

# Radiométrie et contraste

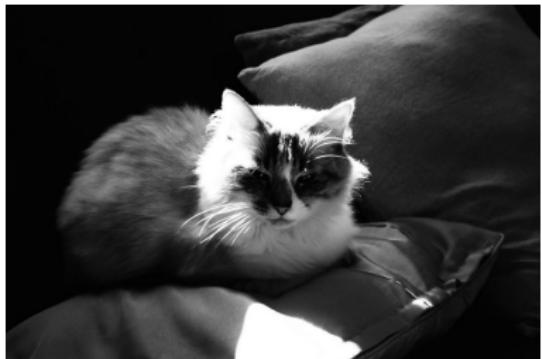
Julie Delon et Yann Gousseau

Télécom ParisTech - LTCI

IMA201

# Intensité lumineuse et vision humaine

La perception du contenu d'une image varie peu si l'on applique une fonction croissante à l'image (lunettes de soleil, contraste d'un écran, etc...).



$$x \mapsto x^2$$

# Intensité lumineuse et vision humaine

La perception du contenu d'une image varie peu si l'on applique une fonction croissante à l'image (lunettes de soleil, contraste d'un écran, etc...).



$$x \mapsto x^2$$

# Intensité lumineuse et vision humaine

La perception du contenu d'une image varie peu si l'on applique une fonction croissante à l'image (lunettes de soleil, contraste d'un écran, etc...).



$$x \mapsto \sqrt{x}$$

# Intensité lumineuse et vision humaine

Faux si la fonction n'est pas une fonction croissante : cas par ex du négatif d'une photo.



$$x \mapsto 1 - x$$

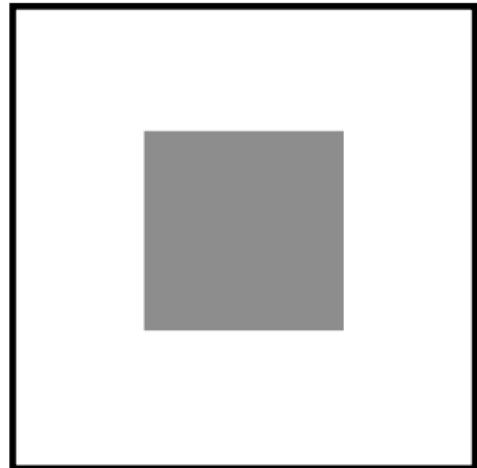
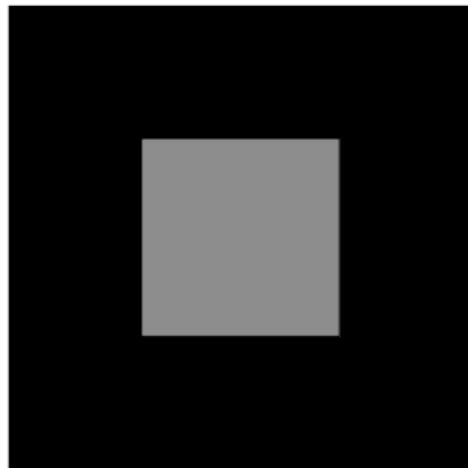
# Intensité lumineuse et vision humaine

Faux si la fonction n'est pas une fonction croissante : cas par ex du négatif d'une photo.



# Intensité lumineuse et vision humaine

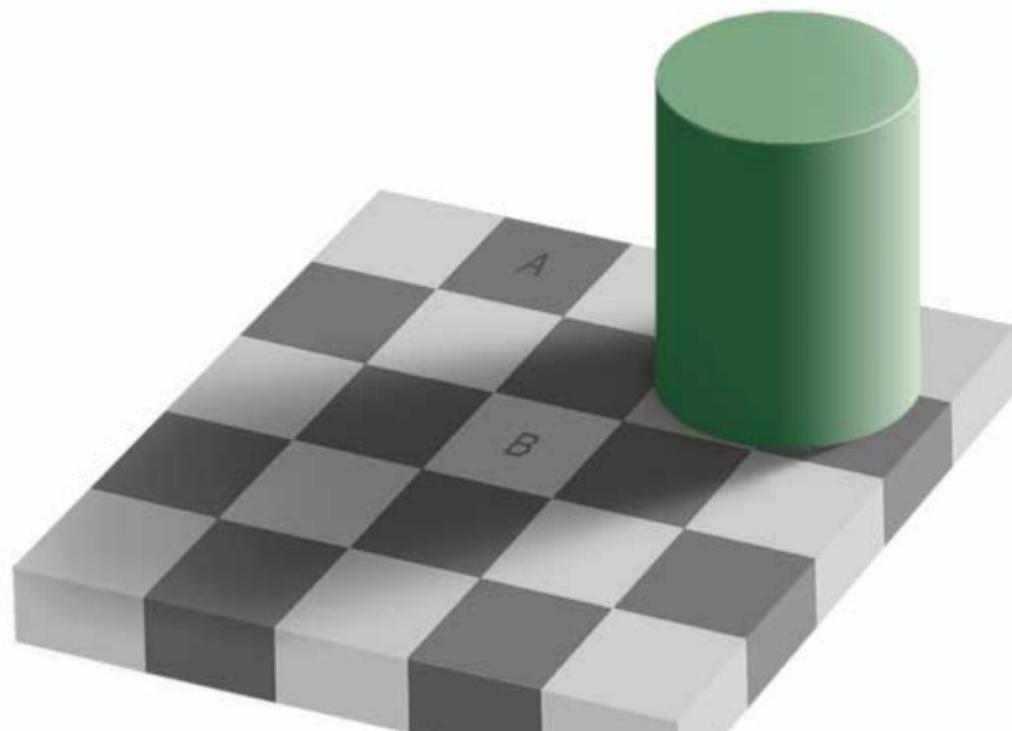
Nous sommes sensibles aux contrastes locaux, bien plus qu'aux contrastes globaux dans l'image (Kanizsa).



Kanizsa, Grammatica del Vedere, Societa Editrice il Mulino, 1997

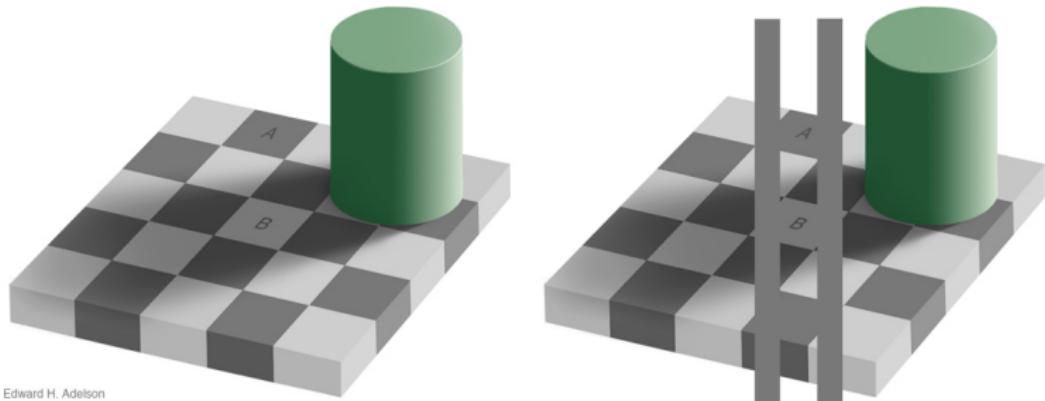
## Intensité lumineuse et vision humaine

Nous sommes sensibles aux contrastes locaux, bien plus qu'aux contrastes globaux dans l'image.



# Intensité lumineuse et vision humaine

Nous sommes sensibles aux contrastes locaux, bien plus qu'aux contrastes globaux dans l'image.



Edward H. Adelson

Experiment E. Adelson

# Retour sur l'acquisition d'images

$$u = Q[h((g_0 * s) \cdot \Pi_{\Gamma} \cdot F + b)], \text{ avec} \quad (1)$$

- $s$  scène,
- $g_0$  : réponse impulsionnelle du système optique et de l'intégration des capteurs ( $g_{ouv} * g_{flou} * g_{mouv} * g_{capt}$ ),
- $\Pi_{\Gamma} = \sum_{\gamma \in \Gamma} \delta_{\gamma}$  réseau des capteurs, e.g.  $\Gamma = \mathbb{Z}^2$
- $F = \mathbb{I}_{\Omega}, \Omega \in \mathbb{R}^2$ , support global de l'acquisition, e.g.  $\Omega = [0, N]^2$
- $b$  bruit additif : pour  $(i, j) \in \Gamma$ ,  $b(i, j)$  est une famille de variables aléatoires i.i.d.
- $h$  est une fonction croissante : un "changement de contraste"
- $Q$  est un opérateur de quantification

L'étude des liens entre l'image continue  $g_0 * s$  et l'image mesurée (discrète)  $(g_0 * s) \cdot \Pi_{\Gamma}$  est la théorie de l'échantillonnage (cf premier cours).

Dans ce cours, on s'intéresse à la radiométrie des images, et plus précisément aux changements de contraste et à la quantification. On se restreint pour l'instant à des images en niveau de gris.

# Notations

Dans ce qui suit, on notera  $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  une image, avec

- $\Omega$  une grille rectangulaire de taille  $|\Omega| = M \times N$  (**image discrète**).

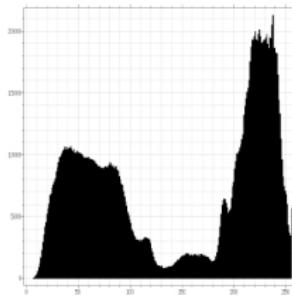
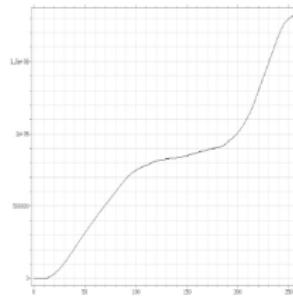
On supposera que l'image  $u$  ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs  $y_0 < \dots < y_{n-1}$ .

En général, images en niveaux de gris sur 8 bits :  $0, \dots, 255$ .

## Première partie I

Histogrammes et changements de contraste

# Histogramme d'une image



# Histogramme d'une image

## Definition

**Histogramme**  $h_u$  de  $u$

$$h_u = \sum_{i=0}^{n-1} h_i \delta_{y_i}, \quad \text{où} \quad h_i = \frac{1}{|\Omega|} \#\{\mathbf{x} \in \Omega; u(\mathbf{x}) = y_i\}.$$

Avec  $\delta_{y_i}(y) = 1$  si  $y = y_i$ , et vaut 0 sinon.

Caractérise la distribution des niveaux de gris pour une image (proportion relative de chaque niveau de gris).

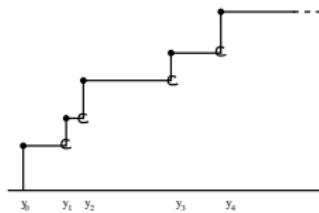
Remarque : invariant aux transformations géométriques de type similitude sur l'image (aux effets de discréétisation près).

# Histogramme cumulé d'une image

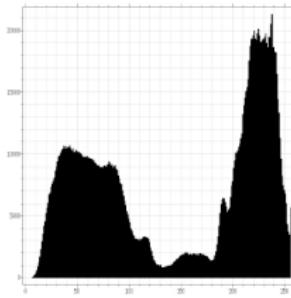
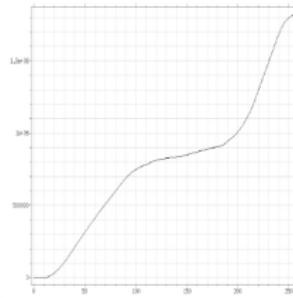
## Definition

Soit  $u$  une image discrète définie sur  $\Omega$ , l'**histogramme cumulé** de  $u$  est la fonction croissante  $H_u$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$H_u(\lambda) = \frac{1}{|\Omega|} \# \{\mathbf{x} \in \Omega; u(\mathbf{x}) \leq \lambda\}.$$



# Histogramme d'une image



Ici  $\{y_0, \dots, y_{n-1}\} = \{0, \dots, 255\}$  (image sur 8 bits). En pratique,  $H_u$  et  $h_u$  sont définis comme des **fonctions discrètes** de  $\{0, \dots, 255\}$  dans  $\{0, \dots, |\Omega|\}$ .

**Remarque :** si on modélise les  $|\Omega|$  valeurs de gris des pixels de l'image comme des réalisations de variables aléatoires iid  $X_1, \dots, X_{|\Omega|}$ , l'histogramme cumulé  $H_u$  est une estimation empirique de la fonction de répartition des  $X_i$  (et  $h_u$  est une estimation de leur densité).

# Changement de contraste

## Definition

On appelle **changement de contraste** une fonction  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  croissante. Ce changement de contraste transforme l'image  $u$  en  $g(u)$  (opération non linéaire en général, globale sur l'image).

## Proposition

*Si  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  est un **changement de contraste strictement croissant**, pour tout  $i$*

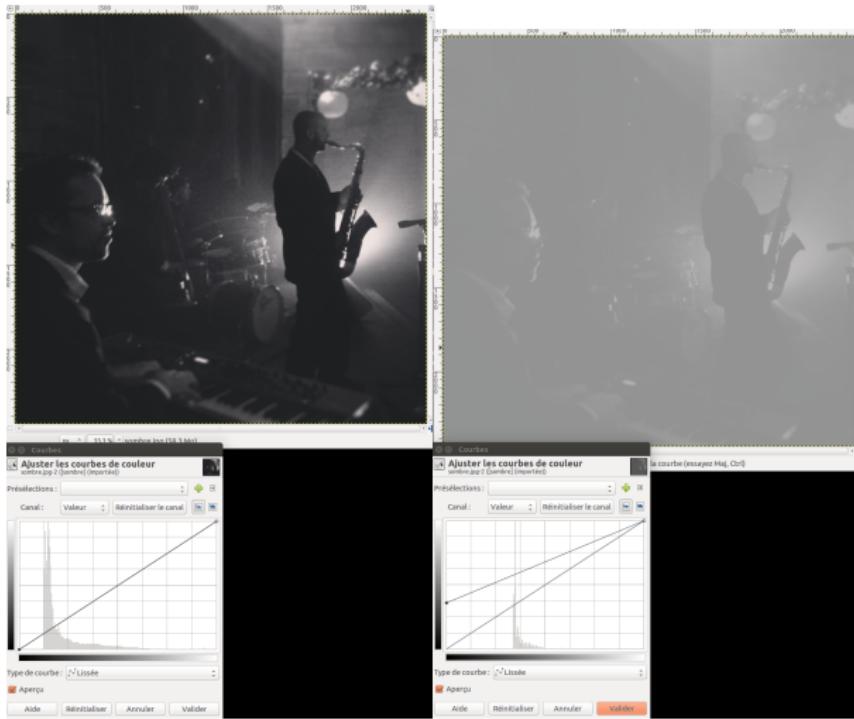
$$H_{g(u)}(g(y_i)) = H_u(y_i)$$

- On a aussi  $\forall \mathbf{x} \in \Omega$ ,  $H_{g(u)}(g \circ u(\mathbf{x})) = H_u(u(\mathbf{x}))$ .
- L'histogramme prend les mêmes valeurs en différentes positions (abscisses)
- si  $g$  n'est pas strictement croissante, il peut y avoir perte d'information (plusieurs  $g(y_i)$  pouvant être égaux).

# Changements de contraste classiques

- "**Luminosité, contraste**" (**Gimp, Photoshop, etc.**) :  $u \mapsto ku + C$ , avec  $k, C$  constant ( $k$  contraste,  $C$  luminosité)
- "**Contrast Stretching**" :  $u \mapsto ku + C$ , avec  $k, C$  choisis de manière à utiliser toute la dynamique  
Utile pour la visualisation ou comme pré-traitement
- "**Transformation gamma**" :  $u \mapsto u^\gamma$
- **Seuillage** :  $u \mapsto \mathbb{1}(u > \lambda)$   
 $I$  devient binaire. Méthode élémentaire d'extraction de formes (texte scanné).
- **Négatif** : utile pour images médicales (zones lumineuses = zones les moins denses).
- **Echelle logarithmique** : utile si l'image possède une dynamique très étalée. Ex : image d'une transformée de Fourier, images mal calibrées, etc...

# Changement de luminosité



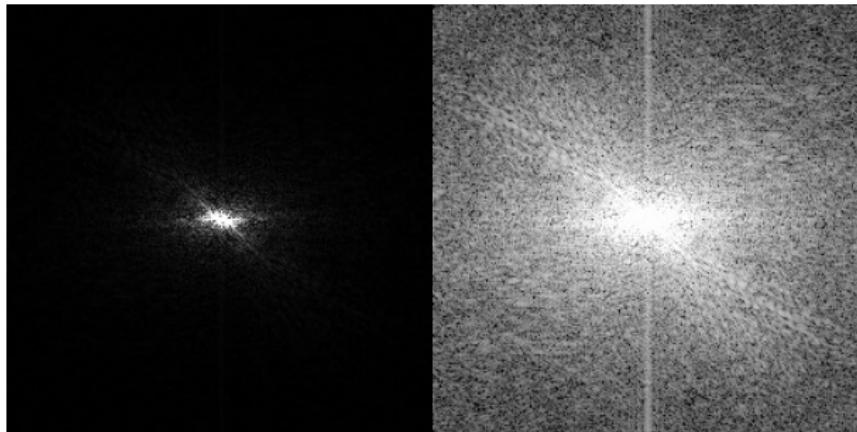
# Changement de luminosité et contraste



# Seuillage



# Utilité de l'échelle logarithmique



# Correction Gamma

L'affichage des écrans à tube cathodique était naturellement **non linéaire** = l'intensité lumineuse reproduite à l'écran n'est pas une fonction linéaire de la tension d'entrée, mais une fonction puissance

$$I = V^\gamma, \quad \text{avec } \gamma \simeq 2.5.$$

→ inhérent à la technologie CRT, reproduit artificiellement sur les écrans actuels (LCD, plasma, etc.).

(tubes réagissent peu aux signaux de faible puissance)

**Conséquence** : les images apparaissent plus sombres qu'elles ne le sont réellement.



# Correction Gamma

L'affichage des écrans à tube cathodique était naturellement **non linéaire** = l'intensité lumineuse reproduite à l'écran n'est pas une fonction linéaire de la tension d'entrée, mais une fonction puissance

$$I = V^\gamma, \quad \text{avec } \gamma \simeq 2.5.$$

→ inhérent à la technologie CRT, reproduit artificiellement sur les écrans actuels (LCD, plasma, etc.).

(tubes réagissent peu aux signaux de faible puissance)

**Conséquence** : les images apparaissent plus sombres qu'elles ne le sont réellement.



# Correction Gamma

**Correction à la prise de vue** : les appareils de prise de vue (appareils photos, scanners) effectuent une correction destinée à compenser cette non-linéarité.

Matrices CCD linéaires → correction Gamma du signal  $1/2.5 = 0.4$  → quantification uniforme.

# Egalisation d'histogramme

## Definition

Le changement de contraste qui consistent à prendre  $H_u$  pour fonction croissante  $g$  s'appelle **égalisation d'histogramme**

On parle d'égalisation car l'histogramme cumulé de l'image  $g(u)$  ainsi obtenue se rapproche "le plus possible" de l'identité. Plus précisément,

## Proposition

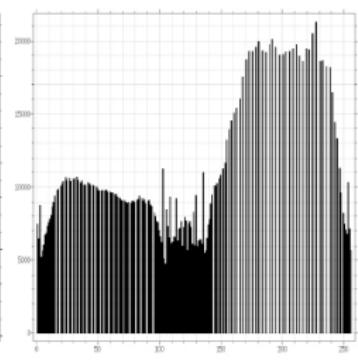
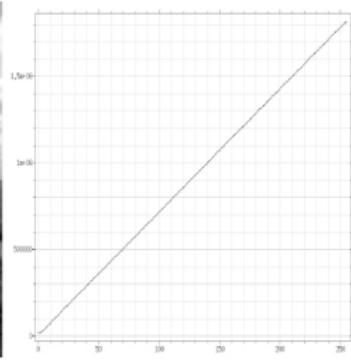
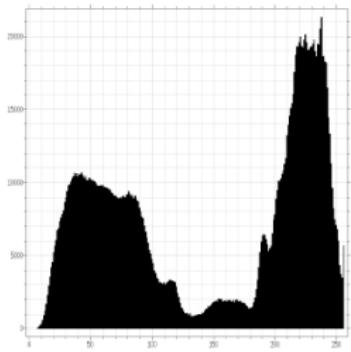
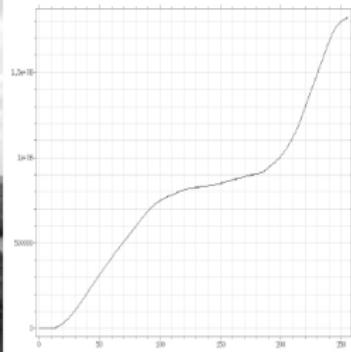
*On a  $H_{H_u \circ u}(\lambda) \leq \lambda$  pour tout  $\lambda$ , avec égalité aux valeurs  $H_u(y_i)$ .*

**Equivalent proba :** si  $F$  est continue et que  $X$  est une v.a. suivant la loi  $F(dx)$ , alors  $F(X)$  a une loi uniforme sur  $[0, 1]$ .

## Egalisation d'histogramme



# Egalisation d'histogramme



# Perte d'information

Avant égalisation :



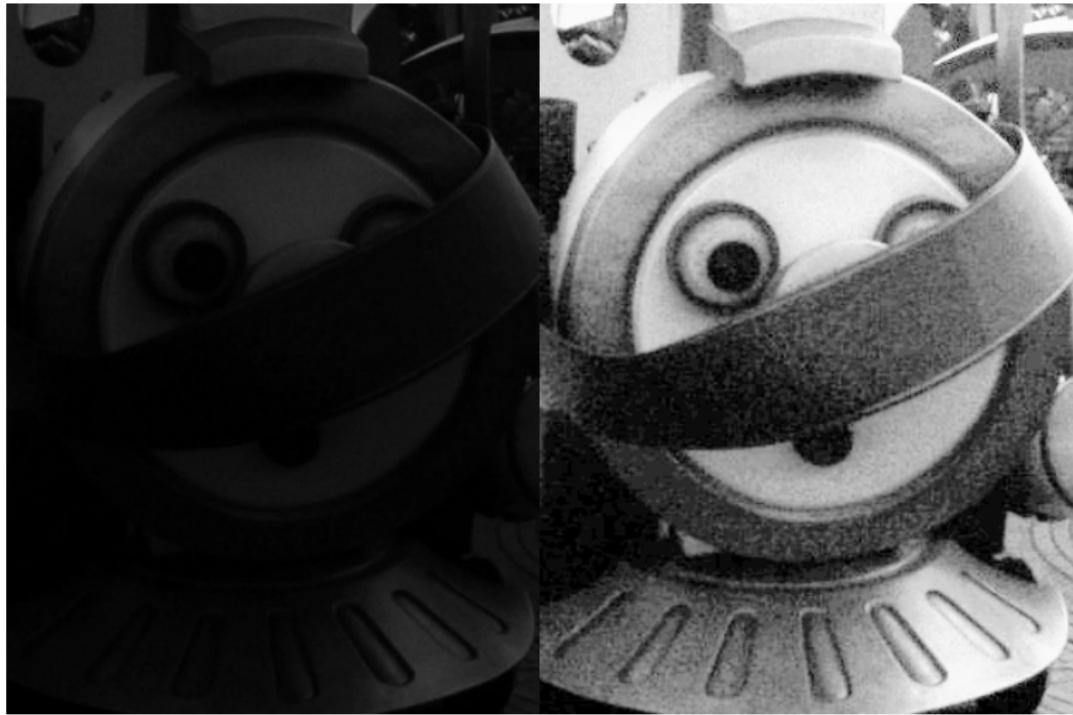
Après égalisation :



# Augmentation du bruit de quantification



# Augmentation du bruit de quantification



# Spécification d'histogramme

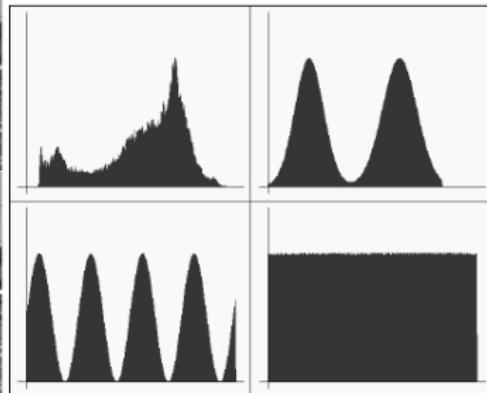
**Principe :** on cherche un changement de contraste  $g$  tel que l'histogramme cumulé de  $g(u)$  soit le plus proche possible d'une certaine fonction  $F$  strictement croissante et continue de  $[0, 1]$  sur  $[0, 1]$ .

## Proposition

Soit  $g = F^{-1} \circ H_u$ . Alors,  $\forall \lambda \in [0, 1]$ ,  $H_{F^{-1} \circ H_u \circ u}(\lambda) \leq F(\lambda)$ , avec égalité aux points  $F^{-1} \circ H_u(y_i)$ .

L'histogramme cumulé de  $F^{-1} \circ H_u \circ u$  est constant par morceaux et prend donc les mêmes valeurs que  $F$  lors de ses “sauts”, c'est-à-dire aux points  $F^{-1} \circ H_u(y_i)$ .

## Exemples de spécification



## Spécification d'histogramme

Cas particulier : on cherche à donner à une image  $u$  le même histogramme cumulé qu'une image donnée  $v$  :  $H_v^{-1} \circ H_u \circ u$ .

Problème :  $H_v$  n'est pas forcément inversible.

# Spécification d'histogramme

Cas particulier : on cherche à donner à une image  $u$  le même histogramme cumulé qu'une image donnée  $v$  :  $H_v^{-1} \circ H_u \circ u$ .

Problème :  $H_v$  n'est pas forcément inversible.

## Definition

On peut définir le **pseudo-inverse** de  $H_v$  sur  $]0, 1]$  par

$$H_v^{-1}(\alpha) = \inf\{\lambda; H_v(\lambda) \geq \alpha\}, \text{ pour tout } \alpha \text{ dans } ]0, 1].$$

Remarques :

- $H_v^{-1}$  est croissante et constante par morceaux
- Pour tout  $\mathbf{x}$  dans  $\Omega$ ,  $H_v^{-1} \circ H_v(v(\mathbf{x})) = v(\mathbf{x})$ .

# Spécification d'histogramme

Cas particulier : on cherche à donner à une image  $u$  le même histogramme cumulé qu'une image donnée  $v$  :  $H_v^{-1} \circ H_u \circ u$ .

Problème :  $H_v$  n'est pas forcément inversible.

## Definition

On peut définir le **pseudo-inverse** de  $H_v$  sur  $]0, 1]$  par

$$H_v^{-1}(\alpha) = \inf\{\lambda; H_v(\lambda) \geq \alpha\}, \text{ pour tout } \alpha \text{ dans } ]0, 1].$$

Remarques :

- $H_v^{-1}$  est croissante et constante par morceaux
- Pour tout  $\mathbf{x}$  dans  $\Omega$ ,  $H_v^{-1} \circ H_v(v(\mathbf{x})) = v(\mathbf{x})$ .

On considère alors  $H_v^{-1} \circ H_u \circ u$ .

# Spécification d'histogramme

Cas particulier : on cherche à donner à une image  $u$  le même histogramme cumulé qu'une image donnée  $v$  :  $H_v^{-1} \circ H_u \circ u$ .

Problème :  $H_v$  n'est pas forcément inversible.

## Definition

On peut définir le **pseudo-inverse** de  $H_v$  sur  $]0, 1]$  par

$$H_v^{-1}(\alpha) = \inf\{\lambda; H_v(\lambda) \geq \alpha\}, \text{ pour tout } \alpha \text{ dans } ]0, 1].$$

Remarques :

- $H_v^{-1}$  est croissante et constante par morceaux
- Pour tout  $\mathbf{x}$  dans  $\Omega$ ,  $H_v^{-1} \circ H_v(v(\mathbf{x})) = v(\mathbf{x})$ .

On considère alors  $H_v^{-1} \circ H_u \circ u$ .

**En pratique**, un moyen très simple de donner à  $u$  le même histogramme que  $v$  :

`[x,index] = sort(u(:));`

`u(index) = sort(v(:));`

## Comparaison d'images



*Copyright : Lionel Moisan.*

# Comparaison d'images



*Copyright : Lionel Moisan.*

# Comparaison d'images



-



=



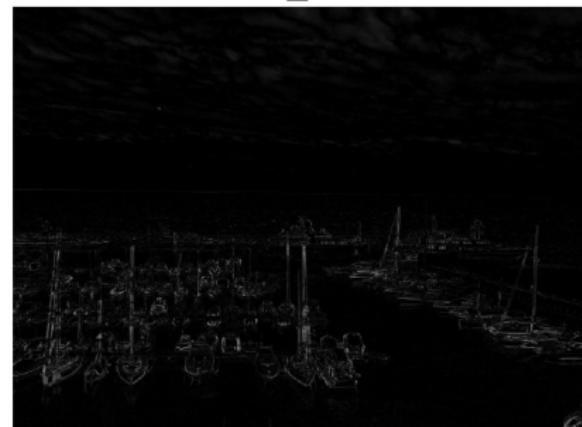
# Comparaison d'images



# Comparaison d'images



# Comparaison d'images



# Transformations d'histogrammes locales

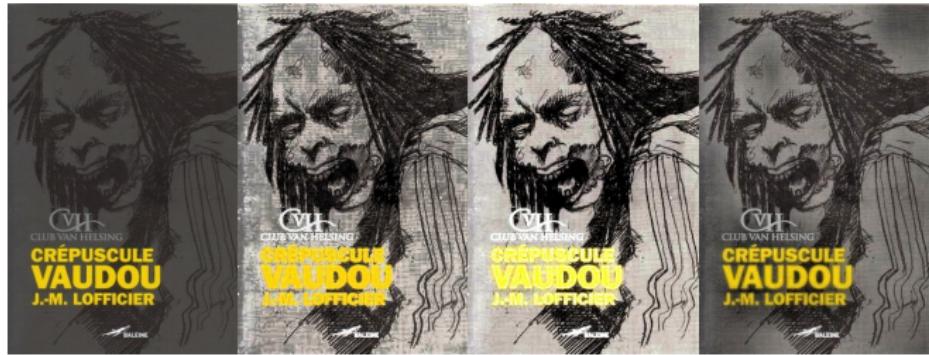
## Modifications locales du contraste

Traitements par blocs (sous-parties carrées de l'image) ; (e.g. méthode CLAHE)

Les blocs doivent se chevaucher pour éviter les artefacts

**Demo en ligne** : → *local color correction ipol* dans un moteur de recherche

# Exemples



De gauche à droite : image originale, égalisation d'histogramme, *stretching* d'histogramme, égalisation adaptative.

# Effet sur l'histogramme de l'ajout de bruit sur l'image

**Bruit additif** : ajout d'un bruit  $b$  à la variable aléatoire  $u$ ,  $u_b = u + b$ .  
 $u + b$  variable aléatoire de densité  $h_u * h_b$ .

- $b$  bruit Gaussien  $\mathcal{N}(0, \sigma^2) \rightarrow$
- $b$  bruit uniforme  $\rightarrow$

**Bruit impulsif :**

# Effet sur l'histogramme de l'ajout de bruit sur l'image

**Bruit additif** : ajout d'un bruit  $b$  à la variable aléatoire  $u$ ,  $u_b = u + b$ .  
 $u + b$  variable aléatoire de densité  $h_u * h_b$ .

- $b$  bruit Gaussien  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$  → histogramme convolué avec une gaussienne centrée d'écart-type  $\sigma$ .
- $b$  bruit uniforme →

**Bruit impulsif :**

## Effet sur l'histogramme de l'ajout de bruit sur l'image

**Bruit additif** : ajout d'un bruit  $b$  à la variable aléatoire  $u$ ,  $u_b = u + b$ .  
 $u + b$  variable aléatoire de densité  $h_u * h_b$ .

- $b$  bruit Gaussien  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$  → histogramme convolué avec une gaussienne centrée d'écart-type  $\sigma$ .
- $b$  bruit uniforme → histogramme convolué avec une fonction porte.

**Bruit impulsionnel** :

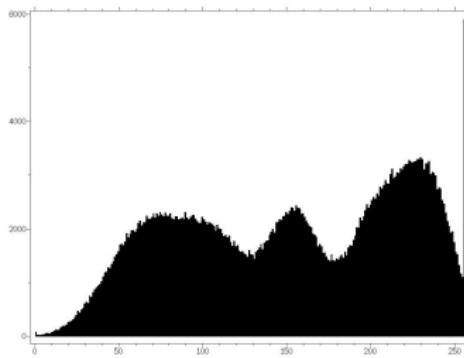
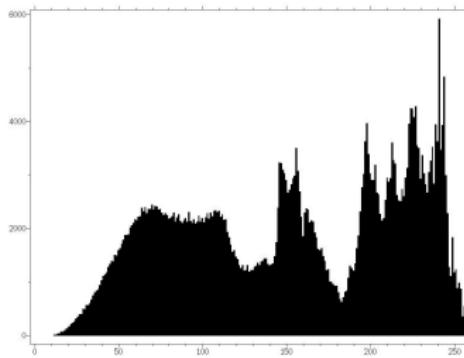
## Effet sur l'histogramme de l'ajout de bruit sur l'image

**Bruit additif** : ajout d'un bruit  $b$  à la variable aléatoire  $u$ ,  $u_b = u + b$ .  
 $u + b$  variable aléatoire de densité  $h_u * h_b$ .

- $b$  bruit Gaussien  $\mathcal{N}(0, \sigma^2) \rightarrow$  histogramme convolué avec une gaussienne centrée d'écart-type  $\sigma$ .
- $b$  bruit uniforme  $\rightarrow$  histogramme convolué avec une fonction porte.

**Bruit impulsif** :  $u_b = (1 - X)u + XY$  où  $X$  suit une loi de Bernoulli de paramètre  $\theta$  et  $Y$  une loi uniforme sur  $\{0, \dots, 255\}$ .  
 $\Rightarrow u_b$  variable aléatoire de densité  $\frac{1}{256}\theta + (1 - \theta)h_u$ .

## Exemple avec un bruit Gaussien ( $\sigma = 10$ )



## Deuxième partie II

Quantification et dynamique des images numériques

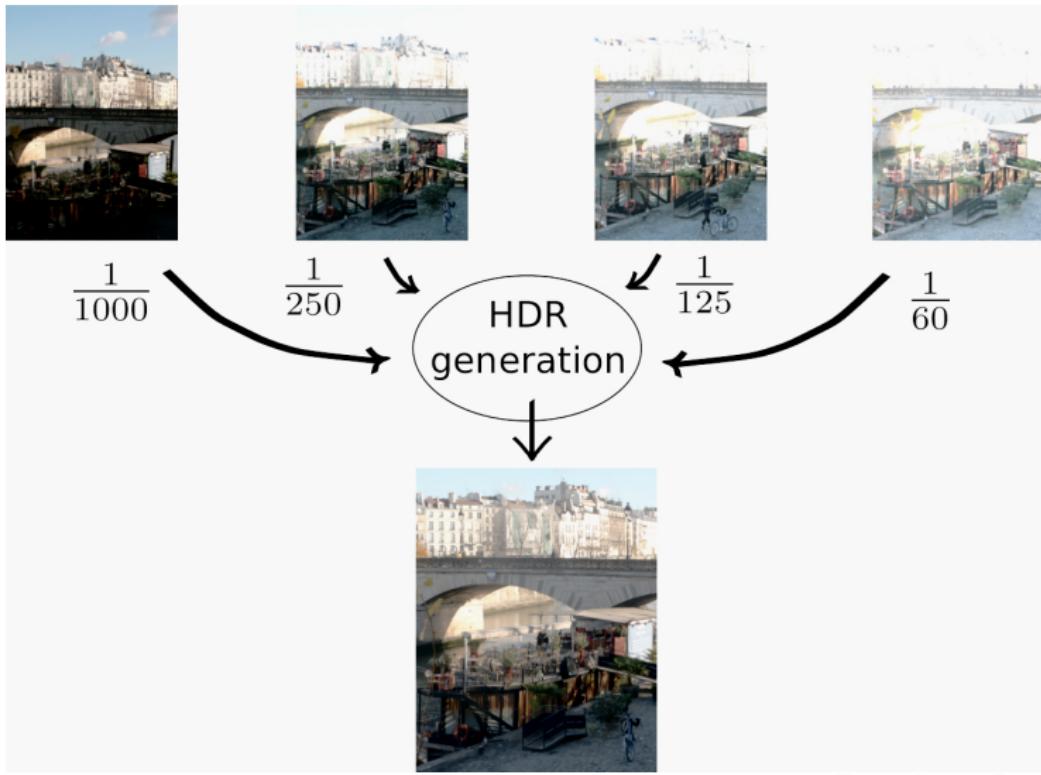
# Dynamique des images numériques

Aspect n'apparaissant pas dans l'équation d'acquisition des images numériques : la plage dynamique des capteurs...

- Capteurs photographiques :  $1 \rightarrow 2^{12}$  (12 f-stops)  
parfois jusqu'à 15 f-stops (très bon reflex en 2019), 10 pour un bon smartphone
- Capacité absolue de l'oeil : 25 f-stops (34 M) : étoile → soleil  
Mais simultanément environ 14 f-stops (adaptation à la luminosité)

# Imagerie HDR (High Dynamic Range)

Stratégie classique : le multi-images



# Exemples d'images HDR



by J.A. Sanjurjo under CC BY-NC-ND 2.0



by Daniel under CC BY 2.0



by Marc under CC BY-NC-SA 2.0



by Daniel under CC BY 2.0

# Imagerie HDR

→ cours IMA 206

# Principe de la quantification

$u : \Omega \rightarrow \{y_0, \dots, y_{n-1}\}$ , avec en général  $Y = \{0, \dots, 255\}$  (images sur 8 bits).

## Exemples d'application :

- **Appareil photo numérique** : images sur 10-15 bits, quantifiées sur 8 bits après correction gamma.
- **Imagerie satellitaire** : transmission, souvent à partir de 12 bits.
- **Cas de la couleur** : 24 bits (8 pour chaque composante).
- **Humains** : perception qui s'adapte à la luminosité ambiante.

**Principe :** réduire le nombre de valeurs prises par l'image de  $n$  à  $p \leq n$

# Principe de la quantification

Opérateur de quantification  $Q$  entièrement défini par la donnée de valeurs  $(q_i)_{i=0,\dots,p-1}$  et des bords  $(t_j)_{j=0,\dots,p}$  tels que

$$t_0 \leq q_0 \leq t_1 \leq q_1 \leq \dots q_{p-1} \leq t_p.$$

$Q$  est défini par  $Q(\lambda) = q_i$  si  $t_i \leq \lambda < t_{i+1}$ .

Image quantifiée  $Q \circ u : \Omega \rightarrow \{q_0, \dots, q_{p-1}\}$ .

## Intérêt :

- Images moins lourdes à stocker, à gérer, à transmettre (cas satellitaire) ;
- Indispensable pour affichage sur un écran dont la dynamique est plus étroite que celle de l'image (écrans d'ordinateurs il y a qqs années, écrans de mobiles aujourd'hui...).

# Exemples

**Quantification uniforme :** division de  $Y$  en intervalles réguliers. Si  $Y = \{0, \dots, 255\}$  et que  $p$  est un diviseur de 256,

$$t_i = i \frac{256}{p}, \quad i = 0, \dots, p \quad \text{et} \quad q_i = \frac{t_i + t_{i+1}}{2} = \left(i + \frac{1}{2}\right) \frac{256}{p}.$$

**Quantification suivant l'histogramme :**  $t_i = \min\{\lambda; H_u(\lambda) \geq \frac{i}{p}\}$ ,  $q_i$  moyennes ou barycentres des intervalles  $[t_i, t_{i+1}]$ .

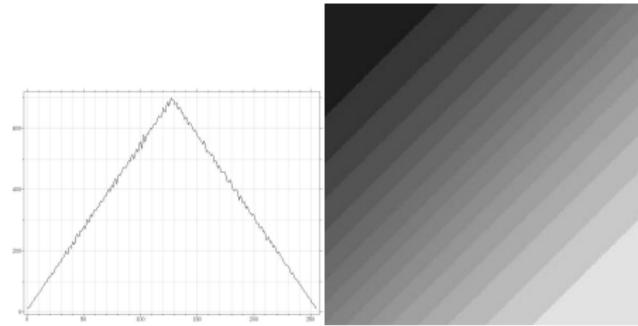
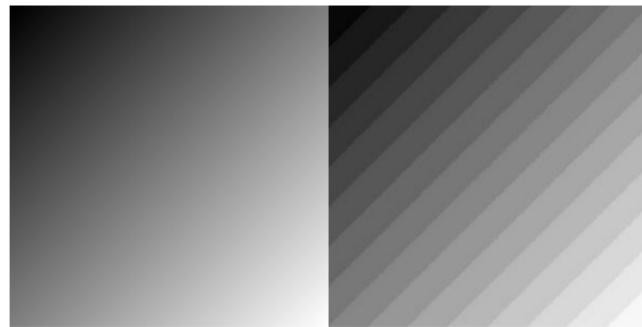
↔ Revient à égaliser l'histogramme avant de le quantifier uniformément.

**Quantification de Lloyd-Max :** minimise l'erreur aux moindres carrés

$$MSQE = \sum_{i=0}^{p-1} \sum_{y_j \in [t_i, t_{i+1}[} h_i(y_j - q_i)^2.$$

→ algo itératif (rq : k-means 1D...)

# Exemple sur un dégradé



# Exemples - suite

## Quantification uniforme



## Exemples - suite

Quantification suivant l'histogramme



# Exemples - suite

## Quantification de Lloyd-Max



# Quantification couleur

**Espaces 3D** de représentation couleur RGB, HSV, Lab...

Toute méthode de **clustering** 3D peut convenir pour quantifier : on associe à chaque groupe la couleur de son barycentre.

**Exemples** : K-means ; **Median Cut** (utilisé par Gimp, Photoshop).

# Dithering

**Principe** : améliorer le rendu de la quantification en ajoutant du bruit à l'image avant de la quantifier.

Très utile en pratique pour l'impression (journaux, etc...).



# Dithering

**Principe** : améliorer le rendu de la quantification en ajoutant du bruit à l'image avant de la quantifier.

Très utile en pratique pour l'impression (journaux, etc...).



interprétation...

# Dithering - exemple sur 10 niveaux



# Dithering - exemple sur 10 niveaux



## Dithering - explication

On note  $n$  un bruit gaussien centré d'écart type  $\sigma$ .

On "binarise" l'image bruitée avec un paramètre  $\lambda$  :

$$\tilde{I} = \mathbf{1}(I \geq \lambda)$$

On suppose que l'image est localement constante de valeur  $a$ .

Si on effectue une **moyenne locale** ( $\approx$  système visuel), on perçoit

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(\tilde{I}) &= \mathbb{E}(\mathbf{1}(I \geq \lambda)) \\ &= \mathbb{P}(I \geq \lambda) = \mathbb{P}(a + n \geq \lambda) \\ &= \int_{\lambda-a}^{+\infty} g_\sigma(x) dx\end{aligned}$$

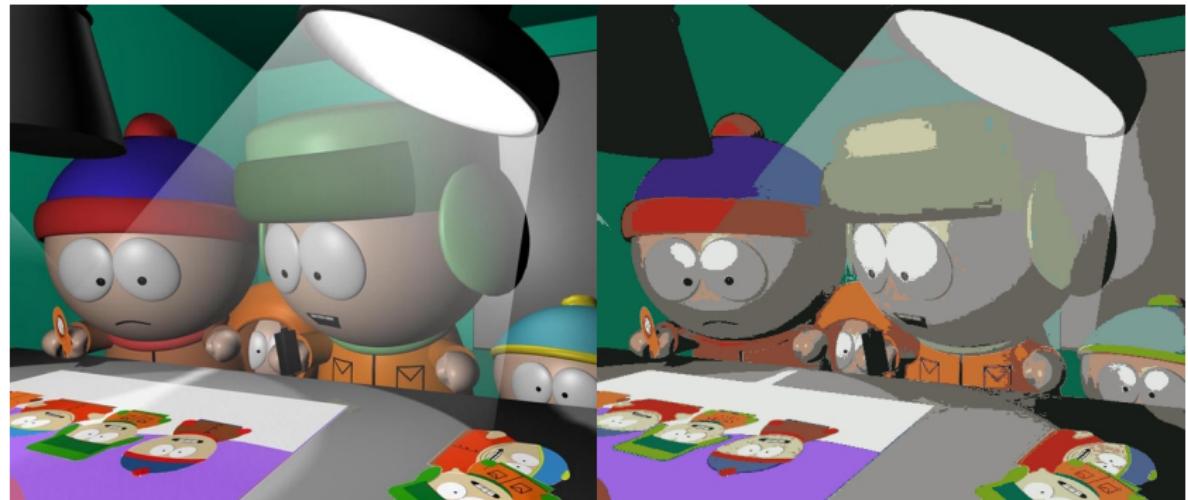
avec  $g_\lambda$  la densité de la variable gaussienne centrée d'écart type  $\sigma$

Donc :

$$\tilde{I} = F \circ I$$

avec  $F$  croissante ... un changement de contraste !

# Dithering - exemple sur 16 couleurs



# Dithering - exemple sur 16 couleurs

