## Квиз #2

19 декабря 2020 г.

## Задача 1.

Найдите дивергенцию Кульбака-Лейблера

- а) из  $\exp(15)$  в  $\mathcal{N}(1,4)$ .
- b) Из  $\mathcal{N}(1,1)$  в  $\exp(9)$ .
- c) Из  $\exp(1)$  в  $\exp(4)$ .

## Задача 2.

Пусть  $X_1, \ldots, X_n$  – выборка независимых случайных величин, каждая из которых принадлежит к одному из двух кластеров. В k-ом кластере наблюдения распределены с функцией вероятности или функцией плотности  $p_k(x|\theta_k)$ , где  $\theta_k$  – вектор неизвестных параметров. Пусть вероятность того, что наблюдение принадлежит первому кластеру, равна  $\gamma$ .

Обозначим за  $\theta$  вектор, в который последовательно собраны неизвестные параметры для каждого из кластеров, а также  $\gamma$ :

$$\theta := \begin{pmatrix} -\theta_1 - & -\theta_2 - & \gamma \end{pmatrix}$$

Введите подходящие латентные переменные и выведите формулы для шагов ЕМ-алгоритма, если

$$p_k = \begin{cases} \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, & x > 0, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$