AOD lista 2

Mateusz Jończak

April 13, 2023

1 Zadanie 1

1.1 Treść

Pewne przedsiębiorstwo lotnicze musi podjęc decyzję o zakupie paliwa do samolotów odrzutowych, mając do wyboru trzech dostawców. Samoloty tankują paliwo regularnie na czterech lotniskach, które obsługują. Firmy paliwowe poinformowały, ze mogą dostarczyć następujące ilości paliwa w nadchodzącym miesiącu: Firma 1 – 275 000 galonów, Firma 2 – 550 000 galonów i Firma 3 – 660 000 galonów. Niezbędne ilosci paliwa do odrzutowców na poszczególnych lotniskach są odpowiednio równe: na lotnisku 1 – 110 000 galonów, na lotnisku 2 – 220 000 galonów, na lotnisku 3 – 330 000 galonów i na lotnisku 4 – 440 000 galonów. Koszt jednego galonu paliwa (w $) z uwzględnieniem kosztów transportu dostarczonego przez poszczególnych dostawców kształtuje się na każdym z lotnisk następująco:

	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Lotnisko 1	10	7	8
Lotnisko 2	10	11	14
Lotnisko 3	9	12	4
Lotnisko 4	11	13	9

Wyznacz plan zakupu i dostaw paliwa na lotniska, który minimalizuje koszty. Następnie na jego podstawie odpowiedz na ponizsze pytania.

1. Jaki jest minimalny łączny koszt dostaw wymaganych ilosci paliwa na wszystkie lotniska?
2. Czy wszystkie firmy dostarczają paliwo?
3. Czy mozliwości dostaw paliwa przez firmy są wyczerpane?

Zapisz model programowania liniowego w wybranym języku i rozwiąż go za pomocą solvera GLPK (lub np. Cbc).

1.2 Rozwiązanie

- Zmienne $X_{i,j}$ ilość paliwa kupiona na lotnisku i od firmy j
- Ograniczenia:
  - $\forall_i \forall_j X_{i,j} \geq 0$
  - $\forall_i \sum_j X_{i,j} \leq$ max firmy i
  - $\forall_j \sum_i X_{i,j} \geq$ min lotniska j
- Funcja celu - $\sum_{i,j} X_{i,j} \cdot$ koszt paliwa od firmy i na lotnisku j - minimalizacja

1.3 Wyniki

Całkowity koszt 8 525 000.0$

	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Lotnisko 1	0	110 000	0
Lotnisko 2	165 000	55 000	0
Lotnisko 3	0	0	330 000
Lotnisko 4	110 000	0	330 000

Table 1: Paliwo od firmy na danym lotnisku

Lotnisko	Wynik	MIN
Lotnisko 1	110000	110000
Lotnisko 2	220000	220000
Lotnisko 3	330000	330000
Lotnisko 4	440000	440000

Table 2: Paliwo na danym lotnisku

Firma	Wynik	Max
Firma 1	275000	275000
Firma 2	165000	550000
Firma 3	660000	660000

Table 3: Paliwo od danej firmy

2 Zadanie 2

2.1 Treść

Dana jest siec połączeń między n miastami reprezentowana za pomocą skierowanego grafu G = (N, A), gdzie N jest zbiorem miast (wierzchołków), |N| = n, A jest zbiorem połączen między miastami (łuków), |A| = m. Dla kazdego połączenia z miasta i do miasta j, $(i, j) \in A$, dane są koszt przejazdu $c_{i,j}$ oraz czas przejazdu $t_{i,j}$ (im mniejszy koszt, tym dłuzszy czas przejazdu). Dane są również dwa miasta $i, j \in N$.
Celem jest znalezienie połączenia (sciezki) między zadanymi dwoma miastami, którego całkowity koszt jest najmniejszy i całkowity czas przejazdu nie przekracza z góry zadanego czasu przejazdu T.

1. Zapisz model programowania całkowitoliczbowego w wybranym języku. Rozwiąz własny egzemplarz problemu ($n \geq 10$) za pomocą solvera GLPK (lub np. Cbc).
2. Czy ograniczenie na całkowitoliczbowość zmiennych decyzyjnych jest potrzebne? Sprawdź, jakie będą wartosci zmiennych decyzyjnych, jeśli usuniemy ograniczenie na ich całkowitoliczbowość (tj. mamy przypadek, w którym model jest modelem programowania liniowego).
3. Czy po usunięciu ograniczenia na czasy przejazdu w modelu bez ograniczen na całkowitoliczbowość zmiennych decyzyjnych i rozwiązaniu problemu otrzymane połączenie jest akceptowalnym rozwiązaniem?

2.2 Rozwiązanie

- Zmienne boolowskie $X_{i,j}$ czy przechodzimy po krawędzi z i do j
- Ograniczenia:
  - $\forall_{v \in N/\{i,j\}} \sum out(v) - \sum in(v) = 0$
  - $\sum out(i) - \sum in(i) = 1$
  - $\sum out(j) - \sum in(j) = -1$
  - $\sum_{i,j} X_{i,j} \cdot t_{i,j} \leq T$
- Funcja celu - $\sum_{i,j} X_{i,j} \cdot c_{i,j}$ - minimalizacja

Odp 2: Jest potrzebne inaczej wyniki to ułamki.
Odp 3: Po usunięciu ograniczenia na czasy i ograniczenia na całkowitoliczbowość otrzymane rozwiązania będą akceptowalne

3 Zadanie 3

3.1 Treść

Zapisz model dla zadania 3. z Listy 2 na cwiczenia w wybranym języku i rozwiąż go dla podanych tam danych za pomocą solvera GLPK (lub np. Cbc). W opisie rozwiązania przedstaw optymalny przydział radiowozów dla kazdej zmiany i dzielnicy oraz podaj całkowitą liczbę wykorzystywanych radiowozów.

3.2 Rozwiązanie

- Zmienne $X_{i,j}$ ilość radiowozów na zmianie i w dzielnicy j
- Ograniczenia:
  - $\forall_{i,j} maximum_{i,j} \geq X_{i,j} \geq minimum(i,j)$
  - $\forall_i \sum_j x[i][j] > minimum\_per\_shift(i)$
  - $\forall_j \sum_i x[i][j] > minimum\_per\_district(j)$
- Funcja celu - $\sum_{i,j} X_{i,j}$ - minimalizacja

3.3 Wyniki

Całkowita liczba radiowozów 48

	Zmiana 1	Zmiana 2	Zmiana 3
Dzielnica 1	3	4	3
Dzielnica 2	5	7	8
Dzielnica 3	5	7	6

4 Zadanie 4

4.1 Treść

Pewna firma przeładunkowa posiada teren, na którym składuje kontenery z cennym ładunkiem. Teren podzielony jest na m × n kwadratów. Kontenery składowane są w wybranych kwadratach. Zakłada się, ze kwadrat moęe być zajmowany przez co najwyżej jeden kontener. Firma musi rozmieścić kamery, zeby monitorowac kontenery. Każda kamera może obserwować k kwadratów na lewo, k kwadratów na prawo, k kwadratów w górę i k kwadratów w dół. Kamera nie moze być umieszczona w kwadracie zajmowanym przez kontener. Zaplanuj rozmieszczenie kamer w kwadratach tak, aby kazdy kontener był monitorowany przez co najmniej jedną kamerę oraz liczba użytych kamer była jak najmniejsza.

4.2 Rozwiązanie

- Zmienne:
  - boolowskie $camera_{i,j}$ czy mamy kamerę na polu i, j
  - całkowite $seen_{i,j}$ ile kamer widzi pole i, j
- Ograniczenia:
  - $\forall_{i,j} seen_{i,j} = \sum_{x=-k}^{k} camera_{i+x,j} + camera_{i,j+x}$
  - $\forall$pola (i, j) na których jest kontener $seen_{i,j} >= 1$
  - $\forall$pola (i, j) na których jest kontener $camera_{i,j} = 0$
- Funcja celu - $\sum_{i,j} camera_{i,j}$ - minimalizacja

5 Zadanie 5

5.1 Treść

Zakład moze produkować cztery różne wyroby $P_i, i \in 1, 2, 3, 4$, w róznych kombinacjach. Każdy z wyrobów wymaga pewnego czasu obróbki na kazdej z trzech maszyn. Czasy te są podane w poniższej tabeli (w minutach na kilogram wyrobu). Kazda z maszyn jest dostępna przez 60 godzin w tygodniu. Produkty $P_1, P_2, P_3 i P_4$ mog˛a byc sprzedane po cenie, odpowiednio, 9, 7, 6 i 5 \$ za kilogram. Koszty zmienne (koszty pracy maszyn) wynoszą, odpowiednio, 2 \$ za godzinę dla maszyn $M_1 i M_2$ oraz 3 \$ za godzinę dla maszyny M_3. Koszty materiałowe wynoszą 4 \$ na kazdy kilogram wyrobu P_1 i 1 \$ na każdy kilogram wyrobu $P_2, P_3 i P_4$. W tabeli podany jest takze maksymalny tygodniowy popyt na każdy z wyrobów (w kilogramach).

Produkt	M_1	M_2	M_3 MAX	
P_1	5	10	6	400
P_2	3	6	4	100
P_3	4	5	3	150
P_4	4	3	1	500

Wyznacz optymalny tygodniowy plan produkcji poszczególnych wyrobów i oblicz zysk z ich sprzedaży.

5.2 Rozwiązanie

- Zmienne P_i ilość produktu i, M_i czas na maszynie i
- Ograniczenia:
  - $\forall_i P_i \leq MAX_i$
  - $\forall_i M_i \leq 60h$
  - $\forall_i \sum_j P_j \cdot (czasproduktujnamaszyniei) = M_i$
- Funcja celu - $\sum_i (P_i \cdot$(cena produktu i - koszt produkcji kilograma produktu i))$- \sum_i (M_i \cdot$koszt produkcji na maszynie i) - maksymalizacja

5.3 Wyniki

- Zysk 3975\$
- Produkt 1 - 125kg
- Produkt 2 - 100kg
- Produkt 3 - 150kg
- Produkt 4 - 500kg