



Vorlesung Compilerbau: Syntaktische Analyse – Parsing VI LR/LR(k)-Parsing

Vorlesung des BA-Studiums Prof. Johann Christoph Freytag, Ph.D. Institut für Informatik, Humboldt-Universität zu Berlin SoSe 2018

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.

9.1



LR(k)-Grammatiken

Informal:

 eine Grammatik G ist vom Typ LR(k), falls ein von links nach rechts arbeitender Shift-Reduce-Parser in der Lage ist, für eine gegebene Rechtsableitung

$$S \Rightarrow \gamma_0 \Rightarrow \gamma_1 \Rightarrow \gamma_2 \Rightarrow ... \Rightarrow \gamma_{n-1} \Rightarrow \gamma_n = W$$

und für jede rechte Satzform γ_i in der Ableitung

- den Handle in dieser rechten Satzform zu finden und
- die Reduktionsregel zu bestimmen,

wobei er maximal k Symbole über das rechte Ende der Handle für γ_i hinausschauen darf, um seine Shift-Reduce-Entscheidungen zu treffen

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.



LR(k)-Grammatiken (2)

Annahme:

sei G'= (V_N ', V_T , P', S') folgende Erweiterung bzgl. einer kontextfreie Grammatik G= (V_N , V_T , P, S) : S' ist neues Startsymbol mit S' \Rightarrow S

Definition: G heißt LR(k)-Grammatik, wenn aus

- S' $\Rightarrow^* \alpha Aw \Rightarrow \alpha \beta w$ und
- S' \Rightarrow * γ Bx $\Rightarrow \alpha\beta$ y und
- $FIRST_k(w) = FIRST_k(y)$

folgt, dass

- $\alpha = \gamma$
- A = B
- x = y.

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.

9.3



LR(k)-Grammatiken (3)

Definition: Grammatik G heißt LR(k)-Grammatik, wenn aus

- S' \Rightarrow * α Aw $\Rightarrow \alpha$ β w und
- S' \Rightarrow * γ Bx $\Rightarrow \alpha\beta$ y und
- $FIRST_k(w) = FIRST_k(y)$

folgt, dass

 $\alpha = \gamma$, A = B und x = y.

Plausibilität:

• Wir nehmen an, dass die Satzformen $\alpha\beta$ w und $\alpha\beta$ y mit gemeinsamen Präfix $\alpha\beta$ und gleichem »k-Lookahead« an Symbolen konstruiert sind,

d.h. $FIRST_k(y) = FIRST_k(w)$, so dass $\alpha\beta w$ zu αAw bzw. $\alpha\beta y$ zu αBy reduziert werden kann

- aus dem gemeinsamen Präfix folgt, dass $\alpha\beta y$ auch zu αAy mit dem gleichen Ergebnis reduziert werden kann
- deshalb gilt $\alpha Ay = \gamma Bx$

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.



Besonderheiten von LR(k)-Grammatiken

- LR-Grammatiken sind die allgemeinsten Grammatiken, deren Sätze von einem deterministischen, Bottom-Up-Parser erkannt werden können
- LR-Parser erkennen Fehler, sobald dies in einem Von-Links-nach-Rechts-Lesen der Eingabe möglich ist
- LR(k)-Grammatiken beschreiben eine echte Obermenge der Sprachen, die durch LL(k)-Parser erkannt werden:
 - LL(k): erkennt die Anwendung der Regel $A \to \beta$, wenn sie die ersten k Symbole gesehen hat, die von β abgeleitet werden können
 - LR(k): erkennt die Handle β , nachdem sie alles gesehen hat, was aus β abgeleitet werden kann plus (maximal) k Lookahead-Symbole
- Für jede LR(k)-Grammatik existiert eine äquivalente LR(1)-Grammatik, die dieselbe Sprache erzeugt
 - Es existieren Grammatiken, die **nicht** LR(k) für alle k >= 0 sind

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.

9.5



Besonderheiten von LR(1)-Grammatiken

- LR(1)-Grammatiken werden oft für die Realisierung eines Parsers genutzt; diese heißen dann LR(1)-Parser
- fast alle kontextfreien Konstrukte gängiger Programmiersprachen können in LR(1) ausgedrückt werden

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.



LR-Parsing

Es gibt drei (wesentliche) Verfahren zur Generierung der Syntaxanalysetabelle eines LR-Parsers:

1. SLR(1):

- bestimmt von diesen die kleinste Klasse von Grammatiken (bzgl. Mächtigkeit)
- kommt mit kleinsten Tabellen aus (bzgl. Zustandsanzahl)
- erlaubt eine einfache, schnelle Konstruktion der Tabellen

2. LR(1):

- ist gesamte Klasse der LR(1) Grammatiken (größte Mächtigkeit)
- Erzeugte Tabellen sind sehr groß (bzgl. Zustandsanzahl)
- benötigt aufwendige Konstruktion großer Tabellen

3. LALR(1):

- mächtiger als SLR(1), weniger mächtig als LR(1)
- benötigt gleiche Anzahl an Zuständen wie SLR(1)
- erlaubt kanonische Konstruktion, ist aber langsam und erzeugt große Tabellen
- es existieren bessere Konstruktionstechniken als für LR(1)

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.

9.7



Vergleich: SLR bzw. LALR gegenüber LR

- Ein LR(1)-Parser für eine gängige Programmiersprache besitzt mehrere tausend Zustände
- SLR(1)- bzw. LALR(1)-Parser besitzen für dieselbe Sprache in den meisten Fällen nur mehrere hundert Zustände

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.



Konstruktion von LR-Syntaxtabellen

Im Weiteren:

- (1) einfaches LR (SLR)(bestimmt kleinste Menge analysierbarer Grammatiken)
- (2) LR
- (3) LALR

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.

9.9



LR(k)-Element (Item)

Die Algorithmen zur Tabellenkonstruktion

 benutzen Mengen von LR(k)-Elementen, auch Konfigurationen genannt, um die möglichen Zustände während des Parsens zu repräsentieren

ein LR(k)-Element ist ein Paar $[\alpha,\beta]$, wobei

- α eine Produktion der Grammatik G (z.B. Regelnummer) und
 "•" eine Markierung in der RS der Regel ist , die anzeigt, wie viel von der RS einer Produktion schon erkannt worden ist;
- $\, \bullet \,$ β die "look-ahead" Zeichenkette ist, die k Symbole (Terminalsymbole oder "\$") umfasst.

zwei Fälle spielen eine Schlüsselrolle: k=0 und k=1

- LR(0)-Element bei der Konstruktion der Tabelle für SLR(1)
- LR(1)-Element bei der Konstruktion der LR(1)- und LALR(1)-Tabellen

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.



LR(k)-Element (2)

- Symbol "•" zeigt an, wie viel eines Elements schon in einem Zustand der Erkennung gesehen worden ist:
 - [A→ •XYZ] zeigt an, dass der Parser eine Zeichenkette sucht, die aus der Zeichenkette XYZ abgeleitet werden kann
 - [A→ XY Z] zeigt an, dass der Parser bereits eine Zeichenkette gesehen hat, die aus XY abgeleitet werden konnte und dass er nach einer Zeichenkette sucht, die aus Z abgeleitet werden kann
- LR(0)-Element: kein "Look-ahead"
- Regel A→ XYZ generiert vier LR(0)-Elemente:
 - $[A \rightarrow \bullet XYZ]$
 - $[A \rightarrow X \cdot YZ]$

Regel A \rightarrow ϵ generiert nur ein LR(0)-Element:

[A→•]

 $[A \rightarrow XY \bullet Z]$ $[A \rightarrow XYZ \bullet]$

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.

9.11



Konstruktion von SLR-Syntaxtabellen

Idee:

- Konstruktion eines deterministischen endlichen Zustandsautomaten (DFA) für die jeweilige Grammatik, der gültige Präfixe erkennt
- Zusammenfassung von Elementen zu Mengen, die Ausgangspunkt der Zustände des SLR-Parsers bilden.
- Elemente könnten auch als Zustände eines Nicht-Deterministischen Automaten angesehen werden, der gültige Vorsilben erkennt (wird hier nicht weiter verfolgt)

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.



Charakteristischer endlicher Automat (CFSM)

- der CFSM für eine Grammatik G ist ein DFA, der alle brauchbaren Präfixe einer Rechtsableitung erkennt:
 - ein brauchbarer (engl. "viable") Präfix ist ein Präfix, der nicht über einen Handle hinweg erweitert werden kann
- der CFSM akzeptiert, wenn eine Handle erkannt worden ist und reduziert werden soll
- um den CFSM zu konstruieren, werden die folgenden Funktionen benötigt:
 - · closure0 (I), um die Zustände für ein Element I zu bestimmen
 - goto0 (I, X), um eine Transitionsfunktion für ein Item I und ein Symbol (Terminal oder Nicht-Terminal) X zu bestimmen

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D. 9.13



Hüllenoperation: closure0

Sei I eine Menge von Elementen für eine Grammatik G, dann ist die Hülle closure0 (I) die Menge von Elementen, die aus I nach folgenden Regeln konstruiert wird:

- jedes Element von I wird der Hülle closure0 (I) hinzugefügt
- wenn [A→ α•Bβ] zur Hülle gehört und B→ γ eine Produktion, dann füge das Element [B→ •γ] ebenfalls der Hülle zu

Bemerkung:

D.h., falls der Parser einen brauchbaren Präfix α im Keller gespeichert hat, dann sollte sich die Eingabe zu B β reduzieren (oder zu γ für ein anderes Element [B \rightarrow * γ] in der Hülle von [A \rightarrow α * B β])

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.



Berechnung der Hülle

```
function closure0 (I) 
 J:=I; repeat 
 for jedes Element [A \rightarrow \alpha \cdot B\beta] \in J und 
 jede Produktion B \rightarrow \gamma \in G mit [B \rightarrow \cdot \gamma] \notin J 
 do add [B \rightarrow \cdot \gamma] to J 
 until (no more items can be added to J) 
 return J 
 end_function
```

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.

9.15



closure0 - Beispiel

Grammatik

```
\begin{array}{c|cccc}
1 & S \rightarrow & E\$ \\
2 & E \rightarrow & E + T \\
3 & | & T \\
4 & T \rightarrow & id \\
5 & | & (E)
\end{array}
```

Beispiele

- closure0([S \rightarrow •E\$]) = {[S \rightarrow •E\$]; [E \rightarrow •E+T], [E \rightarrow •T]; [T \rightarrow •id], [T \rightarrow •(E)] }
- closure0($[E \rightarrow E + \bullet T]$) = { $[E \rightarrow E + \bullet T]$; $[T \rightarrow \bullet id]$, $[T \rightarrow \bullet (E)]$ }

Idee der closure0-Funktion:

- "•" gibt an,
 - was als n\u00e4chstes (rechts von ihm) bei der Erkennung erwartet wird und
 - woher es kommt (durch die Hüllenberechnung)

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.



Sprungoperation: goto0

Definition:

Sei I ein Menge an LR(0)-Elementen und X ein Grammatiksymbol, dann ist GOTO(I, X) die Hülle der Menge aller Elemente $[A \rightarrow \alpha X \cdot \beta]$ mit $[A \rightarrow \alpha \cdot X\beta] \in I$

Intuition:

Falls I die Menge aller brauchbaren Elemente für einen brauchbaren Präfix γ ist, dann ist GOTO(I, X) die Menge aller erlaubten (engl. valid) Elemente für den brauchbaren Präfix γ X

anschaulich: GOTO(I, X) repräsentiert den (Folge-)Zustand, nachdem X im Zustand I erkannt worden ist

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.



goto0 - Beispiel

Beispiel

sei I die Menge { $[E' \rightarrow E \bullet]$, $[E \rightarrow E \bullet + T]$; $[E \rightarrow \bullet E + T]$ },

dann besteht goto0 (I, +) aus

 $\bullet \ [\mathsf{E} \to \mathsf{E} + \bullet \mathsf{T}]$

und davon die Hülle

- $[T \rightarrow \bullet T * F]$
- $[\mathsf{T} \to {}^\bullet\mathsf{F}]$
- $[F \rightarrow \bullet(E)]$
- ${\color{red} \bullet} \ [\mathsf{F} \to {\color{red}} \bullet \mathsf{id}]$

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.

9.18



Berechnung des Sprungs

function goto0 (I,X) sei L die Menge aller Items $[A \rightarrow \alpha X \cdot \beta]$ mit $[A \rightarrow \alpha \cdot X \beta] \in I$; return (closure0 (L)) end_function

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.

9.19



Konstruktion von SLR-Syntaxtabellen

Idee:

- Konstruktion eines Deterministischen Endlichen Zustandsautomaten für die jeweilige Grammatik, der gültige Vorsilben (Präfixe) erkennt
- Zusammenfassung von Elementen zu Mengen, die Ausgangspunkt der Zustände des SLR-Parsers bilden.
- Elemente können als Zustände eines Nicht-Deterministischen Automaten angesehen werden, der gültige Vorsilben erkennt

kanonische LR(0)-Sammlung

- Menge von LR(0)-Elementen, die die Basis bildet zur Konstruktion von SLR-Parsern
- zu deren Konstruktion benötigt man:
 - eine erweiterte Grammatik G' (gegenüber der Ausgangsgrammatik G)
 - zwei Funktionen: Hülle, Sprung

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.



Kanonische Kollektion von LR(0)-Elementen

sei G' (eine erweiterte Grammatik von G)

```
function items (G')

C \leftarrow \text{closure0} (\{[S' \rightarrow \cdot S]\});

repeat

for each set of item s \in C do

for each grammar symbol X do

if gotoO(s,X) \neq \emptyset and gotoO(s,X) \notin C then add

gotoO(s,X) to C;

until (no more item sets can be added to C)

return (C);

end_function
```

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.

9.21



Beispiel: Kanonische LR(0)-Kollektion

```
Grammatik

1 | S \rightarrow E #

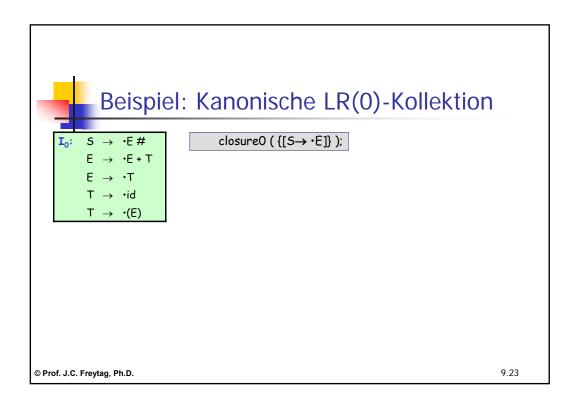
2 | E \rightarrow E + T

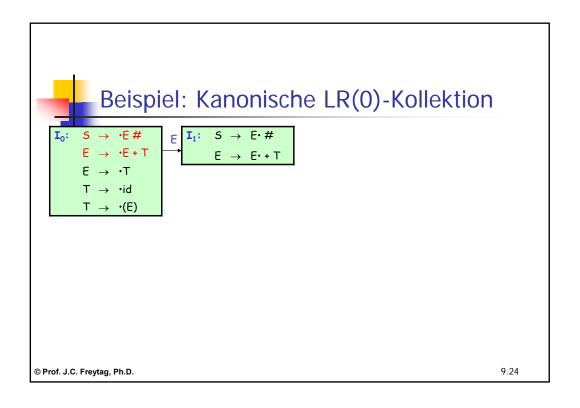
3 | T

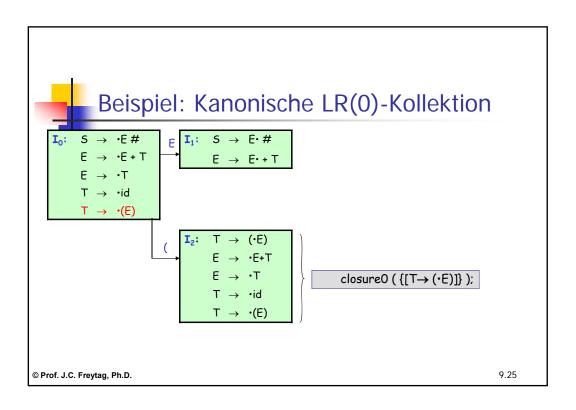
4 | T \rightarrow id

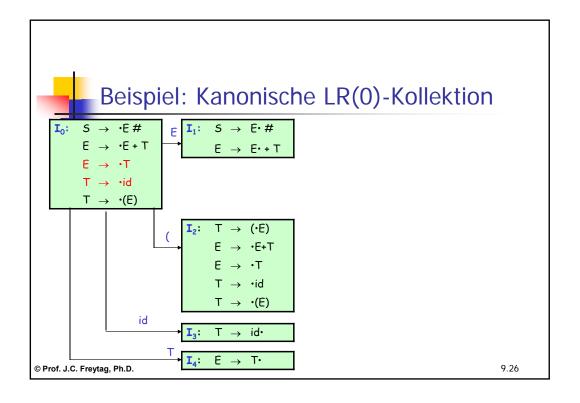
5 | (E)
```

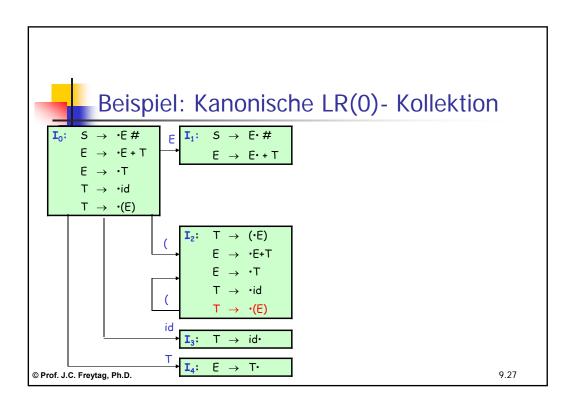
© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.

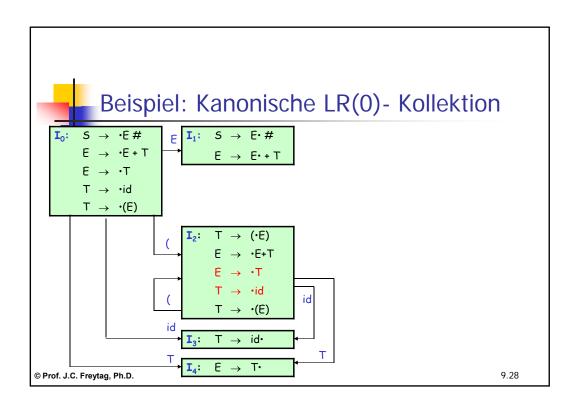


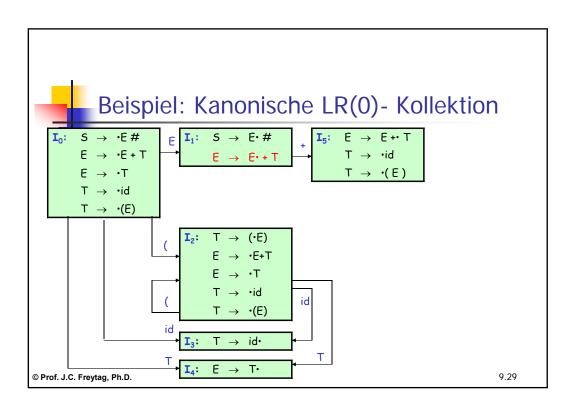


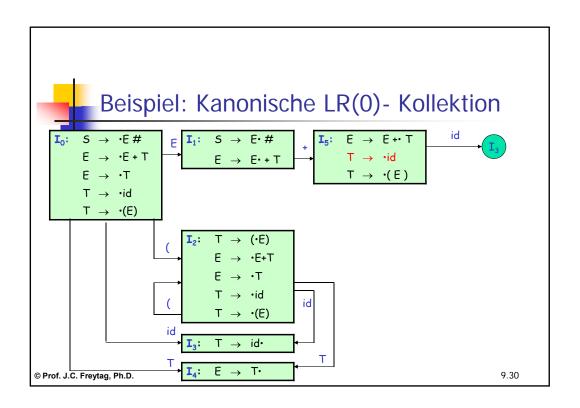


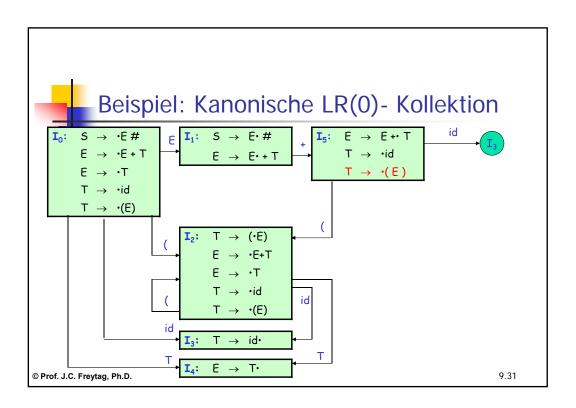


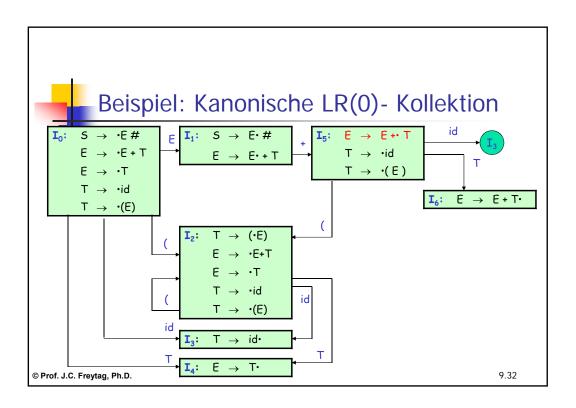


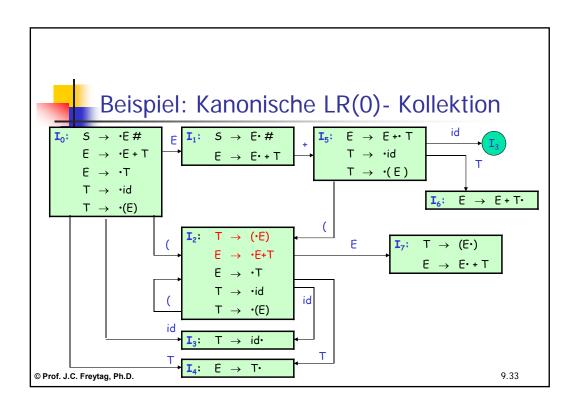


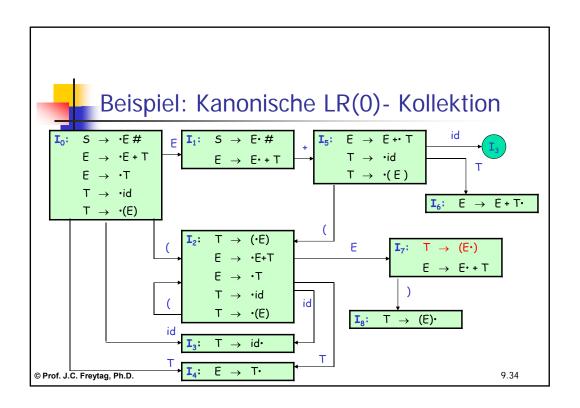


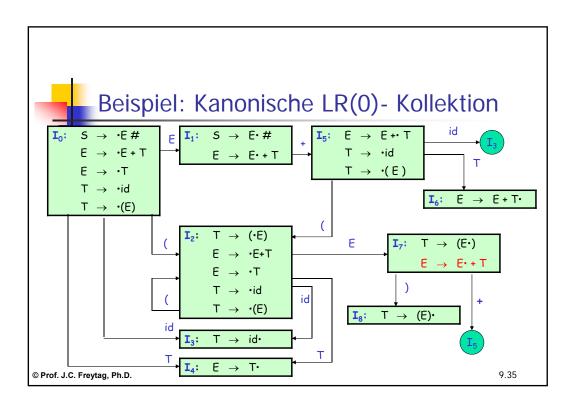


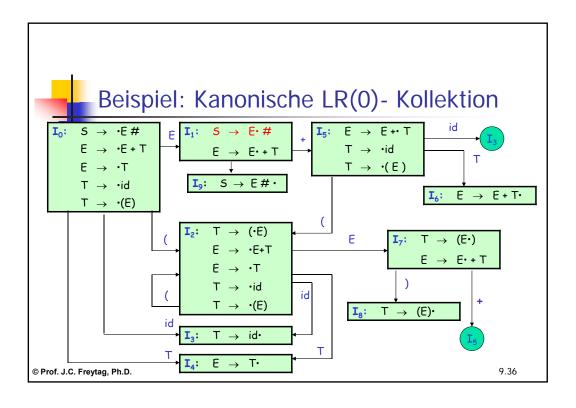


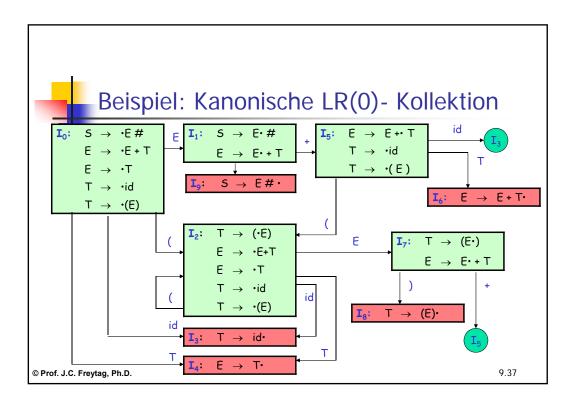


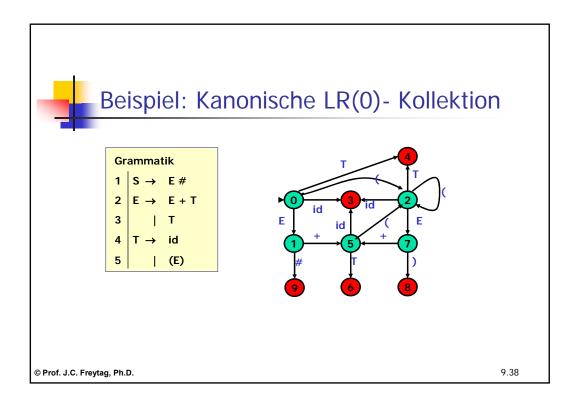


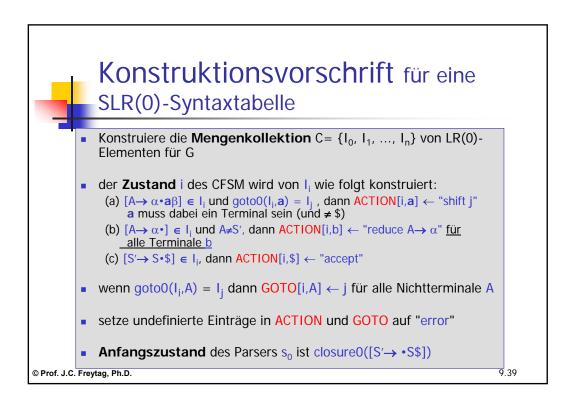


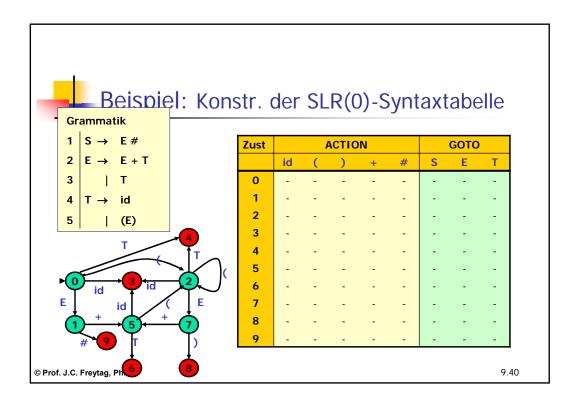


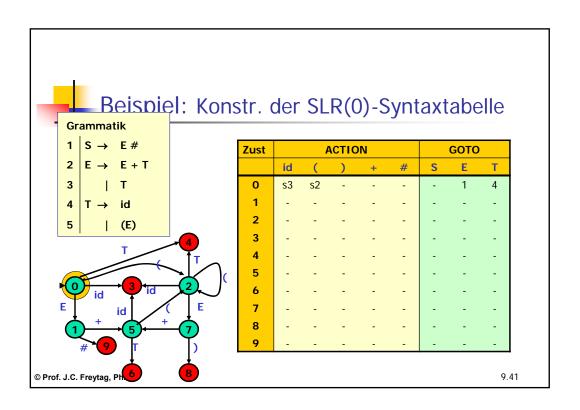


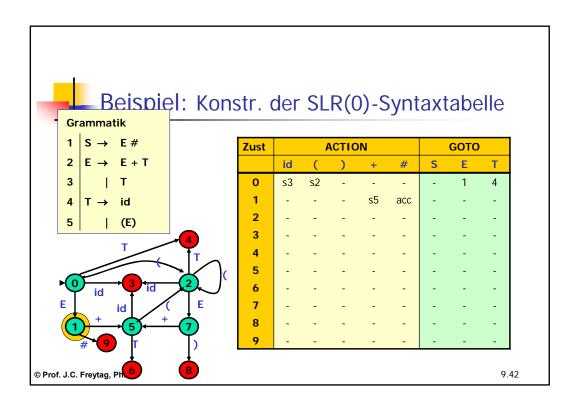


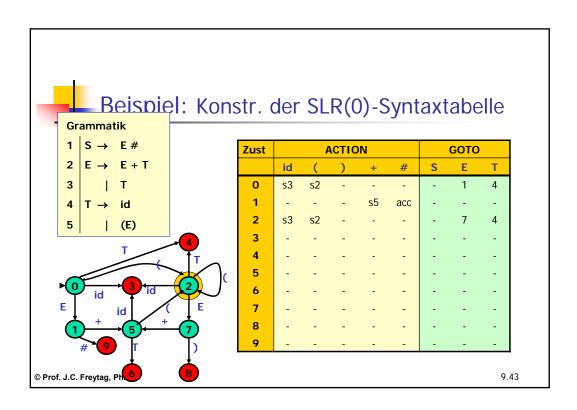


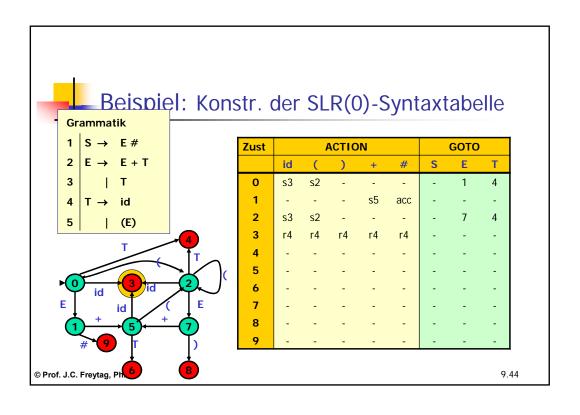


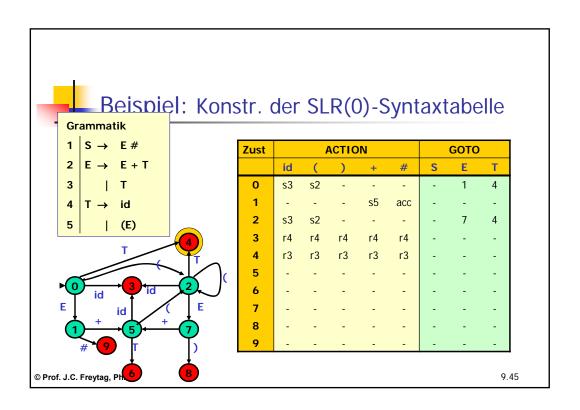


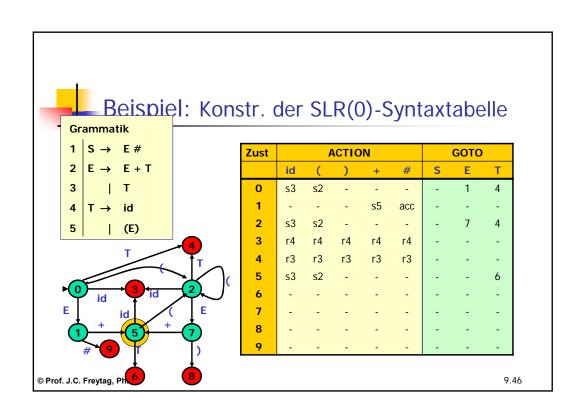


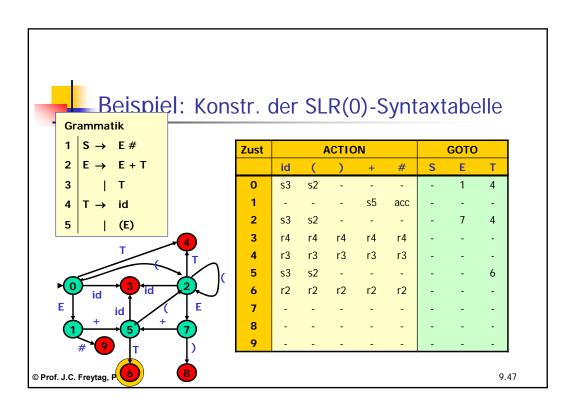


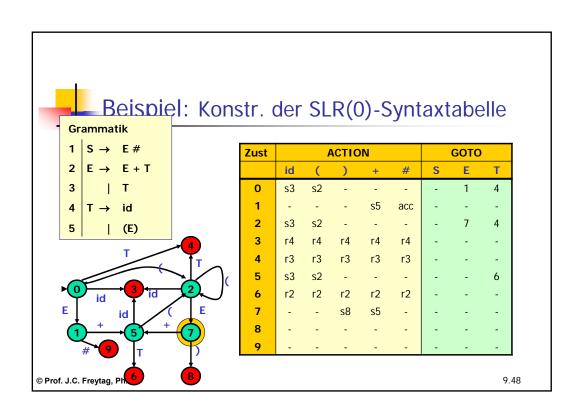


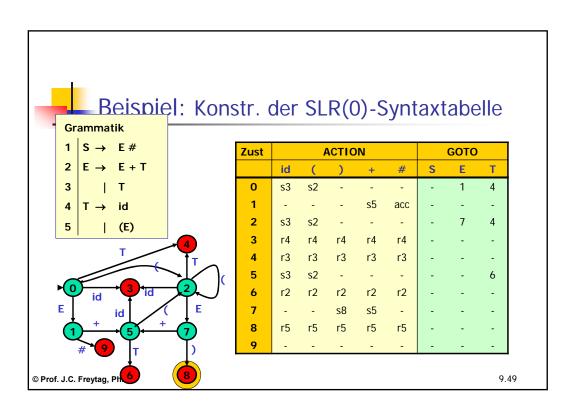


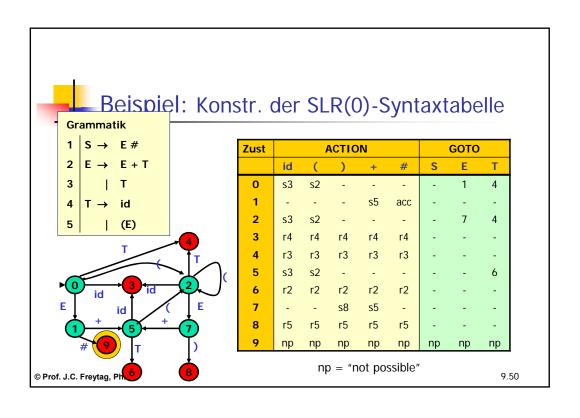














Mögliche Konflikte in der ACTION-Tabelle

- Falls die LR(0)-Syntaxtabelle Einträge in der ACTION-Tabelle hat, die mehrfach belegt sind, ist die Grammatik nicht vom Typ LR(0)
- zwei Konfliktmöglichkeiten
 - Shift-reduce: Beides (shift und reduce) ist auf derselben Elementmenge möglich
 - Reduce-reduce: Mehr als eine Reduktionsmöglichkeit in der selben Elementmenge
- Konflikte können u.U. durch »Lookahead« in der ACTION-Tabelle gelöst werden
- Beispiele:
 - A $\rightarrow \epsilon$ | $a\alpha \Rightarrow$ Shift-Reduce- Konflikt
 - a := b + c*d ⇒ erfordert »look-ahead«, um einen Shift-Reduce-Konflikt nach dem Einlesen von c (wegen Präzedenz von * über +) zu verhindern

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D. 9.51



Konstruktionsvorschrift für SLR(1)-Syntaxtabelle

- Konstruiere die Mengenkollektion C= {I₀, I₁, ..., I_n} von LR(0)-Elementen für G' (Erweiterung von G)
- der Zustand i des CFSM wird von I_i wie folgt konstruiert:
 - (a) $[A \rightarrow \alpha \cdot a\beta] \in I_j$ und $gotoO(I_j, a) = I_j$, dann setze $ACTION[i, a] \leftarrow$ "shift j" a muss dabei ein Terminal sein
 - (b) $[A \rightarrow \alpha^{\bullet}] \in I$, und $A \neq S'$, dann setze $ACTION[i,a] \leftarrow$ "reduce $A \rightarrow \alpha$ " $\underline{für}$ alle $a \in FOLLOW(A)$, $A \ kann \ nicht \ S' \ sein$
 - (c) $[S' \rightarrow S\$ \bullet] \in I_i$, dann ACTION[i,\$] \leftarrow "accept"
- wenn $gotoO(I_i,A) = I_j$ dann $GOTO[i,A] \leftarrow j$ für alle Nichtterminale A
- setze undefinierte Einträge in ACTION und GOTO auf "error"
- Anfangszustand des Parsers s₀ ist closure0([S'→ •S\$])

© Prof. J.C. Freytag, Ph.D.

