umformung: Prädikatenlogik

3. Konsistenzprüfung

3.1 findall

4. Anfragen

4.1 Anfragen

5. „Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

5.1 Behauptung

5.2 Resolution



„Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

findall

Availability: *built-in*

findall(+Template, :Goal, -Bag)

[ISO] 

Create a list of the instantiations *Template* gets successively on backtracking over *Goal* and unify the result with *Bag*. Succeeds with an empty list if *Goal* has no solutions. [findall/3](#) is equivalent to [bagof/3](#) with all free variables bound with the existential operator (^), except that [bagof/3](#) fails when *Goal* has no solutions.

Auszug aus der Dokumentation¹

Erstellt eine Liste aller Belegungen (Substitutionen) von Variablen, die eine gegebene Anfrage erfolgreich auswerten lassen.

¹www.swi-prolog.org

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

1.1 Erklärung der Aufgabe

1.2 Natürlichsprachige Lösungen

2. Beispiellösung Geschwister

2.1 Umformung: natürlichsprachig

2.2 Umformung: Prädikatenlogik

3. Konsistenzprüfung

3.1 findall

4. Anfragen

4.1 Anfragen

5. „Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

5.1 Behauptung

5.2 Resolution



„Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

Anfragen

?- Stimmt es dass...?

Eine Anfrage („goal“) kann als „Stimmt es, dass ...?“ Frage gesehen werden.

Um die Erfüllbarkeit dieser Frage zu beweisen, wird nach dem Resolutionsverfahren vorgegangen.²

Gemeinsam mit den vorher definierten Fakten und Regeln (in allquantifizierter Form) kann der Widerspruch bewiesen werden.

²Zuerst wird behauptet, die Anfrage sei unter allen Umständen (Belegungen) wahr (Tautologie). Da mit dem Resolutionsverfahren aber nur Widersprüche bewiesen werden können, wird diese Behauptung zu einem Widerspruch negiert.



„Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

- 1.1 Erklärung der Aufgabe
- 1.2 Natürlichsprachige
Lösungen

2. Beispiellösung Geschwister

- 2.1 Umformung:
natürlichsprachig
- 2.2 Umformung:
Prädikatenlogik

3. Konsistenzprüfung

- 3.1 findall

4. Anfragen

- 4.1 Anfragen

5. „Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

- 5.1 Behauptung
- 5.2 Resolution



„Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

Behauptung

Als Anfrage formuliert:

„Stimmt es dass, es eine Person X gibt, die zugleich männlich und weiblich ist?“

Als Behauptung:

„Es gibt eine Person X , die zugleich männlich und weiblich ist“

$$\exists X : [m(X) \wedge w(X)]$$

Als Negation der Behauptung:

$$\neg \exists X : [m(X) \wedge w(X)]$$

$$\equiv \forall X : [\neg (m(X) \wedge w(X))]$$

„Alle Personen X sind nicht männlich und weiblich zugleich.“

$$\text{KNF: } \neg (m(X) \wedge w(X)) \equiv \neg m(X) \vee \neg w(X)$$



„Gibt es eine Person, die zugleich männlich und weiblich ist?“

Resolution

Darstellung in Mengenschreibweise:

{ Fakten, Regeln, negierte_Behauptung }

Fakten:

$\{m(Y)\}_1, \{m(A)\}_2, \{m(B)\}_3, \{m(X)\}_4, \dots$

$\{w(H)\}_5, \{w(K)\}_6, \{w(L)\}_7, \{w(X)\}_8, \dots$

Regeln:

(hier nicht relevant)

Negierte Behauptung:

$\{ \neg m(X), \neg w(X) \}_{\text{Behauptung}}$

Resolution:

Behauptung mit K_4 mit $m(X) = \{ w(X) \}_1$

R_1 mit K_7 mit $w(X) = \emptyset$

Der Widerspruch wurde bewiesen, im Umkehrschluss wurde somit die Allgemeingültigkeit der Behauptung für X bewiesen.



Literaturangaben



H. Göhner / B. Hafenbrak
Arbeitsbuch Prolog



C. Klauck
Logik, HAW Hamburg



J. Richter-Gebert
Skript zur Vorlesung „Logik“, ETH Zürich



swi-prolog.org
Dokumentation

