Final 2016

Теория вероятностей и математическая статистика

Обратная связь:
https://github.com/bdemeshev/probability_hse_exams

Последнее обновление: 9 января 2019 г.

1

При тестировании гипотезы о равенстве дисперсий по двум независимым нормальным выборкам размером m и n тестовая статистика может иметь распределение

- χ^2_{m+n-2}
- $F_{m-1,n-1}$
- $F_{m,n-2}$
- $F_{m+1,n+1}$
- t_{m+n-2}

2

Для построения доверительного интервала для разности математических ожиданий по двум независимым нормальным выборкам размера m и n в случае неизвестных равных дисперсий используется распределение

- t_{m+n-2}
- $t_{m-1,n-1}$
- t_{m+n}
- $\mathcal{N}(0; m+n-2)$
- $\chi^2_m + n - 2$

3

Для проверки гипотезы о равенстве дисперсий используются две независимые нормальные выборки размером 25 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 36, по второй — 49. Тестовая статистика может быть равна

- 1.56
- 2.13
- 1.17
- 1.85
- 1.36

4

Для проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий используются две нормальные выборки размером 25 и 16 наблюдений. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика НЕ может быть равна

- 1.17
- 2.13
- 1.56
- 1.36
- 1.85

5

Для построения доверительного интервала для разности математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров m и n при известных и не равных дисперсиях тестовая статистика имеет распределение

- t_{m+n-2}
- $\mathcal{N}(0; 1)$
- $t_{m-1,n-1}$
- χ^2_{m+n-2}
- t_{m+n}

6

При проверке гипотезы о равенстве долей можно использовать распределение

- t_{m+n}
- t_{m+n-2}
- $\mathcal{N}(0;1)$
- $t_{m-1,n-1}$
- χ^2_{m+n-2}

7

При проверке гипотезы о равенстве дисперсий в двух выборках размером в 3 и 5 наблюдений было получено значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- 25
- $4/3$
- $4/5$
- 4
- $1/5$

8

Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ и $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещённые оценки дисперсий, полученные по независимым нормальным выборкам размером m и n соответственно. Тогда статистика $\hat{\sigma}_1^2/\hat{\sigma}_2^2$ имеет распределение

- $F_{m,n-2}$
- t_{m+n-2}
- $F_{m+1,n+1}$
- $F_{m,n}$
- χ^2_{m+n-2}

9

Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по независимым нормальным выборкам размером 33 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 196. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- $1/2$
- $1/14$
- $1/49$
- $1/4$
- $1/7$

10

Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 33 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 196. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- $-1/4$
- $-1/14$
- $-1/7$
- $-1/49$
- $-1/2$

11
В методе главных компонент

- выборочная дисперсия первой главной компоненты равна единице
- выборочная дисперсия первой главной компоненты минимальна
- первая главная компонента сильнее всего коррелирована с первой переменной
- выборочная корреляция первой и второй главных компонент равна единице
- выборочная корреляция первой и второй главных компонент равна нулю

12

Априорная функция плотности параметра a пропорциональна $\exp(-a)$ при $a > 0$. Функция правдоподобия пропорциональна $\exp(-a^2 + a)$. При $a > 0$ апостериорная плотность пропорциональна

- $\exp(a^2 + 2a)$
- $\exp(-a) - \exp(-a^2 + a)$
- $\exp(-a) + \exp(-a^2 + a)$
- $\exp(-a^2)$
- $\exp(-a^2 + a) - \exp(-a)$

13

Величины X_1, X_2, ..., X_{10} представляют собой случайную выборку с $\mathbb{E}(X_i) = 2\theta - 1$. Оказалось, что $\bar{X}_{10} = 3$. Оценка $\hat{\theta}_{MM}$ метода моментов равна

- Недостаточно данных
- 15.5
- 2
- 3
- 1

14

Величины X_1, X_2, ..., X_{10} представляют собой случайную выборку с $\mathbb{E}(X_i) = 2\theta - 1$. Оказалось, что $\bar{X}_{10} = 3$. Оценка $\hat{\theta}_{ML}$ метода максимального правдоподобия равна

- 1
- Недостаточно данных
- 3
- 2
- 15.5

15

Нелогарифмированная функция правдоподобия

- асимпотитически распределена $\mathcal{N}(0;1)$
- убывает по оцениваемому параметру θ
- может принимать отрицательные значения
- может принимать значения больше единицы
- возрастает по оцениваемому параметру θ

16

Оценка метода моментов

- всегда несмещённая
- эффективнее оценки максимального правдоподобия
- не требует знания точного закона распределения
- не может быть получена в малой выборке
- не применима для дискретных случайных величин

17

По большой выборке была построена оценка максимального правдоподобия $\hat{a}$. Оказалось, что $\ell''(\hat{a}) = -4$. Ширина 95%-го доверительного интервала для параметра a примерно равна

- 4
- 5
- 2
- 3
- 1

18

Величины X_1, X_2, ..., X_n представляют собой случайную выборку из $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$. Вася оценивает оба параметра с помощью максимального правдоподобия. При этом

- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) > \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$
- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) < \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$
- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) = \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) > \sigma^2$
- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) = \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) < \sigma^2$
- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) = \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$

19

Если величина $\hat{\theta}$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}(3; 0.01^2)$, то, согласно дельта-методу, $\hat{\theta}^3$ имеет примерно нормальное распределение

- $\mathcal{N}(27; 27^2 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(27; 3 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(3; 3 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(27; 27 \cdot 0.01^2)$

20

Есть два неизвестных параметра, θ и γ. Вася проверяет гипотезу H_0: $\theta = 1$ и $\gamma = 2$ против альтернативной гипотезы о том, что хотя бы одно из равенств нарушено. Выберите верное утверждение об асимптотическом распределении статистики отношения правдоподобия, LR:

- Если верна H_0, то $LR \sim \chi^2_2$
- Если верна H_a, то $LR \sim \chi^2_2$
- И при H_0, и при H_a, $LR \sim \chi^2_1$
- Если верна H_0, то $LR \sim \chi^2_1$
- И при H_0, и при H_a, $LR \sim \chi^2_2$

21

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из распределения Пуассона с параметром $\lambda > 0$. Информация Фишера о параметре λ, заключенная в одном наблюдении случайной выборки, равна

- n/λ
- $e^{-}\lambda$
- λ/n
- $1/\lambda$
- λ

22

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из распределения Бернулли с параметром $p \in (0; 1)$. Информация Фишера о параметре p, заключенная в одном наблюдении случайной выборки, равна

- p/n
- $\frac{1}{p(1-p)}$
- $1/p$
- n/p
- p

23

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из нормального распределения с математическим ожиданием μ и дисперсией $\sigma^2 = 3$. Информация Фишера о параметре μ, заключенная в двух наблюдениях случайной выборки, равна

- $2/3$
- $3/2$
- $\mu/2$
- $2/\mu$
- $2\mu^2$

24

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, \text{ при } x \geq 0, \\ 0, \text{ при } x < 0 \end{cases},$$

где $\theta > 0$ — неизвестный параметр распределения. Информация Фишера о параметре θ, заключенная в ТРЁХ наблюдениях случайной выборки, равна

- θ^2
- $1/\theta$
- θ
- $\theta^2/3$
- $3/\theta^2$

25

Пусть $\hat{\theta}$ — несмещенная оценка для неизвестного параметра θ, а также выполнены условия регулярности. Неравенство Крамера-Рао представимо в виде

- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) > 1$
- $I_n(\theta) \leq \mathrm{Var}(\hat{\theta})$
- $I_n^{-}1(\theta) \leq \mathrm{Var}(\hat{\theta})$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) \leq 1$

26

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из дискретного распределения с таблицей распределения

X_i	-2	0	1
$\mathbb{P}(\cdot)$	$1/2-\theta$	$1/2$	θ

Несмещённой является оценка

- $(\bar{X} - 1)/3$
- $(\bar{X} + 1)/3$
- $\bar{X} - 1$
- $\bar{X}$
- $\bar{X} + 1$

27

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из равномерного распределения на отрезке $[0; \theta]$, где $\theta > 0$ — неизвестный параметр. Несмещённой является оценка

- $2\bar{X}$
- $\bar{X}/2$
- $\bar{X}$
- X_1
- $X_{(1)}$

28

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из дискретного распределения с таблицей распределения

X_i	-2	0	1
$\mathbb{P}(\cdot)$	$1/2 - \theta$	$1/2$	θ

Состоятельной является оценка

- $\bar{X} - 1$
- $(\bar{X} + 1)/3$
- $\bar{X}$
- $\bar{X} + 1$
- $(\bar{X} - 1)/3$

29

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из равномерного распределения на отрезке $[0; \theta]$, где $\theta > 0$ — неизвестный параметр. Состоятельной является оценка

- X_1
- $\bar{X}$
- $\bar{X}/2$
- $X_{(1)}$
- $2\bar{X}$

30

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из нормального распределения с математическим ожиданием $\mu = 3$ и дисперсией σ^2. Несмещённой оценкой параметра σ^2 является

- $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - 3)^2$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$
- $\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$
- $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - 3)^2$
- $\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - 3)^2$

31

Оценка $\hat{\theta}_n$ называется состоятельной оценкой параметра θ, если

- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \to 0$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) = \frac{\sigma^2}{n}$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$
- $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$
- Для любой оценки T из класса $\mathcal{K}$ и любого θ выполнено $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq \mathbb{E}((T - \theta)^2)$

32

Оценка $\hat{\theta}_n$ параметра θ называется эффективной в некотором классе оценок $\mathcal{K}$, если

- $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \to 0$
- Для любой оценки T из класса $\mathcal{K}$ и любого θ выполнено $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq \mathbb{E}((T - \theta)^2)$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) = \frac{\sigma^2}{n}$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$

33

По выборке $X_1, \ldots, X_4$, имеющей нормальное распределение с известной дисперсией 1, проверяется гипотеза $H_0 : \mu = 10$ против $H_a : \mu > 10$. Выборочное среднее оказалось равно 9. Тогда нулевая гипотеза

- отвергается при $\alpha = 0.05$, не отвергается при $\alpha = 0.01$
- отвергается при $\alpha = 0.1$, не отвергается при $\alpha = 0.05$
- Отвергается на любом разумном уровне значимости
- отвергается при $\alpha = 0.01$, не отвергается при $\alpha = 0.05$
- Не отвергается на любом разумном уровне значимости

34

По случайной выборке из 49 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 8$ и несмещённая оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 4$ проверяется гипотеза $H_0 : \mu = 7$ против $H_a : \mu \neq 7$. Тогда значение тестовой статистики

- 3.5
- 3
- 1.75
- 1.5
- -1.75

35

По выборке из 100 наблюдений $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестной дисперсией, был получен 95% доверительный интервал для математического ожидания $[16, 24]$. Значит, $\bar{X}$ был равен

- 20.5
- 20
- 18
- 21
- 19

36

По выборке из 100 наблюдений $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестной дисперсией, был получен 95% доверительный интервал для математического ожидания $[16, 24]$. Считая критическое значение t-статистики равным 2, несмещенная оценка дисперсии была равна

- -1.75
- 18
- 1.5
- 3
- 400

37

По выборке из 5 наблюдений $X_1, \ldots, X_5$, имеющей экспоненциальное распределение, для проверки гипотезы о математическом ожидании $H_0 : \mu = \mu_0$ против $H_a : \mu \neq \mu_0$, можно считать, что величина $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 / n}}$ имеет распределение

- t_4
- χ^2_5
- t_5
- χ^2_4
- $\mathcal{N}(0, 1)$

38

Вася 50 раз подбросил монетку, 23 раза она выпала «орлом», 27 раз — «решкой». При проверке гипотезы о том, что монетка — «честная», Вася будет пользоваться статистикой, имеющей распределение

- t_{50}
- χ^2_{49}
- $\mathcal{N}(0,1)$
- t_{49}
- t_{51}

39

Вася 25 раз подбросил монетку, 10 раз она выпала «орлом», 15 раз — «решкой». При проверке гипотезы о том, что монетка — «честная», Вася может получить следующее значение тестовой статистики

- -3.2
- 2
- 0.4
- -1
- 10.2

40

По выборке $X_1, \dots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием, строится доверительный интервал для дисперсии. Он НЕ может иметь вид

- $(0, a)$
- $(0, +\infty)$
- $(b, +\infty)$
- (a, b)
- $(-\infty, a)$

41

По выборке $X_1, \dots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием, проверяется гипотеза о дисперсии $H_0 : \sigma^2 = 30$ против $H_a : \sigma^2 \neq 30$. Известно, что $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = 270$. Тестовая статистика может быть равна

- 6
- 27
- Не хватает данных
- 3
- 9

42

По выборке $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием, проверяется гипотеза о дисперсии $H_0 : \sigma^2 = 30$ против $H_a : \sigma^2 \neq 30$. Тестовая статистика будет иметь распределение

- t_{n-1}
- $\mathcal{N}(0, 1)$
- χ^2_{n-1}
- χ^2_n
- t_n

43

Дана реализация выборки: 7, -1, 3, 0. Выборочный начальный момент второго порядка равен

- 0.75
- 19.75
- 2.25
- -1
- 59

44

Дана реализация выборки: 7, -1, 3, 0. Первая порядковая статистика принимает значение

- 3
- 2.25
- 0
- -1
- 7

45

Дана реализация выборки: 7, -1, 3, 0. Выборочная функция распределения в точке 0 принимает значение

- 0
- 1
- 0.25
- 0.75
- 0.5

46

Трёх случайно выбранных студентов 2-го курса попросили оценить сложность Теории вероятностей и Статистики по 100 балльной шкале

	Аким	Ариадна	Темуужин
Теория вероятностей	70	75	82
Статистика	64	69	100

Тест знаков отвергает гипотезу о том, что Статистика и Теории вероятностей одинаково сложны в пользу альтернативы, что Статистика проще при уровне значимости

- 0.1
- 3/8
- 0.51
- 0.05
- 1/3

47

Преподаватель в течение 10 лет ведет статистику о посещаемости лекций. Он заметил, что перед контрольной работой посещаемость улучшается. Преподаватель составил следующую таблицу сопряженности

	Контрольная будет	Контрольной не будет
Пришло бол. пол. курса	35	80
Пришло мен. пол. курса	5	200

Если T — статистика Пирсона, а k — число степеней свободы её распределения, то

- $T > 52,\ k = 2$
- $T < 52,\ k = 1$
- $T < 52,\ k = 4$
- $T > 52,\ k = 1$
- $T > 52,\ k = 3$

48

Экзамен принимают два преподавателя: Б.Б. Злой и Е.В. Добрая. Они поставили следующие оценки:

Е.В. Добрая	6	4	7	8	
Б.Б. Злой	2	3	10	8	3

Значение статистики Вилкоксона для гипотезы о совпадении распределений оценок равно

- 20.5
- 20
- 22.5
- 7.5
- 19

1

При тестировании гипотезы о равенстве дисперсий по двум независимым нормальным выборкам размером m и n тестовая статистика может иметь распределение

- χ^2_{m+n-2}
- $F_{m-1,n-1}$
- $F_{m,n-2}$
- $F_{m+1,n+1}$
- t_{m+n-2}

Да! Следующий вопрос

2

Для построения доверительного интервала для разности математических ожиданий по двум независимым нормальным выборкам размера m и n в случае неизвестных равных дисперсий используется распределение

- t_{m+n-2}
- $t_{m-1,n-1}$
- t_{m+n}
- $\mathcal{N}(0; m+n-2)$
- $\chi^2_m + n - 2$

Да! Следующий вопрос

3

Для проверки гипотезы о равенстве дисперсий используются две независимые нормальные выборки размером 25 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 36, по второй — 49. Тестовая статистика может быть равна

- 1.56
- 2.13
- 1.17
- 1.85
- 1.36

Да! Следующий вопрос

4

Для проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий используются две нормальные выборки размером 25 и 16 наблюдений. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика НЕ может быть равна

- 1.17
- 2.13
- 1.56
- 1.36
- 1.85

Да! Следующий вопрос

5

Для построения доверительного интервала для разности математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров m и n при известных и не равных дисперсиях тестовая статистика имеет распределение

- t_{m+n-2}
- $\mathcal{N}(0;1)$
- $t_{m-1,n-1}$
- χ^2_{m+n-2}
- t_{m+n}

Да! Следующий вопрос

6

При проверке гипотезы о равенстве долей можно использовать распределение

- t_{m+n}
- t_{m+n-2}
- $\mathcal{N}(0;1)$
- $t_{m-1,n-1}$
- χ^2_{m+n-2}

Да! Следующий вопрос

7

При проверке гипотезы о равенстве дисперсий в двух выборках размером в 3 и 5 наблюдений было получено значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- 25
- $4/3$
- $4/5$
- 4
- $1/5$

Да! Следующий вопрос

8

Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ и $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещённые оценки дисперсий, полученные по независимым нормальным выборкам размером m и n соответственно. Тогда статистика $\hat{\sigma}_1^2/\hat{\sigma}_2^2$ имеет распределение

- $F_m, n-2$
- $t_m + n - 2$
- $F_m + 1, n + 1$
- F_m, n
- $\chi^2_m + n - 2$

Да! Следующий вопрос

9

Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по независимым нормальным выборкам размером 33 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 196. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- $1/2$
- $1/14$
- $1/49$
- $1/4$
- $1/7$

Да! Следующий вопрос

10

Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 33 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 196. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- $-1/4$
- $-1/14$
- $-1/7$
- $-1/49$
- $-1/2$

Да! Следующий вопрос

11

В методе главных компонент

- выборочная дисперсия первой главной компоненты равна единице
- выборочная дисперсия первой главной компоненты минимальна
- первая главная компонента сильнее всего коррелирована с первой переменной
- выборочная корреляция первой и второй главных компонент равна единице
- выборочная корреляция первой и второй главных компонент равна нулю

Да! Следующий вопрос

12

Априорная функция плотности параметра a пропорциональна $\exp(-a)$ при $a > 0$. Функция правдоподобия пропорциональна $\exp(-a^2 + a)$. При $a > 0$ апостериорная плотность пропорциональна

- $\exp(a^2 + 2a)$
- $\exp(-a) - \exp(-a^2 + a)$
- $\exp(-a) + \exp(-a^2 + a)$
- $\exp(-a^2)$
- $\exp(-a^2 + a) - \exp(-a)$

Да! Следующий вопрос

13

Величины X_1, X_2, ..., X_{10} представляют собой случайную выборку с $\mathbb{E}(X_i) = 2\theta - 1$. Оказалось, что $\bar{X}_{10} = 3$. Оценка $\hat{\theta}_{MM}$ метода моментов равна

- Недостаточно данных
- 15.5
- 2
- 3
- 1

Да! Следующий вопрос

14

Величины $X_1, X_2, \ldots, X_{10}$ представляют собой случайную выборку с $\mathbb{E}(X_i) = 2\theta - 1$. Оказалось, что $\bar{X}_{10} = 3$. Оценка $\hat{\theta}_{ML}$ метода максимального правдоподобия равна

- 1
- Недостаточно данных
- 3
- 2
- 15.5

Да! Следующий вопрос

15

Нелогарифмированная функция правдоподобия

- асимпотитически распределена $\mathcal{N}(0;1)$
- убывает по оцениваемому параметру θ
- может принимать отрицательные значения
- может принимать значения больше единицы
- возрастает по оцениваемому параметру θ

Да! Следующий вопрос

16

Оценка метода моментов

- всегда несмещённая
- эффективнее оценки максимального правдоподобия
- не требует знания точного закона распределения
- не может быть получена в малой выборке
- не применима для дискретных случайных величин

Да! Следующий вопрос

17

По большой выборке была построена оценка максимального правдоподобия $\hat{a}$. Оказалось, что $\ell''(\hat{a}) = -4$. Ширина 95%-го доверительного интервала для параметра a примерно равна

- 4
- 5
- 2
- 3
- 1

Да! Следующий вопрос

18

Величины $X_1, X_2, \ldots, X_n$ представляют собой случайную выборку из $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$. Вася оценивает оба параметра с помощью максимального правдоподобия. При этом

- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) > \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$
- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) < \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$
- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) = \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) > \sigma^2$
- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) = \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) < \sigma^2$
- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) = \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$

Да! Следующий вопрос

19

Если величина $\hat{\theta}$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}(3; 0.01^2)$, то, согласно дельта-методу, $\hat{\theta}^3$ имеет примерно нормальное распределение

- $\mathcal{N}(27; 27^2 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(27; 3 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(3; 3 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(27; 27 \cdot 0.01^2)$

Да! Следующий вопрос

20

Есть два неизвестных параметра, θ и γ. Вася проверяет гипотезу H_0: $\theta = 1$ и $\gamma = 2$ против альтернативной гипотезы о том, что хотя бы одно из равенств нарушено. Выберите верное утверждение об асимптотическом распределении статистики отношения правдоподобия, LR:

- Если верна H_0, то $LR \sim \chi^2_2$
- Если верна H_a, то $LR \sim \chi^2_2$
- И при H_0, и при H_a, $LR \sim \chi^2_1$
- Если верна H_0, то $LR \sim \chi^2_1$
- И при H_0, и при H_a, $LR \sim \chi^2_2$

Да! Следующий вопрос

21

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из распределения Пуассона с параметром $\lambda > 0$. Информация Фишера о параметре λ, заключенная в ОДНОМ наблюдении случайной выборки, равна

- n/λ
- $e^{-}\lambda$
- λ/n
- $1/\lambda$
- λ

Да! Следующий вопрос

22

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из распределения Бернулли с параметром $p \in (0; 1)$. Информация Фишера о параметре p, заключенная в ОДНОМ наблюдении случайной выборки, равна

- p/n
- $\frac{1}{p(1-p)}$
- $1/p$
- n/p
- p

Да! Следующий вопрос

23

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из нормального распределения с математическим ожиданием μ и дисперсией $\sigma^2 = 3$. Информация Фишера о параметре μ, заключенная в двух наблюдениях случайной выборки, равна

- $2/3$
- $3/2$
- $\mu/2$
- $2/\mu$
- $2\mu^2$

Да! Следующий вопрос

24

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & \text{при } x \geq 0, \\ 0, & \text{при } x < 0 \end{cases},$$

где $\theta > 0$ — неизвестный параметр распределения. Информация Фишера о параметре θ, заключенная в ТРЁХ наблюдениях случайной выборки, равна

- θ^2
- $1/\theta$
- θ
- $\theta^2/3$
- $3/\theta^2$

Да! Следующий вопрос

25

Пусть $\hat{\theta}$ — несмещенная оценка для неизвестного параметра θ, а также выполнены условия регулярности. Неравенство Крамера-Рао представимо в виде

- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) > 1$
- $I_n(\theta) \leq \mathrm{Var}(\hat{\theta})$
- $I_n^{-}1(\theta) \leq \mathrm{Var}(\hat{\theta})$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) \leq 1$

Да! Следующий вопрос

26

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из дискретного распределения с таблицей распределения

X_i	-2	0	1
$\mathbb{P}(\cdot)$	$1/2 - \theta$	$1/2$	θ

Несмещённой является оценка

- $(\bar{X} - 1)/3$
- $(\bar{X} + 1)/3$
- $\bar{X} - 1$
- $\bar{X}$
- $\bar{X} + 1$

Да! Следующий вопрос

27

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из равномерного распределения на отрезке $[0; \theta]$, где $\theta > 0$ — неизвестный параметр. Несмещённой является оценка

- $2\bar{X}$
- $\bar{X}/2$
- $\bar{X}$
- X_1
- $X_{(1)}$

Да! Следующий вопрос

28

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из дискретного распределения с таблицей распределения

X_i	-2	0	1
$\mathbb{P}(\cdot)$	$1/2-\theta$	$1/2$	θ

Состоятельной является оценка

- $\bar{X} - 1$
- $(\bar{X} + 1)/3$
- $\bar{X}$
- $\bar{X} + 1$
- $(\bar{X} - 1)/3$

Да! Следующий вопрос

29

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из равномерного распределения на отрезке $[0; \theta]$, где $\theta > 0$ — неизвестный параметр. Состоятельной является оценка

- X_1
- $\bar{X}$
- $\bar{X}/2$
- $X_{(1)}$
- $2\bar{X}$

Да! Следующий вопрос

30

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из нормального распределения с математическим ожиданием $\mu = 3$ и дисперсией σ^2. Несмещённой оценкой параметра σ^2 является

- $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - 3)^2$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$
- $\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$
- $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - 3)^2$
- $\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - 3)^2$

Да! Следующий вопрос

31

Оценка $\hat{\theta}_n$ называется состоятельной оценкой параметра θ, если

- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \to 0$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) = \frac{\sigma^2}{n}$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$
- $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$
- Для любой оценки T из класса $\mathcal{K}$ и любого θ выполнено $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq \mathbb{E}((T - \theta)^2)$

Да! Следующий вопрос

32

Оценка $\hat{\theta}_n$ параметра θ называется эффективной в некотором классе оценок $\mathcal{K}$, если

- $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \to 0$
- Для любой оценки T из класса $\mathcal{K}$ и любого θ выполнено $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq \mathbb{E}((T - \theta)^2)$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) = \frac{\sigma^2}{n}$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$

Да! Следующий вопрос

33

По выборке $X_1, \ldots, X_4$, имеющей нормальное распределение с известной дисперсией 1, проверяется гипотеза $H_0 : \mu = 10$ против $H_a : \mu > 10$. Выборочное среднее оказалось равно 9. Тогда нулевая гипотеза

- отвергается при $\alpha = 0.05$, не отвергается при $\alpha = 0.01$
- отвергается при $\alpha = 0.1$, не отвергается при $\alpha = 0.05$
- Отвергается на любом разумном уровне значимости
- отвергается при $\alpha = 0.01$, не отвергается при $\alpha = 0.05$
- Не отвергается на любом разумном уровне значимости

Да! Следующий вопрос

34

По случайной выборке из 49 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 8$ и несмещённая оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 4$ проверяется гипотеза $H_0 : \mu = 7$ против $H_a : \mu \neq 7$. Тогда значение тестовой статистики

- 3.5
- 3
- 1.75
- 1.5
- -1.75

Да! Следующий вопрос

35

По выборке из 100 наблюдений $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестной дисперсией, был получен 95% доверительный интервал для математического ожидания $[16, 24]$. Значит, $\bar{X}$ был равен

- 20.5
- 20
- 18
- 21
- 19

Да! Следующий вопрос

36

По выборке из 100 наблюдений $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестной дисперсией, был получен 95% доверительный интервал для математического ожидания $[16, 24]$. Считая критическое значение t-статистики равным 2, несмещенная оценка дисперсии была равна

- -1.75
- 18
- 1.5
- 3
- 400

Да! Следующий вопрос

37

По выборке из 5 наблюдений $X_1, \ldots, X_5$, имеющей экспоненциальное распределение, для проверки гипотезы о математическом ожидании $H_0 : \mu = \mu_0$ против $H_a : \mu \neq \mu_0$, можно считать, что величина $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\hat{\sigma}^2/n}}$ имеет распределение

- t_4
- χ^2_5
- t_5
- χ^2_4
- $\mathcal{N}(0, 1)$

Да! Следующий вопрос

38

Вася 50 раз подбросил монетку, 23 раза она выпала «орлом», 27 раз — «решкой». При проверке гипотезы о том, что монетка — «честная», Вася будет пользоваться статистикой, имеющей распределение

- t_{50}
- χ^2_{49}
- $\mathcal{N}(0,1)$
- t_{49}
- t_{51}

Да! Следующий вопрос

39

Вася 25 раз подбросил монетку, 10 раз она выпала «орлом», 15 раз — «решкой». При проверке гипотезы о том, что монетка — «честная», Вася может получить следующее значение тестовой статистики

- -3.2
- 2
- 0.4
- -1
- 10.2

Да! Следующий вопрос

40

По выборке $X_1, \dots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием, строится доверительный интервал для дисперсии. Он НЕ может иметь вид

- $(0, a)$
- $(0, +\infty)$
- $(b, +\infty)$
- (a, b)
- $(-\infty, a)$

Да! Следующий вопрос

41

По выборке $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием, проверяется гипотеза о дисперсии $H_0 : \sigma^2 = 30$ против $H_a : \sigma^2 \neq 30$. Известно, что $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = 270$. Тестовая статистика может быть равна

- 6
- 27
- Не хватает данных
- 3
- 9

Да! Следующий вопрос

42

По выборке $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием, проверяется гипотеза о дисперсии $H_0 : \sigma^2 = 30$ против $H_a : \sigma^2 \neq 30$. Тестовая статистика будет иметь распределение

- t_{n-1}
- $\mathcal{N}(0, 1)$
- χ^2_{n-1}
- χ^2_n
- t_n

Да! Следующий вопрос

43

Дана реализация выборки: 7, -1, 3, 0. Выборочный начальный момент второго порядка равен

- 0.75
- 19.75
- 2.25
- -1
- 59

Да! Следующий вопрос

44

Дана реализация выборки: 7, -1, 3, 0. Первая порядковая статистика принимает значение

- 3
- 2.25
- 0
- -1
- 7

Да! Следующий вопрос

45

Дана реализация выборки: 7, -1, 3, 0. Выборочная функция распределения в точке 0 принимает значение

- 0
- 1
- 0.25
- 0.75
- 0.5

Да! Следующий вопрос

46

Трёх случайно выбранных студентов 2-го курса попросили оценить сложность Теории вероятностей и Статистики по 100 балльной шкале

	Аким	Ариадна	Темуужин
Теория вероятностей	70	75	82
Статистика	64	69	100

Тест знаков отвергает гипотезу о том, что Статистика и Теории вероятностей одинаково сложны в пользу альтернативы, что Статистика проще при уровне значимости

- 0.1
- 3/8
- 0.51
- 0.05
- 1/3

Да! Следующий вопрос

47

Преподаватель в течение 10 лет ведет статистику о посещаемости лекций. Он заметил, что перед контрольной работой посещаемость улучшается. Преподаватель составил следующую таблицу сопряженности

	Контрольная будет	Контрольной не будет
Пришло бол. пол. курса	35	80
Пришло мен. пол. курса	5	200

Если T — статистика Пирсона, а k — число степеней свободы её распределения, то

- $T > 52,\ k = 2$
- $T < 52,\ k = 1$
- $T < 52,\ k = 4$
- $T > 52,\ k = 1$
- $T > 52,\ k = 3$

Да! Следующий вопрос

48

Экзамен принимают два преподавателя: Б.Б. Злой и Е.В. Добрая. Они поставили следующие оценки:

Е.В. Добрая	6	4	7	8	
Б.Б. Злой	2	3	10	8	3

Значение статистики Вилкоксона для гипотезы о совпадении распределений оценок равно

- 20.5
- 20
- 22.5
- 7.5
- 19

Да! Следующий вопрос

1

При тестировании гипотезы о равенстве дисперсий по двум независимым нормальным выборкам размером m и n тестовая статистика может иметь распределение

- χ^2_{m+n-2}
- $F_{m-1,n-1}$
- $F_{m,n-2}$
- $F_{m+1,n+1}$
- t_{m+n-2}

Нет!

2

Для построения доверительного интервала для разности математических ожиданий по двум независимым нормальным выборкам размера m и n в случае неизвестных равных дисперсий используется распределение

- t_{m+n-2}
- $t_{m-1,n-1}$
- t_{m+n}
- $\mathcal{N}(0; m+n-2)$
- $\chi^2_m + n - 2$

Нет!

3

Для проверки гипотезы о равенстве дисперсий используются две независимые нормальные выборки размером 25 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 36, по второй — 49. Тестовая статистика может быть равна

- 1.56
- 2.13
- 1.17
- 1.85
- 1.36

Нет!

4

Для проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий используются две нормальные выборки размером 25 и 16 наблюдений. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика НЕ может быть равна

- 1.17
- 2.13
- 1.56
- 1.36
- 1.85

Нет!

5

Для построения доверительного интервала для разности математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров m и n при известных и не равных дисперсиях тестовая статистика имеет распределение

- t_{m+n-2}
- $\mathcal{N}(0;1)$
- $t_{m-1,n-1}$
- χ^2_{m+n-2}
- t_{m+n}

Нет!

6

При проверке гипотезы о равенстве долей можно использовать распределение

- t_{m+n}
- t_{m+n-2}
- $\mathcal{N}(0; 1)$
- $t_{m-1,n-1}$
- χ^2_{m+n-2}

Нет!

7

При проверке гипотезы о равенстве дисперсий в двух выборках размером в 3 и 5 наблюдений было получено значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- 25
- $4/3$
- $4/5$
- 4
- $1/5$

Нет!

8

Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ и $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещённые оценки дисперсий, полученные по независимым нормальным выборкам размером m и n соответственно. Тогда статистика $\hat{\sigma}_1^2/\hat{\sigma}_2^2$ имеет распределение

- $F_{m,n-2}$
- t_{m+n-2}
- $F_{m+1,n+1}$
- $F_{m,n}$
- χ^2_{m+n-2}

Нет! Следующий вопрос

9

Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по независимым нормальным выборкам размером 33 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 196. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- $1/2$
- $1/14$
- $1/49$
- $1/4$
- $1/7$

Нет!

10

Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 33 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 196. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- $-1/4$
- $-1/14$
- $-1/7$
- $-1/49$
- $-1/2$

Нет!

11

В методе главных компонент

- выборочная дисперсия первой главной компоненты равна единице
- выборочная дисперсия первой главной компоненты минимальна
- первая главная компонента сильнее всего коррелирована с первой переменной
- выборочная корреляция первой и второй главных компонент равна единице
- выборочная корреляция первой и второй главных компонент равна нулю

Нет!

12

Априорная функция плотности параметра a пропорциональна $\exp(-a)$ при $a > 0$. Функция правдоподобия пропорциональна $\exp(-a^2 + a)$. При $a > 0$ апостериорная плотность пропорциональна

- $\exp(a^2 + 2a)$
- $\exp(-a) - \exp(-a^2 + a)$
- $\exp(-a) + \exp(-a^2 + a)$
- $\exp(-a^2)$
- $\exp(-a^2 + a) - \exp(-a)$

Нет!

13

Величины $X_1, X_2, \ldots, X_{10}$ представляют собой случайную выборку с $\mathbb{E}(X_i) = 2\theta - 1$. Оказалось, что $\bar{X}_{10} = 3$. Оценка $\hat{\theta}_{MM}$ метода моментов равна

- Недостаточно данных
- 15.5
- 2
- 3
- 1

Нет!

14

Величины $X_1, X_2, \ldots, X_{10}$ представляют собой случайную выборку с $\mathbb{E}(X_i) = 2\theta - 1$. Оказалось, что $\bar{X}_{10} = 3$. Оценка $\hat{\theta}_{ML}$ метода максимального правдоподобия равна

- 1
- Недостаточно данных
- 3
- 2
- 15.5

Нет!

15

Нелогарифмированная функция правдоподобия

- асимпотитически распределена $\mathcal{N}(0;1)$
- убывает по оцениваемому параметру θ
- может принимать отрицательные значения
- может принимать значения больше единицы
- возрастает по оцениваемому параметру θ

Нет!

16

Оценка метода моментов

- всегда несмещённая
- эффективнее оценки максимального правдоподобия
- не требует знания точного закона распределения
- не может быть получена в малой выборке
- не применима для дискретных случайных величин

Нет!

17

По большой выборке была построена оценка максимального правдоподобия $\hat{a}$. Оказалось, что $\ell''(\hat{a}) = -4$. Ширина 95%-го доверительного интервала для параметра a примерно равна

- 4
- 5
- 2
- 3
- 1

Нет!

18

Величины X_1, X_2, ..., X_n представляют собой случайную выборку из $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$. Вася оценивает оба параметра с помощью максимального правдоподобия. При этом

- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) > \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$
- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) < \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$
- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) = \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) > \sigma^2$
- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) = \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) < \sigma^2$
- $\mathbb{E}(\hat{\mu}) = \mu$, $\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$

Нет!

19

Если величина $\hat{\theta}$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}(3; 0.01^2)$, то, согласно дельта-методу, $\hat{\theta}^3$ имеет примерно нормальное распределение

- $\mathcal{N}(27; 27^2 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(27; 3 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(3; 3 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(27; 27 \cdot 0.01^2)$

Нет!

20

Есть два неизвестных параметра, θ и γ. Вася проверяет гипотезу H_0: $\theta = 1$ и $\gamma = 2$ против альтернативной гипотезы о том, что хотя бы одно из равенств нарушено. Выберите верное утверждение об асимптотическом распределении статистики отношения правдоподобия, LR:

- Если верна H_0, то $LR \sim \chi^2_2$
- Если верна H_a, то $LR \sim \chi^2_2$
- И при H_0, и при H_a, $LR \sim \chi^2_1$
- Если верна H_0, то $LR \sim \chi^2_1$
- И при H_0, и при H_a, $LR \sim \chi^2_2$

Нет!

21

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из распределения Пуассона с параметром $\lambda > 0$. Информация Фишера о параметре λ, заключенная в ОДНОМ наблюдении случайной выборки, равна

- n/λ
- $e^{-}\lambda$
- λ/n
- $1/\lambda$
- λ

Нет!

22

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из распределения Бернулли с параметром $p \in (0; 1)$. Информация Фишера о параметре p, заключенная в ОДНОМ наблюдении случайной выборки, равна

- p/n
- $\frac{1}{p(1-p)}$
- $1/p$
- n/p
- p

Нет!

23

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из нормального распределения с математическим ожиданием μ и дисперсией $\sigma^2 = 3$. Информация Фишера о параметре μ, заключенная в двух наблюдениях случайной выборки, равна

- $2/3$
- $3/2$
- $\mu/2$
- $2/\mu$
- $2\mu^2$

Нет!

24

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, \text{ при } x \geq 0, \\ 0, \text{ при } x < 0 \end{cases},$$

где $\theta > 0$ — неизвестный параметр распределения. Информация Фишера о параметре θ, заключенная в ТРЁХ наблюдениях случайной выборки, равна

- θ^2
- $1/\theta$
- θ
- $\theta^2/3$
- $3/\theta^2$

Нет!

25

Пусть $\hat{\theta}$ — несмещенная оценка для неизвестного параметра θ, а также выполнены условия регулярности. Неравенство Крамера-Рао представимо в виде

- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) > 1$
- $I_n(\theta) \leq \mathrm{Var}(\hat{\theta})$
- $I_n^{-}1(\theta) \leq \mathrm{Var}(\hat{\theta})$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) \leq 1$

Нет!

26

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из дискретного распределения с таблицей распределения

X_i	-2	0	1
$\mathbb{P}(\cdot)$	$1/2 - \theta$	$1/2$	θ

Несмещённой является оценка

- $(\bar{X} - 1)/3$
- $(\bar{X} + 1)/3$
- $\bar{X} - 1$
- $\bar{X}$
- $\bar{X} + 1$

Нет!

27

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из равномерного распределения на отрезке $[0; \theta]$, где $\theta > 0$ — неизвестный параметр. Несмещённой является оценка

- $2\bar{X}$
- $\bar{X}/2$
- $\bar{X}$
- X_1
- $X_{(1)}$

Нет!

28

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из дискретного распределения с таблицей распределения

X_i	-2	0	1
$\mathbb{P}(\cdot)$	$1/2-\theta$	$1/2$	θ

Состоятельной является оценка

- $\bar{X} - 1$
- $(\bar{X} + 1)/3$
- $\bar{X}$
- $\bar{X} + 1$
- $(\bar{X} - 1)/3$

Нет!

29

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из равномерного распределения на отрезке $[0; \theta]$, где $\theta > 0$ — неизвестный параметр. Состоятельной является оценка

- X_1
- $\bar{X}$
- $\bar{X}/2$
- $X_{(1)}$
- $2\bar{X}$

Нет!

30

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из нормального распределения с математическим ожиданием $\mu = 3$ и дисперсией σ^2. Несмещённой оценкой параметра σ^2 является

- $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - 3)^2$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$
- $\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$
- $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - 3)^2$
- $\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - 3)^2$

Нет!

31

Оценка $\hat{\theta}_n$ называется состоятельной оценкой параметра θ, если

- $\operatorname{Var}(\hat{\theta}_n) \to 0$
- $\operatorname{Var}(\hat{\theta}_n) = \frac{\sigma^2}{n}$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$
- $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$
- Для любой оценки T из класса $\mathcal{K}$ и любого θ выполнено $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq \mathbb{E}((T - \theta)^2)$

Нет!

Оценка $\hat{\theta}_n$ параметра θ называется эффективной в некотором классе оценок $\mathcal{K}$, если

- $\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \to 0$
- Для любой оценки T из класса $\mathcal{K}$ и любого θ выполнено $\mathbb{E}((\hat{\theta}_n - \theta)^2) \leq \mathbb{E}((T - \theta)^2)$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) = \frac{\sigma^2}{n}$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$

Нет!

33

По выборке $X_1, \ldots, X_4$, имеющей нормальное распределение с известной дисперсией 1, проверяется гипотеза $H_0 : \mu = 10$ против $H_a : \mu > 10$. Выборочное среднее оказалось равно 9. Тогда нулевая гипотеза

- отвергается при $\alpha = 0.05$, не отвергается при $\alpha = 0.01$
- отвергается при $\alpha = 0.1$, не отвергается при $\alpha = 0.05$
- Отвергается на любом разумном уровне значимости
- отвергается при $\alpha = 0.01$, не отвергается при $\alpha = 0.05$
- Не отвергается на любом разумном уровне значимости

Нет!

34

По случайной выборке из 49 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 8$ и несмещённая оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 4$ проверяется гипотеза $H_0 : \mu = 7$ против $H_a : \mu \neq 7$. Тогда значение тестовой статистики

- 3.5
- 3
- 1.75
- 1.5
- -1.75

Нет!

35

По выборке из 100 наблюдений $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестной дисперсией, был получен 95% доверительный интервал для математического ожидания $[16, 24]$. Значит, $\bar{X}$ был равен

- 20.5
- 20
- 18
- 21
- 19

Нет!

36

По выборке из 100 наблюдений $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестной дисперсией, был получен 95% доверительный интервал для математического ожидания $[16, 24]$. Считая критическое значение t-статистики равным 2, несмещенная оценка дисперсии была равна

- -1.75
- 18
- 1.5
- 3
- 400

Нет!

37

По выборке из 5 наблюдений $X_1, \ldots, X_5$, имеющей экспоненциальное распределение, для проверки гипотезы о математическом ожидании $H_0 : \mu = \mu_0$ против $H_a : \mu \neq \mu_0$, можно считать, что величина $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 / n}}$ имеет распределение

- t_4
- χ^2_5
- t_5
- χ^2_4
- $\mathcal{N}(0, 1)$

Нет!

38

Вася 50 раз подбросил монетку, 23 раза она выпала «орлом», 27 раз — «решкой». При проверке гипотезы о том, что монетка — «честная», Вася будет пользоваться статистикой, имеющей распределение

- t_{50}
- χ^2_{49}
- $\mathcal{N}(0,1)$
- t_{49}
- t_{51}

Нет!

39

Вася 25 раз подбросил монетку, 10 раз она выпала «орлом», 15 раз — «решкой». При проверке гипотезы о том, что монетка — «честная», Вася может получить следующее значение тестовой статистики

- -3.2
- 2
- 0.4
- -1
- 10.2

Нет!

40

По выборке $X_1, \dots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием, строится доверительный интервал для дисперсии. Он НЕ может иметь вид

- $(0, a)$
- $(0, +\infty)$
- $(b, +\infty)$
- (a, b)
- $(-\infty, a)$

Нет!

41

По выборке $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием, проверяется гипотеза о дисперсии $H_0 : \sigma^2 = 30$ против $H_a : \sigma^2 \neq 30$. Известно, что $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = 270$. Тестовая статистика может быть равна

- 6
- 27
- Не хватает данных
- 3
- 9

Нет!

42

По выборке $X_1, \dots, X_n$, имеющей нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием, проверяется гипотеза о дисперсии $H_0 : \sigma^2 = 30$ против $H_a : \sigma^2 \neq 30$. Тестовая статистика будет иметь распределение

- t_{n-1}
- $\mathcal{N}(0, 1)$
- χ^2_{n-1}
- χ^2_n
- t_n

Нет!

43

Дана реализация выборки: 7, -1, 3, 0. Выборочный начальный момент второго порядка равен

- 0.75
- 19.75
- 2.25
- -1
- 59

Нет!

44

Дана реализация выборки: 7, -1, 3, 0. Первая порядковая статистика принимает значение

- 3
- 2.25
- 0
- -1
- 7

Нет!

45

Дана реализация выборки: 7, -1, 3, 0. Выборочная функция распределения в точке 0 принимает значение

- 0
- 1
- 0.25
- 0.75
- 0.5

Нет!

46

Трёх случайно выбранных студентов 2-го курса попросили оценить сложность Теории вероятностей и Статистики по 100 балльной шкале

	Аким	Ариадна	Темуужин
Теория вероятностей	70	75	82
Статистика	64	69	100

Тест знаков отвергает гипотезу о том, что Статистика и Теории вероятностей одинаково сложны в пользу альтернативы, что Статистика проще при уровне значимости

- 0.1
- $3/8$
- 0.51
- 0.05
- $1/3$

Нет!

47

Преподаватель в течение 10 лет ведет статистику о посещаемости лекций. Он заметил, что перед контрольной работой посещаемость улучшается. Преподаватель составил следующую таблицу сопряженности

	Контрольная будет	Контрольной не будет
Пришло бол. пол. курса	35	80
Пришло мен. пол. курса	5	200

Если T — статистика Пирсона, а k — число степеней свободы её распределения, то

- $T > 52,\ k = 2$
- $T < 52,\ k = 1$
- $T < 52,\ k = 4$
- $T > 52,\ k = 1$
- $T > 52,\ k = 3$

Нет!

48

Экзамен принимают два преподавателя: Б.Б. Злой и Е.В. Добрая. Они поставили следующие оценки:

Е.В. Добрая	6	4	7	8	
Б.Б. Злой	2	3	10	8	3

Значение статистики Вилкоксона для гипотезы о совпадении распределений оценок равно

- 20.5
- 20
- 22.5
- 7.5
- 19

Нет!