

# Теория игр

Факультатив «Качественные задачи по экономике»

5 октября 2019

## Немного теории

В жизни существуют ситуации, взаимодействия людей, которые можно представить используя математический аппарат теории игр. Такие взаимодействия ученые называют **играми**. Более того, любые, уже знакомые вам, игры также можно представить в таком виде. Однако, некоторые из них слишком сложные, чтобы мы могли их рассмотреть. Мы начнем с простых примеров.

Игра состоит из

- Игроки, два или более экономических агента
- Наборы стратегий, действий, у всех игроков
- Выигрыши всех игроков во всех вариантах окончания игры

Таким образом, описав каждый из этих пунктов, вы сможете сделать модель.

Представьте себе игру "Камень-ножницы-бумага". Я надеюсь, все знакомы с правилами. Здесь игроками могут быть любые два человека\*. Например, я и вы. Мои стратегии: "показать камень" "показать ножницы" "показать бумагу". Нетрудно заметить, что в этой игре ваши стратегии будут такими же. Однако это не всегда так.

Теперь перейдем к выигрышам. Представим себе, что мы играем на наклейки. Тот кто проигрывает, должен отдать победителю наклейку. В случае ничьей никто никому ничего не отдает. Тогда мы можем представить игру в виде таблички, которая называется **матрица платежей** или матрица выигрышей.

### Игра "Камень-ножницы-бумага"

		Вы		
		Камень	Ножницы	Бумага
Я	Камень	0;0	1;-1	-1;1
	Ножницы	-1;1	0;0	1;-1
	Бумага	1;-1	-1;1	0;0

Здесь в первой строчке показаны ваши стратегии, а в столбце мои. На пересечении вашей и моей стратегии находится исход игры, куда мы записали выигрыши. При чем первое число мой выигрыш (игрока, чьи стратегии размещены по строкам), а второе ваше (игрока, чьи стратегии размещены по колонкам).

Теперь скажем, что вы играете "камень тогда давайте выберем, что лучше играть мне и выделим это.

### Игра "Камень-ножницы-бумага"

		Вы		
		Камень	Ножницы	Бумага
Я	Камень	0;0	1;-1	-1;1
	Ножницы	-1;1	0;0	1;-1
	Бумага	<b>1;-1</b>	-1;1	0;0

Очевидно, мне лучше играть бумагу, поэтому мы ее и выделили. Но мы могли просто посмотреть на мои выигрыши от каждой стратегии (0,-1,1) при фиксированной вашей (бумага). Сделаем так для каждой вашей стратегии.

### Игра "Камень-ножницы-бумага"

		Вы		
		Камень	Ножницы	Бумага
Я	Камень	0;0	1;-1	-1;1
	Ножницы	-1;1	0;0	1;-1
	Бумага	1;-1	-1;1	0;0

Теперь посмотрим, что лучше играть вам при каждой моей стратегии.

### Игра "Камень-ножницы-бумага"

		Вы		
		Камень	Ножницы	Бумага
Я	Камень	0;0	1;-1	-1;1
	Ножницы	-1;1	0;0	1;-1
	Бумага	1;-1	-1;1	0;0

Как мы видим, мы не получили ни одной ячейки с двумя выделенными цифрами, поэтому равновесия Нэша здесь нет. У нас могла бы получиться такая ячейка или даже несколько, тогда бы у нас было бы одно равновесие или несколько соответственно.

**Равновесие Нэша** – набор стратегий в игре для двух и более игроков, в котором ни один участник не может увеличить выигрыш, изменив свою стратегию, если другие участники своих стратегий не меняют.

Важно отметить, что мы рассматриваем только чистые стратегии. Чистые стратегии – стратегии, которые играют с вероятностью 0 или 1.

### Тренировочная задача

Найдите равновесие.

		Жена		
		Балет	Футбол	Кино
Муж	Балет	3;7	-4;-4	-4;5
	Футбол	4;4	7;3	4;5
	Кино	5;4	5;-4	8;8

### Задачи

1. Судебная система Кукумбрии состоит из судов 3 инстанции. Сначала споры рассматриваются в суде I инстанции, который выносит свое решение. Любая сторона процесса имеет право подать апелляцию на решение суда I инстанции в суд II инстанции. На решение суда II инстанции любая сторона может подать апелляцию в суд III инстанции. Решение суда III инстанции является окончательным и не может быть оспорено.

В таблице приведена статистика о ходе судебных процессов по искам физических лиц в Кукумбрии в 2017 году. «Участниками» называются стороны, чей спор рассматривается в суде.

	I инстанция	II инстанция	III инстанция
Число дел	1 047	313	85
Доля удовлетворенных исков (апелляции)	60%	45%	35%
Пошлина за подачу заявления, тугриков	1000	1000	1000
Средний возраст участника, лет	43	40	36
Доля мужчин среди участников	68%	71%	67%
Средний срок рассмотрения дела, дней	212	256	301
Доля участников, нанимающих адвокатов	96%	95	93%

Казалось бы, оптимальной стратегией каждой стороны, недовольной судебным решением, было бы обжалование решения подряд во всех инстанциях. В этом случае работа судов была бы парализована.

- Объясните, какой экономический механизм может препятствовать использованию такой стратегии? Иными словами, почему апелляции подают не все те, кто проигрывает в суде предыдущей инстанции?
- Опыт проведения Всероссийских олимпиад по экономике показывает, что необоснованные апелляции на результаты проверки работ подают большое число участников. Пользуясь логикой предыдущего пункта, предложите механизм, который позволил бы жюри сократить число необоснованных апелляций. Имейте в виду, что должны сохраниться основные олимпиадные принципы, в том числе равноправие всех участников, стремление жюри исправить все неточности и обеспечить справедливые результаты. Объясните, почему вы считаете, что предложенный механизм должен сработать.

2. Аделаида, Бенедикт, Василиса и Герасим хотят отправить подарки своей бабушке по почте. Подарки весят 1, 3, 5 и 8 килограммов соответственно. Подарки должны быть упакованы в специальные коробки, которые бывают трех видов: маленькие, средние и большие.

Несмотря на то, что подарки сильно отличаются по весу, по размеру они примерно одинаковые. Подарки любых двух человек вместе помещаются в маленькую коробку, любых трех в среднюю (а в маленькую не помещаются), а всех четырех — только в большую. Если какой-то набор подарков помещается в определенную коробку, то он помещается и в коробку большего размера.

Стоимость почтовых отправления определяется по формулам нелинейного ценообразования. А именно, если кто-то хочет отправить посылку в маленькой коробке, то он должен заплатить 2000 рублей, а также по 1000 рублей за каждый килограмм веса содержимого коробки. Отправка посылки в средней коробке стоит 8000 рублей плюс 500 рублей за каждый килограмм содержимого. Отправка посылки в большой коробке стоит 18 500 рублей, но зато дополнительно ничего платить не нужно. Цена самой коробки в каждом случае включена в стоимость отправления.

Ребята думают, как им распределить посылки по коробкам, и кто сколько должен заплатить. Распределение посылок и оплаты, которое их интересует, должно удовлетворять двум свойствам:

- эффективность: люди, которые упаковывают свои подарки в одну коробку, в сумме платят столько, сколько стоит отправка этой коробки;
- рациональность: никто из участников не платит больше, чем за платил бы, если бы решил отправить посылку отдельно от остальных, а также нет такого набора участников, который мог бы упаковать свои подарки в одну коробку и заплатить меньше, чем платит при существующем распределении.

Предложите распределение, удовлетворяющее обоим свойствам, и докажете, что оно им удовлетворяет.

3. Пингвины живут стаями; основное место их обитания — суша, но питаются они рыбой, за которое им время от времени приходится нырять в море. К несчастью для них, в море есть не только рыба, которое они питаются, но и касатки, которые питаются как рыбой, так и пингвинами. Косатки в поисках рыбы покрупнее далеко отплывают от берега, так что во многих случаях пингвинам удается поохотиться, не сталкиваясь с косатками; но так бывает не всегда.

Ученые, исследующие пингвинов, не раз наблюдали такую картину: голодные пингвины сначала довольно долго толпятся на краю утеса, потом один из них наконец спрыгивает в воду, а когда он выныривает, то почти разом спрыгивают все остальные.

- Объясните такое поведение пингвинов, предполагая, что каждый пингвин ведет себя рационально (анализирует всю доступную ему информацию и принимает решения, которые позволяют ему добиться максимально благоприятного для себя исхода).
- Покажите, что описанная ситуация не является эффективной, то есть физически возможны такие альтернативные действия пингвинов, при которых всем пингвинам было бы не хуже, чем при действиях, описанных в условии, и хотя бы одному пингвину было бы лучше.
- Объясните, как данный сюжет иллюстрирует проблему предоставления общественных благ.

4. «Мир спорта стал так изменчив, что на протяжении карьеры игрока сменяются 2-3 «финансовые эпохи», да и контракт в одну «эпоху» не укладывается — чаще в две. ...В НБА одна «финансовая эпоха» сменяет другую через каждые 4-5 лет, и в каждой «эпохе» царят свои экономические законы.... Гонорар, о котором великолепный игрок одной «эпохи» мог только мечтать, малоопытному игроку следующей «эпохи» (а миновало всего-то два-три года), кажется, смешной суммой... Так, например, когда Майкл Джордан начал играть в НБА, с ним заключили контракт на семь лет на общую сумму в 6,3 миллиона

долларов. Майкл занимал тогда третье место среди самых высокооплачиваемых новичков НБА и получал намного больше почти всех баскетболистов США — за исключением нескольких прославленных ветеранов. А в конце 90-х гг. те же 6,3 миллиона он уже зарабатывал примерно за пятую часть сезона.... Вообще контракты Джордана хорошо иллюстрируют изменчивость цен на баскетбольном рынке.... Первый контракт Майкла, был по тем временам немыслимым для новичка и ставил необстрелянного еще игрока выше многих многоопытных звезд. Но прошло всего три года, и внушительные гонорары Джордана стали просто смешными».

Этот сюжет иллюстрирует феномен, названный профессором Чикагского университета Шервином Розеном феноменом «сверхзвезды», ситуацией, когда «относительно небольшое число людей зарабатывает огромные деньги и доминируют в выбранных ими сферах деятельности».

В связи с этим феноменом возникают вопросы, на которые вам предлагается ответить.

- Что, по Вашему мнению, составляет характерную особенность «суперзвезд», объясняющую, указанный феномен? В каких сферах деятельности, кроме профессионального спорта, можно ожидать встретить этот феномен?
- Почему столь высокие (и к тому же растущие) гонорары не стимулируют многих (в частности, лично Вас) конкурировать за столь высокооплачиваемую работу, и возросшая конкуренция (рост предложения) не способствует снижению таких «фантастических» гонораров?
- Почему такой феномен, во-видимому, недавнего происхождения и не наблюдался ранее?
- Даже если предположить, что высокие гонорары Майкла Джордана есть следствие его успеха в жёсткой конкурентной борьбе, то зачастую высокие доходы возникают как результат искусственным образом создаваемых барьеров для конкуренции, препятствующих всем желающим заняться тем или иным видом деятельности. Приведите примеры таких барьеров и проиллюстрируете на простой модели механизм порождения издержек и выгод от таких искусственных барьеров.
- Всегда ли потребители проигрывают от создания таких искусственных барьеров?