

- i** Hjálpargögn önnur en formúlublaðið sem því fylgir (útprentað og hér á Inspera), þar með talið vasareiknir og svindlblað, eru ekki leyfileg í prófinu.

Prófið er í tveimur hlutum. Í fyrri hlutanum eru 20 krossar og í seinni hlutanum eru 4 skriflega dæmi. Hver kross gefur 3 stig (60 stig alls) og skriflegu dæmin eru 15 stig hvert (60 stig alls). Prófið er því 120 stig alls en 100 stig gefa 10 í lokaprófseinkunn. Athugið að **ekki** verður dregið frá fyrir ranga krossa.

Í krossasurningunum verðið þið að framkvæma alla útreikninga á krassblöðum, **EKKI skannblöðum! Ekki** verður farið yfir útreikninga við krossa, þar sem Inspera fer yfir þá **sjálfkrafa**. Prófinu fylgja 5 skannblöð sem á aðeins að nota fyrir **skriflegu spurningarnar**. Ekki skrifa lausn við fleiri en einu skriflegu dæmi (sem eru hvert í nokkrum liðum) á hverja síðu. Ef þið þurfið meira en eina síðu fyrir dæmi getið þið fengið fleiri skannblöð.

Ekki verður farið yfir krassblöð fyrir skriflegu spurningarnar heldur.

Fyrir skriflegu dæmin gildir: **Um 25% stigana fæst fyrir að lausnin sé vel framsett og rökstudd/útskýrð (eftir því sem við á).** Sem þumalputtarreglu má nota að það á að vera hægt að *lesa lausnina upphátt*.

Munið að merkja skannblöðin með spurningakóða (birtist neðan við hverja spurningu í prófinu), prófnúmeri (birtist uppi í vinstra horni eftir að próf hefst) og öðru sem beðið er um á skannblöðunum.

Aids other than the accompanying formula sheet (printed and here on Inspera), are not allowed in the test. This includes a calculator and a cheat sheet.

The test is split into two sections. The first section contains 20 multiple choice questions while the second section contains 4 written questions. Each multiple choice question is worth 3 points (60 points in total) and each written problem is worth 15 points (60 points in total). Therefore, the test has a total of 120 points, but 100 points suffice to obtain a final exam grade of 10. Note that incorrect answers to multiple choice questions will **not** cause points to be deducted.

For the multiple choice questions, you must perform all calculations on scrap paper, **NOT scan-pages!** Computations for multiple choice questions will be graded, as Inspera grades them **automatically**.

The test comes with 5 scan-pages which should only be used to write your solutions for the **written questions**. Do not write a solution to more than one problem (which consists of multiple parts) per page. If you need more than one page for a problem, you can get more sheets.

Scrap paper will not be graded, for the written questions either.

For the written problems: **About 25% of the points can be obtained by the solution being well presented and justified/explained (as appropriate).** As a rule of thumb, it should be possible to *read the solution aloud*.

Remember to mark the scan sheets with a question code (appears below each question in the exam), Inspera number (appears in the upper left corner after the exam begins) and other requested information on the scan sheets.

1.1 Styttið eftirfarandi brot:

$$\frac{(x^2 + 6x + 9)(x - y^2)}{y^2(x + 3)}.$$

Use cancellation to simplify the following fraction:

$$\frac{(x^2 + 6x + 9)(x - y^2)}{y^2(x + 3)}.$$

- ☐ $\frac{(x^2 + 6x + 9)x}{x + 3}$
- ☐ $\frac{(x - 3)(x - y^2)}{y^2}$
- ☐ $x^2 - xy^2 + 3x + 3$
- ☐ $\frac{(x + 3)(x - y^2)}{y^2}$
- ☐ $\frac{(x^2 + 6x + 9)}{3}$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.2 Setjum $y - x^3 = \frac{4 - x^4}{x}$. Einangrið x (leysið með tilliti til x).

Set $y - x^3 = \frac{4 - x^4}{x}$. Isolate x (solve with respect to x).

☐ $x = -\frac{4}{x}$

☐ $x = \frac{4 - y^4}{y}$

☐ $x = -\frac{1}{y}$

☐ $x = \frac{4}{y}$

☐ $x = -\frac{4}{x}$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.3 Lítum á fallið $f(x) = |x + 2|$. Fyrir hvaða gildi á x tekur fallið $f(x)$ lægsta gildi?

Consider the function $f(x) = |x + 2|$. What value of x causes the function $f(x)$ to take its lowest value?

- ☐ $x = -2$
- ☐ $x = 0$
- ☐ $x = 1$
- ☐ $x = 2$
- ☐ Fallið tekur ekki lægsta gildi
The function has no lowest value

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.4 Einfaldið eftirfarandi stæðu eins og unnt er:

$$\frac{(a^3b^{1/2}c^4)^4}{(a^{1/3}b^4c^2)^3}.$$

Simplify the following expression as much as possible:

$$\frac{(a^3b^{1/2}c^4)^4}{(a^{1/3}b^4c^2)^3}.$$

- ☐ $a^3b^4c^{-10}$
- ☐ $a^{-3}b^{-4}c^{10}$
- ☐ $a^{11}b^4c^{10}$
- ☐ $a^{11}b^{-10}c^{10}$
- ☐ $a^{11}b^{10}c^{-10}$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

- 1.5 Fallið $f(x) = (x + 1)(x - 2)$ sker x -ásinn í tveimur mismunandi punktum. Hver er fjarlægðin milli punktanna?

The function $f(x) = (x + 1)(x - 2)$ intersects the x -axis at two separate points. What is the distance between these points?

- ☐ -2
- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.6 Ef föllin f og g eru andhverfur hvors annars, þá gildir að $f(g(x)) = x$. Hvað gildir um $g(f(x))$?

If the functions f and g are inverses of each other, then $f(g(x)) = x$. What can we say about $g(f(x))$?

- ☐ $g(f(x)) = x$
- ☐ $g(f(x)) = -x$
- ☐ $g(f(x)) = 1$
- ☐ $g(f(x)) = 0$
- ☐ $g(f(x)) = \frac{1}{x}$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.7 Finnið gildi á k þannig að $f(x)$ sé samfelld, þar sem

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 2, & x < k \\ -3x - 1, & x \geq k \end{cases}$$

Find a value for k , such that $f(x)$ is continuous, where

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 2, & x < k \\ -3x - 1, & x \geq k \end{cases}$$

☐ $k = \frac{-3}{4}$

☐ $k = \frac{1}{3}$

☐ $k = \frac{1}{7}$

☐ $k = \frac{-1}{3}$

☐ $k = \frac{4}{3}$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.8 Finnið lausn/lausnir jöfnunnar $\log_4(x + 6) + \log_4(x) = 2$.

Ábending: Ekki gleyma að lograr eru **ekki** skilgreindir fyrir neikvæðar tölur!

Find the solution(s) to the equation $\log_4(x + 6) + \log_4(x) = 2$.

Hint: Don't forget that logarithms are **not** defined for negative numbers!

- ☐ $x = 2$ og $x = 8$
 $x = 2$ and $x = 8$
- ☐ $x = -2$ og $x = 4$
 $x = -2$ and $x = 4$
- ☐ $x = -8$ og $x = 2$
 $x = -8$ and $x = 2$
- ☐ $x = 1$
- ☐ $x = 2$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.9 Hvað er stærsta skilgreiningarmengi fallsins $\sqrt{\ln(x-2)}$?

What is the largest domain for the function $\sqrt{\ln(x-2)}$?

- ☐ $[3, \infty[$
- ☐ $] - 3, 3[$
- ☐ $] - 2, 2[$
- ☐ $]2, \infty[$
- ☐ $[2, \infty[$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.10 Hvert er gildið á θ ef $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$ og $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$?

What is the value of θ if $\sin(\theta) = \frac{1}{2}$ and $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$?

☐ $\theta = \frac{5\pi}{6}$

☐ $\theta = \frac{3\pi}{4}$

☐ $\theta = \pi$

☐ $\theta = \frac{2\pi}{3}$

☐ $\theta = \frac{\pi}{6}$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

- 1.11 Fall f er þannig að $f'(x) = (x - 1)(x - 3)$. Í punktunum $x = 1$ og $x = 3$ getur fallið f verið með staðbundin hággildi, staðbundin lággildi eða hvorugt. Hver eftirfarandi fullyrðinga er rétt?

A function f is such that $f'(x) = (x - 1)(x - 3)$. At the points $x = 1$ and $x = 3$, the function f could have a local maximum, a local minimum or neither. Which of the following is true?

- ☐ Fallið $f(x)$ hefur staðbundið lággildi í $x = 1$ og staðbundið hággildi í $x = 3$
The function $f(x)$ has a local minimum at $x = 1$ and a local maximum at $x = 3$
- ☐ Fallið $f(x)$ staðbundið lággildi í $x = 1$ og staðbundið lággildi í $x = 3$
The function $f(x)$ has a local minimum at $x = 1$ and a local minimum at $x = 3$
- ☐ Fallið $f(x)$ hefur staðbundið hággildi í $x = 1$ og staðbundið hággildi í $x = 3$
The function $f(x)$ has a local maximum at $x = 1$ and a local maximum at $x = 3$
- ☐ Fallið $f(x)$ hefur staðbundið hággildi í $x = 1$ og staðbundið lággildi í $x = 3$
The function $f(x)$ has a local maximum at $x = 1$ and a local minimum at $x = 3$
- ☐ Fallið $f(x)$ hefur staðbundið hággildi í $x = 1$, en $x = 3$ er hvorki staðbundið há- né lággildi
The function $f(x)$ has a local maximum at $x = 1$, but $x = 3$ is neither a local maximum or a local minimum

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en ekki skannblöð. Þið eigið því ekki að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, not scan pages. You are therefore not supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.12 Ef $g(x) = xe^{2/x}$, hvað er þá $g'(x)$?

If $g(x) = xe^{2/x}$, then what is $g'(x)$?

- ☐ $g'(x) = e^{2/x} - 2\frac{e^{2/x}}{x}$
- ☐ $g'(x) = e^{2/x} + \frac{e^{2/x}}{x}$
- ☐ $g'(x) = e^{2/x} + \frac{e^{2/x}}{2x}$
- ☐ $g'(x) = xe^{2/x} - 2\frac{e^{2/x}}{x^2}$
- ☐ $g'(x) = 2e^{2/x} + \frac{e^{2/x}}{x}$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

- 1.13 Við erum með föll f og g þannig að $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$, $g(0) = 2$ og $g'(0) = 3$. Ef við skilgreinum $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, hvað er $h'(0)$?

We have functions f and g such that $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$, $g(0) = 2$ and $g'(0) = 3$. If we define $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, what is $h'(0)$?

- ☐ $h'(0) = \frac{1}{2}$
- ☐ $h'(0) = -\frac{1}{2}$
- ☐ $h'(0) = \frac{3}{2^2}$
- ☐ $h'(0) = 0$
- ☐ $h'(0) = \frac{1}{4}$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

- 1.14 Jarðfræðingur vill reikna flatarmálið sem afkarmast af ferlum fallanna $f(x) = x$ og $g(x) = x^3$. Þá ætti jarðfræðingurinn að reikna hvern af eftirfarandi valmöguleikum?

A geologist wants to find the area enclosed by the curves $f(x) = x$ and $g(x) = x^3$. Then the geologist should compute which of the following choices?

- ☐ $\int_{-1}^0 x - x^3 dx + \int_0^1 x^3 - x dx$
- ☐ $\int_{-1}^0 x^3 - x dx + \int_0^1 x^3 - x dx$
- ☐ $-\int_{-1}^1 |x^3 - x| dx$
- ☐ $\int_{-1}^0 x^3 - x dx + \int_0^1 x - x^3 dx$
- ☐ $\int_{-1}^0 x - x^3 dx + \int_0^1 x - x^3 dx$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

- 1.15** Tölvunarfræðingur þarf að reikna heildið $\int_{-\pi}^{\pi} x^3 + \cos(x) dx$. Með því að notfæra sér þekkingu um jafnstæð og oddstæð föll, þá getur hann í staðinn reiknað eitt af eftirfarandi heildum. Hvaða heildi ætti hann að reikna?

A computer scientist needs to calculate the integral $\int_{-\pi}^{\pi} x^3 + \cos(x) dx$. By using knowledge about odd and even functions, they can instead compute one of the following integrals. Which one should he compute?

- ☐ $\int_0^{\pi} \cos(x) - x^3 dx$
- ☐ $2 \int_0^{\pi} \cos(x) dx$
- ☐ $2 \int_0^{\pi} x^3 dx$
- ☐ $2 \int_0^{\pi} x^3 - \cos(x) dx$
- ☐ $\int_0^{\pi} x^3 + \cos(x) dx$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.16 Fallið $y(t) = e^{\cos(t)}$ er lausn á einni af eftirfarandi afleiðujöfnum. Hverri?

The function $y(t) = e^{\cos(t)}$ is a solution to one of the following differential equations. Which one?

- ☐ $\frac{y'}{y} = \frac{1-\sin(t)}{t}$
- ☐ $\cos(y') = e^t$
- ☐ $y' + \sin(t)y = 0$
- ☐ $y' = \cos(t)y$
- ☐ $y' = (y - \cos(t))e^t$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.17

$$\text{Látum } A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Hver efirfarandi fullyrðinga um A er rétt?

$$\text{Let } A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Which of the following statements is correct?

- ☐ Fylkið A er andhverfanlegt því $\det(A) = 6$
The matrix A is invertible, because $\det(A) = 6$
- ☐ Fylkið A er ekki andhverfanlegt því $\det(A) = 6$
The matrix A is not invertible, because $\det(A) = 6$
- ☐ Fylkið A er ekki andhverfanlegt því $\det(A) = 3$
The matrix A is not invertible, because $\det(A) = 3$
- ☐ Fylkið A er ekki andhverfanlegt því $\det(A) = 0$
The matrix A is not invertible, because $\det(A) = 0$
- ☐ Fylkið A er andhverfanlegt því $\det(A) = 0$
The matrix A is invertible, because $\det(A) = 0$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en ekki skannblöð. Þið eigið því ekki að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, not scan pages. You are therefore not supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.18

Leysið jöfnuhneppið $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, þar sem $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$, gefið að $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 0 & -7 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$.

Solve the system of equations $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, where $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$, given that $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 0 & -7 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$.

☐ $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \\ 4 \end{bmatrix}$

☐ $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 6 \\ -7 \\ 4 \end{bmatrix}$

☐ $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$

☐ $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

☐ $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

- 1.19** Laufey Líffræðingur er að rannasaka uglur í litlu vistkerfi með lógístísku líkani (sjá formúlublað) þar sem t er tíminn mældur í árum og vaxtarhraðinn er $r = \ln(2)/10$. Hún veit að í upphafi þessarar rannsóknar voru uglurnar 5 en núna, 10 árum seinna, eru þær orðnar 8. Hvað getur Laufey sagt um burðargetu vistkerfisins, táknað K ?

Beatrice the biologist is researching owls in a small ecosystem using a logistic model (see formula sheet) where t is the time measured in years and the growth rate is $r = \ln(2)/10$. She knows that at the beginning of this study there were 5 owls, but now, 10 years later, there are 8 owls. What can Beatrice say about the carrying capacity of the ecosystem, denoted by K ?

- ☐ $K = 5$
- ☐ $K = 8$
- ☐ $K = 13$
- ☐ $K = 15$
- ☐ $K = 20$

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en **ekki skannblöð**. Þið eigið því **ekki** að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, **not scan pages**. You are therefore **not** supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

1.20 Látum f vera fall þannig að $f'(0) = 0$. Hvert af eftirfarandi staðhægingum um f er **alltaf** sönn?

Let f be a function such that $f'(0) = 0$. Which of the following statements about f is **always** true?

- ☐ Fallið f hefur staðbundið útgildi í $x = 0$
The function f has a local extrema at $x = 0$
- ☐ Fallið f getur ekki haft beygjuskilapunkt í $x = 0$
The function f cannot have an inflection point at $x = 0$
- ☐ Hallatala snertils f í $x = 0$ er jafnt og núll
The slope of the line tangent to f at $x = 0$ is zero
- ☐ Fallið f er fastafall, þar sem afleiða þess er núll
The function f is a constant function, as its derivative is zero
- ☐ Hallatala snertils f í $y = 0$ er jafnt og núll
The slope of the line tangent to f at $y = 0$ is zero

Athugið að krossasurningar á að reikna á **krassblöð** en ekki skannblöð. Þið eigið því ekki að færa inn spuningakóða (Attaching sketches to this question?) fyrir þessa spurningu.

Note that multiple choice questions should be calculated on **scrap paper**, not scan pages. You are therefore not supposed to use a question code (Attaching sketches to this question?) for this question.

Maximum marks: 3

- i** Í þessum hluta prófsins eru skriflegar spurningar. Þið eigið að skrifa úrlausnirnar ykkar á skannblöð og merkja þau á viðeigandi hátt (sjá Leiðbeiningar um skannblöð).

Takið eftir að nemendur í tölvunarfræði eru í STÆ105G (Námskeiðsnúmer á skannblöðunum) en nemendur í jarðfræði, líffræði, lífefna- og sameindalíffræði og lyfjafræði í STÆ108G.

This part of the exam contains written questions. You need to write your solutions on scan pages and mark them accordingly (see Instructions for scan pages).

Please note that students in Computer Science are in STÆ105G (Subject code on the scan sheets), while students in Geology, Biology, Biochemistry and Molecular Biology and Pharmacy are in STÆ108G.

2.1 Gefið er fallið $f(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 1$.

- Sýnið að fallið sker x -ásinn í $x = -1$.
- Finnið og flokkið öll staðbundin útgildi fallsins.
- Ákvarðið á hvaða bilum fallið er vaxandi og minnkandi.

Consider the function $f(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 1$.

- Show that the function has an x -intercept at $x = -1$.
- Find and identify all local extrema of the function.
- Determine on which intervals the function is increasing and decreasing.

Maximum marks: 15

2.2 Leysið eftirfarandi heildi.

a) $\int_0^{\pi/4} \cos(2x) \sin(2x) dx$

b) $\int x^2 \ln(x) dx$

Solve the following integrals.

a) $\int_0^{\pi/4} \cos(2x) \sin(2x) dx$

b) $\int x^2 \ln(x) dx$

Maximum marks: 15

2.3 Gefin er diffurjafnan $\frac{1}{x}y' = \frac{y}{\sqrt{x}}$.

a) Finnið almenna lausn diffurjöfnunnar.

b) Finnið sérlausn sem uppfyllir $y(1) = e^3$.

(Ef þú leystir ekki a)-lið, þá máttu gera ráð fyrir að $y = Ce^{\frac{2}{3}\cos(2\pi x)}$.)

Consider the differential equation $\frac{1}{x}y' = \frac{y}{\sqrt{x}}$.

a) Find the general solution of the differential equation.

b) Find the particular solution that fulfills $y(1) = e^3$.

(If you did not solve part a), you may assume that $y = Ce^{\frac{2}{3}\cos(2\pi x)}$.)

Maximum marks: 15

2.4 Reiknið eftirfarandi markgildi. Ef þið notið reglu l'Hopital, **skal rökstyðja** að það megi.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x^6 + 2x^2 + 1}{9x^6 + 4x^5 + x} + 2e^{-x} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{\ln(x)}$

Determine the values of the following limits. If you use l'Hopital's rule, **you must** show that its conditions are satisfied.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x^6 + 2x^2 + 1}{9x^6 + 4x^5 + x} + 2e^{-x} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{\ln(x)}$

Maximum marks: 15