Статистическая проверка гипотез для связанных выборок. A/B тесты и как их проводить

Миленькин Александр
Биоинформатик в Insilico Medicine

Александр Миленькин

Биоинформатик в Insilico Medicine

О спикере:

- Преподаю в Нетологии
- Окончил МФТИ в 2019 году
- Активно участвую в соревнованиях по Data Science.
- Обожаю сноуборд

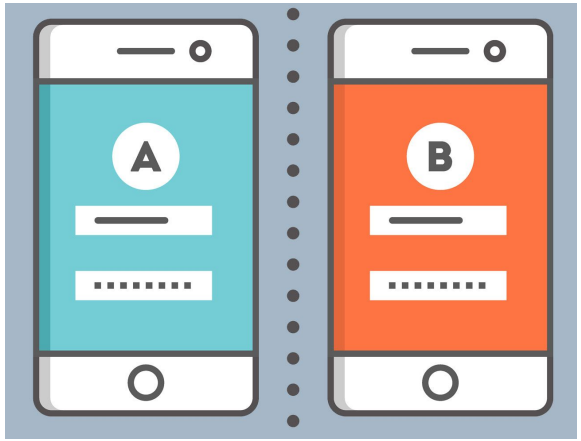
Аккаунт в Slack

@Aleron

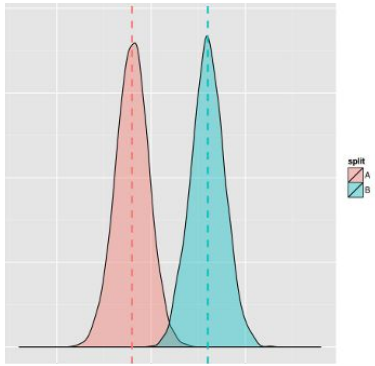
План Урока

- A/B тестирование
- Статистическая проверка гипотез для связанных выборок
- Дисперсионный анализ
- Проблема множественного сравнения

Допустим у нас есть предположении, что если поменять цвет сайта, то конверсия увеличится. Как проверить?



Еще примеры!



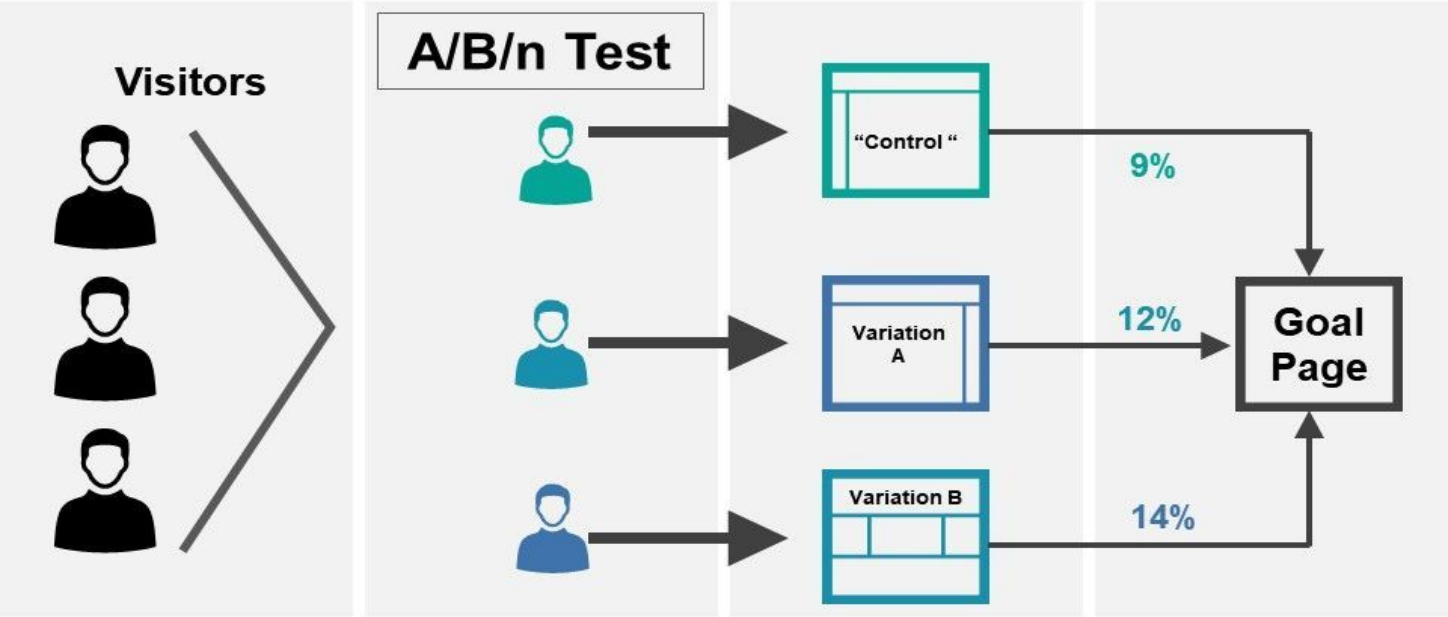
X5RETAILGROUP

A/B тестирование

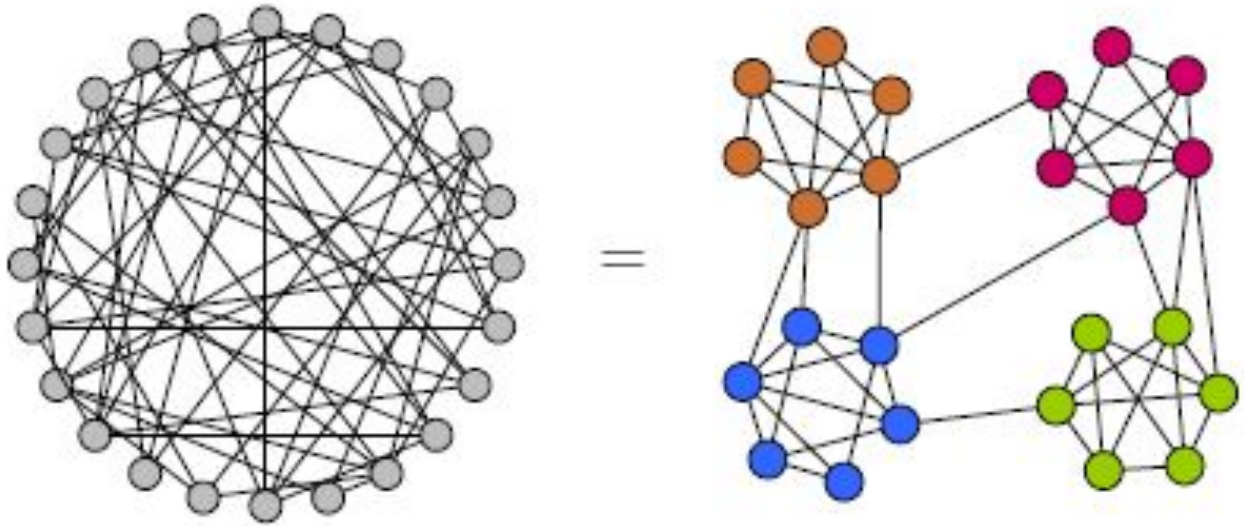
Требования к тестам

- **Понимание метрики/цели**
- **Одновременность**
- **Случайность**
- **Достаточности объёма выборки решена**
- **Независимость**

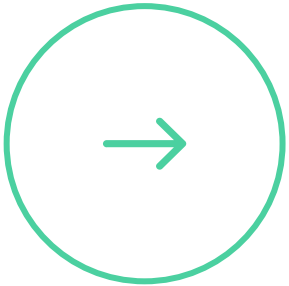
Multi A/B тесты и как их проводить



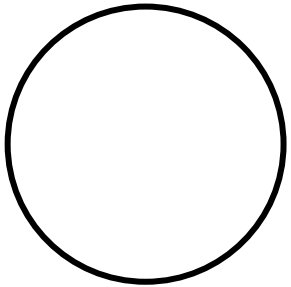
Multi A/B тесты и примеры



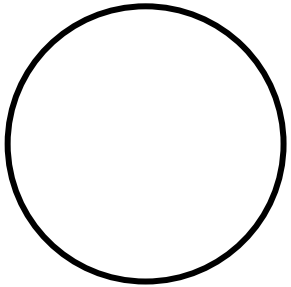
С A/B тестами ты один в поле воин!



В 2012 году сотрудник Microsoft, работавший над поисковой системой Bing, провел эксперимент по тестированию различных способов отображения рекламных заголовков. В течение нескольких часов альтернативный формат привел к увеличению доходов на 12% без влияния на показатели взаимодействия с пользователем.

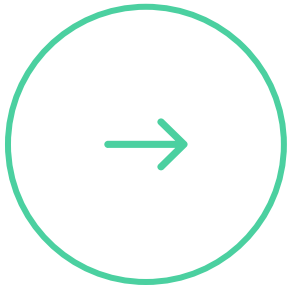


По итогам 2012 года выручка Microsoft составила $74 млрд, чистая прибыль — около $17 млрд.



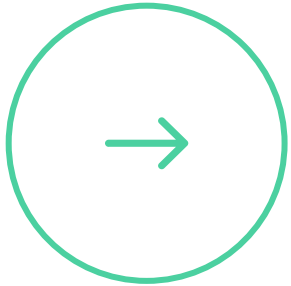
Прирост чистой прибыли $2,04 млрд — круто?

Статистическая проверка гипотез для связанных выборок



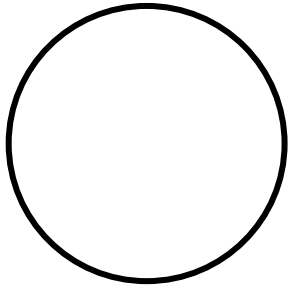
- p <= α: отклонить H0 .
- p> α: не отклонить H0 .

t-критерий Стьюдента



Рассмотренный ранее *t*-критерий Стьюдента предназначен для сравнения исключительно двух совокупностей

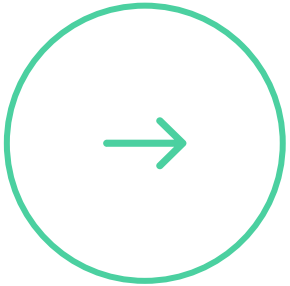
$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$



Невозможно отклонить H_0: μ1 = μ2

Отклонить H_0: распределения выборок не равны.

T-критерия Вилкоксона



Используемый для проверки различий между двумя выборками зависимых или независимых измерений по уровню какого-либо количественного признака, измеренного в непрерывной или в порядковой шкале..

$$T=\Sigma R_r$$

где R_r - ранговые значения сдвигов с более редким знаком

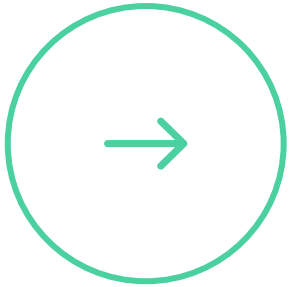
Невозможно отклонить H_0: распределения выборок равны
Отклонить H_0: распределения выборок не равны.

Тест Вилкоксона для независимых выборок называется критерием Манна-Уитни

№	Уровень тревожности (до тренинга)	Уровень тревожности (после тренинга)	Шаг 2: Разность (после-до)	Шаг 3: Значение разности по модулю	Шаг 4: Ранг разности
1	15	14	-1	1	3
2	14	11	-3	3	8
3	16	17	1	1	3

Карта тестов гипотез

Дисперсионный анализ

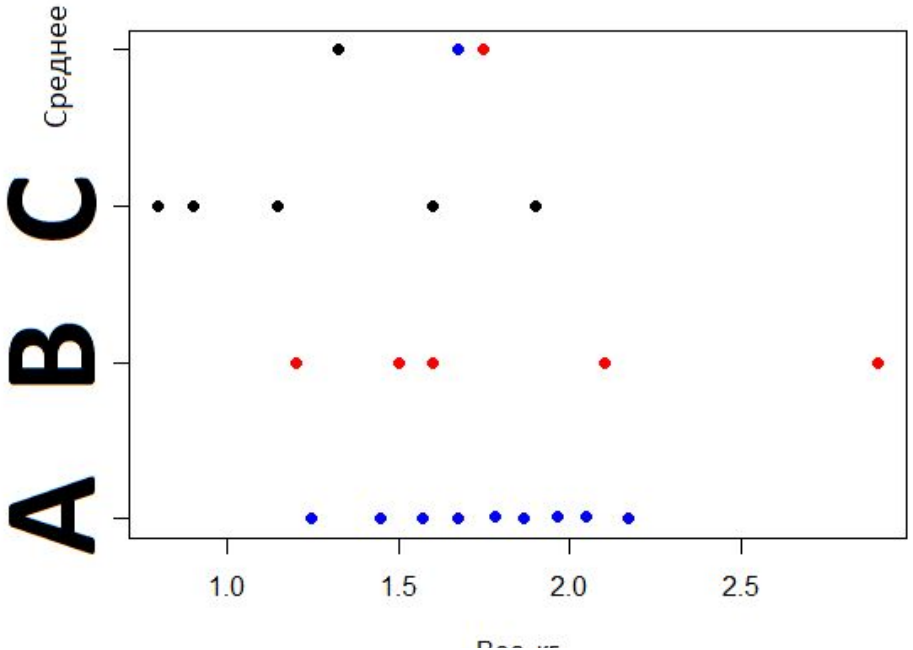


Существуют случаи, когда нужно сравнить две или больше выборок. Именно тогда и целесообразно применение дисперсионного анализа.

Название метода указывает на то, что выводы делают на основе исследования составляющих дисперсии.

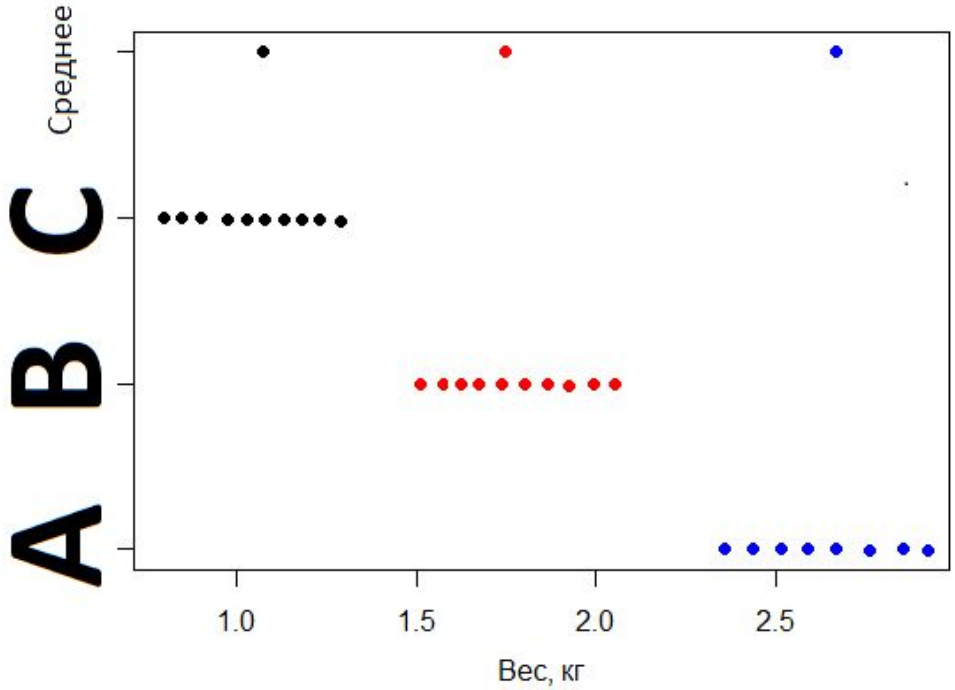
Суть изучения состоит в том, что общее изменение показателя разбивают на составляющие части, которые соответствуют действию каждого отдельно взятого фактора.

Дисперсионный анализ



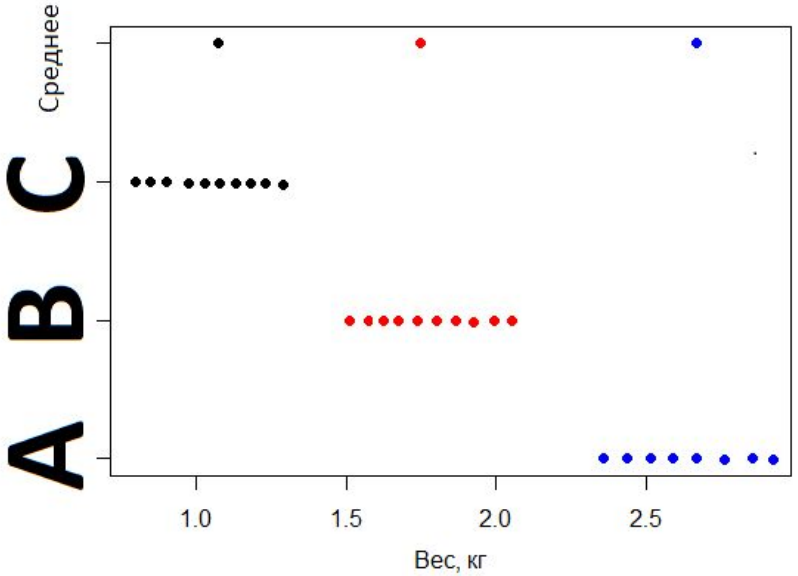
Что можно сказать про эффективность тестов?

Дисперсионный анализ



А теперь что можно сказать про эффективность тестов?

Дисперсионный анализ

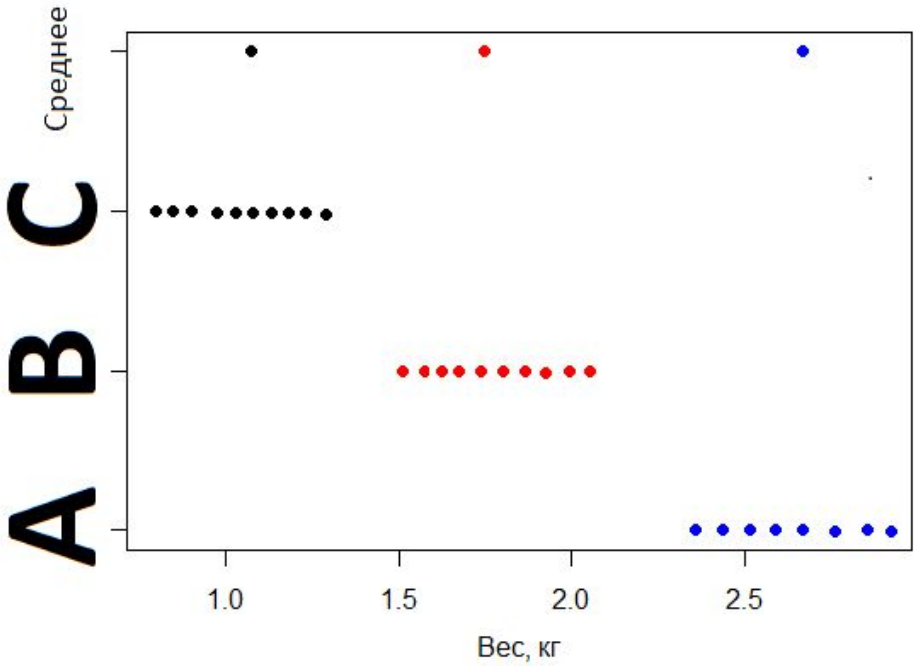


Сравните разброс значений *внутри* экспериментальных групп с *разбросом трех групповых средних:* разброс групповых средних в целом превышает разброс значений в экспериментальных группах.

Для оценки различий между группами следует сравнить разброс групповых средних с разбросом значений внутри групп.

Это ключевая идея дисперсионного анализа!

Чем будем оценивать?

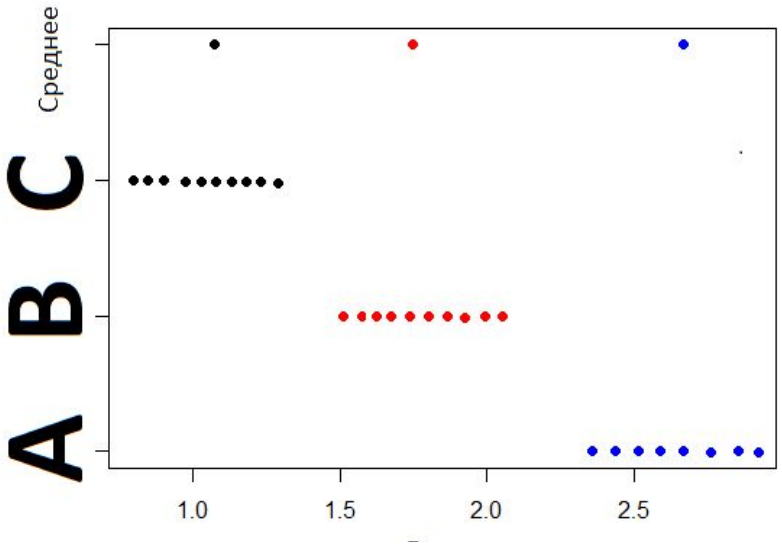


Нам хорошо знаком *t*-критерий Стьюдента, который мы часто с легкостью рассчитывают для каждой пары сравниваемых групп.

Получив достаточно высокое значение *t в каком-либо* из этих сравнений, исследователь сообщает, что "P < 0.05".

Это утверждение означает, что вероятность ошибочного заключения о существовании различий между групповыми средними не превышает 5% .

Чем будем оценивать?



Однако в действительности это не так - вероятность ошибки значительно превышает 5%.

Разберемся, почему.

t-критерий Стьюдента не подходит для попарного сравнения большего количества групп что вызывает т.н. *эффект множественных сравнений*

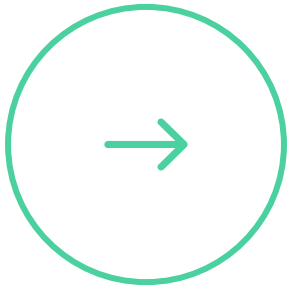
Проблема множественного сравнения

Вероятность ошибки гораздо выше 5%. Очевидно, что дальнейшее увеличение числа проверяемых гипотез будет неизбежно сопровождаться возрастанием ошибки первого рода.

$$P' = 1 - (1 - \alpha)^m = 1 - (1 - 0.05)^3 = 0.143,$$

Проблема множественного сравнения

К чему приводит тестирования множества гипотез?

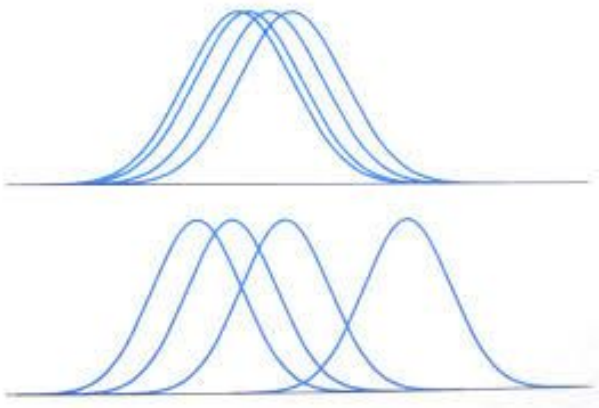


Очевидно, что дальнейшее увеличение числа проверяемых гипотез будет неизбежно сопровождаться возрастанием ошибки первого рода.

$$P' = 1 - (1 - \alpha)^m = 1 - (1 - 0.05)^3 = 0.143,$$

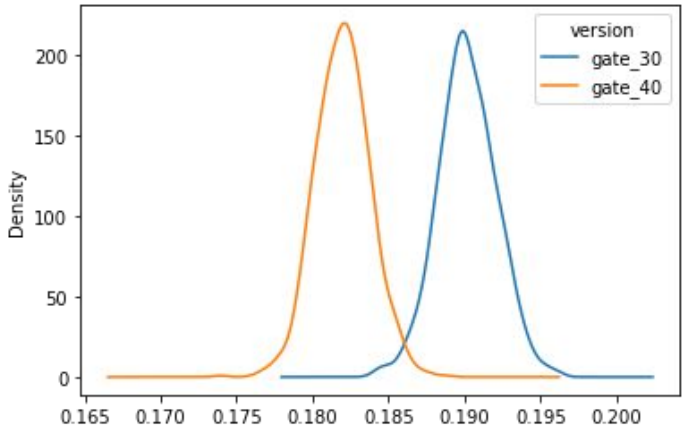
Чем будем оценивать?

Для устранения эффекта множественных сравнений существует большой арсенал методов.

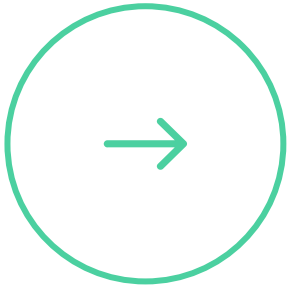


Дисперсионный анализ

принципы *однофакторного дисперсионного анализа*, как раз предназначенного для *одновременного* сравнения средних значений двух и более групп.



Виды и критерии дисперсионного анализа

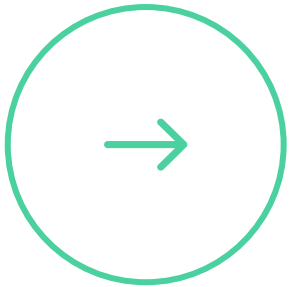


Этот метод используется для исследования связи между качественными (номинальными) признаками и количественной (непрерывной) переменной.

Если использовать этот метод для двух выборок, то результаты дисперсионного анализа будут идентичны результатам t-критерия Стьюдента. Однако, в отличие от других критериев, это исследование позволяет изучить проблему более детально.

Невозможно отклонить H_0: μ1 = μ2
Отклонить H_0: распределения выборок не равны.

Дисперсионный анализ = ANOVA



В специальной литературе его часто называют ANOVA (от англоязычного названия Analysis of Variations).

Впервые этот метод был разработан Р. Фишером в 1925 г.

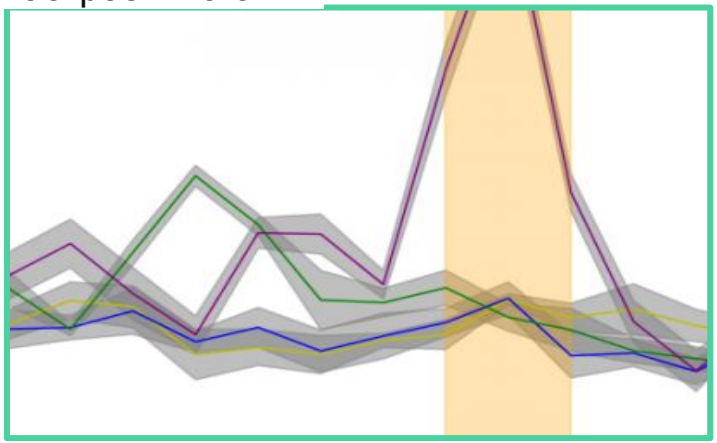
Примеры применения дисперсионного анализа

Троллейбусное депо обслуживает несколько троллейбусных маршрутов. На них работают троллейбусы различных типов, и оплату за проезд собирают 125 контролеров.

Как сравнить экономические показатели работы каждого контролера (выручку) учитывая различные маршруты, различные типы троллейбусов?

Есть ряд станков - автоматов, которые изготавливают деталь. Размер каждой детали - это случайная величина, которая зависит от настройки каждого станка и случайных отклонений, возникающих в процессе изготовления деталей.

Нужно по данным измерений размеров деталей определить, одинаково ли настроены станки.



Дисперсионный анализ

каждое наблюдение мы можем разложить на следующие составляющие:

$$x_{ij} = \bar{X} + (\bar{x}_i - \bar{X}) + (x_{ij} - \bar{x}_i)$$

$(\bar{x}_i - \bar{X})$ ⇨ **это отклонения групповых средних от общего среднего значения**

разброс наблюдений *внутри групп*

$$SS_W = \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

$(x_{ij} - \bar{x}_i)$ ⇨ **это отклонения отдельных наблюдений от среднего значения группы, к которой они принадлежат.**

разброс *между группами* (разброс групповых средних)

$$SS_B = \sum_i \sum_j (\bar{x}_i - \bar{X})^2$$

Дисперсионный анализ

Внутригрупповую дисперсия

$$MS_W = SS_W/(N-k)$$

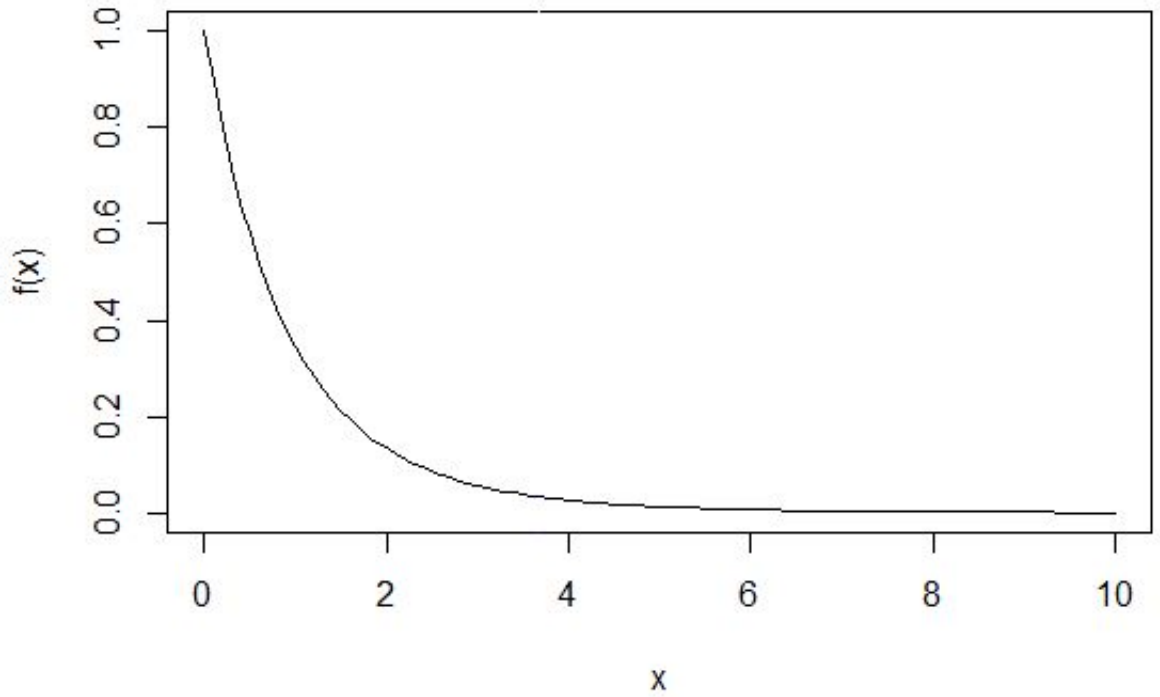
Межгрупповую дисперсия

$$MS_B = SS_B/(k-1)$$

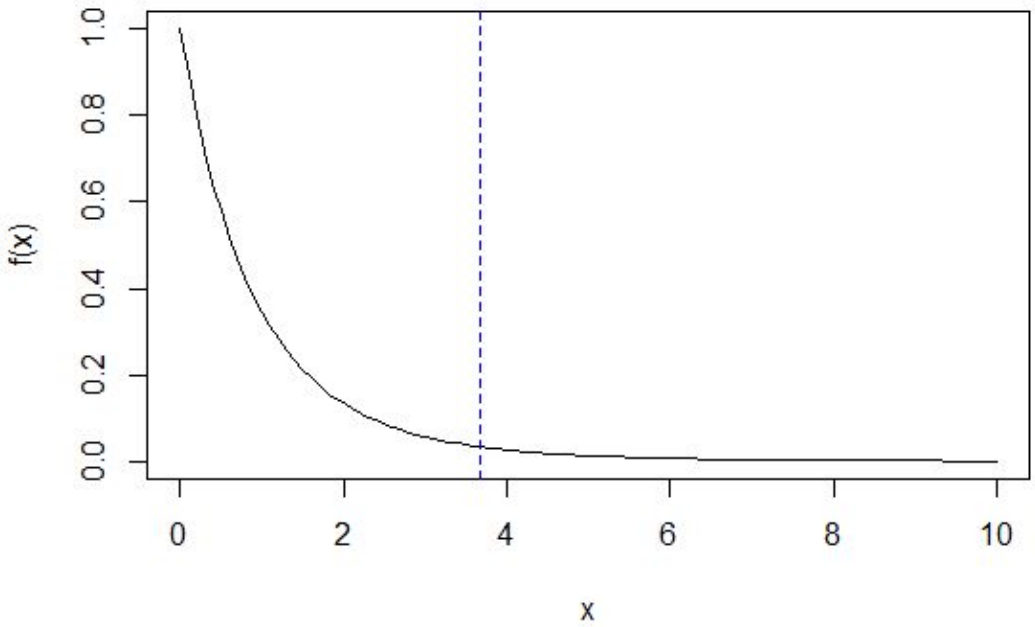
Критерия Фишера

$$F = MS_B/MS_W$$

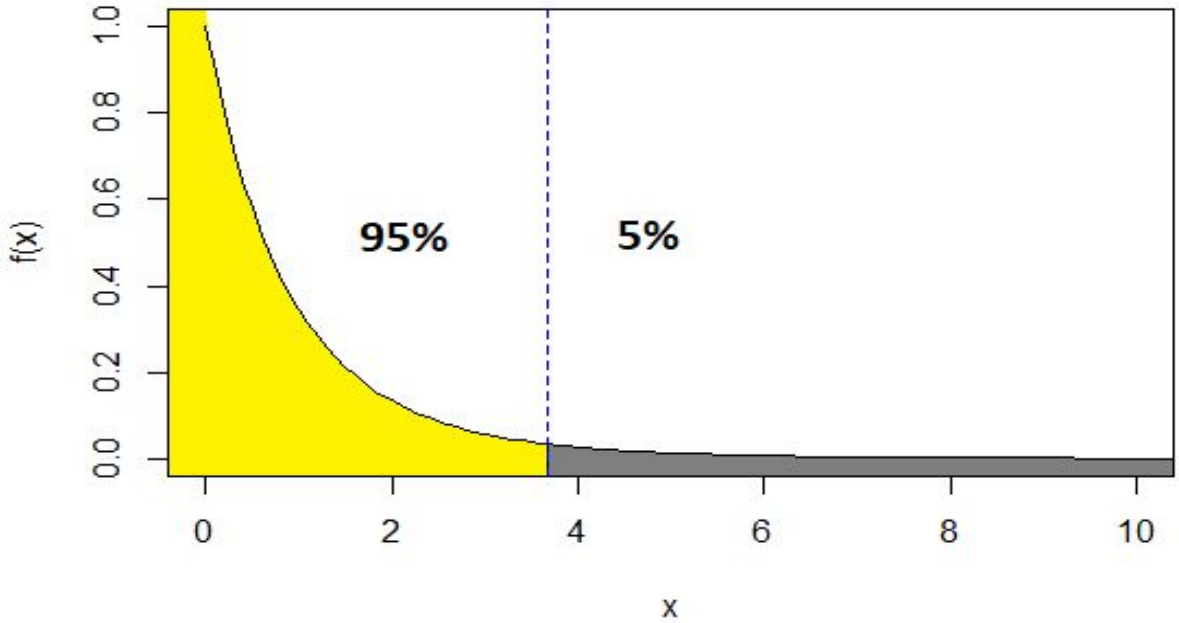
Ну и где тут p-value 5% ?



Дисперсионный анализ



Вспомним применение p-value



А как же Python?

Домашнее задание

1. Выполнить простые задачи в python-ноутбуке.
2. Решить приложенный Cookie Cats кейс.

Спасибо за внимание!

Миленькин Александр
Биоинформатик в Insilico Medicine

fb.com/

sasha.milenkin@yandex.ru

нетология