

1 using Plots

# Algoritmos Computacionales: Proyecto Intermedio

Elaborado por:

Espinosa Giron Natalia Arlette

Hernández García Viridiana

## Ejercicio 1: Aproximación de $\pi$

**1.1 Escribe un algoritmo que estime el valor de  $\pi$  y que te permita visualizar algo similar al gráfico de la Figura 1, asegurate de incluir el conteo del número de puntos rojos, número de puntos totales, y la respectiva estimación de  $\pi$**

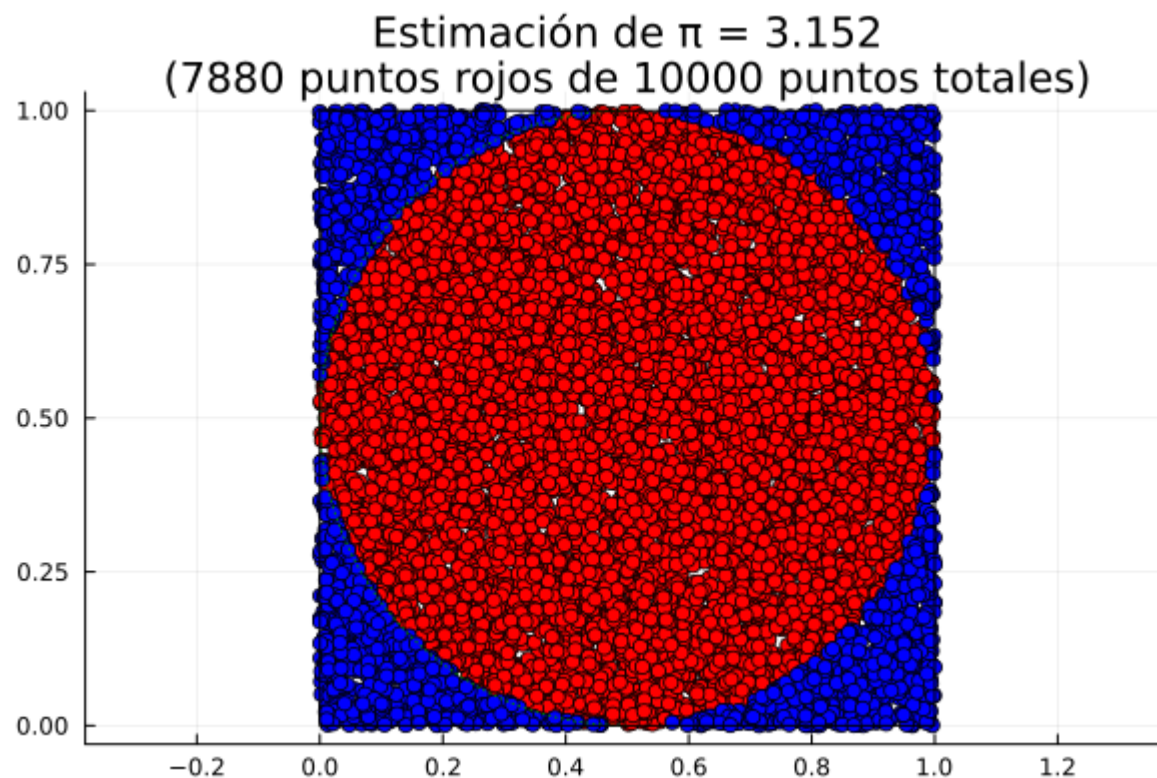
Implementamos un código donde se generan 10,000 puntos aleatorios dentro de un cuadrado de lado 1, se cuentan cuántos de ellos caen dentro de un círculo de radio 0.5. A partir de la cantidad de puntos dentro del círculo (puntos rojos) y de la cantidad de puntos totales, se estima el valor de  $\pi$  y se dibujan los puntos generados junto con el círculo y el cuadrado correspondientes.

10000

```
1 begin
2
3 # Generar 10,000 puntos aleatorios dentro del cuadrado de lado 1
4 n = 10000
5 x = rand(n)
6 y = rand(n)
7
8 # Contar cuántos puntos caen dentro del círculo de radio 0.5
9 r = 0.5
10 inside_circle = (x .- 0.5).^2 .+ (y .- 0.5).^2 .<= r^2
11 num_inside = sum(inside_circle)
12 num_total = length(x)
13
14 end
```

3.152

```
1 begin
2
3 # Calcular la estimación de  $\pi$ 
4 pi_estimate = 4 * num_inside / num_total
5
6 end
```



```

1 begin
2
3 # Visualizar los puntos generados junto con el círculo y el cuadrado
4 scatter(x[inside_circle], y[inside_circle], color=:red, aspect_ratio=:equal,
5         legend=false)
6 scatter!(x[.!inside_circle], y[.!inside_circle], color=:blue)
7 plot!(x -> sqrt(r^2 - (x - 0.5)^2) + 0.5, 0, r, color=:green, linestyle=:dot)
8 plot!(x -> -sqrt(r^2 - (x - 0.5)^2) + 0.5, 0, r, color=:green, linestyle=:dot)
9 plot!([0, 1, 1, 0, 0], [0, 0, 1, 1, 0], color=:black, aspect_ratio=:equal)
10 title!("Estimación de  $\pi = \$(pi\_estimate) \backslash n (\$num\_inside$  puntos rojos de  $\$num\_total$ 
11         puntos totales)")
12 end

```

## 1.2 En promedio ¿cuantos puntos necesitas generar para obtener una precision de $\pm 0.01$ ?

La precisión de  $\pm 0.01$  se refiere a la diferencia absoluta entre la estimación de  $\pi$  obtenida y el valor real de  $\pi$ . Sabemos que el valor real de  $\pi$  es aproximadamente 3.14159265358979323846.

Entonces, si queremos una precisión de  $\pm 0.01$ , la diferencia absoluta entre la estimación y el valor real no puede ser mayor que 0.01. Esto significa que la estimación debe estar en el rango  $[\pi - 0.01, \pi + 0.01]$ .

Para ello, consideramos la varianza de la estimación de  $\pi$  que es:

$$\sigma^2 = \pi/4 * (1 - \pi/4)/n$$

donde  $n$  es el número de puntos generados.

estimate\_pi (generic function with 2 methods)

```

1 begin
2
3     function estimate_pi(precision::Float64=0.01)
4         #Valor real de pi
5         real_pi = pi
6
7         #Inicializar la estimación y el número de puntos generados
8         pi_estimate = 0.0
9         num_points = 0
10
11         #Generar puntos aleatorios hasta que se alcanza la precisión deseada
12         while abs(pi_estimate - real_pi) > precision
13             #Generar un punto aleatorio
14             x = rand()
15             y = rand()
16
17             #Verificar si el punto está dentro del círculo de radio 0.5
18             if (x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 <= 0.25
19                 num_points += 1
20             end
21
22             #Actualizar la estimación de pi
23             pi_estimate = 4 * num_points / (num_points + (num_points == 0))
24
25             #Mostrar el progreso cada 1000 puntos generados
26             if num_points % 1000 == 0
27                 println("Número de puntos generados: ", num_points)
28                 println("Estimación de pi: ", pi_estimate)
29             end
30         end
31
32         #Mostrar la estimación final de pi y el número de puntos generados
33         println("Número de puntos generados: ", num_points)
34         println("Estimación final de pi: ", pi_estimate)
35     end
36 end

```

La función `estimate_pi` toma un argumento `precision` opcional que especifica la precisión deseada (por defecto, se utiliza una precisión de 0.01). La función inicializa la estimación de  $\pi$  y el número de puntos generados a cero, y luego genera puntos aleatorios dentro del cuadrado de lado 1 y cuenta cuántos de ellos están dentro del círculo de radio 0.5. La estimación de  $\pi$  se actualiza después de cada punto generado, y el bucle continúa hasta que la diferencia absoluta entre la estimación y el valor real de  $\pi$  es menor que la precisión deseada.

La función también muestra el progreso cada 1000 puntos generados y finalmente muestra la estimación final de  $\pi$  y el número total de puntos generados. Para utilizar la función, simplemente llamamos a `estimate_pi` sin argumentos para utilizar la precisión por defecto de 0.01, o podemos especificar la precisión deseada como un argumento, por ejemplo:

```
1 #begin  
2     #estimate_pi(0.01)  
3 #end
```

Cabe recalcar que ejecutar la celda anterior puede ser computacionalmente demandante

Además, implementamos el código siguiente, el cuál genera una cantidad creciente de puntos aleatorios hasta que la estimación de  $\pi$  alcanza una precisión de  $\pm 0.01$ . La función `generar_puntos` se encarga de generar los puntos y calcular la estimación de  $\pi$  correspondiente.

La precisión deseada se especifica mediante la variable `error_rel_max`.

```
MethodError: no method matching -(::LinearAlgebra.Transpose{Float64, Vector{Float64}},
::Irrational{::π})
```

For element-wise subtraction, use broadcasting with dot syntax: `array .- scalar`

Closest candidates are:

```
-(!Matched::Base.TwicePrecision, ::Number) at twiceprecision.jl:304
-(!Matched::ColorTypes.AbstractGray{Bool}, ::Number) at
C:\Users\Asus\.julia\packages\ColorVectorSpace\QI5vM\src\ColorVectorSpace.jl:342
-(!Matched::ColorTypes.AbstractGray, ::Number) at
C:\Users\Asus\.julia\packages\ColorVectorSpace\QI5vM\src\ColorVectorSpace.jl:340
...
```

1. top-level scope @ ( Local: 25

```
1 begin
2     function generar_puntos(num_puntos)
3         # Generar num_puntos puntos aleatorios dentro del cuadrado de lado 1
4         x = rand(num_puntos)
5         y = rand(num_puntos)
6
7         # Contar cuántos puntos caen dentro del círculo de radio 0.5
8         r = 0.5
9         inside_circle = (x .- 0.5).^2 .+ (y .- 0.5).^2 .<= r^2
10        num_inside = sum(inside_circle)
11
12        # Calcular la estimación de π
13        pi_est = 4 * num_inside / num_puntos
14
15        return pi_est
16    end
17
18    error_rel_max = 0.01
19    pi_est = pi - 0.01*pi
20
21    nume_puntos = ceil((pi/0.01)^2)
22
23    pi_est = generar_puntos(num_puntos)
24
25    while abs(pi_est - pi) > error_rel_max*pi
26        num_puntos += 1
27        pi_est = generar_puntos(num_puntos)
28    end
29    end
```

Assignment to `'pi_est'` in soft scope is ambiguous because a global variable by the same name exists: `'pi_est'` will be treated as a new local. Disambiguate by using `'local pi_est'` to suppress this warning or `'global pi_est'` to assign to the existing global variable.

```
1 begin
2 println("Se necesitan $num_puntos puntos para obtener una precisión de ±0.01 en la
   estimación de  $\pi$ .")
3 end
```

Se necesitan [10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000] puntos para obtener una precisión de ±0.01 en la estimación de  $\pi$ . ?

El código implementa el método de Montecarlo para estimar el valor de  $\pi$  con una precisión relativa máxima de 0.01. Primero se define una función llamada `generar_puntos` que genera un número determinado de puntos aleatorios dentro de un cuadrado de lado 1 y luego cuenta cuántos de esos puntos están dentro del círculo de radio 0.5 centrado en el origen. Con esta información, se calcula una estimación de  $\pi$ .

Luego, se define una precisión relativa máxima permitida del 0.01 y se inicializa una estimación de  $\pi$  con un error relativo del 1%. Se calcula el número de puntos necesarios para que la precisión relativa de la estimación sea menor o igual al 0.01 definido, y se genera una estimación de  $\pi$  a partir de esa cantidad de puntos. Si la diferencia absoluta entre la estimación de  $\pi$  y  $\pi$  verdadero es mayor que la precisión relativa máxima permitida, se incrementa el número de puntos y se genera una nueva estimación de  $\pi$ . Este proceso se repite hasta que se alcanza la precisión relativa máxima permitida.

### 3. Realiza una grafica del error de la estimacion en funcion del numero de puntos comparando contra el valor predeterminado de $\pi$ de Julia (que se obtiene llamando a la constante `pi`)

.....

Para ello implementamos un código en donde se describe lo siguiente:

La función `error_estimacion_pi` recibe como parámetro la estimación de  $\pi$  realizada en cada iteración y calcula el error absoluto de dicha estimación con respecto al valor real de  $\pi$ .

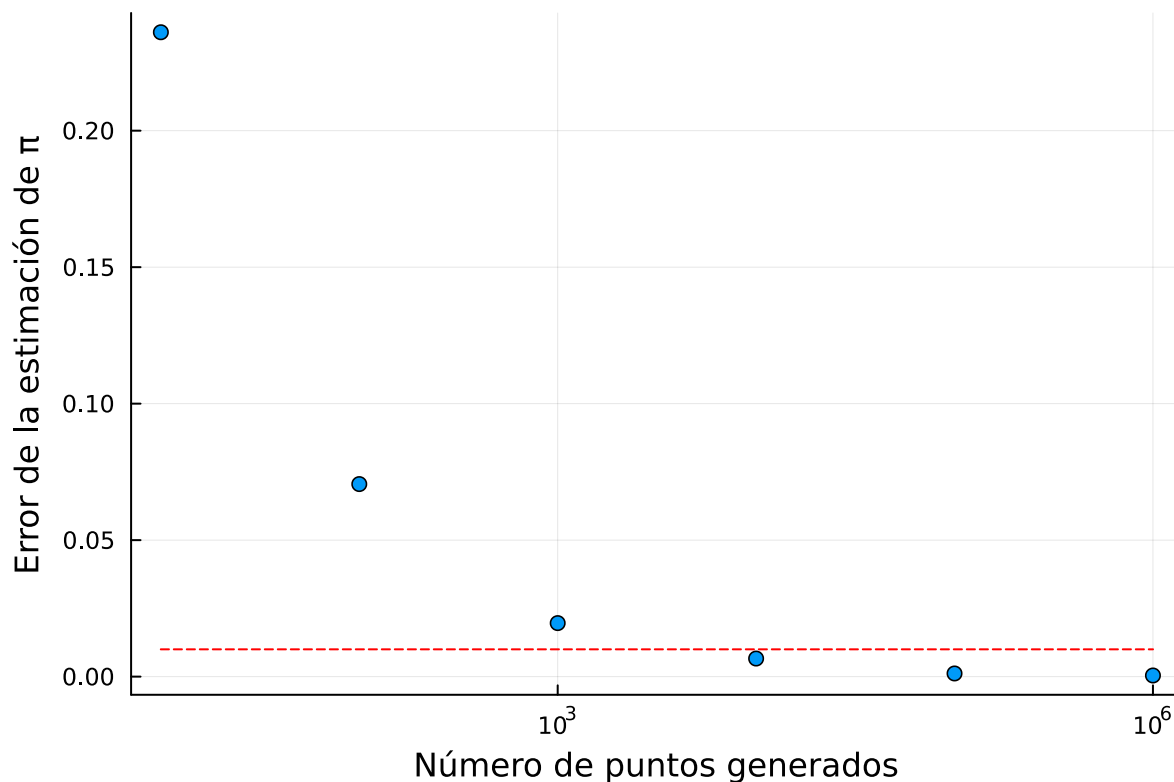
El arreglo `num_puntos` contiene las cantidades de puntos aleatorios que se generarán en cada iteración para estimar  $\pi$ , desde 10 hasta  $10^6$ .

El arreglo `errores` se utiliza para almacenar los errores absolutos de las estimaciones de  $\pi$  en cada iteración.

El bucle `for` itera sobre cada cantidad de puntos especificada en `num_puntos`. Dentro de este bucle, se inicializa el contador `puntos_dentro` y se generan  $n$  puntos aleatorios. Para cada punto, se evalúa si está dentro del círculo unitario y se incrementa el contador `puntos_dentro` si es así. Luego, se calcula la estimación de  $\pi$  a partir de la cantidad de puntos dentro del círculo y se calcula el error absoluto de la estimación de  $\pi$  utilizando la función `error_estimacion_pi`. Finalmente, el error se almacena en el arreglo `errores`.

```
1 begin
2 function error_estimacion_pi(pi_estimado::Float64)
3     return abs(pi - pi_estimado)/pi # Calcula el error absoluto de la estimación de pi
4 end
5
6 num_puntos = [10^i for i in 1:6] # Crea un arreglo con la cantidad de puntos que se
   van a generar en cada iteración
7 errores = [] # Crea un arreglo para almacenar los errores en cada iteración
8
9 # Itera sobre cada cantidad de puntos
10 for n in num_puntos
11     puntos_dentro = 0 # Contador para los puntos dentro del círculo
12     # Genera n puntos aleatorios y cuenta cuántos están dentro del círculo
13     for i in 1:n
14         A = rand()
15         B = rand()
16         if A^2 + B^2 <= 1
17             puntos_dentro += 1
18         end
19     end
20     pi_estimado = 4*puntos_dentro/n # Calcula la estimación de pi a partir de la
   cantidad de puntos dentro del círculo
21     error = error_estimacion_pi(pi_estimado) # Calcula el error absoluto de la
   estimación de pi
22     push!(errores, error) # Almacena el error en el arreglo correspondiente
23 end
24
25 end
```





```
1 begin
2     scatter(num_puntos, errores, xaxis=:log10, xlabel="Número de puntos generados",
3             ylabel="Error de la estimación de  $\pi$ ", legend=false)
4 plot!([num_puntos[1], num_puntos[end]], [0.01, 0.01], linestyle=:dash, color=:red,
5        label="Precisión objetivo  $\pm 0.01$ ")
6 end
```

El código realiza una visualización de los errores de la estimación de  $\pi$  en función de la cantidad de puntos generados.

La función `scatter` genera un gráfico de dispersión donde el eje x es la cantidad de puntos generados (en escala logarítmica) y el eje y es el error absoluto de la estimación de  $\pi$  para cada cantidad de puntos.

El comando `plot!` agrega una línea horizontal en el valor de 0.01 en el eje y, que representa la precisión objetivo de la estimación ( $\pm 0.01$ ).

En resumen, el gráfico nos muestra cómo el error de la estimación de  $\pi$  disminuye a medida que aumenta la cantidad de puntos generados, y cómo eventualmente se alcanza la precisión objetivo de  $\pm 0.01$ .

