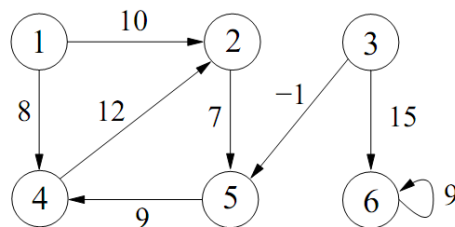


# Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2024

## Ejercitación sobre Grafos

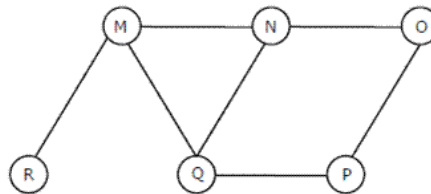
- 1) a) Aplicando el recorrido DFS al grafo dirigido de la Figura 4, cuáles son los vértices alcanzables desde el vértice 1 y en qué orden.  
 b) Aplicando el recorrido BFS al grafo dirigido de la Figura 4, cuáles son los vértices alcanzables desde el vértice 1 y en qué orden.



**Respuestas:** a) Desde el vértice 1, los vértices alcanzables son 1, 2, 5 y 4 (ordenados con el recorrido DFS, numerándolos en pre-orden).

b) Desde el vértice 1, los vértices alcanzables son 1, 2, 4 y 5 (ordenados con el recorrido BFS, numerándolos en pre-orden).

- 2) ¿Cuál de los siguientes es un recorrido BFS válido para el grafo de la figura?



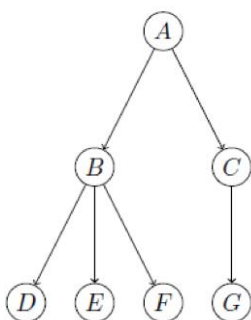
(a) MNOPQR

(b) NQMPOR

**(c) QMNPOR**

(d) QMNPOR

- 3) El siguiente árbol, es el árbol que deriva de un recorrido BFS de un grafo dirigido G, ¿cuál de las siguientes aristas no puede estar en G?



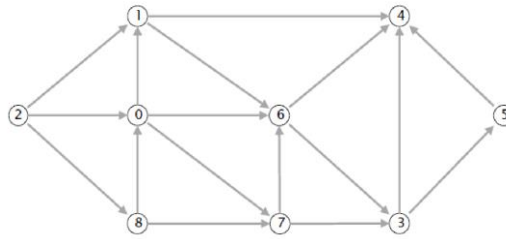
i) (F, C)

ii) (D, A)

iii) (A, E)

iv) (G, E)

4) Se aplicó el recorrido DFS sobre el grafo dirigido de la siguiente figura, comenzando en el vértice 2. Asuma que las listas de adyacencias están ordenadas de menor a mayor.



¿Cuál de las siguientes opciones corresponde al listado postorden de los vértices del grafo?

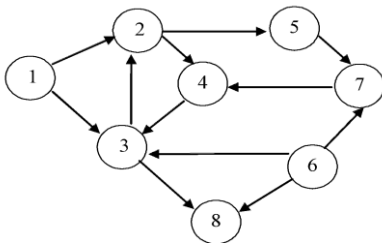
(a) 2 0 6 4 3 5 7 1 8

(b) 4 5 3 6 7 0 1 8 2

(c) 4 5 3 6 1 7 0 8 2

(d) 2 0 1 8 6 7 4 3 5

5) Dado el siguiente grafo dirigido, en el siguiente bosque abarcador del DFS realizado a partir del vértice (1): 1, 2, 4, 3, 8, 5, 7, 6, habrá ...



(a) 1 arco de cruce,

(b) 2 arcos de cruce,

(c) más de 2 arcos de cruce

(d) Ninguna de las opciones

6) Dado el grafo de la Figura 5, indicar cuál de las siguientes posibilidades es una ordenación topológica válida.

i) e, g, d, f, b, a, c

ii) e, g, f, b, a, c, d

iii) Existe más de una posible ordenación topológica válida.

iv) Ninguna de las otras respuestas es correcta.

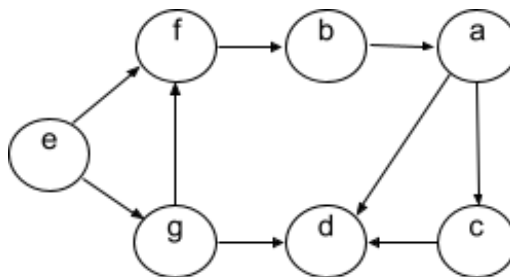


Figura 5

7) Dado el grafo de la Figura 6, indicar cuál de las siguientes posibilidades es una ordenación topológica válida.

v) e, h, g, d, f, b, a, c

vi) e, g, f, b, a, c, d, h

vii) Existe más de una posible ordenación topológica válida.

viii) Ninguna de las otras respuestas es correcta.

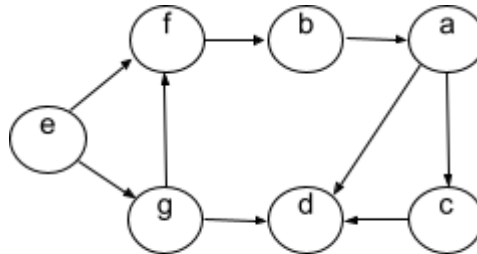
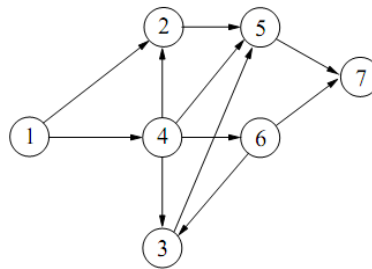


Figura 6

8) Aplique las versiones de ordenación topológicas vistas en clase. 1 (usando arreglo), 2 (usando Cola o Pila) y 3 (usando DFS) del algoritmo que permite obtener la ordenación topológica del DAG de la Figura 7.



Respuesta:

8) usando arreglo:

V	0	0	0	0	0	0	0
	1	2	3	4	5	6	7

V1 V4 V2 V6 V3 V5 V7

usando DFS:

V1 V4 V6 V3 V2 V5 V7

V1
V4
V6
V3
V2
V5
V7

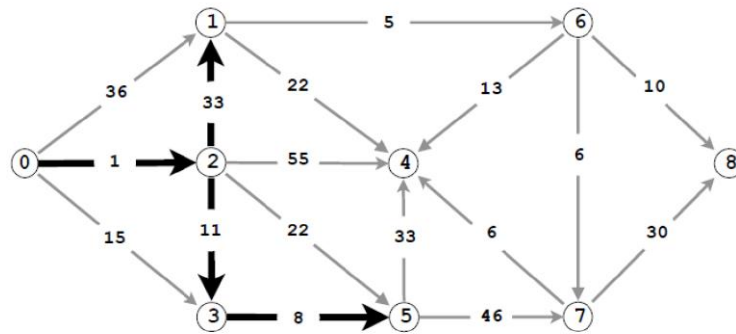
Usando Pila:

0	0	0	0	0	0	0
1	2	3	4	5	6	7

V1 V4 V6 V3 V2 V5 V7

V7
V5
V6
V4
V3
V2
V1

9) Se ejecuta el algoritmo de Dijkstra sobre el siguiente dígrafo pesado.



a) La siguiente tabla contiene los valores luego de haberse procesado los vértices: 0, 2, 3, 5 y 1. Continúe la ejecución del algoritmo completando la tabla con los valores correspondientes.

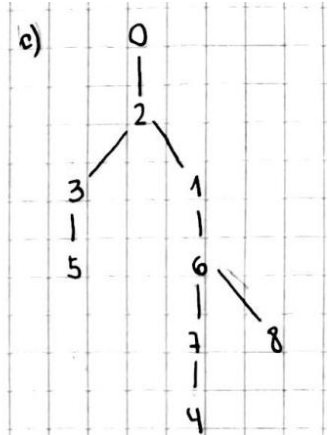
b) Complete la secuencia de vértices según el orden en el que el algoritmo de Dijkstra los toma (es decir, los considera "visitados"). Recuerde que la ejecución del algoritmo comenzó por el vértice "0".

0 - 2 - 3 - 5 - 1 - 6 - 7 - 8 - 4

c) Dibuje sobre el grafo, los arcos (con trazo más grueso) del árbol abarcador resultante.

9) a)

Orden	Vértices	Distancia (0,v)	Vért. Previo	Visitado
1°	0	0	-	1
5°	1	<del>36</del> 34	<del>0</del> 2	1
2°	2	<del>0</del> 1	0	1
3°	3	<del>15</del> 12	<del>0</del> 2	1
9°	4	<del>55</del> 53 52 51	<del>2</del> 5 6 7	<del>0</del> 1
4°	5	<del>22</del> 20	<del>0</del> 2 3	1
6°	6	<del>39</del>	1	<del>0</del> 1
7°	7	<del>46</del> 45	5 6	<del>0</del> 1
8°	8	<del>49</del>	6	<del>0</del> 1



d) Recupere los vértices que componen los caminos de costo mínimo obtenidos con el algoritmo de Dijkstra, para los siguientes pares:

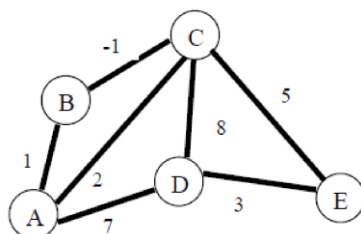
(0,5): 0 - 2 - 3 - 5

(0,7): 0 - 1 - 6 - 7

10) Dado el grafo pesado de la figura.

a.- ¿El algoritmo de Dijkstra funciona correctamente en este caso en particular, tomando como vértice origen a A?

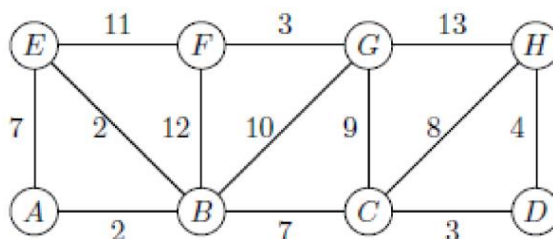
b.- Si la respuesta es afirmativa, aplíquelo. Si la respuesta es negativa fundamente por qué no funciona el algoritmo.



El algoritmo si funciona correctamente en este caso particular.

Orden	Vértices	Distancia (A, v)	Vértice Previo	Visitado
1°	A	0	-	1
2°	B	$\infty$ 1	$\emptyset$ A	$\emptyset$ 1
3°	C	$\infty$ 2 0	$\emptyset$ A B	$\emptyset$ 1
4°	D	$\infty$ 7	$\emptyset$ A	$\emptyset$ 1
5°	E	$\infty$ 5	$\emptyset$ C	$\emptyset$ 1

12) Ejecute el algoritmo de Prim en el siguiente grafo, partiendo del vértice A. ¿Cuál es la suma de los pesos de la primera, tercera y quinta arista seleccionadas según el algoritmo?



(a) 9

(b) 10

(c) 11

(d) 12

(e) 13

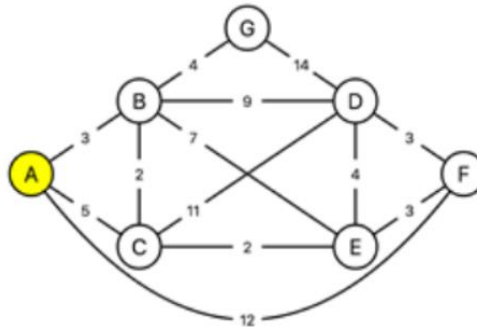
V	Costo	W	Conocido
A	0	0	1
B	$\infty$ 2	$\emptyset$ A	$\emptyset$ 1
C	$\infty$ 7	$\emptyset$ B	$\emptyset$ 1
D	$\infty$ 3	$\emptyset$ C	$\emptyset$ 1
E	$\infty$ 7 2	$\emptyset$ A B	$\emptyset$ 1
F	$\infty$ 12 11 3	$\emptyset$ B E G	$\emptyset$ 1
G	$\infty$ 10 9	$\emptyset$ B C	$\emptyset$ 1
H	$\infty$ 8 4	$\emptyset$ C D	$\emptyset$ 1

13) Obtener el árbol de expansión mínima utilizando el algoritmo de PRIM en el siguiente grafo comenzando del vértice A.

a.- Dibuje cómo evoluciona la construcción del árbol en cada paso.

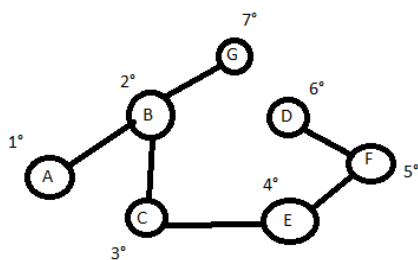
b.- Muestre la ejecución del algoritmo en la tabla que aparece más abajo.

c.- Expresar el orden de ejecución del algoritmo (en cuanto a su eficiencia). Justifique su respuesta.



Respuestas: a)

Iteración en que se toma Arista (v, w)	Vértice "v"	Costo (v, w)	Vértice "w"	Visitado
1°	A	0	-	0 1
2°	B	$\infty$ 3	A	0 1
3°	C	$\infty$ 5 2	A B	0 1
6°	D	$\infty$ 9 4 3	B E F	0 1
4°	E	$\infty$ 7 2	B C	0 1
5°	F	$\infty$ 12 3	A E	0 1
7°	G	$\infty$ 4	B	0 1



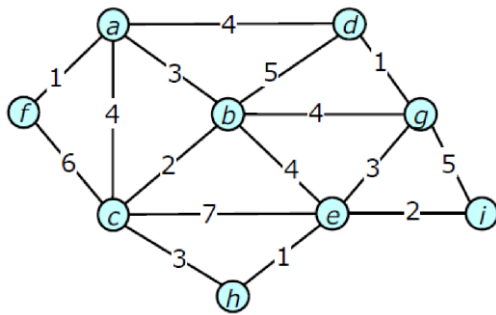
b)

c) Si se implementa con una tabla secuencial: el costo total del algoritmo es  $O(|V|^2)$ .

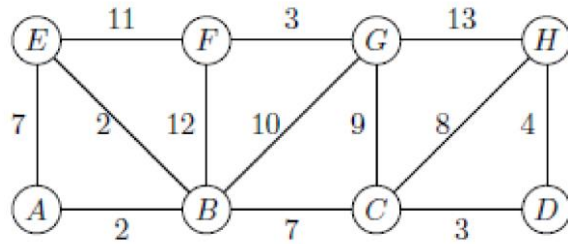
Si se implementa con heap: el costo total del algoritmo es  $O(|E| \log |V|)$ .

14) Obtener el árbol de expansión mínima utilizando el algoritmo de Kruskal en los siguientes grafos, dibujando cómo evoluciona la construcción del árbol en cada paso.

Expresar el orden de ejecución del algoritmo (en cuanto a su eficiencia). Justifique su respuesta.



Grafo 1



Grafo 2

a) Complete la secuencia de arcos del árbol abarcador mínimo, según el orden en que el algoritmo los incluye en el árbol

Grafo 1: expresado en las imágenes.

Grafo 2: expresado en las imágenes.

b) ¿Cuál es el costo del árbol abarcador resultante?

Grafo 1: 16.

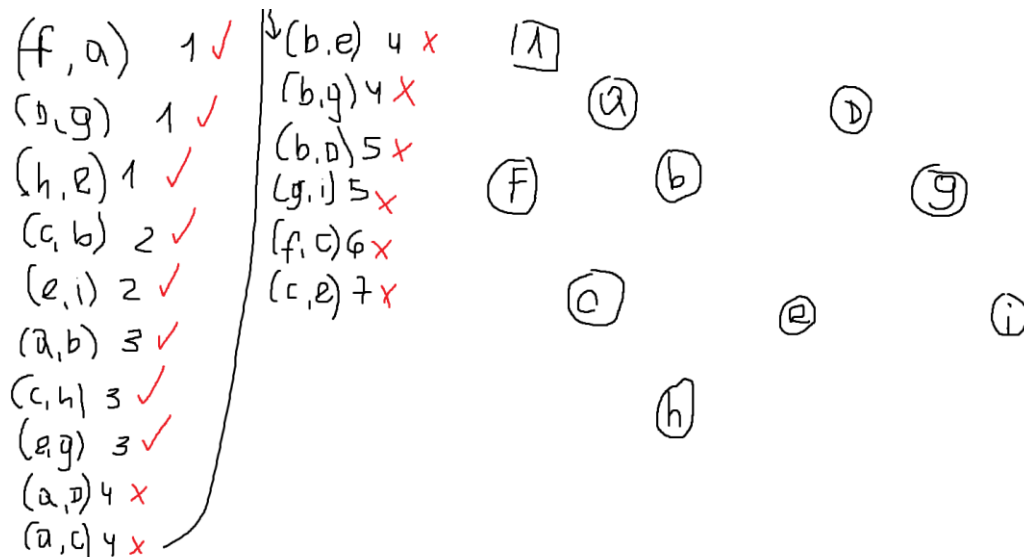
Grafo 2: 30.

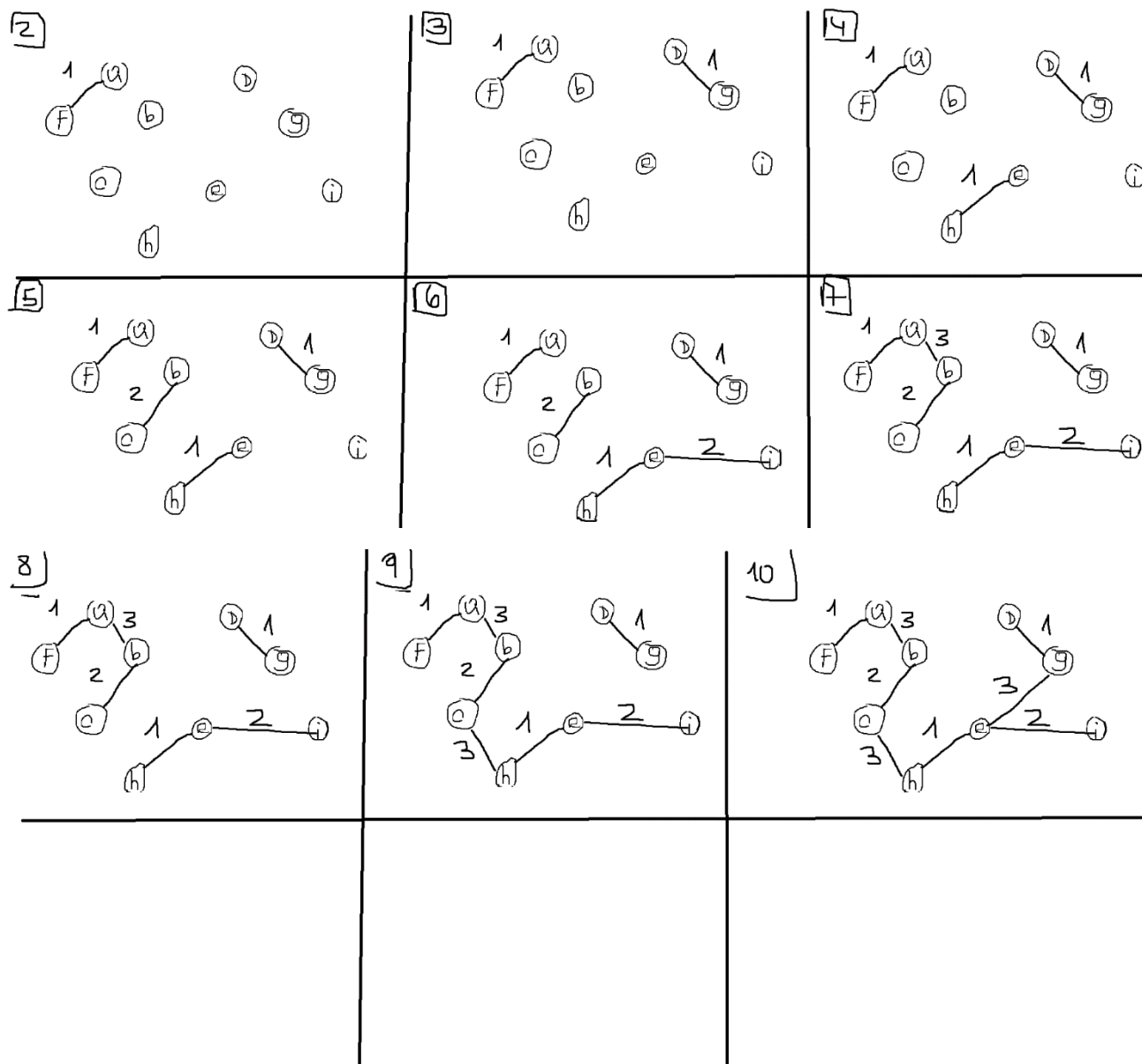
c) ¿Cuántos arcos fueron descartados durante el desarrollo del algoritmo hasta encontrar el árbol abarcador resultante?

Grafo 1: 8.

Grafo 2: 6.

Grafo 1:

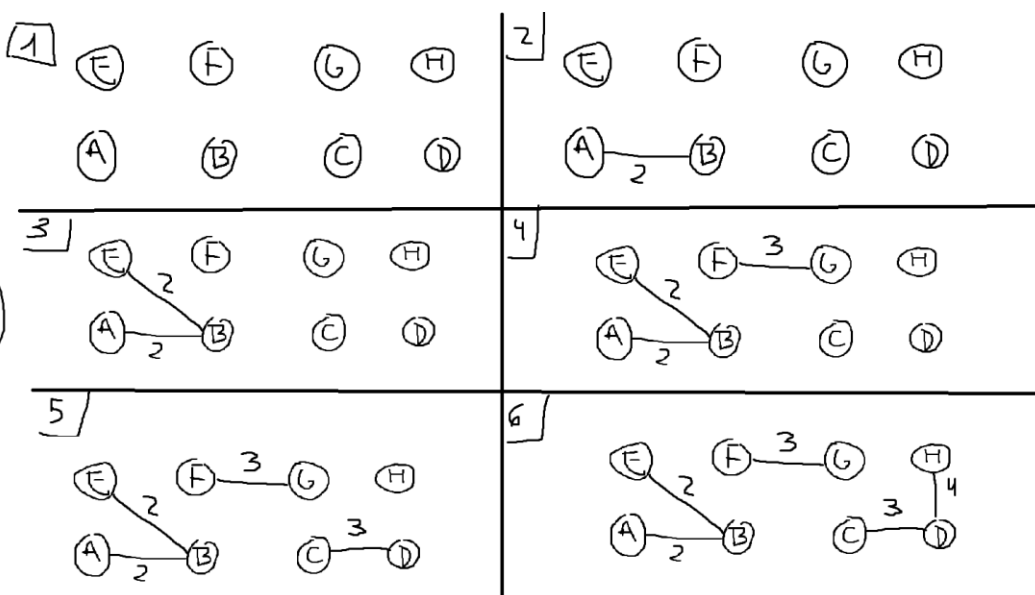




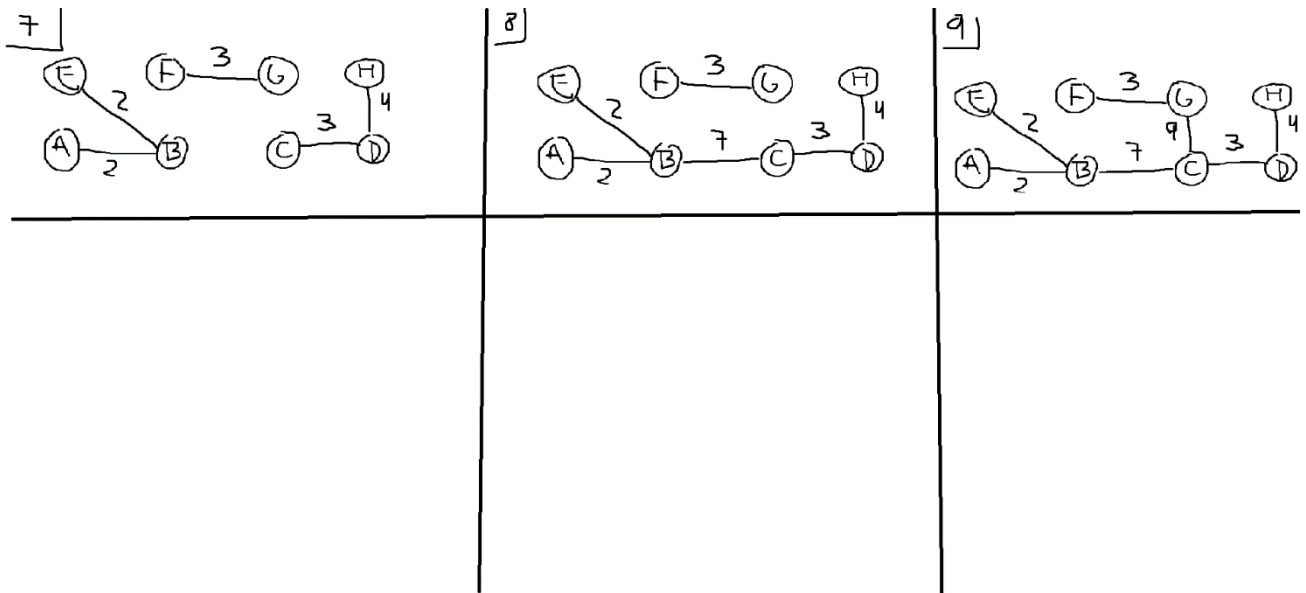
Grafo 2:

Grafo 2

- (A,B) 2 ✓
- (E,B) 2 ✓
- (F,G) 3 ✓
- (C,D) 3 ✓
- (H,D) 4 ✓
- (A,E) 7 ✗
- (B,C) 7 ✓
- (C,H) 8 ✗
- (C,G) 9 ✓
- (B,G) 10 ✗
- (E,F) 11 ✗
- (B,F) 12 ✗
- (G,H) 13 ✗







El tamaño de la heap es  $|E|$ , y extraer cada arista lleva  $O(\log |E|)$ . El tiempo de ejecución es  $O(|E| \log |E|)$ . Dado que  $|E| \leq |V|^2$ ,  $\log |E| \leq 2 \log |V|$ , el costo total del algoritmo es  $O(|E| \log |V|)$ .