

Écoulements autour d'un obstacle

Romain RESCANIERES et Coco

30 mars 2021

Table des matières

I	Nécessité de la viscosité	1
I.1	Paradoxe de D'ALEMBERT	1
I.2	Couche limite	2
I.3	Force de trainée et de portance	2
II	Trainée sur une sphère : coefficient C_x	3
II.1	Régime de STOKES : $Re < 1$	3
II.2	$1 < Re < 10^3$	3
II.3	$10^3 < Re < 10^5$: trainée quadratique	3
II.4	$Re > 10^5$: crise de la trainée	4

Niveau

L2

Prérequis

- Dynamique des fluides (fluide parfait, écoulement visqueux)
- Bilan de quantité de mouvement

Introduction

Nez des TGV : réduire la force de frottement pour réduire l'action de l'air sur les TGV (force de trainée).

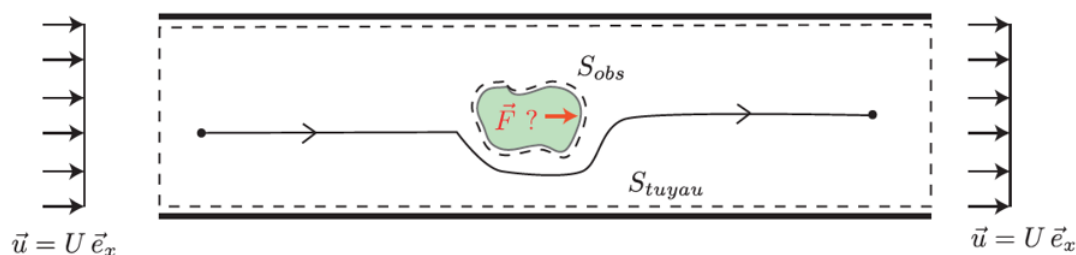
Objectif Comprendre les phénomènes physiques donnant naissance à cette force de trainée.

Tant qu'à faire, on peut tenter l'écoulement le plus simple : l'écoulement parfait...

I Nécessité de la viscosité

I.1 Paradoxe de D'ALEMBERT

On considère un écoulement parfait, incompressible et stationnaire autour d'un obstacle de forme quelconque, dans un tuyau horizontal. On définit un volume de contrôle stationnaire.



Loin en amont, et loin en aval, l'écoulement est uniforme selon \vec{e}_x . Par conservation du débit volumique :

$$\vec{u}_e = U\vec{e}_x = \vec{u}_s$$

On applique la loi de BERNOULLI : la pression au niveau de la surface d'entrée est la même qu'au niveau de la surface de sortie $p_e = p_s$.

On fait un bilan de quantité de mouvement sur le volume (V) délimité par (S) pendant dt :

$$\vec{P}(t + dt) = \vec{P}(t) + \iint_{S_e} \rho \vec{u}(\vec{u} \cdot d\vec{S})dt - \iint_{S_s} \rho \vec{u}(\vec{u} \cdot d\vec{S})dt + \vec{F}_{ext \rightarrow (V)}dt$$

Or, en régime stationnaire : $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0}$. D'où :

$$-\vec{F}_{fluide \rightarrow tuyau} - \vec{F}_{fluide \rightarrow obs} - \vec{F}_{p,e} - \vec{F}_{p,s} = \vec{0}$$

Finalement, par égalité des pressions :

$$\vec{F}_{fluide \rightarrow tuyau} \cdot \vec{e}_x = \vec{F}_{fluide \rightarrow obs} \cdot \vec{e}_x = 0$$

C'est le paradoxe de D'ALEMBERT : Pour un écoulement parfait et incompressible, la force exercée par l'écoulement sur un obstacle dans la direction de l'écoulement est nulle.

Transition : *Donc, on prend en compte les effets de viscosité !*

I.2 Couche limite

On considère une voiture sur l'autoroute. On évalue le nombre de REYNOLDS avec : $\rho = 1\text{kg m}^{-3}$, $U = 120\text{km h}^{-1}$, $L = 1\text{m}$ et $\eta = 1\text{Pas}$: $Re \simeq 10^6$

Donc, écoulement de la vie de tous les jours à grand Re : effet de viscosité limité à une couche.

Epaisseur de la couche limite **Cf. Diapo** : *on doit prendre en compte les phénomènes de viscosité dans la couche limite, mais ailleurs, les effets convectifs dominent. On cherche à évaluer l'épaisseur de cette couche limite. Elle est liée à la diffusion de la quantité de mouvement sur une distance L parcourue par le fluide.*

Dans la zone de l'espace où les effets visqueux prédominent devant le terme non-linéaire, on écrit :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \eta \Delta \vec{v}$$

Ainsi :

$$\delta \propto \sqrt{\frac{\eta L}{\rho U}} = \frac{L}{\sqrt{Re}}$$

DÉFINITION : La couche limite est la zone de l'espace où les effets visqueux sont à prendre en compte.

C'est la zone où tous les phénomènes dissipatifs ont lieu !

Ordre de grandeur : $\delta \sim \frac{L}{\sqrt{Re}} \sim 10^{-3}\text{m}$

I.3 Force de trainée et de portance

Cf. Diapo Cadre de l'étude : obstacle fixe et fluide en écoulement à \vec{v}_∞ uniforme loin en amont de l'obstacle.

On décompose la force que l'écoulement applique sur l'obstacle en une force colinéaire à l'écoulement à l'infini \vec{v}_∞ appelée force de trainée \vec{F}_p , et une force orthogonale, appelée force de portance \vec{F}_t .

DÉFINITION :

$$C_x = \frac{\|\vec{F}_p\|}{\frac{1}{2}\rho S v_\infty^2} \quad \text{et} \quad C_z = \frac{\|\vec{F}_t\|}{\frac{1}{2}\rho S v_\infty^2}$$

Cf. Diapo : Maitre couple, définition de S .

Transition : Dur de traiter un problème comme celui-ci avec la viscosité ! on va plutôt partir de constats expérimentaux sur des exemples et chercher à interpréter ce qu'il se passe !

II Trainée sur une sphère : coefficient C_x

Cf. Diapo : trainée sur une sphère (schéma) + $C_x = f(Re)$.

II.1 Régime de STOKES : $Re < 1$

Analyse dimensionnelle : On se demande si on peut écrire une force de trainée qui ne dépend que de v_∞ , R et η (on aimerait que la viscosité intervienne à Re petit ! D'où η , mais pas ρ).

On sait que : $[R] = L$, $[\|\vec{v}_\infty\|] = L.T^{-1}$, $[\eta] = M.L^{-1}.T^{-1}$ et $[\|\vec{F}_t\|] = M.L.T^{-2}$. Donc :

$$\vec{F}_t \propto \eta R v_\infty$$

On peut établir la valeur du coefficient de proportionnalité avec $C_x = \frac{24}{Re}$, d'où :

$$\vec{F}_t = -6\pi\eta R \vec{v}_\infty \quad \text{Force de Stokes}$$

Cf. Diapo : la force de trainée que l'on vient de déterminer n'est pas due à des effets de pression, mais seulement à des effets de viscosité (la pression est la même en amont et en aval de la sphère par symétrie).

DÉFINITION : La trainée de frottement est la force de trainée liée aux effets visqueux.

II.2 $1 < Re < 10^3$

Cf. Diapo : Dans le régime $1 < Re < 10^3$, perte de la symétrie de l'écoulement. Expliquer le décollement de la couche limite (cf complément).¹

Décollement de la couche limite : Quand Re augmente, le point de décollement du sillage en aval de la sphère remonte le long de la sphère.

Cf. Diapo Attention : La pression est plus grande en aval, au niveau de la limite du sillage, mais juste derrière la sphère, cette pression est plus faible (cf. tourbillons : vitesse très faible).

DÉFINITION : La trainée de forme est la force de trainée liée aux forces de pression (qui sont différentes en amont et en aval de la sphère dans le cas où l'écoulement est turbulent dans le sillage).

Cas général : les 2 types de trainée.

II.3 $10^3 < Re < 10^5$: trainée quadratique

Dans cette zone, C_x est relativement constante, donc la force de trainée est proportionnelle à $\|\vec{v}_\infty\|^2$.
Ordre de grandeur : $C_x \sim 0.5$ pour la sphère.

1. D'après moi, il faudrait soit l'expliquer proprement avec les éléments du complément, soit le faire sentir avec les mains... Ne pas faire « dans l'air ». D'après cet autre moi, il faudrait un schéma avec le resserrement des lignes de champ au niveau du sillage.

II.4 $Re > 10^5$: crise de la trainée

Au sein de la couche limite :

$$Re_{CL} = \frac{\rho U \delta}{\eta} = \frac{\rho U L}{\eta \sqrt{Re}} = \sqrt{Re}$$

Donc $Re_{CL} > 500 \rightarrow$ écoulement turbulent dans la couche limite.

Cf. Diapo : Transfert de qté de mvt plus efficace dans la couche limite, donc diminution du gradient (dans le sens de l'écoulement) de vitesse au sein de la couche limite. Donc, Bernoulli : la vitesse diminue moins, et la pression diminue un peu en aval. Reculement du point de décollement.

DÉFINITION : La crise de la trainée est la zone où $Re > 10^5$ et où la trainée diminue brutalement. (lié à une chute de la trainée de forme)

[Diapo] : Balles de golf dans l'histoire. On augmente sa rugosité pour provoquer la crise de la trainée plus tôt. On montre un exemple avec les mains pour une sphère sur laquelle on met un fil de fer : on provoque la turbulence dans la couche limite plus tôt. C'est l'idée des alvéoles de la balle de golf. La trainée est plus faible.

Conclusion

Compréhension de l'importance des effets visqueux dans une couche restreinte de l'espace (couche limite) et explication des évolutions de la trainée avec le Re .

Questions

- Réexpliquer quelques trucs
- Refaire la dimension de η .
- Pourquoi la démo de D'ALEMBERT ne fonctionne pas pour un fluide visqueux ?
- Comment intervient la viscosité dans le viscosimètre à chute de billes ?

Complément sur le décollement de la couche limite

Le but de ce complément est d'étudier les variations de C_x avec le nombre de REYNOLDS² en s'intéressant au profil de vitesse dans la couche limite.

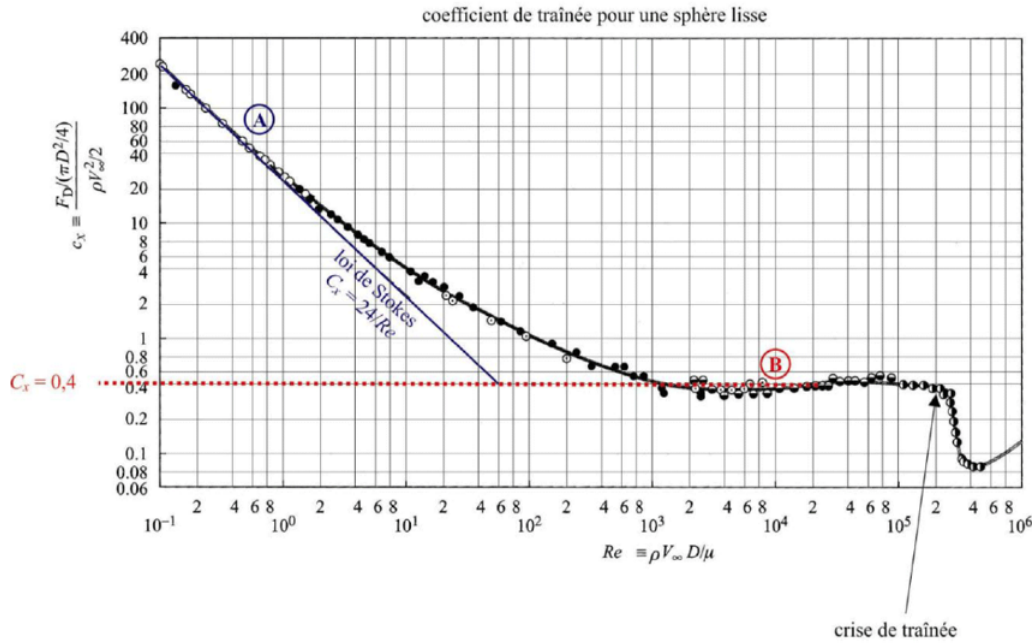


FIGURE 1 – Courbe de C_x en fonction de Re .

Pour étudier le décollement de la couche limite³, on fait un lien entre le nombre de REYNOLDS dans la couche limite Re_{CL} et celui de l'écoulement Re . On sait qu'on peut relier la taille de la couche limite δ à la distance caractéristique de l'écoulement L par⁴ :

$$\frac{\delta}{L} = \frac{1}{\sqrt{Re}}$$

Ainsi :

$$Re_{CL} = \frac{\rho U \delta}{\eta} = \frac{\rho U L}{\eta \sqrt{Re}} = \sqrt{Re}$$

On s'intéresse à l'écoulement autour d'une sphère. Si on se place à bas nombre de REYNOLDS, dans le **régime de STOKES**⁵, l'écoulement est laminaire partout, aussi bien dans le fluide que dans la couche limite, et il n'y a pas de sillage derrière la sphère.

Si on augmente le nombre de REYNOLDS, on atteint le **régime laminaire**. La couche limite reste également laminaire, mais elle se décolle pour former un sillage turbulent. On peut expliquer l'apparition de ce sillage en appliquant le théorème de BERNOULLI sur la ligne de courant qui limite le sillage du reste du fluide. On a alors :

$$\rho \frac{u^2}{2} + p = \text{cte} \quad \Rightarrow \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

avec x la direction de l'écoulement loin de l'obstacle. Or, l'obstacle entraîne une diminution de la vitesse dans la direction x , d'où $\frac{\partial u}{\partial x} < 0$ et $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$. Ainsi, dans la zone au-dessus de la sphère, on a deux effets antagonistes :

- la diffusion orthogonale (selon y) à l'écoulement de la quantité de mouvement qui entraîne le fluide dans la direction $+x$

2. Le nombre de REYNOLDS est ici celui de l'écoulement loin de la sphère.

3. Pour moi, c'est un abus de langage. La couche limite ne change pas avec Re : elle reste collée à la sphère. Ce qui se décolle, ce sont les lignes de champ de l'écoulement, ce qui crée un sillage en aval de la sphère.

4. Attention, cette relation est valable tant que Re est suffisamment faible.

5. Le nom des différents régimes qu'on étudie est en fait lié à l'écoulement dans la couche limite. Ici par exemple, Re est faible donc Re_{CL} est faible donc le régime de l'écoulement dans la couche limite est bien celui de STOKES.



FIGURE 2 – Régime de STOKES

— le gradient de pression qui génère une force selon $-x$.

Ces deux forces entraînent une annulation de la vitesse u à une abscisse x_0 d'un point de la sphère qui, si elle se situe autre part que sur la droite de direction \vec{v}_∞ , génère le décollement de la couche limite⁶.

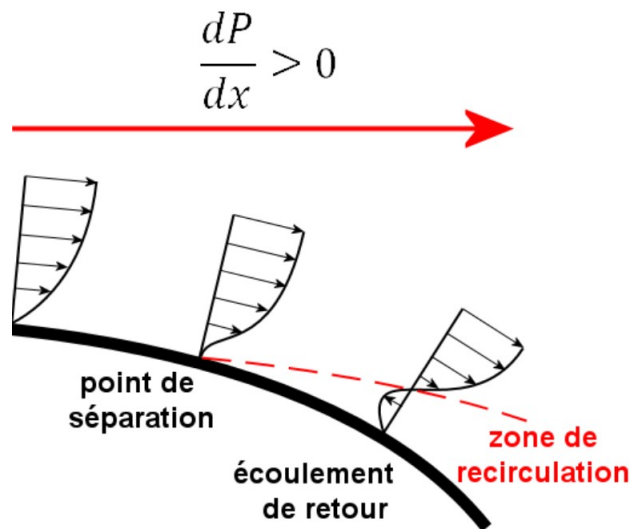


FIGURE 3 – Décollement de la couche limite

Si on augmente encore le nombre de REYNOLDS, on finit par rendre l'écoulement dans la couche limite turbulent. On dit qu'on atteint **le régime turbulent**. L'écoulement du fluide loin de la sphère reste laminaire, et le sillage est toujours turbulent. Le fait que l'écoulement dans la couche limite soit turbulent modifie le comportement du fluide dans la couche limite : les effets convectifs prédominent sur les effets visqueux dans la couche limite, ce qui homogénéise rapidement la vitesse dans la couche limite. Ainsi le gradient de vitesse diminue en valeur absolue, donc le gradient de pression $\frac{\partial p}{\partial x}$ diminue. Ceci entraîne un recollement de la couche limite, l'abscisse x_0 de décollement recule en se reprochant de l'aval de la sphère. La section du sillage diminue donc, et la force de traînée chute : c'est **la crise de la traînée**.

6. C'est en fait un abus de langage... C'est plutôt les lignes de champ qui se décollent, générant un sillage turbulent. La couche limite, elle, demeure laminaire dans ce régime.

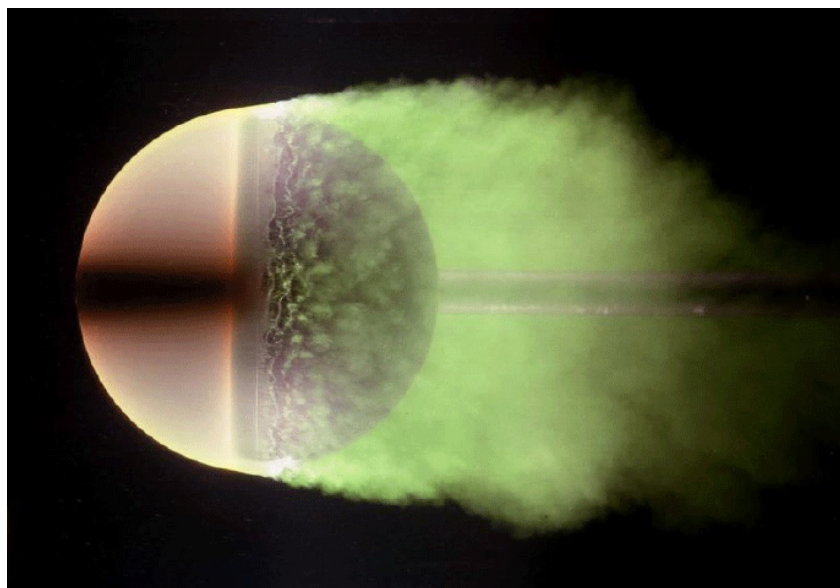


FIGURE 4 – Décollement de la couche limite, régime laminaire

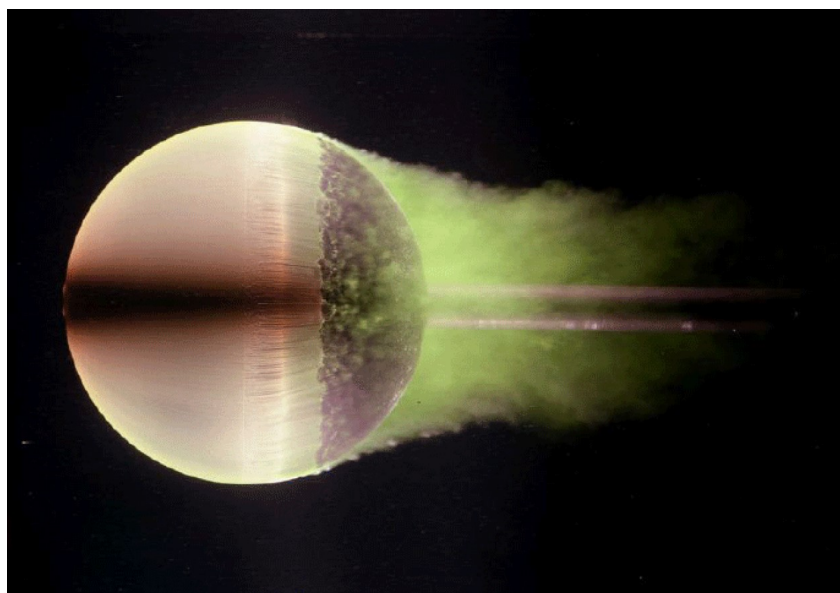


FIGURE 5 – Recollement de la couche limite, crise de la traînée : le point de décollement recule sur la sphère. On est dans le régime turbulent.