

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Χαράλαμπος Αναστασίου	ΑΜ:	1093316	Έτος:	3ο
--------	--------------------------	-----	---------	-------	----

Ασκηση 1

(α) Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

Απάντηση:

- Για να υπολογίσουμε τη στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας, αρκεί να υπολογίσουμε τον μέσο όρο της τυχαίας μεταβλητής $A(\theta)$ για το δοσμένο διάστημα $[-1/2, 1/2]$, ο οποίος είναι 0.

(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση $rand(\cdot)$ της MATLAB δημιουργήστε K υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

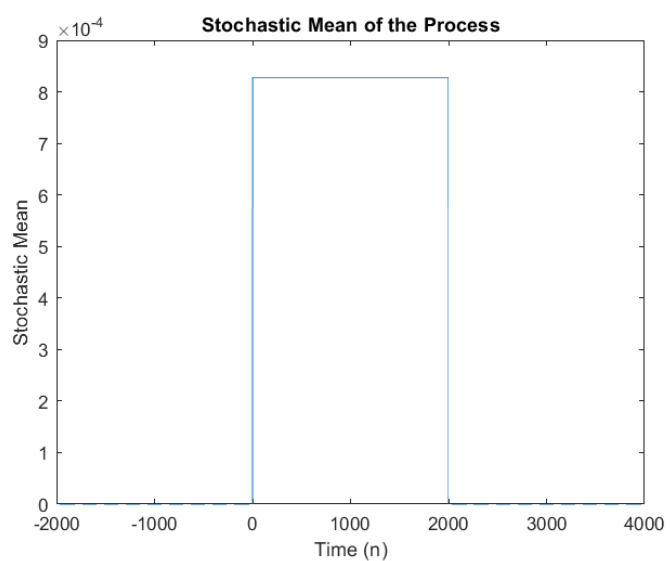
Απάντηση:

- Για μικρό αριθμό υλοποιήσεων (π.χ. $K = 1$ ή 10), η στοχαστική μέση τιμή είναι ασταθής και εμφανίζει μεγάλη διακύμανση.
- Καθώς αυξάνεται ο αριθμός των υλοποιήσεων (π.χ. $K = 100$ ή 1000), η στοχαστική μέση τιμή αρχίζει να σταθεροποιείται και να πλησιάζει τη θεωρητική μέση τιμή της διαδικασίας (μηδέν).
- Αυτό δείχνει την ιδιότητα του "Νόμου των Μεγάλων Αριθμών", όπου η μέση τιμή των ανεξάρτητων και ομοίως κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών συγκλίνει στη θεωρητική μέση τιμή τους όσο αυξάνεται ο αριθμός των δειγμάτων.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Χαράλαμπος Αναστασίου	ΑΜ:	1093316	Έτος:	3ο
--------	--------------------------	-----	---------	-------	----



Σύγκλιση στοχαστικής μέσης τιμής στο θεωρητικό μηδέν για $K=1000$

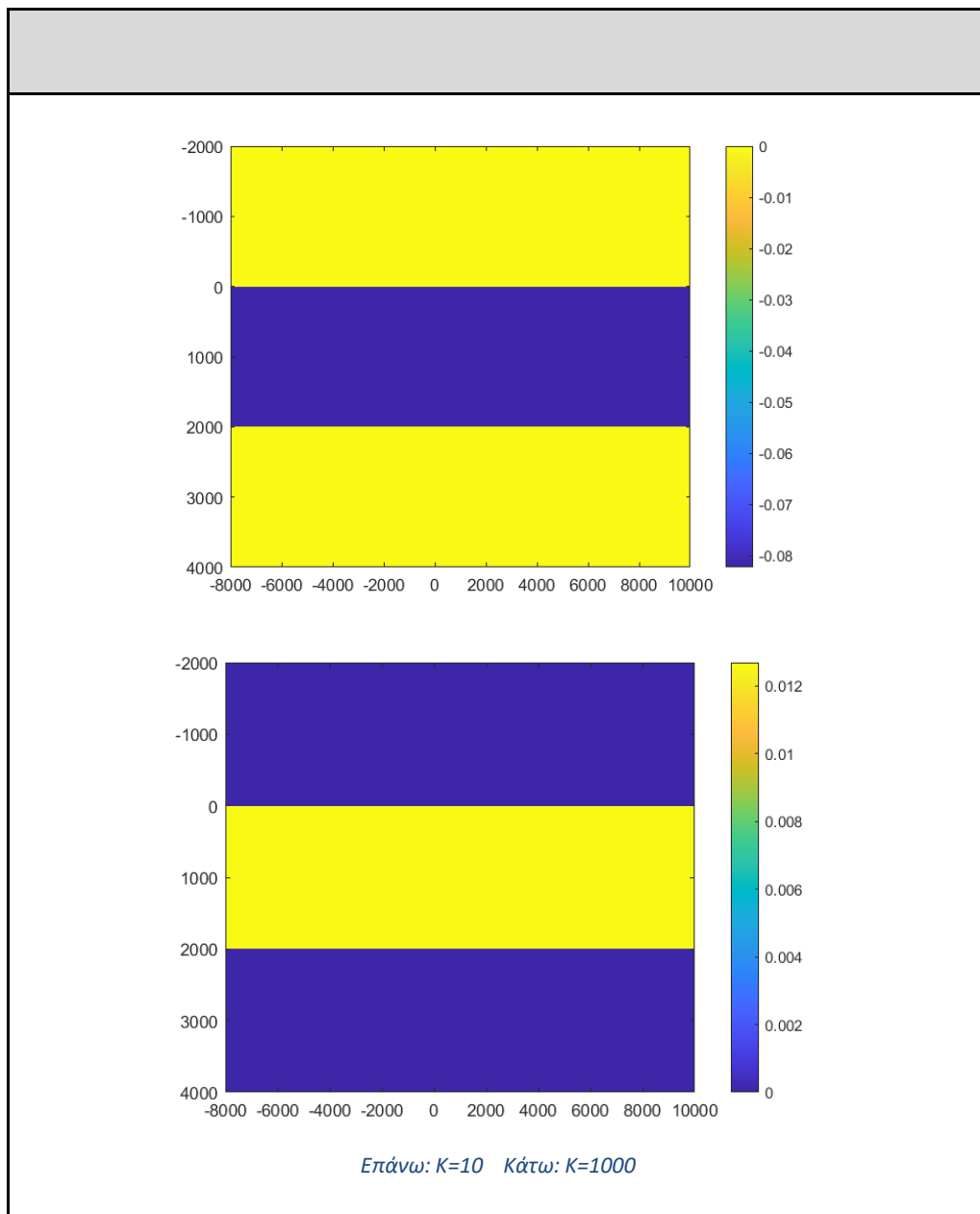
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Χαράλαμπος Αναστασίου	ΑΜ:	1093316	Έτος:	3ο
--------	--------------------------	-----	---------	-------	----

Ακολουθεί αναπαράσταση της στοχαστικής μέσης τιμής και σε εικόνες.

Για $K=1000$ παρατηρείται επικράτηση της τιμής 0 (χρώμα **μπλε**) στην εικόνα.



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Χαράλαμπος Αναστασίου	ΑΜ:	1093316	Έτος:	3ο
--------	--------------------------	-----	---------	-------	----

(γ) Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός K των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;

(δ) Είναι η παραπάνω διαδικασία “λευκή”; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Απάντηση:

(ε) Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το K ;

Απάντηση:

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Χαράλαμπος Αναστασίου	ΑΜ:	1093316	Έτος:	3ο
--------	--------------------------	-----	---------	-------	----

Ασκηση 2

(α) Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

Απάντηση:

(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση $randn(\cdot)$ της MATLAB δημιουργήστε K υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

Απάντηση:

(γ) Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός K των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;

(δ) Είναι η παραπάνω διαδικασία “λευκή”; Αιτιολογίστε την απάντησή σας.

Απάντηση:

(ε) Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το K ;

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

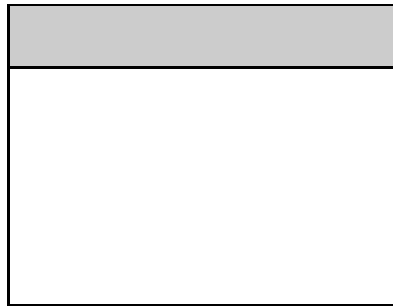
Ον/μο:	Χαράλαμπος Αναστασίου	ΑΜ:	1093316	Έτος:	3ο
--------	--------------------------	-----	---------	-------	----

Απάντηση:

Άσκηση 3

(α) Χρησιμοποιήστε αποδοτικά τον Νόμο των Μεγάλων Αριθμών και αποκαλύψτε την εικόνα που κρύβεται στην ακολουθία. Εκτιμήστε την διασπορά του θορύβου καθώς και την κατανομή του.

Απάντηση:



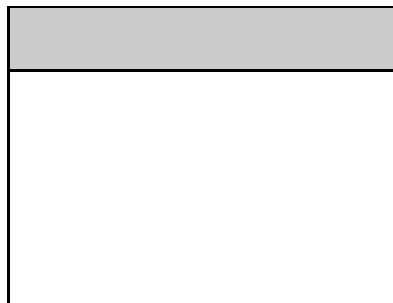
(β) Χρησιμοποιώντας την εικόνα που αποκαλύψατε, επιβεβαιώστε το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα.

Απάντηση:

Άσκηση 4

(α) Τι είδους διαδικασία περιγράφει η Σχέση (2); Χρησιμοποιώντας $\omega_0 = 0.25$ και τη συνάρτηση $randn(\cdot)$, δημιουργήστε μερικές υλοποιήσεις της. Υπολογίστε τα φασματικά χαρακτηριστικά του χρωματισμένου θορύβου. Συμφωνούν με τα θεωρητικά αναμενόμενα;

Απάντηση:



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Χαράλαμπος Αναστασίου	ΑΜ:	1093316	Έτος:	3ο
--------	--------------------------	-----	---------	-------	----

(β) Ποιά η λειτουργία του Συστήματος Λεύκανσης; Καταγράψτε την απάντησή σας.

Απάντηση:

(γ) Η πηγή του σήματος της Σχέσης (1) είναι ντετερμινιστική ή στοχαστική; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(δ) Αν η πηγή του σήματος είναι στοχαστική, είναι ασθενώς στάσιμη πρώτης ή δεύτερης τάξης; Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `rand()`, δημιουργείτε υλοποιήσεις της και προσπαθήστε να επιβεβαιώσετε τις απαντήσεις σας και πειραματικά. Καταγράψτε τα πειράματα που κάνατε και τα αποτελέσματά σας.

Απάντηση:

(ε) Εκφράστε την έξοδο του FIR φίλτρου Wiener μήκους M συναρτήσει των συντελεστών της κρουστικής του απόκρισης και του χρωματισμένου θορύβου.

Απάντηση:

(στ) Σχεδιάστε το βέλτιστο FIR φίλτρο Wiener μήκους 2 και υπολογίστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Χαράλαμπος Αναστασίου	ΑΜ:	1093316	Έτος:	3ο
--------	--------------------------	-----	---------	-------	----

Απάντηση:

(ζ) Επαναλάβετε την Ερώτηση 5 για φίλτρα μήκους 3, 4, 5, 6, υπολογίστε τα αντίστοιχα μέσα τετραγωνικά σφάλματα. Τι παρατηρείτε;

M = 3	M = 4	M = 5	M = 6

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Χαράλαμπος Αναστασίου	ΑΜ:	1093316	Έτος:	3ο
--------	--------------------------	-----	---------	-------	----

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Κώδικας Άσκησης 1

```
clear;clc;close all

%% ΕΡΩΤΗΜΑ β)

% Parameters
K = 10;
n = [-2000:4000]';

% Generating random amplitudes
A = rand(1,K) - 1/2;

% Generating the signal
x = A .* ((n > 0) - (n - 1999 > 0));

% Plotting the signal
figure; plot(n,x);

% Calculate the stochastic mean at each time step
stochastic_mean = mean(x, 2);

% Plotting the stochastic mean
figure;
plot(n, stochastic_mean);
title('Stochastic Mean of the Process');
xlabel('Time (n)');
ylabel('Stochastic Mean');

% Plotting the stochastic mean as an image
figure; imagesc(n,n,stochastic_mean); colorbar;
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Χαράλαμπος Αναστασίου	ΑΜ:	1093316	Έτος:	3ο
--------	--------------------------	-----	---------	-------	----

%% ΕΡΩΤΗΜΑ γ)

% Computing the autocorrelation matrix

Acor = x*x'/K;

% Calculate the mean autocorrelation at each time step

mean_autocorr = mean(Acor, 2);

% Plotting the mean autocorrelation

figure;

plot(n, mean_autocorr);

title('Mean Autocorrelation of the Process');

xlabel('Lag');

ylabel('Autocorrelation');

% Plotting the autocorrelation matrix as an image

figure; imagesc(n,n,Acor); colorbar;

%% ΕΡΩΤΗΜΑ δ)

% Computing the spectral density

Sd = 20*log10(fftshift(abs(fft2(Acor))));

% Plotting the spectral density as an image

figure; imagesc(Sd);