

# État Rankine - Modèle

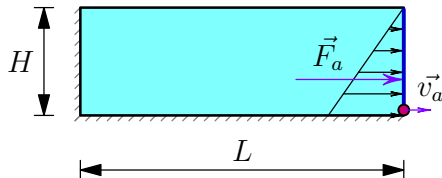


Figure 1 – Pression active : le mur s'éloigne du sol

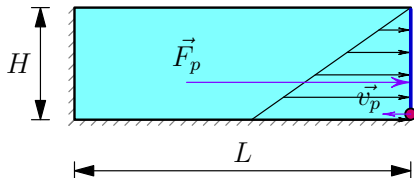


Figure 2 – Pression passive : le mur se rapproche du sol

Observer la pression sur le mur en bleu

# Paramètres principaux

Symbole	Paramètre	Valeur
$L$	Longueur	3 m
$H$	Hauteur	1 m
$\rho$	Densité	2700 kg/m <sup>3</sup>
$E$	Module de Young	$1 \times 10^9$ Pa
$\nu$	Coefficient de Poisson	0.2
$\varphi$	Angle de frottement interne	25°
$\psi$	Angle de dilatance	$\approx 0^\circ$
$v$	Vélocité de déplacement	0.005 m/s
$c$	Cohésion	0 & 100 Pa
$N$	Nombre de point matériel	1200
$\mu$	Coefficient de frottement entre le mur et les PMs	0

Table 1 – Paramètres du Modèle (loi Mohr-Coulomb)

# État Rankine - Stabiliser

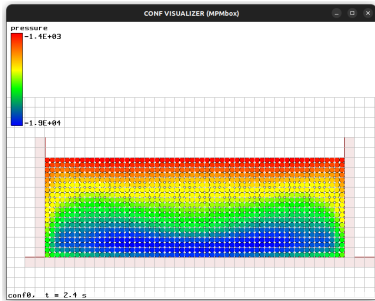


Figure 3 – Pression en bas

$$P_{\text{théorique}} = 2.65\text{e}4 \text{ (Pa)}$$

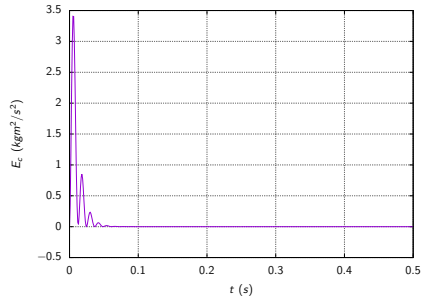


Figure 4 – Énergie cinétique

$$P_{\text{simulation}} = 2\text{e}4 \text{ (Pa)}$$

→ L'écart est 0.65 kPa

# État Rankine - Théorie

Coefficient K : la relation entre la contrainte verticale et horizontal :

- Poussée active :  $K_a = \frac{1 - \sin(\varphi)}{1 + \sin(\varphi)} = 0.406$

- Poussée passive :  $K_p = 1/K_a = 2.464$

- État au repos [Jaky, 1944] :

$$K_0 = (1 - \sin(\varphi)) \frac{1 + 2/3 \sin(\varphi)}{1 + \sin(\varphi)} \approx 1 - \sin(\varphi) = 0.577$$

La somme de pression  $F(\text{kN})$  appliqué sur le mur :

Sans cohésif :

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a = 5.376861$$

$$F_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p = 32.619458$$

$$F_0 = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_0 = 7.647$$

Cohésif :

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a - 2cH\sqrt{K_a} = 5.249425$$

$$F_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p + 2cH\sqrt{K_p} = 32.93334$$

$$F_0 = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p + 2cH\sqrt{K_0} = 7.495$$

# État Rankine reposé

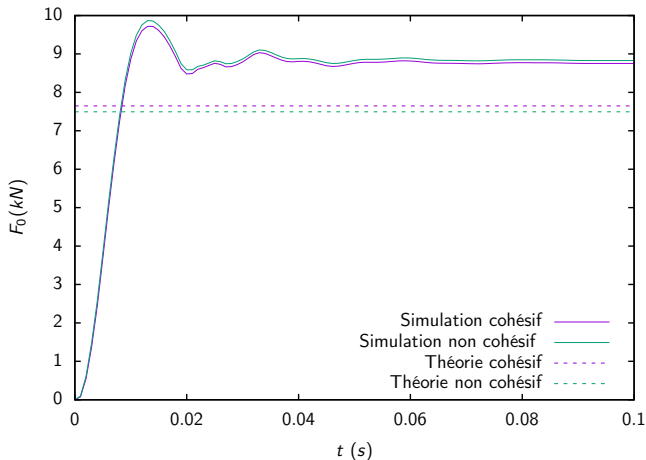


Figure 5 – Pression sur le mur en bleu

→ L'écart est 1 kPa (13%)

# État Rankine - film de mur bougé

Figure 6 – Pression active

Figure 7 – Pression passive

# État Rankine - Pression Active

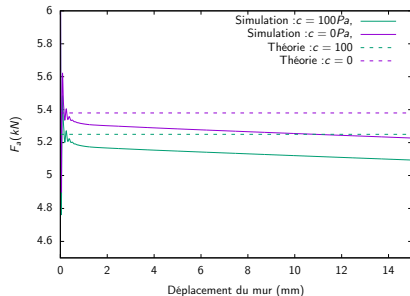


Figure 8 – Pression active  
 $\nu = 0.005 = \text{const}$

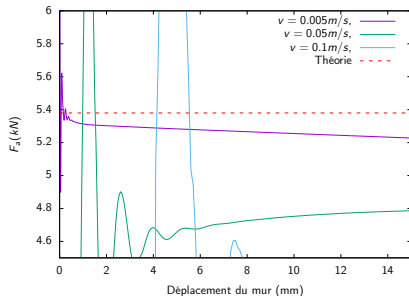


Figure 9 – Pression active  $c = 0 = \text{const}$   
 Effet cinétique ? Résistance rigide du matériau ?

→ L'écart est 0.2 kN (3%)

# État Rankine - Pression Passive

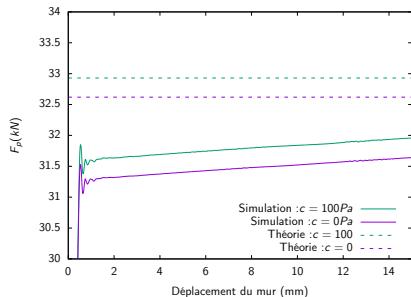


Figure 10 – Pression passive  
 $v = -0.005 = \text{const}$

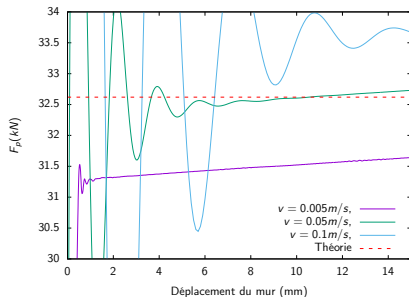


Figure 11 – Pression passive  
 $c = 0 = \text{const}$

Effet cinétique ?

→ L'écart est 1 kN (3%)



# Stabilisation - Théorie élastique

$$\sigma_{yy} = \rho g H = 2700 \cdot 9.81 \cdot 1 = 26487 \text{ Pa} \quad (1)$$

$$F_{yy} = \sigma_{yy} \cdot L = 26487 \cdot 3 = 79461 \text{ N} \quad (2)$$

$$\sigma_{xx} = K_0 \sigma_{yy} = K_0 \gamma y \quad (3)$$

$$F_{xx} = \int_0^H K_0 \gamma y \, dy = \frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu} \gamma z^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0.2}{1-0.2} \cdot 2700 \cdot 9.81 \cdot 1^2 = 3.3 \text{ kN} \quad (4)$$

$$I = \frac{\nu}{H_0} \sqrt{\frac{m}{P}} = \frac{0.005}{3} \sqrt{\frac{0.05^2 \cdot 2700}{2700 \cdot 9.81 \cdot 1}} = 5 \cdot 10^{-4} \quad (5)$$

$$t_c = \frac{\pi}{20} \sqrt{\frac{m}{k_n}} = \frac{\pi}{20} \sqrt{\frac{0.05^2 \cdot 2700}{1e9}} = 10^{-5} (s) \quad (6)$$

# Stabilisation - Théorie élastique vs Rankine

$$E = 1e9 \text{ Pa}, \nu = 0.2, \varphi = 25^\circ, \psi = 0^\circ, c = 0, PIC = 99\%$$

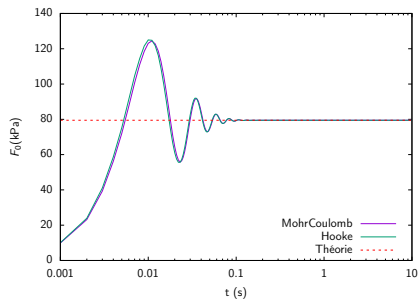


Figure 12 – La force au fond au repos

à 1s, le modèle est bien stabilisé. La force au fond des deux lois est presque exactement la même.

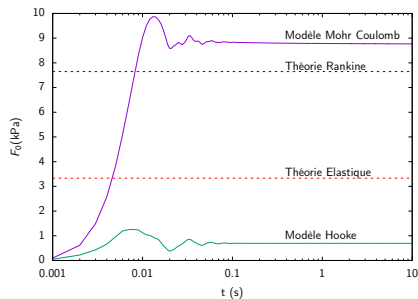


Figure 13 – La force au mur à droite au repos

On observe un écart entre les deux théories.

# Stabilisation - Modèle Mohr-Coulomb

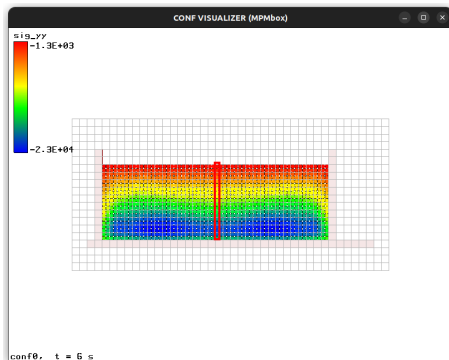


Figure 14 –  $\sigma_{yy}$  l'orsque  
 $\nu = 0.2, \varphi = 25^\circ, c = 0$

$\sigma$  dans la couche de MP horizontale  
 au fond présente l'effet de bord

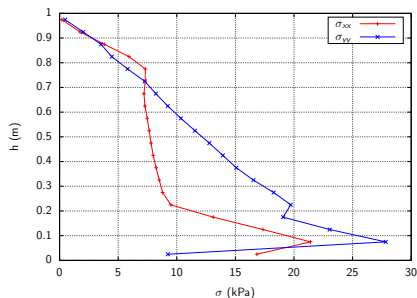


Figure 15 – La contrainte de bande au  
 milieu (cas  $\nu = 0.2, \varphi = 25^\circ, c = 0$ )

Évolution du  $K_0$  varie fortement

# Stabilisation - Modèle Mohr-Coulomb

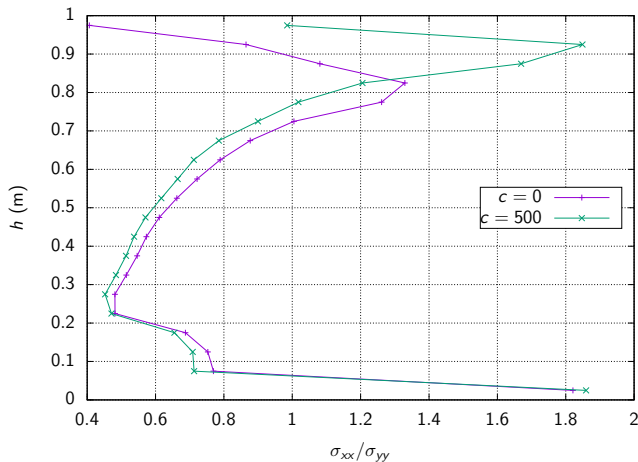


Figure 16 – Taux  $K_0 = \sigma_{xx}/\sigma_{yy}$  l'orsque  $\nu = 0.2, \varphi = 25^\circ$  au chaque points vertical de la bande au milieu

# Stabilisation - Modèle Mohr-Coulomb

Évolution du  $K_0$  lorsqu'on fixe  $\varphi = 25^\circ, \psi = 0^\circ, c = 0$  et varie  $\nu$  :

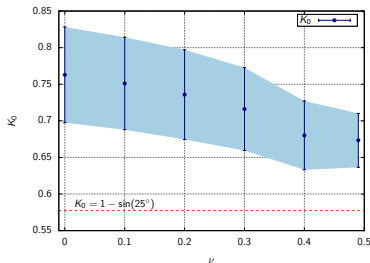


Figure 17 – Ratio de la moyenne

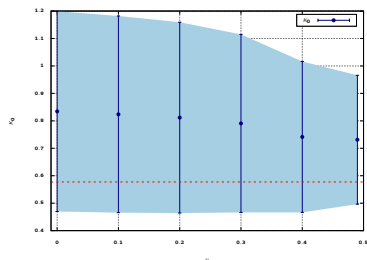


Figure 18 – Moyenne du ratio

$$K_0 = \frac{\overline{\sigma_{xx}}}{\overline{\sigma_{yy}}}$$

$$\text{Std}(K_0) \approx K_0 \sqrt{\left( \frac{\text{Std}(\sigma_{xx})}{\overline{\sigma_{xx}}} \right)^2 + \left( \frac{\text{Std}(\sigma_{yy})}{\overline{\sigma_{yy}}} \right)^2}$$

$$K_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_{xx,i}}{\sigma_{yy,i}};$$

$$\text{Std}(K_0) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\sigma_{xx,i}}{\sigma_{yy,i}} - K_0 \right)^2}$$

# Stabilisation - Modèle Mohr-Coulomb

Évolution du  $K_0$  lorsqu'on fixe  $\varphi = 25^\circ, \nu = 0.2, c = 0$  et varie  $\psi$  :

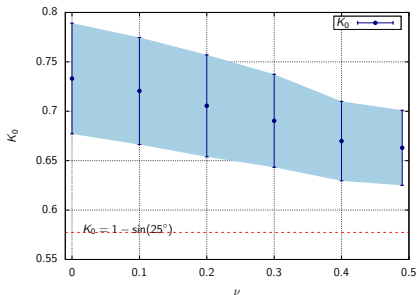


Figure 19 – Ratio de la moyenne

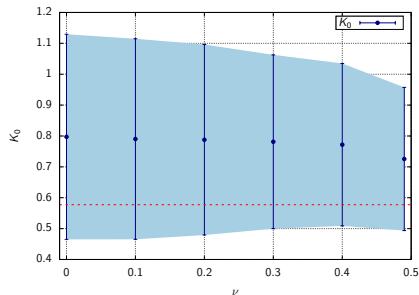


Figure 20 – Moyenne du ratio

La différence est négligeable.

# Stabilisation - Modèle Élastique

Évolution du  $K_0$  lorsqu'on fixe  $\nu = 0.2, \psi = 0^\circ, c = 0$  et varie  $\varphi$  :

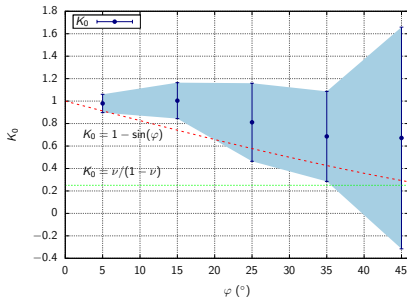


Figure 21 – Ratio de la moyenne

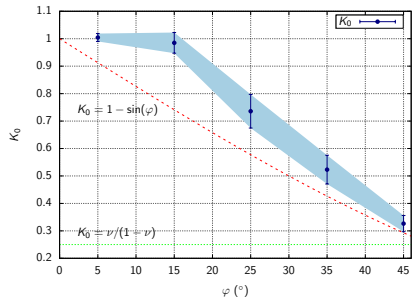


Figure 22 – Moyenne du ratio

# Stabilisation - Modèle Élastique

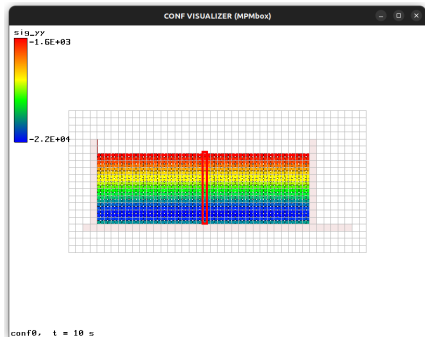


Figure 23 –  $\sigma_{yy}$  ( $\nu = 0.2, E = 1e9$  Pa)

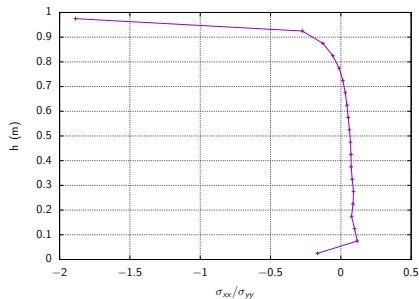


Figure 24 – Taux de contrainte de bande au milieu (cas  $\nu = 0.2, E = 1e9$  Pa)



# Stabilisation - Modèle Élastique

PIC = 99%

Évolution du  $K_0$  lorsqu'on fixe  $E = 1e9 \text{ Pa}$ , PIC = 0.9 et varie  $\nu$  :

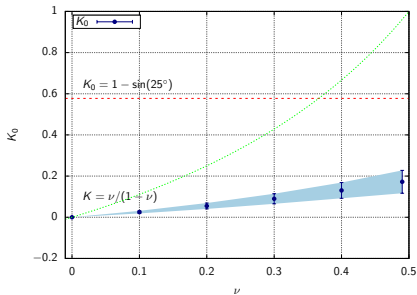


Figure 25 – Ratio de la moyenne

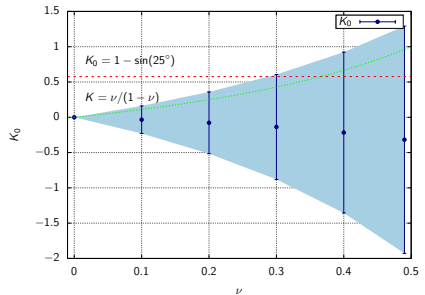


Figure 26 – Moyenne du ratio

# Stabilisation - Modèle Élastique

L'influence de PIC/FLIP :  $E = 1e9 \text{ Pa}$ ,  $\nu = 0.4$

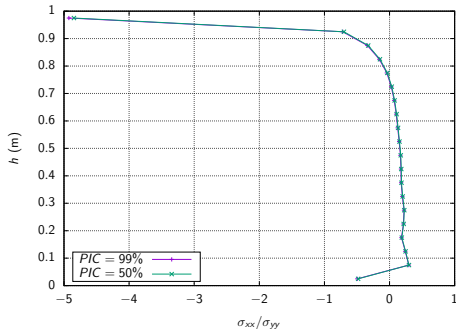


Figure 27 – Taux de  $\sigma_{xx}/\sigma_{yy}$

Le PIC n'influence pas significativement le résultat final.