DATE
PAGE

Q. Let $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

find (i) $(A+B)$ (ii) $A-B$ (iii) $3A-C$

$$A+B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2+1 & 4+3 \\ 3-2 & 2+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} \underline{A}$$

$$A-B = \begin{bmatrix} 2-1 & 4-3 \\ -3-2 & 2-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$3A-C = \quad 3A = \begin{bmatrix} 6 & 12 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 12 \\ 9 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6+2 & 12-5 \\ 9-3 & 6-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

Q. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ & $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

$$(A+B) = \begin{bmatrix} 1+3 & 2-1 & -3+2 \\ 5+4 & 0+2 & 2+5 \\ 1+2 & -1+0 & 1+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 9 & 2 & 7 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(B-C) = \begin{bmatrix} 3-4 & -1-1 & 2-2 \\ 4-0 & 2-3 & 5-2 \\ 2-1 & 0-2 & 3-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1+(-1) & 2-2 & -3+0 \\ 5+4 & 0+1 & 2+3 \\ 1+1 & -1+2 & 1+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 9 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Q= find x and y if $x+y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ — (1)

$$x-y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{— (2)}$$

Adding eq (1) & (2)

$$x+y+x-y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2x = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$x\tfrac{1}{2} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \qquad y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x+\cancel{y}-x-\cancel{y} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = 2y = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Ques - If $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 7 \\ -6 & 0 & 8 \\ 7 & -8 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$

find = (i) AB

(ii) Prove $(A+B)C = AB + BC$

(iii) $2A - 3B$

(i) AB

$$= \begin{bmatrix} 0+6+7 & -0+0+14 & 0+12+0 \\ 0+0+8 & -6+0+16 & -6+0+0 \\ 0+(-8)+0 & 7+0+2 & 7+(-16)+0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 13 & 14 & 12 \\ 8 & 10 & -6 \\ -8 & \cancel{8}7 & -9 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

(ii) $(A+B)\,C = AB + BC$

$(A+B)$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 7 & 8 \\ -5 & 0 & 10 \\ 8 & -6 & 0 \end{bmatrix}$$

BC

$$\begin{bmatrix} 0+(-2)+3 \\ 2+0+6 \\ 2+(-4)\ 0 \end{bmatrix}$$

$$BC = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$AB + BC$ $\qquad\qquad$ $(A+B)\cdot C$

$$= \begin{bmatrix} \ \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \ \end{bmatrix}$$

(iii) $2A - 3B$

$$= 2A \begin{bmatrix} 0 & 12 & 14 \\ -12 & 0 & 16 \\ 14 & -16 & 0 \end{bmatrix} - 3B \begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 6 \\ 3 & 6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 9 & 11 \\ -15 & 0 & 10 \\ 11 & -22 & 0 \end{bmatrix}$$

Multiplication of Identity Matrix :-

Square Matrix

$$A \times I = A = I \times A$$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 7 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$I \times A = \begin{bmatrix} \cancel{1+0}+ \end{bmatrix} \ A$

Transpose of Matrix (A, A^T, A')

eg $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

eg $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad A^T = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

Algebra of Matrices:

- Multiplication of a matrix by a Scalar

$$\underset{\text{Scalar}}{k}\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka_1 & kb_1 & kc_1 \\ ka_2 & kb_2 & kc_2 \\ ka_3 & kb_3 & kc_3 \end{bmatrix}$$

- Multiplication of two Matrices

$A_{m\times n} \times B_{n\times p} = C_{m x}$

★ $A\times B \neq B\times A$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 3}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

$$= A\times B = \begin{bmatrix} 3+0+2 & 1+0\,2 & 2+0+6 \\ 6+5+0 & 2+6+0 & 4+0+0 \end{bmatrix}_{2\times 3}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 11 & 8 & 4 \end{bmatrix}_{2\times 3}$$

$B\times A = [$ No.

eg

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \text{Diagonal}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \text{Scalar}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \text{Identity} \rightarrow I$$

Triangular Matrics

Lower Triangular

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

Upper Triangle

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & -5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

LTM

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \text{U \& L}$$

Matrices

Rectangle   Square

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{\underset{\downarrow\ \text{Order}}{2\times 3}} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 6 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} R\times C \\ 3\times 2 \end{matrix}$$

Square Matrix

Triangular   Diagonal

$$A_{11} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix}$$

A_{12}

$i = j$

Row   Column

Ques -(i) if $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ find $2A - B$

$\Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 2 \end{bmatrix}$ $\quad 2A-B \begin{bmatrix} \cancel{2+3} \; \cancel{4+(-1)} \; \cancel{6+3} \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -1 & 5 & 3 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$

(ii) if $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

Verify that

(i) $(A')' = A$

$A' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ \sqrt{3} & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad (A')' = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

$(A')' = A$ Proof.

(ii) $(A+B)' = A' + B'$

$(A+B)' = \begin{bmatrix} 5 & \sqrt{3}-1 & 4 \\ 5 & 4 & 4 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ \sqrt{3}-1 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ \sqrt{3} & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

$=$

$\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ \sqrt{3}-1 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ \sqrt{3}-1 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ Proov

Elementry Row Transformation of Matrix

Exam

Ques Using elementry Row transformation find the inverse matrix.

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \boxed{A = IA}$ = Property

$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$

$R_2 \leftrightarrow R_1$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A$

$R_3 = R_3 - 3R_1$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix} A$

$R_1 \to R_1 - 2R_2$ $\quad R_3 \to R_3 + 5R_2$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 5 & -3 & 1 \end{bmatrix} A$

$R_2 \to R_2 - R_3$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & -1 \\ 5 & -3 & 1 \end{bmatrix} A$

$R_3 \to \frac{1}{2} R_3$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & -1 \\ 5/2 & -3/2 & 1/2 \end{bmatrix} A$

$R_1 \to R_1 + R_3$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ -4 & 3 & -1 \\ 5/2 & -3/2 & 1/2 \end{bmatrix}$

Ques- Reduce the following Matrix to upper triangular form -

$\rightarrow$ UT $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$R_2 = R_2 - 2R_1$, $R_3 = R_3 - 3R_1$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -5 & -7 \end{bmatrix}$

$R_3 \rightarrow R_3 + 5R_2$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

$\begin{matrix} 2 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{matrix}$

$\begin{matrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & 6 & 9 \\ \hline 0 & -5 & -7 \end{matrix}$

Ques-

$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

$R_1 = R_1 \leftrightarrow R_2$

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

$R_2 = R_2 - 1R_1$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

$R_3 = R_1 - 1R_3$

$\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

$R_2 \leftrightarrow R_1$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ or $R_1 \rightarrow -R_2$ $\begin{bmatrix} 1 & -2 & +2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

$R_2 \rightarrow R_2 + R_1$, $R_3 \rightarrow R_3 + R_1$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$R_2 \leftrightarrow R_3$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \end{bmatrix}$

$R_3 \rightarrow R_3 - 4R_2$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -13 \end{bmatrix}$

Ques - $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 13 & 10 \end{bmatrix}$

$R_3 \rightarrow R_3 - 2R_1$

$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

$R_3 \rightarrow R_3 - R_2$

$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Ques $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

$= R_1 \rightarrow \frac{R_1}{3} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4/3 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

or $R_1 \rightarrow R_1 - R_2$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

$= R_2 \rightarrow 2R_1 - R_2$

$R_2 \rightarrow$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

$R_3 \rightarrow R_2 - 3R_3$

$R_3 \rightarrow$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$