Семинар 12

21 декабря - экз
15 декабря - квиз

В этот день:
перепис. 1 ✝ квиз → max 8

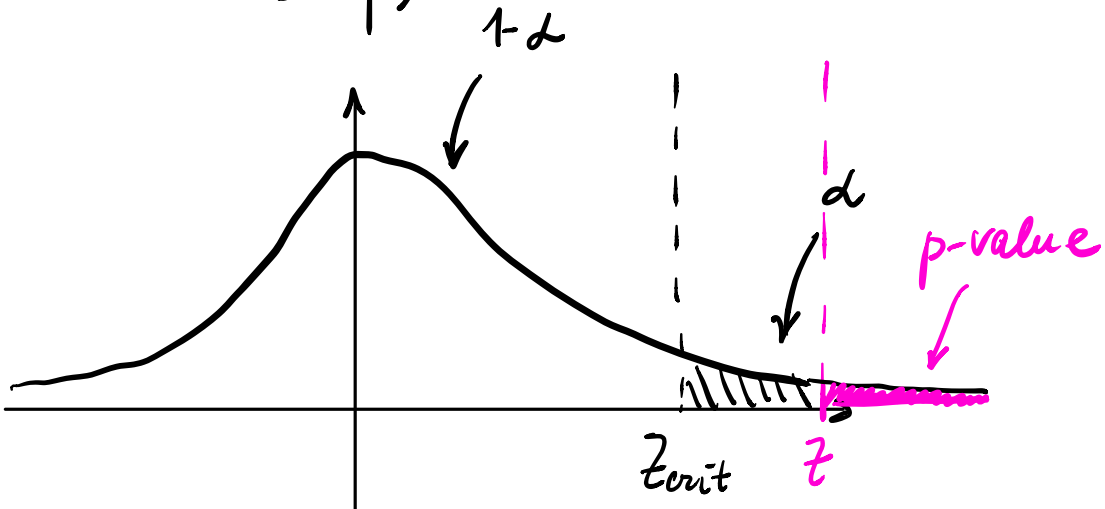
p-value — min уровень знач-и, при кот. H_0 не отвергн.

Пример

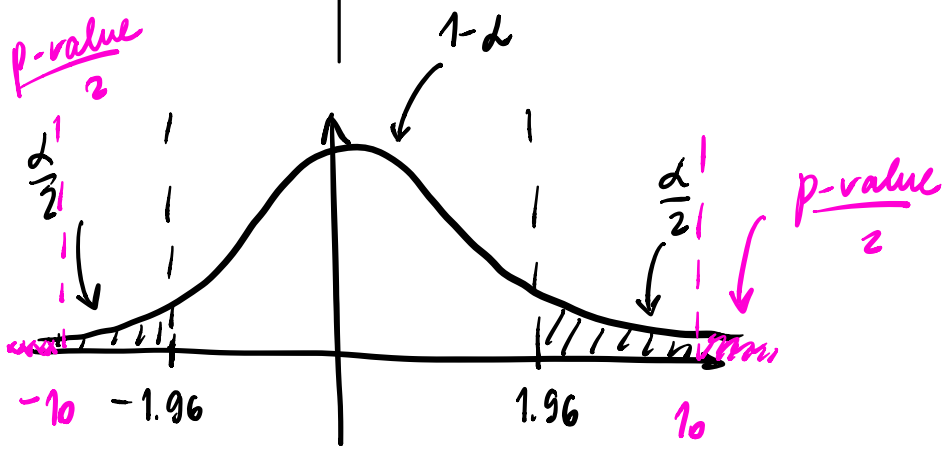
$$\begin{cases} H_0: \beta = 4 \\ H_1: \beta > 4 \end{cases}$$

$\alpha = 0.05$
n - велико

$$Z = \frac{\hat{\beta} - 4}{se(\hat{\beta})} \overset{H_0}{\sim} N(0,1) \overset{\text{пусть}}{=} 10$$



$$\begin{cases} H_0: \beta = 4 \\ H_1: \beta \neq 4 \end{cases}$$



! p-value $< \alpha \Rightarrow$ H_0 отверг.

Задач с гр. стороной:

0.01 — p-value $< 0.01 \Rightarrow H_0$ отверг. на $\forall$ разум. ур-е знач.

0.05

0.1 — $0.01 <$ p-value $< 0.05 \Rightarrow H_0$ не отв. на ур-е знач. 0.01

...

p-value $> 0.1 \Rightarrow H_0$ не отверг. на $\forall$ раз. ур. знач.

Multiple Testing

Тестируем m гипотез, каждую на ур. знач-и α.

P (ош. I рода)$_i = \alpha$

↑ H_0 верна, но отверг.

P(Хотя бы одну ош. I рода) =

$= P$(хотя бы одну H_0 отвергли неверно) =

$\Rightarrow \dfrac{1-(1-\alpha)^m}{\alpha = 0.05,\ m = 5} \simeq 0.226$

Multiple Testing Problem

① Метод Бонферрони.

H_{0i} vs H_{1i}, $i = 1 \dots m \simeq i = \overline{1,m}$

$p_1 \dots p_m$ – p-value для соотв. тестов

H_{0i} отверг. $\Leftrightarrow p_i < \frac{\alpha}{m}$.

T. $\mathbb{P}\{$ Хотя бы одна ош. I рода $\} \le \alpha$.

$R - \{$ хотя бы одна ош. I рода $\}$

$R_i - \{$ ошиб. I рода для гипотезы $i\}$

$$\mathbb{P}\{R\} = \mathbb{P}\left\{\bigcup_{i=1}^{m} R_i\right\} \le \sum_{i=1}^{m} \mathbb{P}\{R_i\} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha}{m} =$$

$$= \frac{\alpha \cdot m}{m} = \alpha$$

② Бенджамини – Хохберга.

$p_1 \dots p_m$ – p-value

1. $p_{(1)} \leq \dots \leq p_{(m)}$ — упор. p-value по возр.

2. $C_m = \begin{cases} 1, & p_i \perp\!\!\!\perp p_j \\ \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{1}{i}\right), & \text{иначе} \end{cases}$

3. $l_i = \frac{i \cdot \alpha}{C_m \cdot m}$ $\quad \underline{R} = \max\{i : p_{(i)} < l_i\}$

4. $T = p_{(R)}$ — rejection threshold

5. H_{0i} отверг., если $p_i \leq T$

Пример

$\alpha = 0.05$

$H_0: \gamma_i = \gamma_{plac}$ (вер-ь болезн. при исп. лек. i; вер. — " — plac)

$\frac{0.05}{5} = 0.01$

В тесте на рав-о долей получ-ь:

	p-value	Z-тест	Бонферр-и	БХ
Л1 vs plac	0.02	отверг.	не отв.	отв.
Л2 vs plac	0.000	отверг.	отв.	отв.
Л3 vs plac	0.4	не отв.	не отв.	не отв.
Л4 vs plac	0.001	отв.	отв.	отв.
Л5 vs plac	1.0	не отв.	не отв.	не отв.

√ √ √ ✗

(2i) 0, 0.001, 0.02, 0.4, 1.

l_i $\frac{0.05}{5}$ $\frac{2 \cdot 0.05}{5}$ $\frac{3 \cdot 0.05}{5}$ $\frac{4 \cdot 0.05}{5}$ $\frac{5 \cdot 0.05}{5}$

= = = = =

0.01 0.02 0.03 0.04 0.05

$i = 3 \longrightarrow \boxed{T = 0.02}$