

# Привет !!

## Правильная игра

- $Игра = 0.6 \cdot \text{камень} + 0.4 \cdot \text{жук}$   
 $\text{камень} = 0.2 \cdot \text{квц} + 0.4 \cdot \text{гз} + 0.4 \cdot \text{кр}$



1, 2, 3, 4, ..., 7 | 8, 9, 10  
автомат | жуки

Ура ! Сур !

- 1) энтропия: условная, совместная
- 2)  $D_{KL}$  KL
- 3) ф.-ия правдоподобия и AIC.

def A - событие

Surprise = не логичность

$$s(A) = \log_{\frac{1}{2}} P(A)$$

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(A) = \frac{1}{8}$$

$$s(A) = 1$$

$$s(A) = 3$$

матрица

сигн (равн ку)  
мощ-сть у бу/

00101110101...

$$P(X_5=1, X_6=1, X_7=1) = \frac{1}{8}$$

интуция.

ге-то

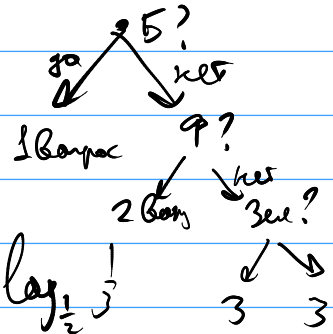


земля

	A Вер	$s(A)$ Дур	— длина слова кодирования	ког-ция слова A в Дурех
Зел. вер	$\frac{1}{8}$	3	000	
кп. вер	$\frac{1}{8}$	3	001	
Пур. вер	$\frac{1}{4}$	2	01	
Кл. вер	$\frac{1}{2}$	1	1	

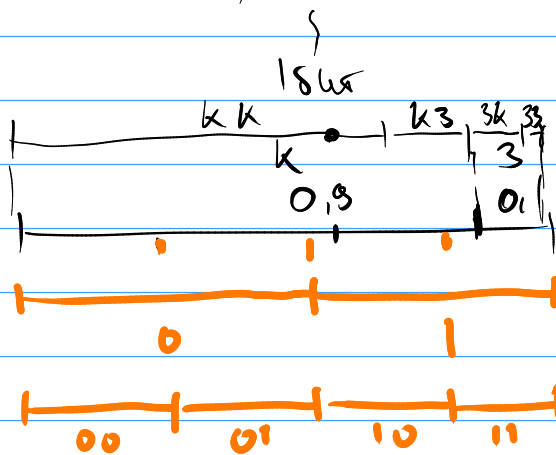
11001 ~ ББК

5?  
 30 105  
 10000 9?



$$s(A) = \log_{\frac{1}{2}} 3$$

$$P(B) = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7$$



$k/3$

kkk3k3k3...

Экспония.

р-р уна  
вер-ска

$$p_t = P(X=t)$$

с.в.  $X$  - дискретная с.в.

определяемая  $\uparrow$   $\rightarrow$   $\uparrow$  верно  
от наблюдаемая X

$$H(x) =$$

$$= E(z_x)$$

$$I_t = \log_{\frac{1}{2}} P(X=t)$$

$t$	5	6	7	8
$P(X=t)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$$H(X) = \frac{1}{8} \cdot 3 + \frac{1}{8} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 2 =$$

$$= \frac{6}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \underline{1.75} \text{ (бит)} \quad \leftarrow \text{сколько в среднем бит надо потратить на передачу одного значения X при опт. и потер-ии.}$$

Задачи !!

сезв-ый?      кэч  
не мой?      кэч

от юмми !!

$H(X)$  - сколько вопросов в задаче нужно в среднем задать, чтобы угадать  $X$ .

def условная энтропия  $H(X|Y)$   
смысл: сколько (в среднем) бит info нужно передать, чтобы угадать  $X$ , если  $Y$  уже знаем.

$$H(X|Y=y) := \sum_x P(X=x|Y=y) \cdot \log_{\frac{1}{2}} P(X=x|Y=y)$$

$$H(X|Y) = \sum_y P(Y=y) \cdot H(X|Y=y)$$

$\Omega = \{a, b, c, d, e\}$

$$X(a)=5$$

$$X(e)=7$$

$$X(b)=5$$

$$X(c)=6$$

$$X(d)=2$$

	$Y=0$	$Y=1$	$Y=2$
$X=1$	0.1	0.2	0.3
$X=2$	0.1	0.1	0.2

упр  $H(X|Y)$ ?  
 $H(Y|X)$ ?

иш

$P(w)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$w$	a	b	c	d
$X(w)$	1	1	-1	-1
$Y(w)$	0	5	2	2

$$H(X|Y) \stackrel{?}{=} 0$$

$$H(Y|X) \stackrel{?}{=} \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1$$

def Совм. энтропия  $H(X, Y)$  - сколько в среднем  
 бит info нужно узнать, чтобы узнать и  $X$ , и  $Y$ .

$$H(X, Y) = \sum_{x, y} P(X=x, Y=y) \cdot \log_2 P(X=x, Y=y)$$

Теоремы:

$$\underbrace{H(X)} + \underbrace{H(Y|X)} = H(X, Y)$$

$$H(Y) + H(X|Y) = H(X, Y)$$

инф: joint-те.

несymm.



def. Взаимная информация (mutual)

$$I(X, Y) = \underbrace{H(X)} + \underbrace{H(Y)} - \underbrace{H(X, Y)} \quad (\text{sum})$$

$\left\{ \begin{array}{l} \underbrace{H(X|Y)} \\ \underbrace{H(Y|X)} \\ \uparrow \\ \text{сумма} \end{array} \right\}$

def. Дивергенция Кульдака - Лейблера

$$KL(X||Y)$$

Kullback-Leibler divergence

$$\begin{aligned} KL(p||q) &= CE(p||q) - H(p) \\ &= CE(p||q) - CE(p||p) \end{aligned}$$

- разница в битах  
от идеал. кодирования

Пример.

def Кросс-энтропия  $CE(X||Y)$  -

- сколько бит info (в среднем) надо получить,  
 если истинное распр-ие  $X$ , а кодировка  
 оптимальна пог распр-ие  $Y$ .

Пример.

		B	q	k	3
ист.	p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
предг	q	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

не знаете!

(загад)

создаст (модель)

предг.

кросс-энтропия  $p$  и  $q$

$$CE(p \parallel q) = E_p(\log_{\frac{1}{2}} q)$$

$$= \sum_w p(w) \cdot \log_{\frac{1}{2}} q(w)$$

Теорема:

$$CE(p \parallel p) \stackrel{?}{=} H(p)$$

$$CE(p \parallel q) \geq H(p)$$