

APS – Lógica e Matemática Discreta 2025.2

Professor: Fillipe Resina

Modelando um Mundo com Lógica de Primeira Ordem: Warcraft III e Expansões

Integrantes: Matheus Luciano Alves de Oliveira Silva
Yuri Henrique da Cunha Santos

1. Objetivo

Aplicar os conceitos de Lógica de Primeira Ordem para representar formalmente um cenário fictício, baseado na história de Warcraft III: Reign of Chaos e The Frozen Throne, utilizando predicados, quantificadores e regras de dedução natural. Em seguida, o modelo foi implementado em Prolog para teste de inferências automáticas.

2. Cenário: O Mundo de Warcraft III

O universo de Warcraft apresenta diversos agentes e entidades com relações complexas de poder, corrupção e alianças. Nesta modelagem, consideramos personagens principais: Arthas, Illidan, Thrall, Jaina, Sylvanas, Kel'Thuzad, Mal'Ganis, Archimonde, Lady Vashj e objetos relevantes: Frostmourne, Frozen Throne, Tome of Power.

A narrativa centra-se na corrupção de Arthas, a busca de poder de Illidan e o conflito entre raças (Humanos, Orcs, Elfos Noturnos, Mortos-Vivos e Demônios).

3. Predicados, Funções e Constantes

Predicados

- $\text{human}(x)$: x é humano.
- $\text{orc}(x)$: x é orc.
- $\text{nightelf}(x)$: x é elfo noturno.
- $\text{undead}(x)$: x é morto-vivo.
- $\text{demon}(x)$: x é demônio.
- $\text{hero}(x)$: x é herói.
- $\text{king}(x)$: x é rei.
- $\text{wields}(x,o)$: x empunha o objeto o.
- $\text{corrupted_by}(x,y)$: x foi corrompido por y.
- $\text{killed}(x,y)$: x matou y.

- $\text{seeks}(x, o)$: x busca o objeto o.
- $\text{commands}(x, y)$: x comanda y.
- $\text{ally}(x, y)$: x é aliado de y.
- $\text{leader_of}(x, f)$: x é líder da facção f.
- $\text{became}(x, t)$: x tornou-se t (mudança de papel).
- $\text{artifact}(o)$: o é artefato.

Constantes

arthas, illidan, thrall, jaina, sylvanas, kelthuzad, malganis, archimonde, frostmourne, frozenthrone, tome_of_power, king_terenas, scourge, nightelves, lich_king, lich_figure.

4. Fórmulas em Lógica de Primeira Ordem

1. $\text{human}(\text{arthas})$
2. $\text{hero}(\text{arthas})$
3. $\text{artifact}(\text{frostmourne})$
4. $\forall x(\text{wields}(x, \text{frostmourne}) \rightarrow \text{corrupted_by}(x, \text{frostmourne}))$
5. $\text{wields}(\text{arthas}, \text{frostmourne})$
6. $\forall x(\text{corrupted_by}(x, \text{frostmourne}) \rightarrow \text{became}(x, \text{lich_figure}))$
7. $\forall x \forall y(\text{killed}(x, y) \wedge \text{king}(y) \rightarrow \text{traitor}(x))$
8. $\text{king}(\text{king_terenas}), \text{killed}(\text{arthas}, \text{king_terenas})$
9. $\forall x(\text{demon}(x) \rightarrow \neg \text{hero}(x))$
10. $\exists x(\text{became}(x, \text{lich_king}) \wedge \text{commands}(x, \text{undead_faction}))$
11. $\text{seeks}(\text{illidan}, \text{tome_of_power})$
12. $\forall x(\text{seeks}(x, \text{tome_of_power}) \wedge \text{artifact}(\text{tome_of_power}) \rightarrow \neg \text{ally}(x, \text{nightelves}))$
13. $\text{undead}(\text{kelthuzad})$
14. $\text{leader_of}(\text{arthas}, \text{scourge}) \rightarrow \text{commands}(\text{arthas}, \text{scourge})$

5. Dedução Natural

Dedução A — Arthas torna-se uma figura Lich

Premissas:

- (1) $\forall x(wields(x, frostmourne) \rightarrow corrupted_by(x, frostmourne))$
- (2) $wields(arthas, frostmourne)$
- (3) $\forall x(corrupted_by(x, frostmourne) \rightarrow became(x, lich_figure))$

Prova:

1. Pela (1), instanciando para Arthas: $wields(arthas, frostmourne) \rightarrow corrupted_by(arthas, frostmourne)$
2. De (2) e (1) por Modus Ponens: $corrupted_by(arthas, frostmourne)$
3. Pela (3), instanciando para Arthas: $corrupted_by(arthas, frostmourne) \rightarrow became(arthas, lich_figure)$
4. De (2) e (3) por Modus Ponens: $became(arthas, lich_figure)$

Conclusão: Arthas tornou-se uma figura Lich.

Figura 1: Representação gráfica da Dedução A

Passo	Fórmula	Justificativa
1.	$\forall x(wields(x, frostmourne) \rightarrow corrupted_by(x, frostmourne))$	Premissa (P1)
2.	$wields(arthas, frostmourne)$	Premissa (P2)
3.	$\forall x(corrupted_by(x, frostmourne) \rightarrow became(x, lich_figure))$	Premissa (P3)
4.	$wields(arthas, frostmourne) \rightarrow corrupted_by(arthas, frostmourne)$	$\forall E$ 1; $x := arthas$
5.	$corrupted_by(arthas, frostmourne)$	MP 2,4
6.	$corrupted_by(arthas, frostmourne) \rightarrow became(arthas, lich_figure)$	$\forall E$ 3; $x := arthas$
7.	$became(arthas, lich_figure)$	MP 5,6

Dedução B — Arthas é um traidor

Premissas:

- (1) $\forall x \forall y(killed(x, y) \wedge king(y) \rightarrow traitor(x))$
- (2) $killed(arthas, king_terenas)$
- (3) $king(king_terenas)$

Prova:

1. Pela (2) e (3): $killed(arthas, king_terenas) \wedge king(king_terenas)$

2. Pela (1), instanciando Arthas e Terenas: $killed(arthas, king_terenas) \wedge king(king_terenas) \rightarrow traitor(arthas)$
3. De (1) e (2) por Modus Ponens: $traitor(arthas)$

Conclusão: Arthas é um traidor.

Figura 2: Representação gráfica da Dedução B

Passo	Fórmula	Justificativa
1.	$\forall x \forall y (killed(x, y) \wedge king(y) \rightarrow traitor(x))$	Premissa (P1)
2.	$killed(arthas, king_terenas)$	Premissa (P2)
3.	$king(king_terenas)$	Premissa (P3)
4.	$killed(arthas, king_terenas) \wedge king(king_terenas)$	$\wedge I$ 2,3
5.	$(killed(arthas, king_terenas) \wedge king(king_terenas)) \rightarrow traitor(arthas)$	$\forall E$ 1; $x := arthas,$ $y :=$ $king_terenas$
6.	$traitor(arthas)$	MP 4,5

Figura 3: Captura de tela das consultas em Prolog - Parte 1

```

Wae = +-----+
1 % wae.pl -- base de conhecimento minimal para AIPS
2 % -----
3 %
4 % Fatos (tipos e identidade)
5 human(arthas).
6 human(jaina).
7 %
8 here(arthas).
9 here(jaina).
10 here(thraill).
11 here(lilien).
12 orc(thraill).
13 %
14 nightelf(mieve).
15 nightelf(cryande).
16 %
17 undead(keithuaud).
18 demon(algani).
19 %
20 king(king_terenas).
21 killed(arthas, king_terenas).
22 %
23 artifact(frostmauve).
24 artifact(tome_of_power).
25 %
26 wield(arthas, frostmauve).
27 seeks(lilien, tome_of_power).
28 %
29 leader(arthas, scrunge).
30 %
31 %
32 %
33 % Agregado (resolução das fórmulas)
34 % -----
35 %
36 % Quem empurra Frostmauve fica corrompido
37 corrupted_by(X, frostmauve) :- wielding(X, frostmauve).
38 %
39 % Corrompidos tornam-se lich figure
40 became(X, lich_figure) :- corrupted_by(X, frostmauve).
41 %

procedure "(:-)" does not exist
demon(arthas).
Clauses of became/2 are not together in the source-file
earlier definition at #4 line 40
Current definition at #1 line 37
Use :- discontiguous became/2, to suppress this message
Syntax error: Unbalanced operator (in http.request)

human(arthas)
Clauses of became/2 are not together in the source-file
earlier definition at #4 line 40
Current predicates: commands/2
Use :- discontiguous became/2, to suppress this message
false
king(jaina)
Clauses of became/2 are not together in the source-file
earlier definition at #4 line 40
Current predicates: commands/2
Use :- discontiguous became/2, to suppress this message
false
?- king(jaina)

```

Figura 4: Captura de tela das consultas em Prolog - Parte 2

```

1 X war3.pl -- base de conhecimento minimal para APS
2 X -----
3
4 # Fatos (tipos e identidade)
5 human(arthas).
6 human(alma).
7
8 herc(arthas).
9 herc(jaina).
10 herc(thralil).
11 herc(lillien).
12
13 orc(hwall).
14
15 nightelf(malev).
16 nightelf(cryande).
17
18 undead(kelthuzad).
19 demon(malignis).
20
21 king(king_terenas).
22 killed(arthas, king_terenas).
23
24 artifact(frostmoure).
25 artifact(tome_of_power).
26
27 wield(arthas, frostmoure).
28 week(lillian, tome_of_power).
29
30 leader_of(arthas, scourge).
31
32 X -----
33 # Regras (tradução das fórmulas)
34 X -----
35
36 X Quando empunha Frostmoure fica corrompido
37 corrupted_by(X, frostmoure) :- wield(X, frostmoure).
38
39 X Corrompidos tornam-se lich_figure
40 became(X, lich_figure) :- corrupted_by(X, frostmoure).
41
42 X Se mata um rei, é traidor
43 traitor(X) :- killed(X, Y), king(Y).
44
45 X Dondeles não são heróis (negação por falha)
46 not_hero(X) :- demon(X).
47
48 X Liderança implica comando
49 commands(X, scourge) :- leader_of(X, scourge).
50
51 X Regra composta: se tornou lich_figure e lidera scourge > tornou-se lich_king
52 became(X, lich_king) :- became(X, lich_figure), leader_of(X, scourge).

```

procedure '(A;B)' does not exist
-> -demon(arthas)
Clases of became/2 are not together in the source-file
Earlier definition at #5 line 40
Current predicates commands/2
Use :- discontiguous became/2., to suppress this message
procedure '(-A)' does not exist
-> -demon(arthas)
Clases of became/2 are not together in the source-file
Earlier definition at #5 line 40
Current predicates commands/2
Use :- discontiguous became/2., to suppress this message
Syntax error: Unbalanced operator (in http://request)
demon(arthas)
Clases of became/2 are not together in the source-file
Earlier definition at #5 line 40
Current predicates commands/2
Use :- discontiguous became/2., to suppress this message
false
human(arthas)
Clases of became/2 are not together in the source-file
Earlier definition at #5 line 40
Current predicates commands/2
Use :- discontiguous became/2., to suppress this message
true
?- human(arthas)

Figura 5: Captura de tela das consultas em Prolog - Parte 3

```

1 X war3.pl
2 X -----
3
4 # Fatos (tipos e identidade)
5 human(arthas).
6 human(alma).
7
8 herc(arthas).
9 herc(jaina).
10 herc(thralil).
11 herc(lillien).
12
13 orc(hwall).
14
15 nightelf(malev).
16 nightelf(cryande).
17
18 undead(kelthuzad).
19 demon(malignis).
20
21 king(king_terenas).
22 killed(arthas, king_terenas).
23
24 artifact(frostmoure).
25 artifact(tome_of_power).
26
27 wield(arthas, frostmoure).
28 week(lillian, tome_of_power).
29
30 leader_of(arthas, scourge).
31
32 X -----
33 # Regras (tradução das fórmulas)
34 X -----
35
36 X Quando empunha Frostmoure fica corrompido
37 corrupted_by(X, frostmoure) :- wield(X, frostmoure).
38
39 X Corrompidos tornam-se lich_figure
40 became(X, lich_figure) :- corrupted_by(X, frostmoure).
41
42 X Se mata um rei, é traidor
43 traitor(X) :- killed(X, Y), king(Y).
44
45 X Dondeles não são heróis (negação por falha)
46 not_hero(X) :- demon(X).
47
48 X Liderança implica comando
49 commands(X, scourge) :- leader_of(X, scourge).
50
51 X Regra composta: se tornou lich_figure e lidera scourge > tornou-se lich_king
52 became(X, lich_king) :- became(X, lich_figure), leader_of(X, scourge).

```

procedure '(A;B)' does not exist
-> -demon(arthas)
Clases de became/2 no están juntas en el archivo fuente
Definición anterior en #5 línea 40
Predicados actuales commands/2
Usar :- discontiguo became/2., para suprimir este mensaje
procedimiento '(-A)' no existe
-> -demon(arthas)
Clases de became/2 no están juntas en el archivo fuente
Definición anterior en #5 línea 40
Predicados actuales commands/2
Usar :- discontiguo became/2., para suprimir este mensaje
Syntax error: Operador desbalanceado (en http://request)
demon(arthas)
Clases de became/2 no están juntas en el archivo fuente
Definición anterior en #5 línea 40
Predicados actuales commands/2
Usar :- discontiguo became/2., para suprimir este mensaje
false
human(arthas)
Clases de became/2 no están juntas en el archivo fuente
Definición anterior en #5 línea 40
Predicados actuales commands/2
Usar :- discontiguo became/2., para suprimir este mensaje
true
?- human(arthas)