

Lycée de Berlaymont

Cours de physique générale

Titulaire de cours : Fabrice LACROIX

Superposition d'ondes

Janvier 2020

Valentin ALLARD

Année académique 2019 - 2020

Introduction

Durant le premier semestre, nous avons étudié les différentes propriétés des ondes, à savoir : la réflexion et la diffraction. Ce chapitre consistera en l'étude d'une nouvelle propriété que les ondes peuvent avoir ; la superposition. Ce phénomène de superposition fera apparaître un nouveau type d'ondes, les ondes stationnaires et permettra de déterminer la vitesse du son dans l'air et d'étudier les propriétés des différents instruments de musique.

Principe de superposition

Expériences et énoncé du principe

Le phénomène de superposition d'ondes peut se rencontrer dans différentes situations :

- Rencontre, en un point fixé, de deux ondes issues de deux sources différentes, dans une cuve à ondes.
- Rencontre de deux ondes produites de part et d'autre d'une corde tendue (ou d'un long ressort).

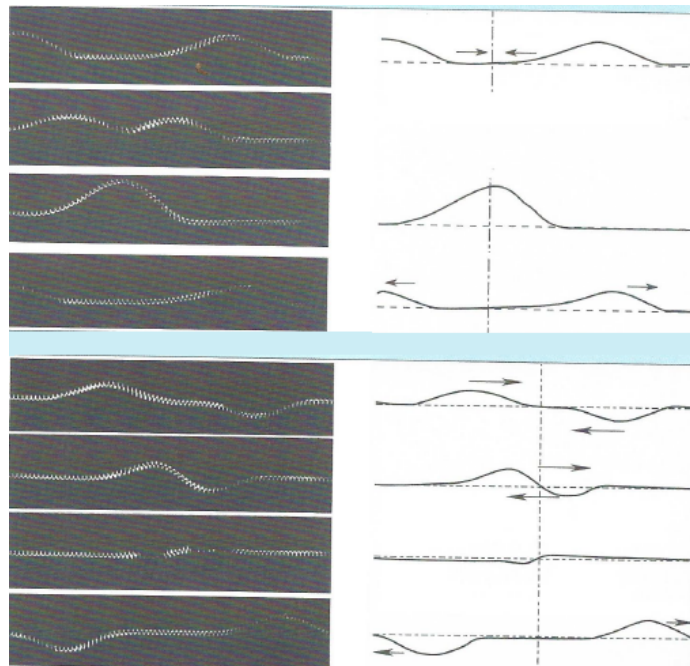


FIGURE 1 – Superposition d'ondes sur un ressort.

- Dispositif anti-bruit émettant du bruit afin de se superposer avec le bruit ambiant pour limiter le bruit.
- Principe de Huygens faisant intervenir la superposition.

Ces différentes expériences permettent d'intuire le principe de superposition :

Principe de superposition

L'**élongation résultante**, en un point P et à un instant donné, t est la **somme algébrique des élongations** en ce point et à cet instant **de chacune des perturbations** :

$$y(t, P) = y_1(t, P) + y_2(t, P)$$

Où $y(t, P)$ est l'onde résultante au point P à l'instant t tandis que $y_1(t, P)$ et $y_2(t, P)$ désignent respectivement les perturbations, émises par les sources 1 et 2, au point P et à l'instant t .

Après leur rencontre, les deux perturbations continuent à se propager indépendamment l'une de l'autre.

Le phénomène de battement

Observations expérimentales

Faisons fonctionner ensemble **deux diapasons de fréquences légèrement différentes** et placés sur leur caisse de résonance. En faisant cela, on observe que **le son émis** (qui est la superposition des deux sons émis par chaque diapason respectif) **augmente et diminue périodiquement**. L'intensité du son émis varie d'autant plus lentement que les deux fréquences des diapasons sont plus proches. Lorsque les deux diapasons ont la même fréquence, on ne remarque plus aucune variation périodique de l'intensité du son émis.

Battement (définition)

On définit le **battement** comme étant la **variation périodique de l'intensité sonore résultant de la superposition de deux sons de fréquences différentes mais proches** (Comme illustré sur la Figure 4). Pour mieux visualiser le phénomène, le lecteur est invité à utiliser l'animation interactive "Battements" de Walter Fendt : https://www.walter-fendt.de/html5/phfr/beats_fr.htm

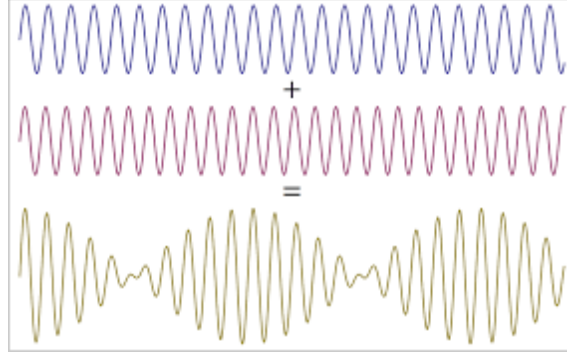


FIGURE 2 – Phénomène de battement : superposition de deux ondes de fréquences quasi-identiques (en rouge et bleu) donnant une onde résultante d’amplitude variable au cours du temps (en jaune).

Etude mathématique du battement

Supposons **deux oscillateurs harmoniques de fréquences presque égales** dont les élongations sont données par :

$$y_1(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \quad y_2(t) = A_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2)$$

Par souci de simplicité nous considérons le cas $A_1 = A_2 = A$ et $\phi_1 = \phi_2 = 0$. Par le principe de superposition, **l’équation de l’élongation résultante $y(t)$** est donnée par :

$$\begin{aligned} y(t) &= y_1(t) + y_2(t) = A [\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)] \\ &= 2A \sin\left(\frac{\omega_1 t + \omega_2 t}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_1 t - \omega_2 t}{2}\right) \\ &= 2A \cos(\omega_{Batt} t) \sin(\omega_{Moy} t) \end{aligned}$$

Où on a utilisé la relation de Simpson¹ pour passer de la première à la seconde ligne. On définit respectivement **la pulsation moyenne ω_{Moy}** et **la pulsation du battement ω_{Batt}** comme :

$$\omega_{Moy} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad \omega_{Batt} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$$

L’**onde résultante $y(t)$** a la forme d’une **onde sinusoïdale $y(t) = A' \sin(\omega_{Moy} t)$** où l’amplitude $A' = 2A \cos(\omega_{Batt} t)$ est **périodique** (Voir Figure 4 et Figure 3). C’est la variation périodique de cette amplitude qui est **responsable de la variation périodique de l’intensité**² du son observé durant notre précédente expérience.

1. $\sin p + \sin q = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

2. Pour rappel, l’intensité est proportionnelle au carré de l’amplitude.

Fréquence des battements

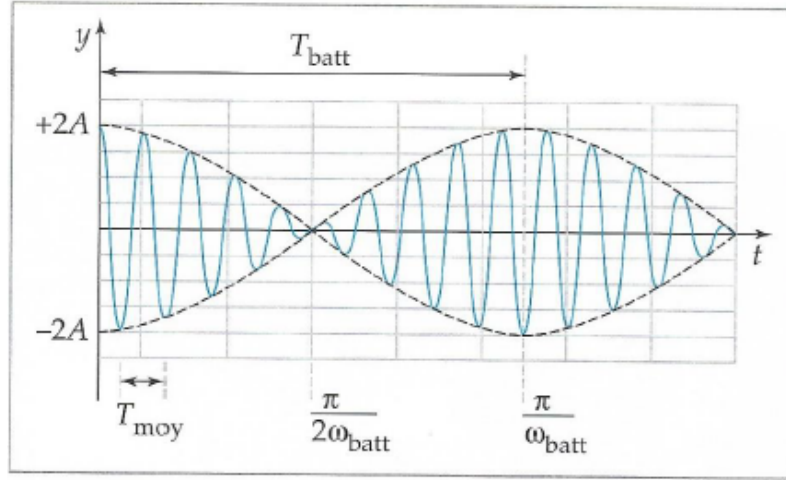


FIGURE 3 – Phénomène de battement issu de la superposition de deux oscillateurs harmoniques d'amplitude A et de fréquences quasi-identiques f_1 et f_2 . La période de battement est définie comme $T_{Batt} = f_{Batt}^{-1} = |f_1 - f_2|^{-1}$ tandis que la période moyenne est définie comme $T_{moy} = f_{moy}^{-1} = 2/(f_1 + f_2)$.

La fréquence des battements se déduit en analysant la variation de l'amplitude $A' = 2A \cos(\omega_{Batt}t)$:

- A $t = 0$: $A' = 2A$ et l'**intensité** du son est **maximale**.
- A $t = \frac{\pi}{2\omega_{Batt}}$: $A' = 0$ et l'**intensité** du son est **nulle**.
- A $t = \frac{\pi}{\omega_{Batt}}$: $A' = -2A$ et l'**intensité** du son est, **à nouveau, maximale**.

La période de battement est alors donnée par : $T_{Batt} = \frac{\pi}{\omega_{Batt}}$. La fréquence de battement f_{Batt} , quant à elle, est donnée par :

$$f_{Batt} = \frac{1}{T_{Batt}} = \frac{\omega_{Batt}}{\pi} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi} = \frac{2\pi(f_1 - f_2)}{2\pi} = f_1 - f_2$$

Fréquence de battement (définition)

De manière générale, la **fréquence de battement** se définit comme :

$$f_{Batt} = |f_1 - f_2|$$

On tient à rappeler que, jusqu'à présent, les raisonnements ont été effectués en considérant $A_1 = A_2 = A$ (les amplitudes sont identiques). Cependant, expérimentalement, il est difficile de communiquer à l'aide du marteau, la même amplitude à chaque diapason. **Un traitement plus général (en considérant des amplitudes A_1 et A_2 différentes) montrerait que l'équation de l'onde résultante**

$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$ présenterait une amplitude maximale $A_1 + A_2$ et une amplitude minimale $|A_1 - A_2|$.

Le **phénomène de battement** constitue la **base des techniques utilisées pour accorder les instruments de musique** : si deux instruments de musique produisent, en même temps, des sons de fréquences et d'amplitudes différentes mais proches (Par exemple, $f_1 = 440$ Hz et $f_2 = 442$ Hz), les musiciens percevront un battement de l'intensité du son de $f_{Batt} = |440 - 442| = 2$ Hz ce qui nécessite d'accorder les instruments. Lorsque les instruments sont accordés, $f_1 = f_2$ et $f_{Batt} = 0$ Hz : on ne perçoit plus aucun battement.

Les modes stationnaires

Expérience et observations

Tendons un **long ressort** et **fixons le à une de ses deux extrémités** tout en produisant, **à l'autre extrémité, des déformations sinusoïdales entretenues**. Nous pouvons alors faire plusieurs observations :

- Des oscillations ne semblant pas se propager s'installent le long du ressort : il s'agit des **modes stationnaires** de vibration.
- Chaque point du ressort oscille avec une amplitude qui lui est propre et différente des points voisins. On appelle **noeuds**, les points ayant une amplitude nulle et **ventres**, les points ayant une amplitude maximale.
- Ces **modes stationnaires** existent pour **certaines fréquences données** : en augmentant la fréquence, on augmente le nombre de noeuds/ventres.
- La portion du ressort comprise entre deux noeuds est appelée **fuseau**. Tous les points d'un même fuseau oscillent en concordance de phase tandis que les points de deux fuseaux voisins oscillent en opposition de phase.

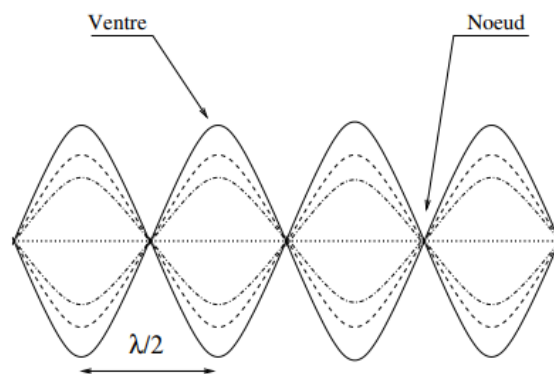


FIGURE 4 – Ventres et noeuds dans une onde stationnaire.

En secouant périodiquement une extrémité de notre ressort, nous produisons une onde sinusoïdale qui se propage le long du ressort avant de se faire réfléchir à l'autre

extrémité de ce ressort et de repartir dans l'autre sens. L'**onde stationnaire** peut se concevoir comme une onde issue de la **superposition entre l'onde incidente** (de vitesse v) que nous générons et l'onde réfléchie (de vitesse $-v$).

Ondes stationnaires transversales

Interprétation via le principe de superposition

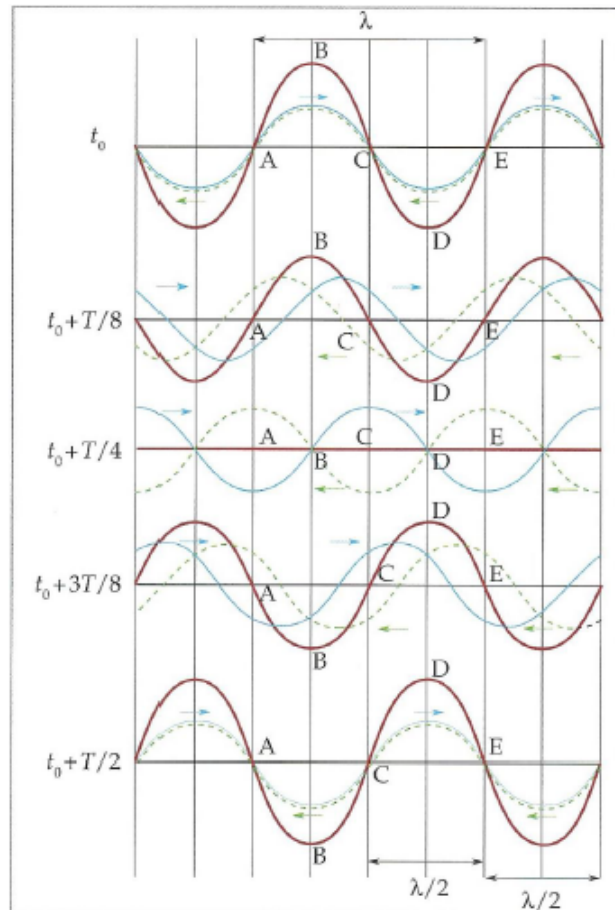


FIGURE 5 – Évolution dans le temps d'une onde stationnaire (en rouge) issue de la superposition d'une onde incidente de vitesse v (bleu, trait plein) et d'une onde réfléchie de vitesse $-v$ (bleu, tirets).

Observons la Figure 5 illustrant l'évolution temporelle d'une onde stationnaire (en rouge) issue de la superposition d'une onde sinusoïdale incidente (en bleu, trait plein) d'amplitude A se déplaçant à la vitesse v vers la droite et une onde réfléchie d'amplitude A se déplaçant à la vitesse v vers la droite (en bleu, tirets) :

- On n'a plus la propagation des crêtes et des creux (d'où le terme **onde stationnaire**).

- Les points A, C, E, \dots sont constamment immobiles : il s'agit de noeuds (leur amplitude est nulle). La **distance entre deux noeuds** est de $d_{Noeud-Noeud} = \lambda/2$.
- Les points B, D, \dots ont une amplitude maximale (de $2A$) : il s'agit de ventres. La **distance entre deux ventres** est de $d_{Ventre-Ventre} = \lambda/2$ tandis que la distance séparant un ventre d'un noeud est de $d_{Ventre-Noeud} = \lambda/4$.
- Entre deux noeuds voisins, tous les points vibrent en concordance de phase tandis que, de part et d'autre d'un noeud, les points vibrent en opposition de phase.

Étude mathématique des ondes stationnaires (transversales)

Nous venons de voir qu'une onde stationnaire peut se concevoir comme la superposition d'une onde incidente d'amplitude A et de vitesse v se déplaçant dans le sens de l'axe Ox et d'une onde réfléchie de même amplitude A et de même vitesse v mais se déplaçant dans le sens opposé à l'axe Ox . Comme ce qui a été fait pour l'étude du battement, il est possible de chercher l'équation de l'onde stationnaire $y(x, t)$ à l'aide du principe de superposition.

Les élongations de l'onde incidente et de l'onde réfléchie sont, respectivement, données par :

$$y_1(x, t) = A \sin \left(\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \phi_1 \right) = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{vT} + \phi_1 \right) = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \phi_1 \right)$$

$$y_2(x, t) = A \sin \left(\omega \left(t - \frac{x}{(-v)} \right) + \phi_2 \right) = A \sin \left(\omega t + \frac{2\pi x}{vT} + \phi_2 \right) = A \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x + \phi_2 \right)$$

L'élongation de l'onde stationnaire est alors donnée par :

$$\begin{aligned} y(x, t) &= y_1(x, t) + y_2(x, t) = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \phi_1 \right) + A \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x + \phi_2 \right) \\ &= A \left[\sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \phi_1 \right) + \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x + \phi_2 \right) \right] \\ &= 2A \sin \left(\omega t + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \right) \cos \left(-\frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \right) \\ &= 2A \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{\phi_2 - \phi_1}{2} \right) \sin \left(\omega t + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \right) \end{aligned}$$

Comme nous sommes dans le cas d'un ressort (ou d'une corde) fixé(e) à son extrémité, nous sommes dans le cas d'une réflexion "dure", nous avons alors un déphasage de : $\phi_2 - \phi_1 = \pi$. Par la propriété $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) = \sin \alpha$, nous avons alors :

$$y(x, t) = 2A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \sin\left(\omega t + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right)$$

$$= A_{stat}(x) \sin\left(\omega t + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \quad \text{tq} \quad A_{stat}(x) = 2A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

L'onde stationnaire $y(x, t)$ est une onde sinusoïdale de pulsation ω d'amplitude $A_{stat}(x) = 2A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$ variant spatialement (et non temporellement, comme c'était le cas avec les battements). L'étude de l'amplitude $A_{stat}(x)$ permet de déterminer la position des noeuds et des ventres :

- Position des **noeuds** : les noeuds sont les points où $A_{stat}(x) = 0$ ce qui revient à résoudre $\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = 0$.

La **position des noeuds** x_n est alors donnée par :

$$x_n = n \frac{\lambda}{2} \quad (\text{Où } n = 0, 1, 2, \dots)$$

La **distance entre deux noeuds successifs** $d_{Noeud-Noeud}$ est bien donnée par $d_{Noeud-Noeud} = \lambda/2$.

- Position des ventres : les ventres sont les points où $A_{stat}(x) = \pm 2A$ ce qui revient à résoudre $\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = \pm 1$.

La **position des ventres** x_m est alors donnée par :

$$x_m = \frac{\lambda}{4} + m \frac{\lambda}{2} \quad (\text{Où } m = 0, 1, 2, \dots)$$

La **distance entre deux ventres successifs** $d_{Ventre-Ventre}$ est bien donnée par $d_{Ventre-Ventre} = \lambda/2$.

On constate aussi que la distance entre un ventre et un noeud est de $d_{Ventre-Noeud} = d_{Noeud-Ventre} = \lambda/4$. Le principe de superposition nous a permis d'interpréter quelques propriétés des ondes stationnaires. Cependant, il reste encore à expliquer pourquoi les ondes stationnaires ne se produisent que pour certaines fréquences. Pour cela, observons la Figure 6 représentant le ressort de longueur l fixé au point Z et sur lequel on envoie des ondes sinusoïdales à partir du point S .

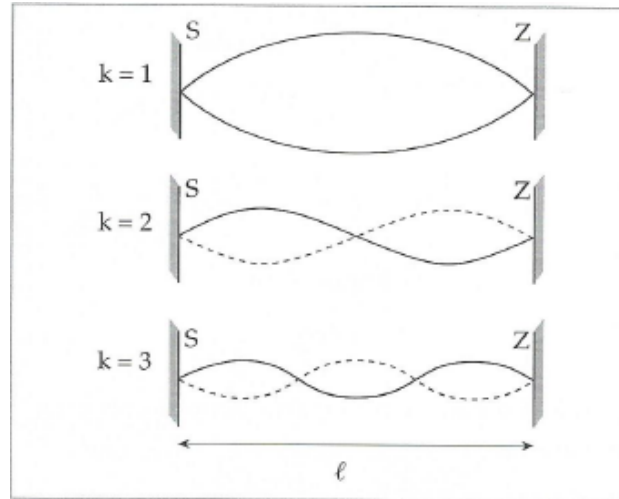


FIGURE 6 – Modes stationnaires sur un ressort de longueur l fixé au point Z où la source des déformations sinusoïdales est au point S .

Le **point** Z est fixé et correspond donc à un **noeud**. Le **point source** S , une fois le régime stationnaire installé, possède une amplitude d'oscillation très faible par rapport à celle d'un ventre : le point S est **très proche d'un noeud et peut être approximé en tant que tel**. Nous avons alors, la condition suivante :

$$A_{stat}(l) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}l\right) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{2\pi}{\lambda}l = k\pi$$

Par la relation, $\lambda = v/f_k$, on trouve les fréquences des modes stationnaires f_k :

Fréquence des ondes stationnaires sur un ressort/corde aux deux extrémités fixées

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{(2l/k)} = k \frac{v}{2l} \quad (\text{Où } k = \text{Nombre de fuseaux})$$

La fréquence est *quantifiée* et dépend donc du nombre de fuseaux k , la longueur du ressort l et de la vitesse de propagation de l'onde incidente/réfléchie v le long de ce ressort.

Cette fréquence peut aussi se retrouver (plus facilement), en constatant que la longueur du ressort l correspond à un nombre entier de longueurs d'onde ($l = k \frac{\lambda}{2}$ (Où k désigne le nombre de fuseaux), voir Figure 6).

Ondes stationnaires aux extrémités fixées : cas des instruments à cordes

Lorsqu'une corde de longueur l est frottée, pincée ou frappée, elle vibre selon des **modes stationnaires dont les deux extrémités sont fixées** comme le montre la Figure 6. Les fréquences se déduisent en utilisant la formule précédemment dérivée pour le cas d'une onde stationnaire transversale aux extrémités fixées :

$$f_k = \frac{k}{2l}v \quad (k = \text{Nombre de fuseaux})$$

Le cas $k = 1$ donne la **fréquence fondamentale** qui donne la note correspond au mode stationnaire avec un seul ventre. Les **harmoniques** correspondent aux **autres modes** $k > 1$. En effet, lorsqu'on fait vibrer une corde de guitare, celle-ci vibre et son élongation est une superposition de modes stationnaires comprenant le fondamental et des harmoniques d'intensité variables (voir vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=ttgLyWFINJI>). Cette superposition constitue la base du timbre de l'instrument : c'est ce timbre qui permet de caractériser de quel instrument un son de fréquence donnée provient³.

Vitesse de propagation des ondes le long d'une corde

A l'aide d'une guitare, il est possible de chercher la forme que posséderait la vitesse de propagation des ondes le long d'une corde. Pour cela, nous analyserons la fréquence du son émis par cette corde, celle-ci nous donnera des infos sur la vitesse de propagation v : en effet, comme $\lambda = v/f$ où $\lambda \propto l$, le fait de fixer la longueur de la corde nous donne alors une relation de proportionnalité $v \propto f$. Analysons les différents paramètres pouvant influencer cette vitesse de propagation :

- Influence de la **force de tension** F_t : en prenant une corde de masse m et de longueur l fixée, en tirant dessus faiblement et puis fortement et en écoutant le son émis, on constate que, plus la force exercée sur la corde est importante, plus le son émis sera aigu. La force de tension F_t aurait donc une influence sur la vitesse de propagation v .
- Influence de la **masse de la corde** m : en tirant, avec la même intensité, différentes cordes construites avec différents matériaux (et donc, de masses m différentes) ayant toutes la même longueur l , on constate que, plus la masse de la corde est élevée, plus le son émis sera grave. La masse de la corde m aurait donc une influence sur la vitesse de propagation.
- Influence de la **longueur de la corde** l : la longueur de la corde aurait une influence sur la vitesse de propagation des ondes.

Les paramètres qui semblent influencer la vitesse de propagation des ondes seraient : la force de tension F_t , la masse de la corde m et la longueur de la corde l . En

3. La fréquence, à elle toute seule, ne permet pas de caractériser un son (un son de même fréquence émis par différents instruments ne sera pas le même : <https://www.youtube.com/watch?v=VRAXK4QKJ1Q>), la forme de l'onde, caractérisée par le timbre, permet de caractériser un son.

utilisant ces paramètres, il est possible de déterminer la forme de l'expression de la vitesse de propagation des ondes le long de la corde, via l'analyse dimensionnelle :

$$[v] = L/T \quad [F] = ML/T^2 \quad [m] = M \quad [l] = L$$

On trouve alors la relation suivante :

$$v = C^{\text{ste}} \sqrt{\frac{F_t}{\mu}} \quad \text{tq} \quad \mu = m/l \quad (\text{Masse linéique de la corde})$$

Où C^{ste} est une constante de proportionnalité. Il est possible de montrer que $C^{\text{ste}}=1$. Pour cela, on considère l'expérience donnée à la Figure 7.

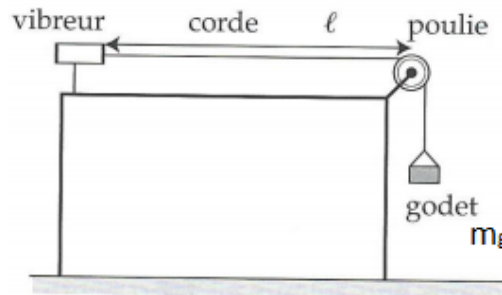


FIGURE 7 – Dispositif expérimental pour mesurer la vitesse de propagation des ondes le long d'une corde. Le godet rempli de masse m_g fournit une force de tension $F_t = m_g g$ à une corde de longueur l que l'on fait vibrer (à l'aide du vibreur) à une fréquence f fixée.

La force de tension est donnée par le poids du godet que l'on a rempli au préalable ($F_t = m_g g$) tandis que la masse linéique de la corde se détermine en mesurant la masse m et la longueur l de la corde ($\mu = m/l$). Par la relation liant la distance entre deux noeuds successifs et la longueur d'onde $2d_{\text{Noeud-Noeud}} = \lambda$ et par $\lambda = v/f$, nous avons : $v = 2fd_{\text{Noeud-Noeud}}$. Connaissant la fréquence du vibreur f , il est alors possible de déterminer v .

Il est alors possible de calculer la valeur de la constante de proportionnalité $C^{\text{ste}} = v \sqrt{\frac{\mu}{F_t}}$ et de montrer que celle-ci vaut bien 1. Nous avons trouvé la valeur de la vitesse de propagation des ondes le long d'une corde :

Vitesse de propagation des ondes transversales le long d'une corde

$$v = \sqrt{\frac{F_t}{\mu}}$$

Où F_t est l'intensité de la force de tension exercée sur la corde et μ est la masse par unité de longueur de la corde.

Autres exemples de modes stationnaires

Les modes stationnaires longitudinaux

Jusqu'à présent, nous avons étudié, à l'aide du ressort, des modes stationnaires transversaux (les déformations sinusoïdales incidentes que nous avons produites afin d'établir le mode stationnaire sont perpendiculaires à leur sens de propagation). Des **modes stationnaires longitudinaux** peuvent être aussi créés à l'aide du ressort : ces modes stationnaires longitudinaux **s'interprètent et s'étudient de la même manière que celle effectuée pour les modes stationnaires transverses** ! Les modes stationnaires engendrés par l'écoulement de l'air dans un tuyau sont des modes stationnaires longitudinaux.

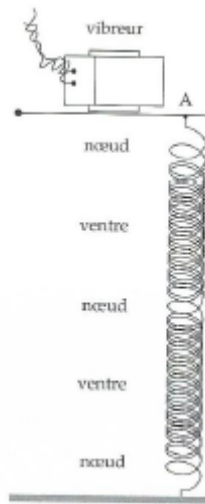


FIGURE 8 – Mode stationnaire longitudinal sur un ressort.

Modes stationnaires à une extrémité libre

Nous pouvons refaire la même expérience avec le ressort à la différence où nous laissons libre, une des deux extrémités tout en produisant des déformations sinusoïdales avec l'autre extrémité. En faisant cela, nous constatons l'apparition de modes stationnaires transverses où l'extrémité du ressort est, cette fois-ci, un ventre (et plus un noeud). De tels modes s'observent aussi dans le mouvement de l'air à l'intérieur d'un tuyau semi-ouvert.

Ces modes stationnaires à une extrémité libre existent, aussi, que pour certaines fréquences f_k que nous pouvons déterminer à l'aide de la longueur du ressort l et de

la Figure 9 :

Fréquence des ondes stationnaires sur un ressort/corde à une extrémité libre

$$f_k = (k + 1/2) \frac{v}{2l} \quad (k = \text{Nombre de fuseaux})$$

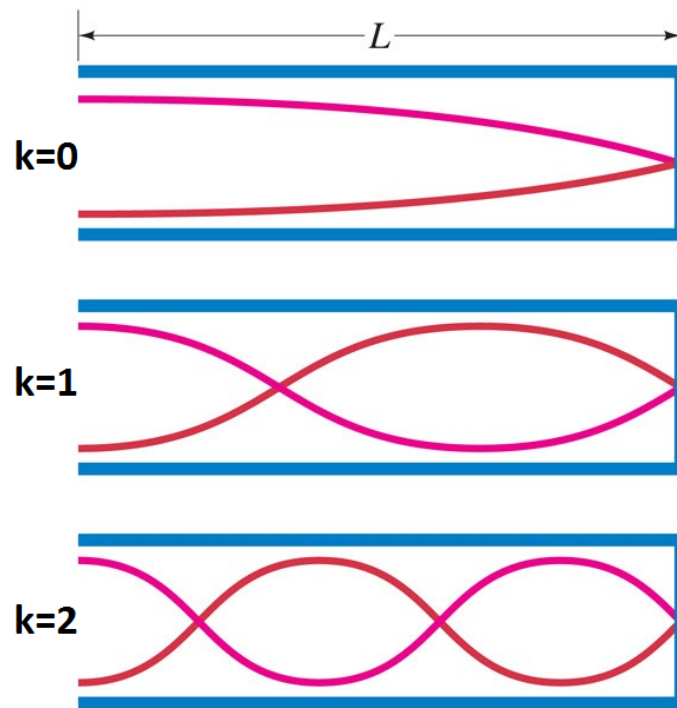


FIGURE 9 – Modes stationnaires sur un tuyau semi-ouvert de longueur l . k désigne le nombre de fuseaux entiers : le mode $k=0$ correspond au fondamental, les modes $k>0$ correspondent aux harmoniques.

Ondes stationnaires longitudinales à une extrémité libre : cas de la flûte (de pan)

Dans un flûte de pan, les vibrations de la colonne d'air dans chaque tuyau constituent la source sonore. Le souffle du flûtiste ou la mécanique de la soufflerie dans une orgue apporte l'énergie à la colonne d'air qui se met à vibrer suivant des **modes stationnaires à une extrémité libre** comme le montre la Figure 10. Les fréquences se déduisent en utilisant la formule précédemment dérivée pour le cas d'une onde stationnaire à une extrémité libre :

$$f_k = (k + 1/2) \frac{v}{2l} \quad (k = \text{Nombre de fuseaux}) \quad (1)$$

Le cas $k=0$ correspond à la fréquence fondamentale (qui est inversement proportionnelle à la longueur du tube comme il est possible de le constater en soufflant dans une flûte de pan ou dans des bouteilles de différentes tailles).

Modes stationnaires à deux extrémités libres

Il existe aussi des modes stationnaires dont les deux extrémités sont des ventres. De tels cas se retrouvent notamment dans les tubes d'orgues. Comme pour les autres types de modes stationnaires, ces modes à deux extrémités libres n'existent que pour certaines fréquences f_k pouvant se déterminer à l'aide de la Figure 10 :

Fréquence des ondes stationnaires sur un ressort/corde à une extrémité libre

$$f_k = (k + 1) \frac{v}{2l} \quad (k = \text{Nombre de fuseaux})$$

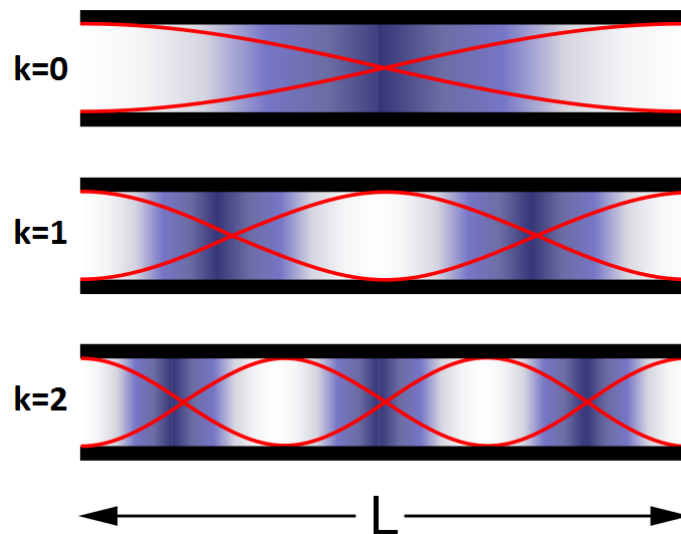


FIGURE 10 – Modes stationnaires sur un tuyau ouvert de longueur l . k désigne le nombre de fuseaux entiers : le mode $k=0$ correspond au fondamental, les modes $k>0$ correspondent aux harmoniques.

Mesure de la vitesse du son dans l'air

Considérons un tube cylindrique attaché, à une de ses extrémités, à un haut-parleur de même diamètre que le tube et émettant un son de fréquence $f = 1000$

Hz fixe. Un micro se trouve à l'autre extrémité de ce tube et celui-ci peut glisser librement à l'intérieur de celui-ci.

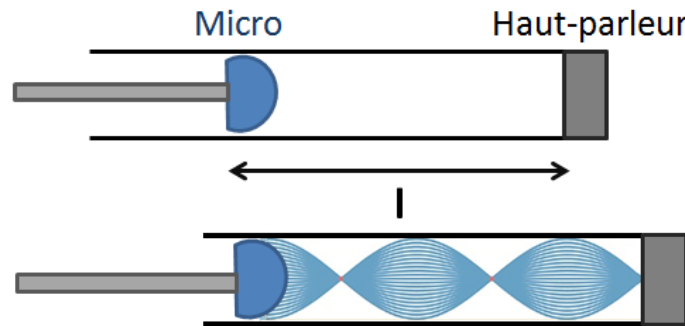


FIGURE 11 – Schéma du dispositif expérimental destiné à mesurer la vitesse du son dans l'air et schéma du principe de la mesure.

Les ondes sonores pénètrent dans le tube, par le micro avant de s'y réfléchir contre la surface du micro. La superposition entre les ondes incidentes et réfléchies donnent lieu à un **mode stationnaire (longitudinal) à une extrémité libre** : le **haut-parleur** est considéré comme un **noeud** tandis que le **son perçu par le micro** sera **plus intense** lorsqu'il y a formation d'un **ventre au niveau du micro**.

- Lorsque le son est **intense pour la première fois**, la distance entre le haut-parleur et le micro l est égale à : $l = d_{Ventre-Noeud} = \lambda/4$.
- Lorsque le son est **intense pour la seconde fois**, la distance entre le haut-parleur et le micro l est égale à : $l = 3\lambda/4$.
- Lorsque le son est **intense pour la n-ième fois**, la distance entre le haut-parleur et le micro l est égale à : $l = (2n - 1)\lambda/4$

Dans notre expérience λ est fixé (puisque f et v sont fixés). En faisant varier la distance entre le haut-parleur et le micro l tout en repérant les valeurs pour lesquelles l'intensité du son est maximale, nous pouvons déterminer la valeur de la longueur d'onde λ puisque :

$$\Delta l = d_{Ventre-Ventre} = \lambda/2$$

Comme la fréquence f est connue ($f = 1000\text{Hz}$) et par $v = \lambda f$, on peut déterminer la vitesse du son dans l'air.

$$d_{Ventre-Ventre} = 17,2 \text{ cm} \quad \Longleftrightarrow \quad v = 2d_{Ventre-Ventre}f = 2*0,172*1000 = 344 \text{ m/s}$$

Aux imprécisions expérimentales près (Erreur relative de 0,292%) cette **valeur** est **conforme à la valeur admise à température ambiante de 343 m/s**.

La voix

La voix résulte de l'action combinée de la glotte qu'entourent les cordes vocales et de plusieurs cavités contenant de l'air (cavités buccales, nasales et pharynx). Lorsque l'air est envoyé à travers la glotte, les cordes vocales (étendues à ce moment) entrent en vibration. La **dimension des cordes vocales** est **plus grande chez les hommes (20-25 mm) que chez les femmes (15-20 mm)** : les sons sont plus graves chez les hommes. Comme les **cordes vocales d'un enfant** sont **petites**, le son qu'il émet est donc plus aigu.

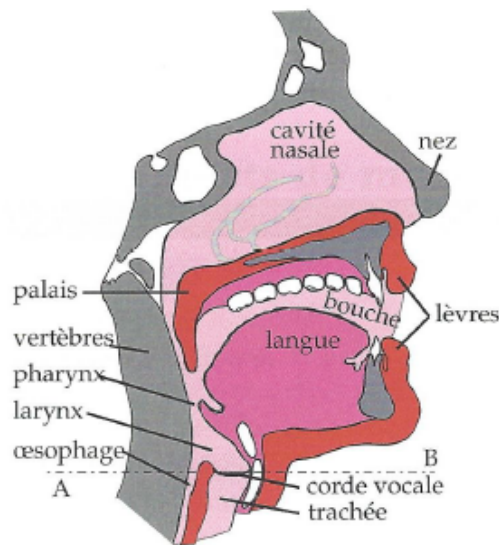


FIGURE 12 – Schéma des organes phoniques de l'être humain.

Un son est caractérisé par une fréquence fondamentale bien déterminée et un très grand nombre d'harmoniques : **le son est complexe**. De manière générale, **n'importe quel son complexe peut se décomposer en sommes de sons fondamentaux** : il s'agit de la **décomposition de Fourier**.

Décomposition de Fourier

Par le principe de superposition, **tout son décrit par $y(t)$ peut se décrire comme une superposition de sons sinusoïdaux** de fréquence ω_k , d'amplitude A_k et de déphasage ϕ_k fixés (tel que $k = 1, 2, 3, \dots$) :

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) + \dots \quad \text{tq} \quad y_k(t) = A_k \sin(\omega_k t + \phi_k)$$

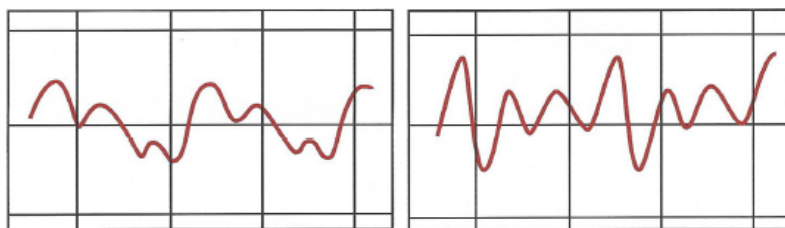


FIGURE 13 – Oscillogramme de voyelles illustrant la complexité du son émis par une voix. En vertu de la décomposition de Fourier, chacun de ces sons peut se décomposer comme une somme de sons fondamentaux (sinusoïdaux).