

APS – Lógica e Matemática Discreta 2025.2

Professor: Fillipe Resina

Modelando um Mundo com Lógica de Primeira Ordem: Warcraft III e Expansões

Integrantes: Matheus Luciano Alves de Oliveira Silva
Yuri Henrique da Cunha Santos

1. Objetivo

Aplicar os conceitos de Lógica de Primeira Ordem para representar formalmente um cenário fictício, baseado na história de Warcraft III: Reign of Chaos e The Frozen Throne, utilizando predicados, quantificadores e regras de dedução natural. Em seguida, o modelo foi implementado em Prolog para teste de inferências automáticas.

2. Cenário: O Mundo de Warcraft III

O universo de Warcraft apresenta diversos agentes e entidades com relações complexas de poder, corrupção e alianças. Nesta modelagem, consideramos personagens principais: Arthas, Illidan, Thrall, Jaina, Sylvanas, Kel'Thuzad, Mal'Ganis, Archimonde, Lady Vashj e objetos relevantes: Frostmourne, Frozen Throne, Tome of Power.

A narrativa centra-se na corrupção de Arthas, a busca de poder de Illidan e o conflito entre raças (Humanos, Orcs, Elfos Noturnos, Mortos-Vivos e Demônios).

3. Predicados, Funções e Constantes

Predicados

- $\text{human}(x)$: x é humano.
- $\text{orc}(x)$: x é orc.
- $\text{nightelf}(x)$: x é elfo noturno.
- $\text{undead}(x)$: x é morto-vivo.
- $\text{demon}(x)$: x é demônio.
- $\text{hero}(x)$: x é herói.
- $\text{king}(x)$: x é rei.
- $\text{wields}(x,o)$: x empunha o objeto o .
- $\text{corrupted_by}(x,y)$: x foi corrompido por y .
- $\text{killed}(x,y)$: x matou y .

- $seeks(x,o)$: x busca o objeto o.
- $commands(x,y)$: x comanda y.
- $ally(x,y)$: x é aliado de y.
- $leader_of(x,f)$: x é líder da facção f.
- $became(x,t)$: x tornou-se t (mudança de papel).
- $artifact(o)$: o é artefato.

Constantes

arthas, illidan, thrall, jaina, sylvanas, kelthuzad, malganis, archimonde, frostmourné, frozenthroné, tome_of_power, king_terenas, scourge, nightelves, lich_king, lich_figure.

4. Fórmulas em Lógica de Primeira Ordem

1. $human(arthas)$
2. $hero(arthas)$
3. $artifact(frostmourné)$
4. $\forall x(wields(x, frostmourné) \rightarrow corrupted_by(x, frostmourné))$
5. $wields(arthas, frostmourné)$
6. $\forall x(corrupted_by(x, frostmourné) \rightarrow became(x, lich_figure))$
7. $\forall x \forall y(killed(x, y) \wedge king(y) \rightarrow traitor(x))$
8. $king(king_terenas), killed(arthas, king_terenas)$
9. $\forall x(demon(x) \rightarrow \neg hero(x))$
10. $\exists x(became(x, lich_king) \wedge commands(x, undead_faction))$
11. $seeks(illidan, tome_of_power)$
12. $\forall x(seeks(x, tome_of_power) \wedge artifact(tome_of_power) \rightarrow \neg ally(x, nightelves))$
13. $undead(kelthuzad)$
14. $leader_of(arthas, scourge) \rightarrow commands(arthas, scourge)$

5. Dedução Natural

Dedução A — Arthas torna-se uma figura Lich

Premissas:

- (1) $\forall x(wields(x, frostmourne) \rightarrow corrupted_by(x, frostmourne))$
- (2) $wields(arthas, frostmourne)$
- (3) $\forall x(corrupted_by(x, frostmourne) \rightarrow became(x, lich_figure))$

Prova:

1. Pela (1), instanciando para Arthas: $wields(arthas, frostmourne) \rightarrow corrupted_by(arthas, frostmourne)$
2. De (2) e (1) por Modus Ponens: $corrupted_by(arthas, frostmourne)$
3. Pela (3), instanciando para Arthas: $corrupted_by(arthas, frostmourne) \rightarrow became(arthas, lich_figure)$
4. De (2) e (3) por Modus Ponens: $became(arthas, lich_figure)$

Conclusão: Arthas tornou-se uma figura Lich.

Figura 1: Representação gráfica da Dedução A

Passo	Fórmula	Justificativa
1.	$\forall x(wields(x, frostmourne) \rightarrow corrupted_by(x, frostmourne))$	Premissa (P1)
2.	$wields(arthas, frostmourne)$	Premissa (P2)
3.	$\forall x(corrupted_by(x, frostmourne) \rightarrow became(x, lich_figure))$	Premissa (P3)
4.	$wields(arthas, frostmourne) \rightarrow corrupted_by(arthas, frostmourne)$	$\forall E$ 1; $x := arthas$
5.	$corrupted_by(arthas, frostmourne)$	MP 2,4
6.	$corrupted_by(arthas, frostmourne) \rightarrow became(arthas, lich_figure)$	$\forall E$ 3; $x := arthas$
7.	$became(arthas, lich_figure)$	MP 5,6

Dedução B — Arthas é um traidor

Premissas:

- (1) $\forall x \forall y(killed(x, y) \wedge king(y) \rightarrow traitor(x))$
- (2) $killed(arthas, king_terenas)$
- (3) $king(king_terenas)$

Prova:

1. Pela (2) e (3): $killed(arthas, king_terenas) \wedge king(king_terenas)$

2. Pela (1), instanciando Arthas e Terenas: $killed(arthas, king_terenas) \wedge king(king_terenas) \rightarrow traitor(arthas)$
3. De (1) e (2) por Modus Ponens: $traitor(arthas)$

Conclusão: Arthas é um traidor.

Figura 2: Representação gráfica da Dedução B

Passo	Fórmula	Justificativa
1.	$\forall x \forall y (killed(x, y) \wedge king(y) \rightarrow traitor(x))$	Premissa (P1)
2.	$killed(arthas, king_terenas)$	Premissa (P2)
3.	$king(king_terenas)$	Premissa (P3)
4.	$killed(arthas, king_terenas) \wedge king(king_terenas)$	$\wedge I$ 2,3
5.	$(killed(arthas, king_terenas) \wedge king(king_terenas)) \rightarrow traitor(arthas)$	$\forall E$ 1; $x := arthas,$ $y := king_terenas$
6.	$traitor(arthas)$	MP 4,5

Figura 3: Captura de tela das consultas em Prolog - Parte 1

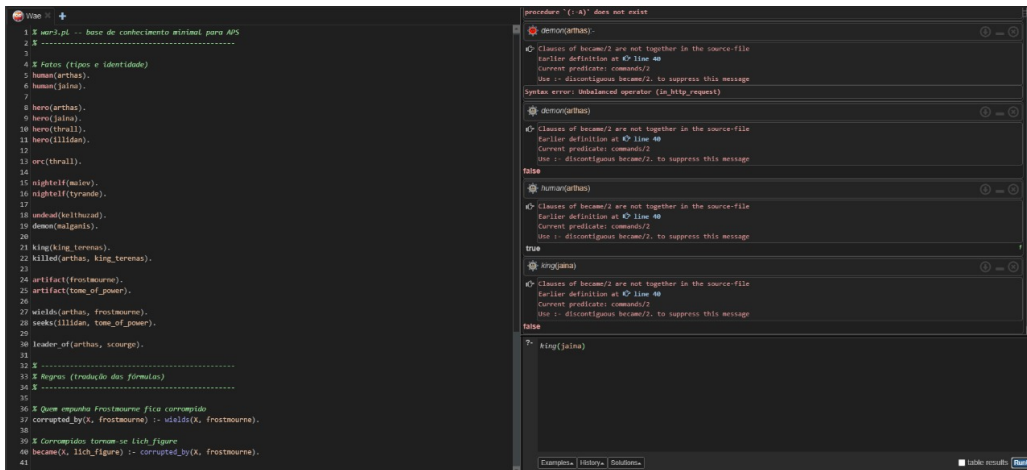


Figura 4: Captura de tela das consultas em Prolog - Parte 2

```

1 X war3.pl -- base de conhecimento minimal para APS
2 X
3
4 X fatos (tipos e identidade)
5 human(arturas).
6 human(jaina).
7
8 hero(arturas).
9 hero(jaina).
10 hero(thrall).
11 hero(illidan).
12
13 orc(thrall).
14
15 nightelf(malec).
16 nightelf(tyrande).
17
18 undead(kelthuzad).
19 demon(malganis).
20
21 king(king_terenas).
22 killed(arturas, king_terenas).
23
24 artifact(frostmaune).
25 artifact(tome_of_power).
26
27 wield(arturas, frostmaune).
28 seeks(illidan, tome_of_power).
29
30 leader_of(arturas, scourge).
31
32 X
33 X regras (tradução das fórmulas)
34 X
35
36 X Quem espanha frostmaune fica corrompido
37 corrupted_by(X, frostmaune) :- wield(X, frostmaune).
38
39 X Corrompidos tornam-se lich_figure
40 became(X, lich_figure) :- corrupted_by(X, frostmaune).
41
42 X Se mata um rei, é traidor
43
44
45 X Demônios não são heróis (negação por falha)
46 not_hero(X) :- demon(X).
47
48 X Liderança implica comando
49 commands(X, scourge) :- leader_of(X, scourge).
50
51 X Regra composta: se tornou lich_figure e lidera scourge -> tornou-se lich_king
52 became(X, lich_king) :- became(X, lich_figure), leader_of(X, scourge).

```

```

procedure '(A:B)' does not exist
- demon(arturas)
Classes of became/2 are not together in the source-file
Earlier definition at <? line 40
Current predicate: commands/2
Use :- discontiguous became/2, to suppress this message
procedure '(-A)' does not exist
- demon(arturas)
Classes of became/2 are not together in the source-file
Earlier definition at <? line 40
Current predicate: commands/2
Use :- discontiguous became/2, to suppress this message
Syntax error: Unbalanced operator (in http_request)
- demon(arturas)
Classes of became/2 are not together in the source-file
Earlier definition at <? line 40
Current predicate: commands/2
Use :- discontiguous became/2, to suppress this message
false
- human(arturas)
Classes of became/2 are not together in the source-file
Earlier definition at <? line 40
Current predicate: commands/2
Use :- discontiguous became/2, to suppress this message
true
7: human(arturas)

```

Figura 5: Captura de tela das consultas em Prolog - Parte 3

```

1 X
2 X
3 X
4 X
5 X
6 X
7 X
8 X
9 X
10 X
11 X
12 X
13 X
14 X
15 X
16 X
17 X
18 X
19 X
20 X
21 X
22 X
23 X
24 X
25 X
26 X
27 X
28 X
29 X
30 X
31 X
32 X
33 X
34 X
35 X
36 X
37 X
38 X
39 X
40 X
41 X
42 X
43 X
44 X
45 X
46 X
47 X
48 X
49 X
50 X
51 X
52 X
53 X
54 X
55 X
56 X
57 X
58 X
59 X
60 X
61 X
62 X
63 X
64 X
65 X
66 X
67 X
68 X
69 X
70 X
71 X
72 X
73 X
74 X
75 X
76 X
77 X
78 X
79 X
80 X
81 X
82 X
83 X
84 X
85 X
86 X
87 X
88 X
89 X
90 X
91 X
92 X
93 X
94 X
95 X
96 X
97 X
98 X
99 X
100 X

```

```

- demon(arturas)
Classes of became/2 are not together in the source-file
Earlier definition at <? line 40
Current predicate: commands/2
Use :- discontiguous became/2, to suppress this message
procedure '(A:B)' does not exist
- demon(arturas)
Classes of became/2 are not together in the source-file
Earlier definition at <? line 40
Current predicate: commands/2
Use :- discontiguous became/2, to suppress this message
procedure '(-A)' does not exist
- demon(arturas)
Classes of became/2 are not together in the source-file
Earlier definition at <? line 40
Current predicate: commands/2
Use :- discontiguous became/2, to suppress this message
Syntax error: Unbalanced operator (in http_request)
- demon(arturas)
Classes of became/2 are not together in the source-file
Earlier definition at <? line 40
Current predicate: commands/2
Use :- discontiguous became/2, to suppress this message
false
- demon(arturas)

```