

Задачи для подготовки к квизу #4

14 декабря 2020 г.

В каждом вопросе выберите все верные ответы.

Рассмотрим случайное наблюдение X из нормального распределения, $X \sim \mathcal{N}(\theta, \sigma^2)$. Для простоты предположим, что $\sigma^2 = 5$. Пусть априорное распределение θ является нормальным $\mathcal{N}(4, 8)$.

1. На основе условия задачи можно сделать вывод, что

- A. $f(\theta) = ce^{-(X-\theta)^2/10}$.
- B. $f(\theta) = ce^{-(\theta-4)^2/16}$.
- C. $f(X|\theta) = ce^{-(\theta-4)^2/16}$.
- D. $f(X|\theta) = ce^{-\frac{1}{2}(X-\theta)^2/10}$.
- E. Нет верного ответа.

2. Пусть $X = 3$. Апостериорное распределение параметра θ задаётся как

- A. $f(\theta|X) = Ce^{-\frac{(\theta-4)^2}{16} - \frac{(3-\theta)^2}{10}}$.
- B. $f(X|\theta) = Ce^{-\frac{(\theta-4)^2}{10} - \frac{(3-\theta)^2}{16}}$.
- C. $f(X, \theta) = Ce^{-\frac{(\theta-4)^2}{16} - \frac{(3-\theta)^2}{10}}$.
- D. $f(\theta|X) = Ce^{-\frac{(\theta-4)^2}{10} - \frac{(3-\theta)^2}{16}}$.
- E. Нет верного ответа.

3. При выделении полного квадрата относительно θ в степени экспоненты получается выражение

- A. $-\frac{(\theta - 44/13)^2 + 152/13 - (44/13)^2}{80/13}$.
- B. $-\frac{(\theta - 126/169)^2 + 4/169 - (28/169)^2}{12/169}$.
- C. $-\frac{(\theta - 4)^2 + 12/13 - (155/13)^2}{1/13}$.
- D. $-\frac{(\theta + 1/21)^2 - 7/21 + (14/21)^2}{78/21}$.
- E. Нет верного ответа.

4. Апостериорное распределение θ с точностью до константы является

- A. Beta(1, 3).
- B. стандартным нормальным.
- C. нормальным.
- D. распределением Вейбулла.

Е. Нет верного ответа.

5. 95%-ый байесовский доверительный интервал для θ

А. совпадает с частотным.

В. совпадает с 10%-ым байесовским доверительным интервалом для σ^2 .

С. не может быть приближен при помощи симуляции

Д. вычисляется как $\mathbb{P}(\theta \in (a, b) | X) < 0.95$.

Е. Нет верного ответа.

Пусть X_1, \dots, X_n – выборка независимых одинаково распределённых случайных величин из нормального распределения $\mathcal{N}(\mu, 1)$.

1. При проверке гипотезы $H_0 : \mu = 0$ против $H_1 : \mu \neq 0$ рассчитывается статистика $(\bar{X} - 0)/\text{se}(\bar{X})$. Эта статистика имеет распределение

А. t_{n-1} .

В. Нормальное.

С. Фишера.

Д. Асимптотически нормальное, но t -распределение при малых n .

Е. Нет верного ответа.

2. При проверке гипотезы $H_0 : \mu = 0$ против $H_1 : \mu \neq 0$ оказалось, что p-value равно 0.06. Это означает, что

А. нулевая гипотеза отвергается на уровне значимости 5%.

В. нулевая гипотеза отвергается на уровне значимости 1%.

С. нулевая гипотеза не отвергается при любом разумном уровне значимости.

Д. нулевая гипотеза не отвергается на уровне значимости 1%.

Е. Нет верного ответа.

3. При проверке гипотезы $H_0 : \mu = 0$ против $H_1 : \mu \neq 0$

А. p-value окажется меньше нуля.

В. если p-value окажется равным 0.55, то H_0 будет отвергнута на любом разумном уровне значимости.

С. если p-value окажется равным 0.000, то H_0 будет отвергнута на любом разумном уровне значимости.

Д. p-value равно функции правдоподобия, взятой в точке разницы между истинным параметром и ML-оценкой μ .

Е. Нет верного ответа.

При тестировании трёх видов лекарств против плацебо ($H_0 : p_i = p_{\text{plac}}$) оказалось, что p-value в соответствующих тестах равны 0.000, 0.001, 0.08.

1. На основании условия задачи можно сделать вывод о том, что на уровне значимости 5%

А. только одно лекарство статистически отличается от плацебо.

В. только одно лекарство статистически не отличается от плацебо.

С. существует разумный уровень значимости, на котором H_0 не будет отвергнута для первого лекарства.

Д. не существует разумного уровня значимости, на котором H_0 будет отвергнута для третьего лекарства.

Е. Нет верного ответа.

2. При проведении множественного тестирования методом Бонферрони

- A. H_0 будет отвергнута для третьего лекарства.
- B. каждое p-value необходимо сравнивать с $\alpha/2$.
- C. только одна нулевая гипотеза не будет отвергнута.
- D. следует всегда выбрать уровень значимости 10%.
- E. Нет верного ответа.

Ответы:

1. B.
2. A.
3. A.
4. C.
5. E.
6. B.
7. D.
8. C.
9. B.
10. C.