

Задачи для подготовки к квизу #2

19 декабря 2020 г.

Задача 1.

Найдите дивергенцию Кульбака-Лейблера

- а) из биномиального $\text{Bin}(n = 1, p = 1/10)$ в $\text{Bern}(p = 1/3)$.
- б) Из $\exp(8)$ в $\exp(9)$.
- с) Из $\mathcal{N}(0, 1)$ в $\mathcal{U}[0, 1]$.

Задача 2.

Пусть X_1, \dots, X_n – выборка независимых случайных величин, каждая из которых принадлежит к одному из двух кластеров. В k -ом кластере наблюдения распределены с функцией вероятности или функцией плотности $p_k(x|\theta_k)$, где θ_k – вектор неизвестных параметров. Пусть вероятность того, что наблюдение принадлежит первому кластеру, равна γ .

Обозначим за θ вектор, в который последовательно собраны неизвестные параметры для каждого из кластеров, а также γ :

$$\theta := (-\theta_1 - \quad -\theta_2 - \quad \gamma)$$

Введите подходящие латентные переменные и выведите формулы для шагов ЕМ-алгоритма, если

$$p_k = \begin{cases} \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, & x > 0, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$