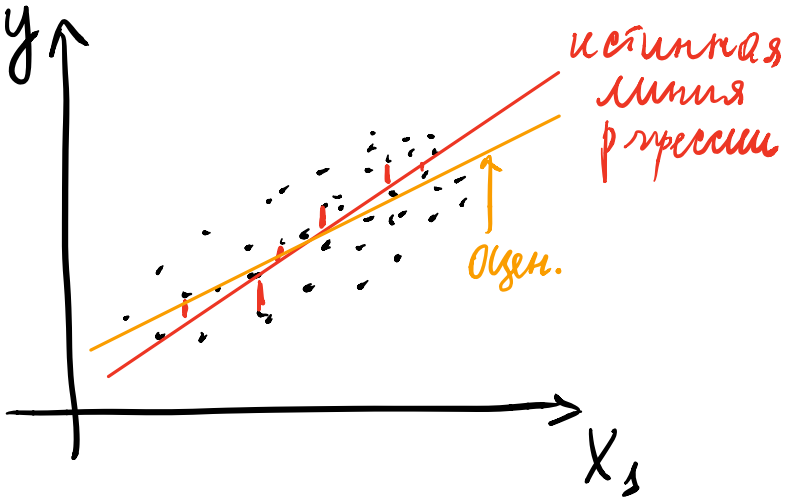
$$y_i = \underbrace{w_0 + w_1 x_{1i} + w_2 x_{2i} + \ldots +}_{} + \underbrace{w_k x_{ki}}_{} + \underbrace{\varepsilon_i}_{\text{случ. ош.}}$$



$$\hat{y}_i = \hat{w}_0 + \hat{w}_1 x_{1i} + \ldots + \hat{w}_k x_{ki}$$

оценки коэф-в

оценка линии регрессии

$$\mathcal{L}(y, \hat{y}) \to \min_{\hat{w}}$$

	Loss	Метрики
МНК	MSE	MSE
Медиан. регр.	MAE	MAE
		R^2

$y_i = w_0 + w_1 x_1 + \varepsilon_i$

парная регрессия

$y_i = w_0 + w_1 x_1 + \dots + w_k x_k + \varepsilon_i$

множ. регрессия

$$\hat{w}_1 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\hat{cov}(x, y)}{\hat{var}(x)}$$

$$y = \underset{n\times 1}{X} \underset{(k+1)\times 1}{w} + \underset{n\times 1}{\varepsilon}$$

$n \times 1$; $n \times (k+1)$

$$\hat{y} = X\hat{w}$$

МНК: $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 \to \min_{\hat{w}}$

1) Мат. анализ: $' \Rightarrow = 0$

2) Матрич. дифф.

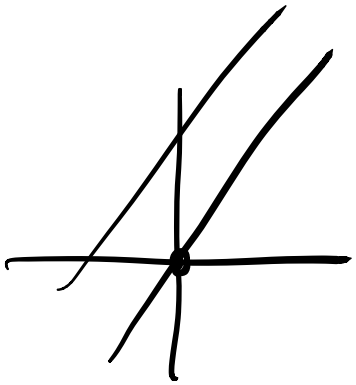
3) Геометрический

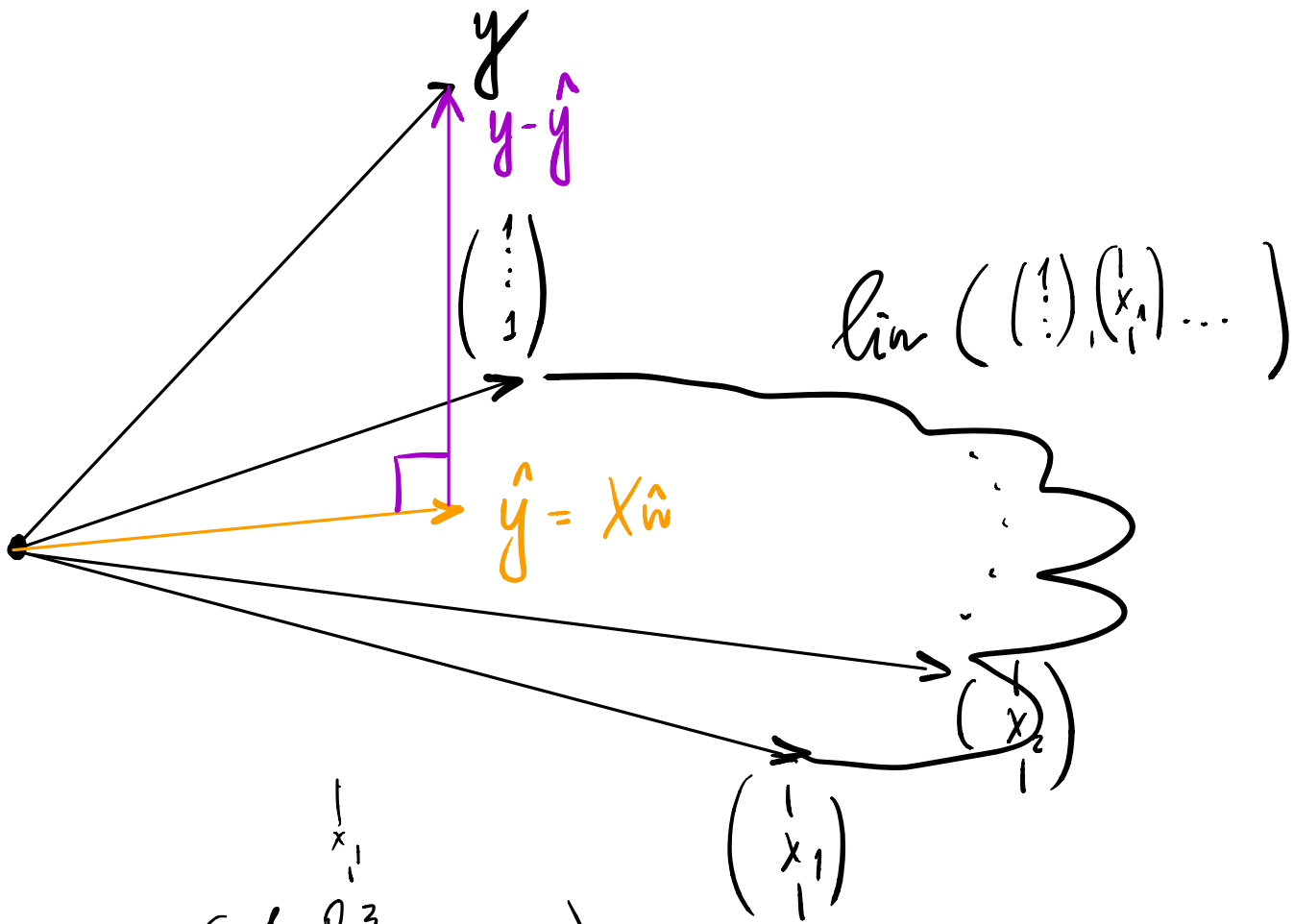
$y = Xw + \varepsilon$

$L = \|y - X\hat{w}\|_2^2$ (mse) $y - \hat{y}$

$\hat{y} = X\hat{w}$ при пом. МНК

$= \hat{w}_0 \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} + \hat{w}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ x_1 \\ 1 \end{pmatrix} + \dots$





$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0.3 & \\ \vdots & 0.1 & \\ \vdots & 0.2 & \dots \\ 1 & \vdots & \end{pmatrix}$$

$\hat{w}$: $y - \hat{y} \perp X_j \quad \forall j$

$\langle y - \hat{y}, X_j \rangle \overset{x_j}{=} 0$

$$X_j^T (y - \hat{y}) \overset{\forall j}{=} 0$$

$$\Updownarrow$$

$$X^T (y - \hat{y}) = 0$$

$$X^T (y - X\hat{w}) = 0$$

$$X^T y - X^T X \hat{w} = 0$$

$$X^T X \hat{w} = X^T y$$

$$\hat{w} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

$$y_i = w_0 + w_1 x_{1i} + \dots + w_k x_{ki} + \varepsilon_i$$

По чему линейна?

$$y_i = \underline{w_0} + \underline{w_1} x_{1i} + \underline{w_2} x_{1i}^2 + \underline{w_3} \underset{\text{лин.}}{\ln} x_{1i} + \varepsilon_i$$

$y_i = w_0 + \underline{w_1^2} x_{1i} + w_2 x_{2i} + \varepsilon_i$ не лин.

Преобраз. данных

вещ.

- интерпр. оставить как есть — стат.
- предсказ. масштаб. — М/О

категор.

OHE

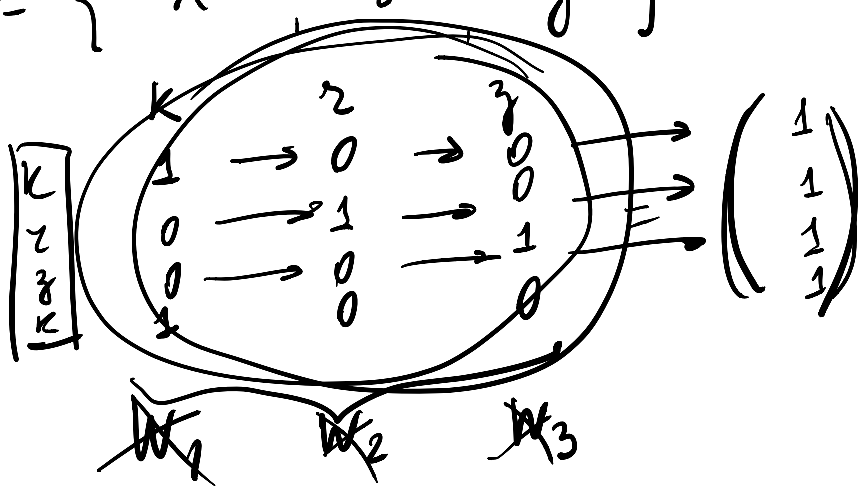
dummy trap

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$

$+$

$(X^T X)$

цвет = {"к", "г", "з"}



$$\hat{w} = \underbrace{(X^T X)^{-1}} X^T y$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & & 1 & 0 \\ \vdots & \cdots & \vdots & 1 \\ 1 & & 1 & \vdots \\ & & & 1 \\ & & & \vdots \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$