1. Экзамен 21 декабря в 13:00 (до 16:00)
2. 15 декабря – квиз
3. 1 дек – дедлайн д/з 2.
4. 3 дек – д/з 3 $\oplus$ бонус. д/з
5. До 6 дек – объявим дату, когда:

переписать? (решим)

- написать 1 любой квиз, пропущ. по $\forall$ причине
- написать неограниченное число квизов, пропущенных по уважит. причине
- написать к/р, пропущ. по уважит. причине

№ 1 $y = X\beta + u$

a) $\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \hat{\beta} = \operatorname*{plim}_{n\to\infty} (X^T X)^{-1} X^T y =$

$= \operatorname*{plim}_{n\to\infty} (X^T X)^{-1} X^T (X\beta + u) = \beta \oplus$

$\oplus \operatorname*{plim}_{n\to\infty} \left(\frac{X^T X}{n}\right)^{-1} \frac{X^T u}{n} = \beta + \operatorname*{plim}_{n\to\infty} \left(\frac{X^T X}{n}\right)^{-1} \cdot$

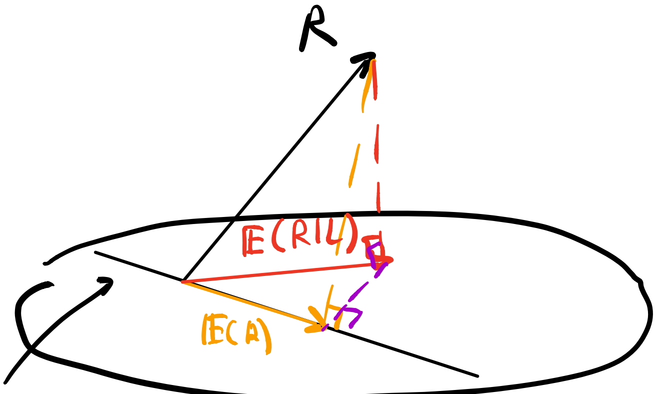
$\cdot \underbrace{\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \frac{X^T u}{n}}_{} = \beta$

$\to \mathbb{E}(X^T u) = 0$
(по ЗБЧ)

$$\underline{\mathbb{E}(u_i \mid X) = 0} \Rightarrow \begin{cases} \mathbb{E}(u_i) = 0 \\ \mathbb{E}(u_i x_i) = 0 \\ \operatorname{cov}(u_i, x_i) = 0 \end{cases}$$

$$\underline{\mathbb{E}(\mathbb{E}(R \mid L)) = \mathbb{E}(R)}$$

tower property



1) $\mathbb{E}(u_i \mid X) = 0$

$$\underbrace{\mathbb{E}(\mathbb{E}(u_i \mid X))}_{\mathbb{E}(u_i)} = \mathbb{E}(0)$$

$$\mathbb{E}(u_i) = 0$$

2) $\mathbb{E}(u_i x_i) = \mathbb{E}(\mathbb{E}(u_i x_i \mid X)) =$

$$= \mathbb{E}(x_i \underbrace{\mathbb{E}(u_i \mid X)}_{=0}) = 0$$

3) $\operatorname{cov}(u_i, x_i) = \underset{0}{\mathbb{E}(u_i x_i)} - \underset{0}{\mathbb{E}(u_i)}\mathbb{E}(x_i) = 0$

№2 Эндогенность: $\mathbb{E}(u_i \mid X) \neq 0$

$\operatorname{cov}(x_i^j, u_i) \neq 0$

Причины эндогенности:

а) пропущ. перем.

б) ошибки измерения

...

а) $y_i = \underbrace{\beta x_i + u_i}$ $\quad \underbrace{\mathbb{E}(u_i \mid X) \neq 0}$ $\quad \hat{y}_i = \hat{\beta} x_i$

$$\operatorname{plim}_{n\to\infty} \hat\beta = \operatorname{plim}_{n\to\infty} \frac{\sum_i x_i y_i}{\sum_i x_i^2} = \operatorname{plim}_{n\to\infty} \frac{\sum_i x_i(\beta x_i + u_i)}{\sum_i x_i^2} =$$

$$\hat\beta = \frac{\sum_i x_i y_i}{\sum_i x_i^2}$$

$$= \beta + \operatorname{plim}_{n\to\infty} \frac{\sum_i x_i u_i / n}{\sum_i x_i^2 / n} =$$

$$\operatorname{scov}(x,y) = \frac{\sum_i (x_i-\bar x)(y_i-\bar y)}{n-1}$$

$$= \beta + \frac{\overset{\mathbb{E}(x_1 u_1)}{\cancel{\operatorname{cov}(x_1, u_1)}}}{\underbrace{\cancel{\operatorname{Var}(x_1)}}_{\mathbb{E}(x_1^2)}} \neq 0$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$$

$$-\quad \bar y = \beta_0 + \beta_1 \bar x + \bar u$$

$$\underbrace{(y_i - \bar y)}_{y^*} = \beta_1 \underbrace{(x_i - \bar x)}_{x^*} + \underbrace{(u_i - \bar u)}_{u^*}$$

$$y^* = \beta_1 x^* + u^*$$

$$\operatorname{scov}(x^*, u^*) = \frac{\sum_i x^* u^*}{n-1}$$

b) Пропущ. переменные

$$y_i = \beta x_i + \underbrace{\gamma z_i} + u_i$$

$$\underbrace{\hat y_i = \hat\beta x_i} \qquad [y_i = \beta x_i + \varepsilon_i]$$

$$\operatorname{plim}_{n\to\infty} \hat\beta = \operatorname{plim}_{n\to\infty} \frac{\sum_i x_i y_i}{\sum_i x_i^2} = \operatorname{plim}_{n\to\infty} \frac{\sum_i x_i(\beta x_i + \gamma z_i + u_i)}{\sum_i x_i^2} =$$

$$= \beta + \operatorname{plim}_{n\to\infty} \frac{\gamma \sum_i x_i z_i}{\sum_i x_i^2} + \operatorname{plim}_{n\to\infty} \frac{\sum_i x_i u_i}{\sum_i x_i^2} \to \frac{\overset{0}{\overset{\|}{\mathbb{E}(x_1, u_1)}}}{\mathbb{E}(x_1^2)} =$$

$$\to \gamma\, \mathbb{E}(x_1, z_1) / \mathbb{E}(x_1^2)$$

$$= \beta + \frac{\gamma \, \cancel{\mathrm{cov}}\, E(x_1, z_1)}{\cancel{\mathrm{Var}}\, E(x_1^2)}$$

$$\ln w_i = \beta_0 + \beta_1 \text{ образ.} + \beta_2 \text{ опыт раб.} + \beta_3 \text{ опыт раб.}^2 + \ldots + u_i$$

з/п (доходов)

Пропущ. перем. способ.

c) Ошибки измерения

$$\underline{y_i = \beta_1 x_i + u_i} + \beta_0 \qquad \hat{y} = \hat{\beta}_1 x_i^* + \hat{\beta}_0$$

$$x_i^* = x_i + \alpha + v_i$$

данное

$$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \hat{\beta}_1 = \operatorname*{plim}_{n\to\infty} \frac{\sum_i (x_i^* - \bar{x}^*)(y_i - \bar{y})/n-1}{\sum_i (x_i^* - \bar{x}^*)^2/n-1} = \frac{\mathrm{cov}(x_1^*, y_1)}{\mathrm{Var}(x_1^*)} =$$

$$= \frac{\mathrm{cov}(x_1 + \alpha + v_1,\ \beta x_1 + u_1)}{\mathrm{Var}(x_1 + \alpha + v_1)} = \frac{\beta_1 \mathrm{Var}(x_1)}{\mathrm{Var}(x_1) + \mathrm{Var}(v_1)} =$$

$$= \frac{\beta_2 \sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma_v^2} \begin{matrix} < 1 \\ > 0 \end{matrix}$$

№3 $z_1 \dots z_m$, $m \geq k$ – инструмент.

1) релев-ь $cov(x_i, z_i) \neq 0$

2) валидность $cov(z_i, u_i) = 0$

$\rightarrow cov(x_i, u_i) \neq 0$ (эндог.)

$cov(x_i, z_i) \neq 0$

$cov(z_i, u_i) = 0$

a) 2SLS $\boxed{y = X\beta + \varepsilon}$, $\operatorname{plim}_{n\to\infty} X^T\varepsilon \neq 0$ (эндог-ь)

Шаг 1 $X_j = Z\gamma + u$

$$\hat{\gamma} = (Z^TZ)^{-1} Z^T X_j$$

$$\hat{X}_j = Z(Z^TZ)^{-1}Z^TX_j$$

$$\hat{X} = \begin{bmatrix} | & & | \\ \hat{x}_1 & \dots & \hat{x}_k \\ | & & | \end{bmatrix} \rightarrow \hat{X} = Z(Z^TZ)^{-1}Z^TX$$

Шаг 2 $y = \hat{X}\beta + \nu$

$$\hat{\beta}_{2SLS} = (\hat{X}^T\hat{X})^{-1}\hat{X}^T y =$$

$$\left(X^T Z \cancel{(Z^T Z)^{-1} Z^T Z} (Z^T Z)^{-1} Z^T X \right)^{-1} \cdot$$

$$\cdot\, X^T Z (Z^T Z)^{-1} Z^T y =$$

$$\hat{\beta}_{2SLS} = (\underbrace{X^T Z}_{} \underbrace{(Z^T Z)}_{}^{-1} \underbrace{Z^T X}_{})^{-1} X^T Z (Z^T Z)^{-1} Z^T y$$

$$\underset{n \times m}{Z}, \quad m \geq k$$

при $m = k$ $\quad \hat{\beta}_{2SLS} = \hat{\beta}_{IV}$

$$\hat{\beta}_{IV} = (Z^T X)^{-1} \cancel{(Z^T Z)(X^T Z)^{-1} X^T Z (Z^T Z)^{-1}} Z^T y =$$

$$= (Z^T X)^{-1} Z^T y$$

$$\underset{n \to \infty}{\text{plim}}\, \hat{\beta}_{IV} = \underset{n \to \infty}{\text{plim}}\, (Z^T X)^{-1} Z^T y =$$

$$= \operatorname*{plim}_{n\to\infty} (Z^T X)^{-1} Z^T (X\beta + u) = \beta + \operatorname*{plim}_{n\to\infty} (Z^T X)^{-1} \underbrace{Z^T u}_{=0} =$$

$$= \beta.$$

$$X = [\, X_1 \;\; X_2 \,]$$

X_1 — экз, X_2 — энд.

① Идент. эндог. (тест Хаусмана)

$$\begin{cases} H_0: \hat\beta_{МНК} \text{ и } \hat\beta_{2SLS} \text{ сост-ы} \\ H_1: \hat\beta_{МНК} \text{ не сост., а } \hat\beta_{2SLS} \text{ сост.} \end{cases}$$

$$(\hat\beta_{2SLS} - \hat\beta_{МНК})^T [\underbrace{\hat{Var}(\hat\beta_{2SLS}) - \hat{Var}(\hat\beta_{МНК})}_{rang = K}]^{-1} \cdot$$

$$\cdot (\hat\beta_{2SL} - \hat\beta_{МНК}) \sim \chi^2_K$$

② Релев-ь инстр-в

$$X_j = Z\gamma + u \qquad \begin{cases} H_0: \gamma_1 = \ldots \gamma_m = 0 \\ H_1: \exists i : \gamma_i \neq 0 \end{cases}$$

F-тест

③ Валидность ($m > k$) :
только

$$\begin{cases} H_0: \ \operatorname*{plim}_{n\to\infty} Z^T u = 0 \\ H_1: \ \operatorname*{plim}_{n\to\infty} Z^T u \neq 0 \end{cases}$$

$J \xrightarrow{\text{гомоск.}}$ Сарган $\quad \frac{1}{\hat{\sigma}_u} \hat{u}^T Z (Z^T Z)^{-1} Z^T \hat{u}$

$J \rightarrow$ Хансен $\quad \hat{u}^T Z (Z^T \hat{\Omega} Z)^{-1} Z^T \hat{u}$

$\sim \chi^2_{m-k}$

$$\hat{\Omega} = \begin{bmatrix} \hat{u}_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \hat{u}_n^2 \end{bmatrix}$$

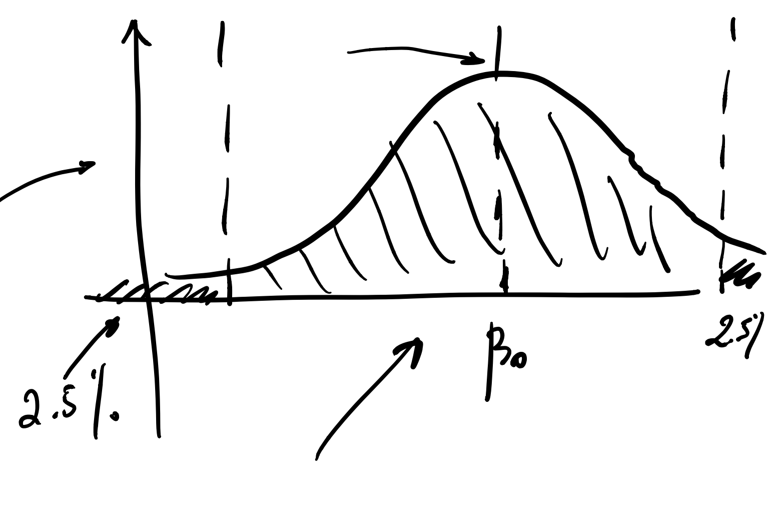
$\hat{\beta}$ сл. вел. $\qquad \beta$ const $\qquad t = \left| \frac{\hat{\beta} - \beta_0}{\sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta})}} \right| \leq crit$

$$\hat{\beta} - crit\sqrt{var} \leq \beta \leq \hat{\beta} + crit\sqrt{var}$$

95%

$H_0: \ \underline{\beta = \beta_0}$

$\hat{\beta} \overset{H_0}{\sim} N(\beta_0, \ldots)$



$\hat{\beta}$