

Квиз #3

19 декабря 2020 г.

Критические значения.

- $t_{500-6;0.025} = -1.964778$
- $t_{500-6,0.05} = -1.647944$
- $F_{2,1;0.95} = 199.5$
- $Z_{0.025} = -1.959964$
- $Z_{0.05} = -1.644854$
- $F_{1,1;0.95} = 161.4476$.

Условие для задач 1-3.

Рассмотрим модель $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{1i}^2 + \beta_3 X_{2i} + \beta_4 \ln X_{3i} + \beta_5 X_{4i} + u_i$, которая оценивается по 500 наблюдениям при помощи МНК. Оценённая модель имеет следующий вид:

$$\hat{y}_i = \underset{(0.95)}{18} - \underset{(13)}{16} X_{1i} + \underset{(5)}{11.2} X_{1i}^2 + \underset{(2.7)}{4.2} X_{2i} - \underset{(0.4)}{0.17} \ln X_{3i} + \underset{(0.09)}{2} X_{4i}.$$

В скобках указаны стандартные ошибки оценок коэффициентов. Будем считать, что все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова выполнены, и $u \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I)$. Также известно, что

$$\widehat{\text{Var}}(\hat{\beta}) = \begin{pmatrix} 0.9025 & -0.04 & 0.001 & -0.001 & 0.47 & -0.1 \\ -0.04 & 169 & 0.09 & 1 & 0.9 & 0.4 \\ 0.001 & 0.09 & 25 & 0.017 & -0.48 & 9 \\ -0.001 & 1 & 0.017 & 7.29 & -0.002 & 4.78 \\ 0.47 & 0.9 & -0.48 & -0.002 & 10^{-5} & 1.17 \\ -0.1 & 0.4 & 9 & -4.78 & 1.17 & 0.0081 \end{pmatrix}$$

Задача 1.

Проверьте коэффициенты β_2 , β_3 и β_5 на значимость на 5% уровне.

Задача 2.

Проверьте следующие гипотезы на уровне значимости 5%.

$$\begin{cases} H_0 : \beta_3 = 4, \\ H_1 : \beta_3 \neq 4 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} H_0 : \beta_5 = 1, \\ H_1 : \beta_5 > 1. \end{cases}$$

Задача 3.

Постройте 95%-ый доверительный интервал для β_3 .

Задача 4.

Рассмотрим модель $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + u_i$, оцениваемую при помощи МНК. Предположим, что все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова выполнены, и $u \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I)$. Модель оценили на следующих данных:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & -9 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Оказалось, что $\hat{\beta} = (1.6 \quad 0.3 \quad -0.1)'$.

Проверьте регрессию на значимость в целом на уровне значимости 5%.

Задача 7.

Рассмотрим линейную модель $y = X\beta + u$, оцениваемую при помощи МНК. Пусть $\mathbb{E}(u) = 0$, $\text{Var}(u) = \sigma^2 I$, число наблюдений равно n , число регрессоров, включая константный, равно k . Найдите следующие величины и укажите их размеры $\mathbb{E}(\hat{\beta})$, $\text{Var}(\hat{y})$, $\text{Cov}(\hat{y}, \hat{u})$, $\text{Cov}(y, \hat{u})$.

Задача 8.

Рассмотрим модель парной регрессии

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i,$$

оцениваемую при помощи МНК. Пусть известно, что

y_i	x_i
1	1
2	3
4	-1
5	2

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.42 & -0.14 \\ -0.14 & 0.11 \end{bmatrix}$$

- Постройте 95%-ый доверительный интервал для $\hat{\beta}_1$, используя стандартные ошибки HC_0 .
- Постройте 95%-ый доверительный интервал для $\hat{\beta}_1$, используя стандартные ошибки HC_3 .