

Chapitre C.1

Formalisme des ondes scalaires lumineuses

Ce chapitre constitue la première étape d'entrée dans le monde de l'optique ondulatoire, domaine de la physique qui regroupe l'étude des interférences et de la diffraction¹, phénomènes inexplicables par l'optique géométrique seule².

Il s'agit de mettre en place une description simple et suffisante de la lumière qui sera utilisée dans les chapitres suivants pour étudier les interférences de façon plus formelle que dans les classes antérieures.

Attention, on ne perdra pas de vue que le cours, présenté dans le cadre de l'optique dans le domaine visible, est extensible, sous certaines conditions, à la plus générale physique ondulatoire (ondes électromagnétiques en dehors du visible, ondes sonores, ondes thermiques...).

De plus, la description de la lumière adoptée en optique ondulatoire n'est pas celle la plus aboutie. On en verra une amélioration lors de l'étude des ondes électromagnétiques et on reparlera de la limite de la vision ondulatoire en physique quantique (sans rentrer dans les détails d'optique quantique hors-programme de CPGE).

Quelques repères chronologiques relatifs à l'optique ondulatoire sont précisés en annexe page 15.

Table des matières

I - Modèle ondulatoire scalaire de la lumière	2
1/ Approximation de l'onde scalaire lumineuse	2
2/ Ondes scalaires lumineuses typiques dans le vide	2
3/ Surfaces d'ondes	3
4/ Cas des milieux d.l.h.i.n.a.; indice	4
5/ Milieux inhomogènes; onde scalaire quasi-plane	5
II - Propriétés de phase associées aux rayons lumineux	6
1/ Rayon lumineux	6
a. Préliminaire : notion de ligne de champ	6
b. Rayon lumineux	6
2/ Chemin optique	7
3/ Théorème de Malus	8
a. Énoncé et intérêt	8
b. Jonglage dans le cas des lentilles minces	9
c. Un piège à éviter avec le théorème de Malus	9
4/ Conditions de stigmatismes rigoureux et approché	10
5/ Gestion des situations virtuelles	10
6/ Principe de retour inverse	11
III - Émission et détection lumineuses en relation avec le modèle ondulatoire	12
1/ Sources lumineuses	12
2/ Modèle d'émission et conséquences	12
a. Modèle des trains d'ondes	12
b. Non monochromaticité	13
c. Temps de cohérence	13
d. Propriété de phase aléatoire	14
3/ Détection de la lumière	14
a. Photodétecteurs et temps de réponse	14
b. Intensité vibratoire	14
Ann. 1 Repères chronologiques en optique	15
Ann. 2 Cap ou pas cap?	17

1. Cette dernière, menée *via* le principe d'Huygens-Fresnel, est hors-programme depuis 2014...

2. Cela ne veut pas dire que l'optique géométrique est inutile en optique ondulatoire, loin de là...

I - Modèle ondulatoire scalaire de la lumière

1/ Approximation de l'onde scalaire lumineuse

Le premier modèle de la lumière développé pour expliquer de façon formalisée les interférences (ainsi que la diffraction) consiste à lui attacher un champ ondulatoire le plus simple possible. Fresnel propose en 1812 une base formelle assez simple.

Modèle de l'onde scalaire

Le **modèle scalaire** de la lumière consiste à considérer que celle-ci peut être décrite par un champ scalaire $a(M, t)$ appelé **amplitude vibratoire** (ou grandeur lumineuse ou signal lumineux ou grandeur scalaire de l'optique...).

C'est ce modèle d'onde scalaire qui est utilisé dans le cours d'optique ondulatoire de CPGE. Il est à noter que Fresnel a lui-même remarqué très vite qu'il est insuffisant pour l'étude de certains phénomènes physiques et que l'onde lumineuse doit faire intervenir dans ces cas un champ vectoriel plutôt qu'un champ scalaire. Le modèle vectoriel sera présenté lors de l'étude des ondes électromagnétiques plus tard dans l'année.

Approximation scalaire des ondes lumineuses

Le **modèle scalaire de la lumière est approché**. Les champs couplés associés à la propagation de celle-ci sont, dans un modèle plus complet, les champs **vectoriels** électrique $\vec{E}(M, t)$ et magnétique $\vec{B}(M, t)$ d'une onde électromagnétique ($\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t)$).

L'**approximation scalaire** consiste à négliger le rôle de cet aspect vectoriel de l'onde électromagnétique. Lorsqu'elle est valide, l'amplitude vibratoire décrivant le signal lumineux est une « composante³ » du champ électrique de l'onde électromagnétique.

Poursuivons l'optique ondulatoire dans le cadre de l'approximation scalaire en donnant plus de précisions sur l'amplitude vibratoire $a(M, t)$...

2/ Ondes scalaires lumineuses typiques dans le vide

On se demande quelle est l'évolution spatio-temporelle de l'amplitude vibratoire dans le vide. À l'époque de Fresnel, on se contente de mener une analyse ondulatoire du même type que pour les ondes matérielles de d'Alembert.

3. Le programme précise, dans les capacités exigibles, que vous devez savoir cela mais sans les guillemets autour du mot « composante », ce qui est fort dommage car ce n'est pas toujours le cas. Cela dépend de la nature de la polarisation de l'onde (polarisation rectiligne...), la notion de polarisation étant développée précisément dans un chapitre ultérieur sur les ondes électromagnétiques...

Théorème 1

Dans le vide et dans l'**approximation scalaire** des ondes lumineuses, l'amplitude vibratoire $a(M, t)$ décrivant la propagation de la lumière vérifie une **équation d'onde de d'Alembert scalaire**

$$\Delta a - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = 0$$

où c est la constante universelle de célérité de la lumière dans le vide.

Les racines de ce théorème se trouvent dans l'étude ondulatoire électromagnétique de la lumière, *via* le champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) décrit par les équations de Maxwell de la seconde partie du XIX^e siècle. On montrera ultérieurement que ce dernier vérifie une équation de d'Alembert dans le vide et le modèle scalaire en donne la version simplifiée précédente (aspects vectoriels « oubliés »)...

À cette occasion, on rencontrera la définition suivante (dont on va avoir un peu besoin pour passer au cas des milieux...) :

Définition

La constante universelle $c = 299\,792\,458 \text{ m.s}^{-1}$ de célérité de la lumière dans le vide et celle $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ de **perméabilité** (magnétique) **du vide** permettent de définir la **permittivité** (électrique) **du vide** ε_0 telle que⁴

$$\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$$

Revenons à l'équation d'onde de d'Alembert scalaire précédente. On a déjà rencontré au chapitre B.1 deux types d'ondes scalaires solutions et fréquemment utilisées en optique ondulatoire :

- **Onde scalaire plane :**

$$a_{\text{plane}}(M, t) = \Psi\left(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c}\right)$$

C'est une onde plane progressive suivant un vecteur unitaire \vec{u} à la célérité c . En pratique, on peut réaliser ce type d'onde de façon plus ou moins approchée. Dans un cas monochromatique (idéal...), on peut l'écrire

$$a_{\text{oppm}}(M, t) = A_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_0)$$

4. De façon approchée, $\varepsilon_0 \simeq \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ F.m}^{-1}$ (déductible rapidement de la relation de définition).

\vec{k} est le vecteur d'onde (pulsation spatiale vectorielle), fonction de la pulsation (temporelle) ω suivant la relation de dispersion $||\vec{k}|| = \omega/c$ (démontrée au chapitre B.1); A_0 est l'amplitude de l'onde⁵; φ_0 est le retard de phase à l'origine des temps et de l'espace.

• Onde scalaire sphérique :

$$a_{\text{sph}}(M, t) = \frac{1}{r} \Psi\left(t \pm \frac{r}{c}\right)$$

en coordonnées sphériques de centre O. Le cas $-$ correspond à une onde divergente depuis l'origine O alors que le signe $+$ correspond à une onde convergente vers O.

Dans un cas monochromatique (idéal...), on peut l'écrire

$$a_{\text{osm}}(M, t) = \frac{A'_0}{r} \cos(\omega t - kr - \varphi_0)$$

k est la projection radiale du vecteur d'onde ($\vec{k} \cdot \vec{e}_r$), fonction encore une fois de la pulsation ω suivant la relation de dispersion $|k| = \omega/c$ (voir chapitre B.1); A'_0/r est l'amplitude de l'onde⁶; φ_0 est le retard de phase à l'origine des temps et de l'espace.

3/ Surfaces d'ondes

Introduisons une définition utile pour décrire une caractéristique propagative d'une onde en relation avec sa phase...

Definition

Une **surface d'ondes** (ou surface équiphasse) est une surface sur laquelle la fonction de phase spatiale $\varphi(M)$ est uniforme pour une onde monochromatique de phase $\omega t - \varphi(M)$.

Exercice 1

1. Préciser la nature des surfaces d'ondes d'une oppm.
2. Reprendre la question précédente pour une onde sphérique monochromatique.

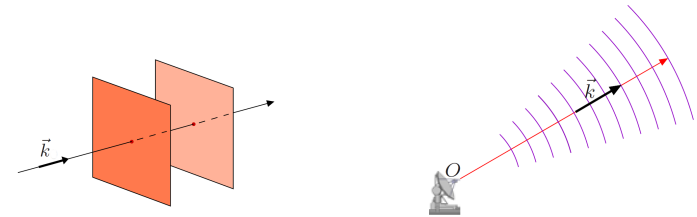
5. Attention, beaucoup de choses peuvent s'appeler « amplitude »...

6. Comme déjà signalé au chapitre B.1, la décroissance en $1/r$ de cette amplitude est en relation avec la loi de conservation de la puissance moyenne transmise à travers des sphères de centre O, ce qui est cohérent ici avec l'absence d'absorption.

3. On modélise l'émission lumineuse dans le vide d'une source ponctuelle O par une onde sphérique monochromatique de longueur d'onde λ_0 . Celle-ci est observée à une distance r de O dans une zone \mathcal{D} de taille caractéristique ℓ .
 - a. À quelle condition peut-on raisonnablement négliger la variation de l'amplitude de l'onde ?
 - b. La condition précédente étant réalisée, peut-on pour autant négliger les variations de la fonction de phase spatiale $\varphi(M)$ de l'onde sur le domaine \mathcal{D} ?

Réponse

1. Pour une oppm, les surfaces d'onde sont des plans orthogonaux à sa direction de propagation (figure suivante de gauche).
2. Pour une osm, les surfaces d'ondes sont des sphères (figure suivante de droite pour des portions).



3. L'onde sphérique monochromatique considérée est posée de la forme

$$a_{\text{osm}}(M, t) = \frac{A'_0}{r} \cos(\omega t - kr - \varphi_0)$$

- a. La variation relative de l'amplitude de l'onde sur le domaine \mathcal{D} où r évolue de r_{\min} à r_{\max} est de l'ordre de

$$\frac{A'_0/r_{\min} - A'_0/r_{\max}}{A'_0/r_{\max}} = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{r_{\min}}$$

et elle est négligeable si la condition d'approximation de grande distance suivante est respectée :

$$\ell \ll r$$

$$\text{Alors, } a_{\text{osm}}(M, t) \simeq A_0 \cos(\omega t - kr - \varphi_0) \quad \text{où} \quad A_0 = C^{te}$$

- b. La fonction de phase spatiale de l'onde sphérique est $\varphi(M) = kr$ et elle entraîne une variation négligeable de l'amplitude de l'onde tant que sa variation est petite devant 2π (car elle intervient dans un cosinus!). Du coup, la condition associée est

$$k\ell \ll 2\pi \quad \text{soit} \quad \ell \ll \lambda_0$$

On reconnaît là une approximation de régime quasi-stationnaire sur l'échelle ℓ , ce qui n'a rien de surprenant ! Elle n'est pas forcément vérifiée si $\ell \ll r$: la phase est bien plus sensible que le facteur d'amplitude avec l'évolution de r .

Compte-tenu de l'exercice précédent, il est manifeste que la phase de l'onde joue usuellement un rôle (plus) déterminant sur l'évolution du signal lumineux (que son amplitude). Il va falloir veiller à soigner les analyses portant sur cette phase !

Remarque

Conformément au programme officiel de CPGE, on qualifie de plane ou sphérique une onde par référence à la forme de ses surfaces d'ondes **dans le cadre de l'optique** (sans considération sur le facteur d'amplitude).

Cela vient du fait qu'en optique ondulatoire, ce n'est pas l'évolution du signal due au facteur d'amplitude qui est la plus déterminante/intéressante dans les zones observées mais celle due à la variation de phase.

4/ Cas des milieux d.l.h.i.n.a. ; indice

Il est possible d'étendre le champ de validité de notions précédentes, rencontrées dans le cas du vide, à certains milieux de propagation, à une opération de substitution près rectifiant notamment la vitesse de phase des ondes à prendre en compte...

Dans un milieu diélectrique linéaire homogène isotrope non absorbant⁷ (alias « d.l.h.i.n.a. »), on admet que tout se passe comme dans le vide en remplaçant la permittivité du vide ε_0 par la permittivité du milieu $\varepsilon_0 \varepsilon_r$ (avec ε_r la permittivité relative qui est en l'occurrence réelle positive) ; la perméabilité du milieu, de propriétés magnétiques négligées, reste égale à μ_0 .

Définition

L'**indice optique** d'un milieu de permittivité relative ε_r est $n = \varepsilon_r^{1/2}$.

Cette définition n'est pas la plus pratique d'utilisation car on ne raisonne pas souvent avec ε_r dans le cadre du programme. On préfère s'appuyer sur le théorème suivant :

Théorème 2

L'indice optique n d'un milieu diélectrique linéaire homogène isotrope non absorbant est relié à la vitesse **de phase** v_φ des oppm par

$$n = c/v_\varphi$$

7. Ce type de milieu est en fait un isolant transparent comme, dans le domaine visible, l'air, le verre, des plastiques...

Démonstration

La relation de dispersion d'une oppm dans le vide est, en notant \vec{k}_0 le vecteur d'onde et ω la pulsation correspondants,

$$||\vec{k}_0|| = \omega/c = (\mu_0 \varepsilon_0)^{1/2} \omega$$

Dans le d.l.h.i.n.a., la relation de dispersion devient, par remplacement de ε_0 par $\varepsilon_0 \varepsilon_r$ et en notant \vec{k} le vecteur d'onde,

$$||\vec{k}|| = (\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r)^{1/2} \omega \quad \text{soit} \quad \boxed{||\vec{k}|| = n \frac{\omega}{c} = n ||\vec{k}_0||}$$

Cette relation importante permet d'obtenir la nouvelle vitesse de phase

$$v_\varphi = \frac{\omega}{||\vec{k}||} = \frac{c}{n}$$

ce qui permet de conclure. Ajoutons au passage que l'équation de propagation de l'onde scalaire reste de d'Alembert, mais avec $v_\varphi = c/n$ comme vitesse de référence.

On voit, dans la démonstration précédente, que le vecteur d'onde change d'un facteur n lorsqu'une oppm passe du vide à un d.l.h.i.n.a., ce qui signifie que sa pulsation spatiale⁸ change du même facteur n . **On retrouve alors un résultat important du cours de MPSI :**

Théorème 3

Les longueurs d'onde dans le vide (notée λ_0) et dans un milieu d'indice n (notée λ) vérifient

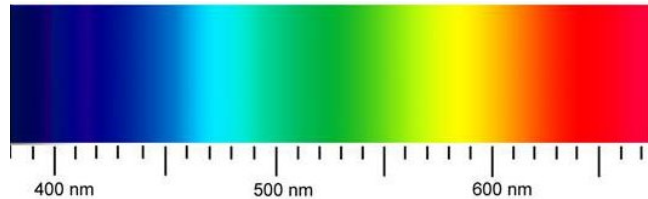
$$\boxed{\lambda = \frac{\lambda_0}{n}}$$

Quelques remarques s'imposent :

- Comme la longueur d'onde change avec le milieu parcouru, **on choisit usuellement de raisonner avec des longueurs d'onde par rapport au vide** (que l'on note aussi dans les sujets et ouvrages sans l'indice 0...). Pour obtenir la longueur d'onde par rapport au milieu, il faut bien penser à la division par l'indice optique !

8. Attention, la pulsation ω ne change pas en raison de la linéarité du milieu forcé ! Finalement, c'est l'expérimentateur qui choisit ω à la création de l'onde ; les possibilités de vecteurs d'onde sont alors ensuite contraintes par le respect de la relation de dispersion, des conditions aux limites...

- Les couleurs monochromatiques⁹ sont aussi définies par rapport à λ_0 (c'est-à-dire par rapport au vide¹⁰).



Il faut savoir déterminer une couleur monochromatique dans le visible connaissant la longueur d'onde :

λ_0 (nm)	380	420	490	577	597	622	780
couleur	violet	bleu	vert	jaune	orange	rouge	

Il est important de savoir aussi, concernant l'indice optique n , que :

- L'indice dépend de λ_0 (ce qui caractérise l'effet dispersif du milieu). La loi de Cauchy donne une bonne idée de la dépendance dans le visible (et marche notamment bien pour l'eau, le verre...):

$$n(\lambda_0) = A + \frac{B}{\lambda_0^2} \quad (A \text{ et } B \text{ constantes dépendantes du milieu})$$

- L'indice dépend aussi de la température (suivant la loi phénoménologique de Gladstone pour l'air par exemple), ce qui est à l'origine de l'effet **mirage**.
- Les valeurs moyennes d'indice dans le domaine visible en conditions usuelles pour quelques milieux sont les suivantes :

milieu	vide	air	eau	verre usuel	verre lourd	diamant
n	1	1,0003	1,33	1,5	1,8	2,5

On prend souvent un indice 1 pour l'air (ce qui suppose en conditions usuelles que l'on travaille avec au plus 4 chiffres significatifs).

9. On parle ici de couleur monochromatique car l'onde associée est monochromatique. La notion de couleur est maintenue dans le cas d'ondes polychromatiques en utilisant la comparaison de la couleur perçue par l'œil dans ce cas par rapport à un cas monochromatique. Par exemple, les filtres anti-reflets sont perçus avec un reflet de couleur violette mais le spectre de ce reflet ne correspond pas à une raie violette; il s'agit en fait du spectre de la lumière blanche auquel on a retranché (par construction) le domaine spectral dans lequel l'œil est le plus sensible (c'est-à-dire le vert-jaune) et on perçoit un reflet de la couleur complémentaire (ça ne vous rappelle pas un cours sur les synthèses des couleurs?).

10. Bien entendu, la couleur de l'onde ne change pas lorsqu'on change de milieu **linéaire**! Elle est en fait directement liée à ω mais raisonner avec λ_0 est plus simple.

5/ Milieux inhomogènes ; onde scalaire quasi-plane

On travaille à présent avec un milieu diélectrique linéaire isotrope non absorbant, mais pas forcément homogène! On peut toujours utiliser l'indice optique **mais** il dépend du point du milieu (fonction $n(M)$).

L'onde lumineuse reste décomposable, par linéarité, en une superposition d'ondes monochromatiques d'écriture suivante, dans l'approximation scalaire,

$$a(M, t) = A_0(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$$

où $A_0(M)$ est l'amplitude et $\varphi(M)$ est le retard de phase à l'origine des temps. Toutefois, on n'a pas d'information simple supplémentaire... à moins de faire appel au modèle de l'onde scalaire quasi-plane.

Modèle de l'onde quasi-plane

Si $n(M)$ varie peu sur des échelles Δ supérieures à quelques λ_0 pour l'onde scalaire considérée¹¹, alors on peut supposer que

- son facteur d'amplitude $A_0(M)$ varie **très peu** sur les échelles Δ ;
- son terme de retard de phase $\varphi(M)$ varie **fortement** sur les échelles Δ , avec le même taux de variation que pour une oppm considérée avec l'indice local.

Comment peut-on décrypter ce modèle?

- L'inhomogénéité d'indice entraîne, par réfractions sur des échelles supérieures à Δ , une propagation pas forcément unidimensionnelle de l'onde (cas par exemple de l'effet mirage...).
- En raisonnant aux échelles de l'ordre de Δ (au plus), le vecteur d'onde \vec{k} est défini, en s'appuyant sur une oppm dans le milieu d'indice local $n(M)$, par

$$\vec{k}(M) = n(M) \frac{\omega}{c} \vec{u}(M)$$

où $\vec{u}(M)$ est un vecteur unitaire en M *a priori* variable spatialement d'après le point précédent.

Mais ce n'est pas tout! On peut expliciter la fonction retard de phase $\varphi(M)$ sous forme intégrale, comme le précise le théorème suivant.

11. Pour culture, dans le cadre des ondes vectorielles électromagnétiques, on définit plus généralement le modèle de l'onde quasi-plane qui respecte les propriétés de l'onde scalaire quasi-plane et qui est en plus *localement plane* (notion définie plus tard dans l'année...).

Théorème 4

Pour une onde scalaire quasi-plane de vecteur d'onde $\vec{k}(M)$, le retard de phase en un point B où passe l'onde est relié à celui en un point A antérieur par

$$\varphi(B) = \int_A^B \vec{k}(M) \cdot d\vec{OM} + \varphi(A)$$

Démonstration

Compte-tenu de la définition de l'onde (scalaire) quasi-plane, on sait que pour un déplacement $d\vec{OM}$ quelconque à une échelle inférieure Δ , la variation du retard de phase s'exprime comme pour une oppm, à savoir

$$d\varphi(M) = \vec{k}(M) \cdot d\vec{OM}$$

Il ne reste qu'à intégrer de A à B pour conclure. Notons que l'on dispose localement de la relation $\vec{k} = \overrightarrow{\text{grad}} \varphi$, que l'on n'utilisera pas en optique ondulatoire en CPGE, et qui sera mieux comprise lorsque l'opérateur gradient aura été vu : elle est cohérente avec l'indépendance du chemin suivi pour le calcul de l'intégrale.

II - Propriétés de phase associées aux rayons lumineux

1/ Rayon lumineux

a. Préliminaire : notion de ligne de champ

Afin d'aborder ensuite le formalisme du rayon lumineux, on a besoin d'introduire la notion de ligne de champ.

Définition

On appelle **ligne de champ** pour un champ vectoriel \vec{G} donné une courbe telle qu'en chacun de ses points M, $\vec{G}(M)$ est tangent à la courbe.

On verra ultérieurement comment déterminer par le calcul les lignes de champ d'un champ vectoriel \vec{G} , ce calcul n'étant pas utile dans le cadre de l'optique ondulatoire de CPGE grâce à l'appui sur l'optique géométrique.

Attention !

Le champ \vec{G} n'a généralement pas une norme constante le long d'une ligne de champ!!

Exercice 2

Illustrer la notion de ligne de champ en considérant le champ des vitesses $\vec{v}(M)$ supposé stationnaire (pour simplifier) d'un fleuve...

Réponse

On peut représenter un fleuve qui s'écoule à travers un rétrécissement et dessiner des lignes de champ relatives à $\vec{v}(M)$. Cela donne une idée de l'orientation du vecteur vitesse des particules mésoscopiques de fluide.

La norme de $\vec{v}(M)$ sur une ligne de champ n'est évidemment pas constante au niveau du rétrécissement en raison de la conservation du débit. On peut indiquer l'augmentation de $\|\vec{v}\|$ à ce niveau via le resserrement des lignes de champ.

b. Rayon lumineux

On admet le théorème suivant permettant de connaître les rayons lumineux associés à une onde quasi-plane¹².

Théorème 5

Dans un milieu isotrope avec une onde quasi-plane, chaque **rayon lumineux** correspond à une **ligne de champ des vecteurs d'onde**.

Il « suffit » de déterminer ces lignes de champ de \vec{k} pour obtenir l'équation des rayons lumineux¹³. On ne procèdera pas ainsi dans les exercices d'optique ondulatoire dans la mesure où l'**optique géométrique donnera suffisamment d'informations concernant les rayons à considérer**.

12. La définition du rayon lumineux est en fait la suivante : *un rayon lumineux est une ligne de champ du vecteur de Poynting (moyen) de l'onde électromagnétique*. On n'en a pas besoin directement dans le cadre de l'optique ondulatoire de CPGE dans la mesure où le théorème énoncé suffit largement à s'en sortir (la notion de vecteur de Poynting sera quand même vue en électromagnétisme).

En supposant connu le vecteur de Poynting, la démonstration (hors-programme) du théorème est la suivante (pour les petits curieux, mais compréhensible qu'une fois les ondes électromagnétiques traitées) : les milieux considérés usuellement en optique ne possédant pas de propriétés magnétiques (perméabilité magnétique μ_0 comme pour le vide), le vecteur de Poynting de l'onde électromagnétique s'écrit $\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \vec{B}/\mu_0$ et, l'onde étant quasi-plane (donc localement plane),

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge (\vec{k} \wedge \vec{E}/\omega)/\mu_0 = n\varepsilon_0 c \|\vec{E}\|^2 \vec{u}$$

Le fait que \vec{u} est le vecteur unitaire support de \vec{k} permet de conclure.

13. On pourrait le faire, connaissant seulement la fonction indice $n(M)$, par résolution de l'équation hors-programme $\frac{d(n\vec{u})}{ds} = \overrightarrow{\text{grad}} n$ où s est l'abscisse curviligne.

Attention !

L'optique géométrique de MPSI est par conséquent à connaître parfaitement !

Pour rappel, on ne peut pas isoler un rayon lumineux (*cf* diffraction) mais cela n'enlève pas son intérêt pour l'optique géométrique... ainsi que pour l'optique ondulatoire où il permet de déterminer des retards de phase comme on va le voir.

2/ Chemin optique

On a envie de mieux « visualiser » les retards de phase ondulatoires. Une idée consiste à les ramener à des « distances ».

Définition

Soit un chemin C_{AB} orienté d'un point A à un point B. On appelle **chemin optique** ondulatoire d'un rayon sur ce chemin la quantité notée (AB) (ou L_{AB}) homogène à une longueur telle que

$$(AB) = (AB)_{\text{géom}} + (AB)_{\text{sup}}$$

- avec le terme de **chemin optique géométrique**

$$(AB)_{\text{géom}} = \int_{C_{AB}} n(M) ds$$

où n est l'indice optique et s est l'abscisse curviligne sur le chemin suivi ;

- et le terme de **chemin optique supplémentaire** $(AB)_{\text{sup}}$ non nul uniquement en cas de déphasage « brusque » (par rapport à l'échelle spatiale λ_0) de l'onde sur le chemin suivi.

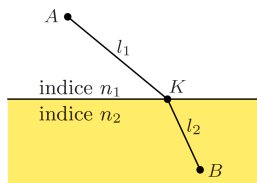
Bien entendu, le chemin optique dépend du chemin suivi. Le terme supplémentaire $(AB)_{\text{sup}}$ ne posera généralement pas de problème dans les sujets car il sera très souvent nul (ou bien vaudra $\lambda_0/2$ grâce à un théorème ultérieur).

Exercice 3

Pour le rayon représenté, que vaut $(AB)_{\text{géom}}$?

Réponse

Directement, $(AB)_{\text{géom}} = n_1 l_1 + n_2 l_2$



L'intérêt pour l'optique ondulatoire du chemin optique naît du théorème suivant ¹⁴...

Théorème 6

Le retard de phase en un point M où passe une onde monochromatique de longueur d'onde par rapport au vide λ_0 est relié à celui en un point O antérieur par

$$\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (OM) + \varphi(O)$$

Démonstration

Sur le chemin de l'onde, la phase a deux origines de variations : une variation progressive déjà écrite par le modèle de l'onde (scalaire) quasi-plane (de vecteur d'onde \vec{k}) et d'éventuelles variations « brusques » représentées par un déphasage supplémentaire

$\varphi_{\text{sup}} = \frac{2\pi}{\lambda_0} (OM)_{\text{sup}}$. Alors,

$$\varphi(M) = \int_O^M \vec{k} \cdot d\vec{r} + \varphi_{\text{sup}} + \varphi(O)$$

Or,

$$\vec{k} = n \frac{\omega}{c} \vec{u} = n \frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{u}$$

donc

$$\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left[\int_O^M n \vec{u} \cdot d\vec{r} + (OM)_{\text{sup}} \right] + \varphi(O)$$

soit

$$\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left[\int_O^M n ds + (OM)_{\text{sup}} \right] + \varphi(O) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (OM) + \varphi(O)$$

Pour calculer les retards de phase associés aux ondes, il sera plus facile de calculer d'abord des chemins optiques puis d'utiliser le théorème précédent...

14. La notion de chemin optique est aussi importante pour l'optique géométrique *via* le principe de Fermat (HP). Dans un premier temps, Fermat a pensé que la lumière était pressée, c'est-à-dire que les rayons lumineux correspondent aux trajets les plus brefs pour la lumière. Cela correspond à un chemin optique minimal car $(AB) = c \Delta t_{C_{AB}}$ après injection dans l'intégrale de définition du chemin optique de $n = c/v_\varphi = c dt/ds$ (le **chemin optique représente une mesure d'un temps de parcours de la lumière de A à B, mais en unité de longueur**).

Ensuite, l'énoncé du principe de Fermat a été raffiné pour fonctionner avec toutes les situations de l'optique géométrique : le (ou les) rayon(s) lumineux possible(s) d'un point A à un point B donnés sont ceux de chemin optique **stationnaire**. On arrive à retrouver avec ce principe toutes les formules d'optique géométrique, dont les formules de Descartes de la réflexion et de la réfraction...

Théorème 7

Un chemin optique supplémentaire de $\lambda_0/2$ (ou déphasage de π) est à prendre en compte

- à chaque réflexion sur un miroir métallique ;
- à chaque réflexion sur un milieu d'indice supérieur à celui du milieu d'incidence ;
- à chaque passage par un point de convergence de rayons lumineux.

Ce théorème est admis¹⁵.

On remarquera que l'on peut mathématiquement choisir $-\lambda_0/2$ au lieu de $\lambda_0/2$ car déphaser une onde de $-\pi$ ou π ne change rien pour l'amplitude vibratoire...

De plus, s'il y a par exemple deux réflexions sur un parcours, le chemin optique supplémentaire vaut λ_0 , ce qui correspond à un déphasage de 2π : il ne sert à rien de prendre en compte un déphasage supplémentaire (on le prendra nul, l'onde étant inchangée) !

Enfin, il existe des cas où le chemin optique supplémentaire est de valeur « quelconque » : c'est par exemple le cas sur des lames séparatrices traitées de la sorte.

3/ Théorème de Malus**a. Énoncé et intérêt****Théorème 8**

Les rayons lumineux en milieu isotrope sont orthogonaux aux surfaces d'ondes (des ondes correspondantes).

15. On peut comprendre d'où cela vient en raisonnant sur le champ électrique dans le cas simple d'une polarisation rectiligne, une fois le cours sur la propagation des ondes électromagnétiques traité :

- Le champ électrique d'une onde en incidence normale sur un conducteur parfait est déphasé de π à la réflexion, d'où le chemin optique supplémentaire $\lambda_0/2$.
- Pour des ondes en incidence normale sur un milieu d'indice de réfraction n_2 depuis un milieu d'indice de réfraction $n_1 < n_2$, un calcul hors-programme donne accès au coefficient de réflexion en amplitude du champ électrique

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

Ce coefficient est négatif puisque $n_1 < n_2$, ce qui correspond à un déphasage de π de l'onde à la réflexion (soit le chemin optique supplémentaire $\lambda_0/2$).

- Le cas des incidences obliques est plus complexe (il faut encore s'intéresser au coefficient de réflexion en amplitude du champ électrique).
- Dans le cas du passage par un point de convergence, le déphasage supplémentaire naît de l'impossibilité de considérer une onde quasi-plane au niveau du point de convergence. C'est l'étude théorique d'une forme d'onde plus adaptée qui donne le résultat.

Démonstration

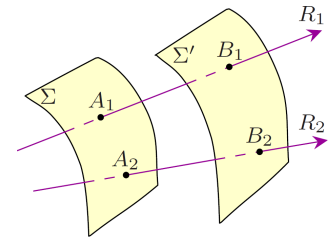
Raisonnons, en milieu isotrope, avec le modèle de l'onde quasi-plane. Pour tout déplacement $d\vec{OM}$ à une échelle inférieure à quelques longueurs d'onde,

$$d\varphi(M) = \vec{k}(M) \cdot d\vec{OM}$$

est la variation du retard de phase (comme pour une oppm). Si l'on s'astreint à des déplacements élémentaires sur une surface d'ondes quelconque, le membre de gauche est nul et on en déduit que \vec{k} est orthogonal à celle-ci, ce qui achève la démonstration.

L'intérêt **majeur** de ce théorème est de permettre de calculer un chemin optique en changeant de rayon lumineux (fictif ou non) tant que l'on considère des points de mêmes surfaces d'ondes !

Sur la figure ci-contre, sachant que Σ et Σ' sont des surfaces d'ondes, on déduit que $(A_1B_1) = (A_2B_2)$.

**Exercice 4**

En vous appuyant sur le théorème de Malus et des ondes planes, retrouver la loi de Descartes de la réfraction $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

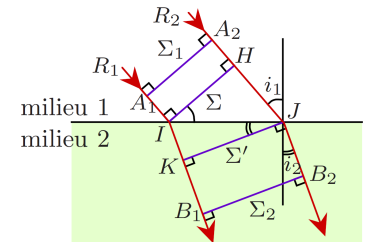
Réponse

Considérons un faisceau parallèle modélisé par une onde plane, incident sur un dioptre plan séparant les deux milieux d'indices n_1 et n_2 . L'onde réfractée est dans ce cas aussi une onde plane (l'onde réfléchie n'est pas représentée sur la figure).

Le théorème de Malus permet la représentation des diverses surfaces d'ondes Σ_1 , Σ_2 , Σ et Σ' . On a donc, avec ces deux dernières,

$$(HJ) = (IK) \quad \text{soit} \quad n_1 HJ = n_2 IK \quad \text{donc} \quad n_1 IJ \sin i_1 = n_2 IJ \sin i_2$$

et on retrouve bien finalement la loi de Descartes attendue.



Le principe de ce raisonnement est important à connaître : si on connaît les surfaces d'ondes, le calcul des chemins optiques peut être facilité !

b. Jonglage dans le cas des lentilles minces

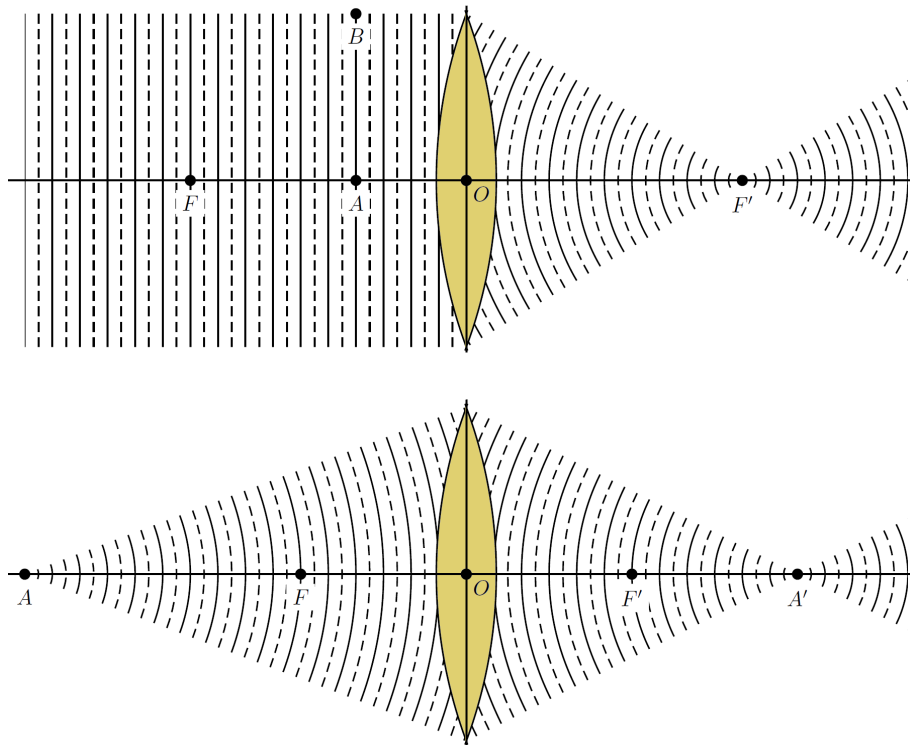
L'optique géométrique permet de représenter simplement les rayons, dans les conditions de Gauss (optique paraxiale), pour les lentilles minces.

Définition

On travaille dans les **conditions de Gauss** pour un système optique lorsque tous les rayons considérés sont **paraxiaux**¹⁶, à savoir :

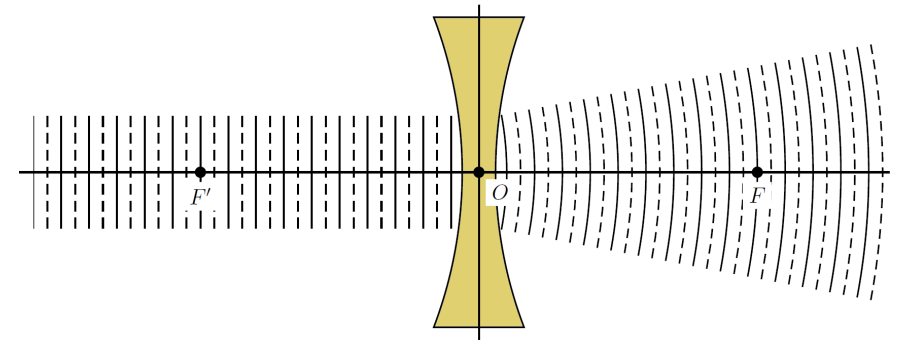
- ils ont une faible inclinaison par rapport à l'axe optique du système ;
- ils interceptent les dioptries au voisinage de l'axe optique.

Dans l'exemple des lentilles minces, les rayons de l'optique géométrique doivent être cohérents avec la visualisation des surfaces d'ondes (conformité avec le théorème de Malus) comme pour les figures suivantes.



16. Une façon de réaliser les conditions de Gauss passe par l'utilisation de diaphragmes mais, attention, tous les systèmes optiques ne sont pas utilisés dans les conditions de Gauss !

On pensera bien, en conditions de Gauss, à effectuer les approximations des petits angles ($\sin \alpha \simeq \tan \alpha \simeq \alpha$ en radians (!) lorsque $|\alpha| \ll 1$).

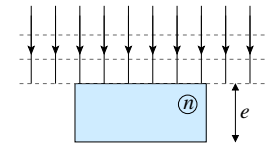


c. Un piège à éviter avec le théorème de Malus

Déduire à partir d'un ensemble de surfaces d'ondes la direction des rayons lumineux associés ne présente pas de piège en général. Par contre, le processus inverse peut parfois s'avérer périlleux si l'on veut aller trop vite en besogne... Voyons-ça...

Exercice 5

Soit la lame de verre d'épaisseur e et d'indice n représentée sur la figure et éclairée en incidence normale par une onde plane. On néglige tout effet de réflexion ou de diffraction.



Calculer le décalage de phase $\Delta\varphi$ introduit par la lame pour les rayons qui sont passés par celle-ci par rapport à ceux qui n'y sont pas passés.

Réponse

Un raisonnement rapide et faux serait le suivant : le faisceau qui passe à travers la lame et celui qui passe à l'extérieur forment un faisceau global parallèle et, d'après le théorème de Malus, toute surface orthogonale au faisceau est équiphase, aussi bien avant qu'après la lame. Alors, aucun déphasage n'est introduit par la lame...

Ce raisonnement est manifestement faux car on voit bien que la différence des chemins optiques introduite par la lame est non nulle et vaut $(n - 1)e$, d'où

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n - 1) e$$

L'erreur de la première approche vient de la mauvaise utilisation du théorème de Malus. En fait, il y a deux types d'ondes à considérer : celles qui passent par la lame et celles qui passent à côté. Pour chacun de ces types d'ondes, on a des surfaces équiphases orthogonales aux rayons mais elles se décalent au passage de la lame !

Moralité...

On déduira les surfaces d'ondes à partir de rayons ayant une « histoire identique » !

4/ Conditions de stigmatismes rigoureux et approché**Définition**

Soit un système optique constitué d'une succession de dioptries (lentille(s), miroir(s)...). Il est dit rigoureusement stigmatique pour un couple de points (A, A') lorsque **tout rayon** passant par A , puis par le système (même virtuellement), repasse par A' . Les points A et A' sont dits **conjugués par le système optique**.

Cette notion de stigmatisme, rencontrée en MPSI, peut-être complétée à présent d'un théorème fort utile dont la démonstration, reposant sur le principe de Fermat (HP), est admise.

Théorème 9

Pour un système optique avec stigmatisme rigoureux pour le couple de points (A, A') , le chemin optique (AA') **ne dépend pas du rayon choisi de A à A'** .

On remarquera que les représentations des surfaces d'ondes pour les lentilles minces (page 9) sont parfaitement cohérentes avec ce théorème... Quoique... Pourquoi est-ce le cas ? Les lentilles minces sont réputées non rigoureusement stigmatiques¹⁷ (même en conditions de Gauss)...

En fait, le stigmatisme rigoureux ne présente qu'un intérêt limité, d'autant que pour le réaliser, dans la pratique, il faudrait empêcher le phénomène de diffraction (qui élargit l'image d'un point) et disposer de cellules de détection ponctuelles. On peut heureusement se contenter d'une condition de stigmatisme moins contraignante, atteignable dans les conditions de Gauss.

Définition

On parle de **stigmatisme approché** lorsque tous les rayons passant par A ne repassent pas forcément par le point conjugué A' , mais dans un **voisinage**.

Le théorème précédent se retrouve alors sous une forme « moins forte ».

17. Le miroir plan est le **seul** instrument rigoureusement stigmatique **pour tout** couple (A, A') . De plus, dans le cas de systèmes simples tels que le miroir ellipsoïdal, le miroir parabolique, le miroir sphérique ou le dioptré sphérique, la condition de stigmatisme rigoureux n'est réalisée que **pour un** couple particulier de points (A, A') appelés points de Young ou de Weierstrass.

Théorème 10

En situation de stigmatisme approché pour un couple de points (A, A') , le chemin optique (AA') est quasiment indépendant du rayon choisi (à des termes correctifs d'ordre 4 au moins¹⁸).

Exercice 6

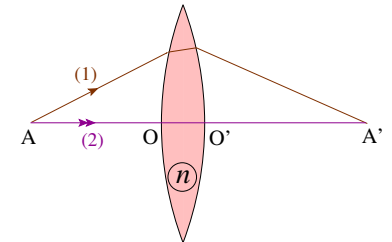
Exprimer de la façon la plus simple possible le chemin optique (AA') entre deux points réels conjugués par une lentille convergente et se trouvant sur son axe optique.

Réponse

Par condition de stigmatisme approché,

$$(AA')_1 \simeq (AA')_2 = AO + n OO' + O'A'$$

Il ne faut surtout pas oublier l'épaisseur de verre traversée, sans quoi on ne comprendrait pas du tout pourquoi le chemin optique est quasi-indépendant du rayon choisi !

**5/ Gestion des situations virtuelles**

On admet l'extension suivante de la définition du chemin optique qui permet de traduire la condition de stigmatisme rigoureux (ou approché) en présence de rayons et points virtuels¹⁹.

Définition

On convient que le chemin optique (AB) est positif lorsque la lumière suit un trajet réel ou virtuel orienté de A vers B ; pour le sens contraire, (AB) est négatif.

De plus, l'indice à utiliser dans l'expression du chemin optique sur un rayon virtuel est celui du milieu de propagation de son prolongement réel.

Un exemple permet de mieux appréhender le calcul du chemin optique avec des situations virtuelles...

18. La mention de l'ordre 4 est hors-programme...

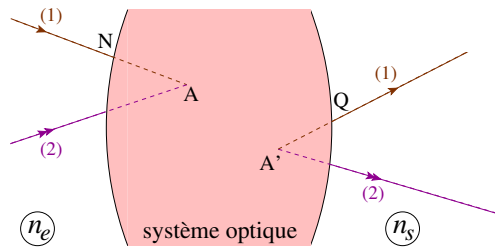
19. Il est rappelé qu'un rayon virtuel n'est pas associable à une onde qui se propagerait effectivement dans le milieu; un point objet (ou image) virtuel correspond alors au croisement de rayons virtuels...

Exercice 7

On considère le système optique schématisé où les indices n_e et n_s des milieux d'entrée et de sortie sont uniformes.

Le point A est un point objet virtuel et le point A' est un point image virtuel.

Expliciter (AA') en fonction de n_e , n_s , (NQ) et de distances pertinentes.

**Réponse**

En utilisant le rayon (1),

$$(AA') = (AN) + (NQ) + (QA')$$

donc

$$(AA') = -n_e AN + (NQ) - n_s A'Q$$

Le chemin optique (NQ) dépend bien sûr du trajet optique dans le système utilisé !

Théorème II

Deux points A et A' quelconques **conjugués par un miroir plan** sont en phase (hors déphasage supplémentaire de réflexion à ajouter si nécessaire).

Démonstration

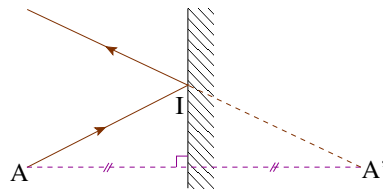
Calculons le chemin optique géométrique entre A et A' :

$$(AA')_{\text{géom}} = (AI) + (IA') = AI - A'I = 0$$

en tenant compte du trajet virtuel inverse de I à A' et du fait que A' est le symétrique de A par rapport au plan du miroir. Ainsi, le déphasage géométrique entre A et A' est nul.

S'il existe un déphasage entre ces points A et A', il ne peut être dû qu'à un effet ondulatoire supplémentaire à la réflexion (comme vu lors d'un théorème précédent).

On a démontré au passage ici que le miroir plan est bien rigoureusement stigmatique pour tout couple de points conjugués...

**Attention !**

Ce théorème et sa démonstration sont très importants ! Il faut y penser dès qu'un miroir plan intervient dans un exercice d'optique ondulatoire.

6/ Principe de retour inverse**Théorème 12**

Soit un rayon lumineux parcourant le chemin C_{AB} de A vers B et $(AB)_{\text{géom}}$ le chemin optique géométrique correspondant.

Alors, pour un rayon lumineux suivant le même chemin mais en sens inverse, le chemin optique géométrique est le même.

Démonstration

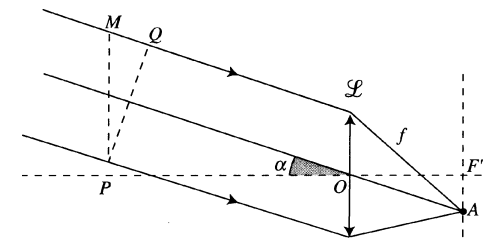
Il s'agit de raisonner simplement avec le retard de phase accumulé par une onde quasi-plane le long du trajet C_{AB} de A vers B : celui-ci ne dépend que du chemin et de l'indice le long de celui-ci. Lorsqu'on considère le parcours inverse, ils ne sont pas modifiés donc le retard de phase accumulé reste le même, ce qui permet de conclure.

Un cas classique d'utilisation de ce théorème est proposé avec l'exercice suivant très important pour le principe :

Exercice 8

On considère une lentille mince convergente dans l'air d'indice $n \simeq 1$ et deux rayons parallèles tels que précisés sur la figure.

Calculer la différence de chemins optiques $(MA) - (PA)$ en fonction de $a = PM$ et de α .

**Réponse**

Le calcul direct n'est raisonnablement pas envisageable en raison de la lentille. On ne peut en aucun cas dire que le résultat attendu correspond à la différence des longueurs des rayons de M à A et de P à A : il faut tenir compte des chemins optiques apportés par le passage des rayons dans le verre et ce n'est pas la démarche la plus simple !

Il vaut mieux procéder comme suit. En invoquant le principe de retour inverse de la lumière, on sait que la différence de chemin optique demandée est la même en

considérant le cas où se trouverait une source en A qui émettrait les rayons en sens inverse. **Pour cette situation inverse**, le théorème de Malus permet de dire que les points P et Q sont en phase (car sur une même surface d'ondes qui est plane), d'où $(AP) = (AQ)$, ce qui entraîne

$$(AM) - (AP) = (AQ) + (QM) - (AP) = (QM) = QM = a \sin \alpha$$

Finalement, pour le sens direct de la lumière, le résultat est le même :

$$(MA) - (PA) = a \sin \alpha$$

Attention, P et Q ne sont a priori en phase que dans le cas avec la source en A et le retour inverse de la lumière ! Rien ne dit que les rayons incidents sont associés à une onde plane par exemple...

Attention !

Il faudra veiller, lorsqu'on a des lentilles dans les dispositifs, à ne pas oublier qu'elles ont une épaisseur et, pour mener les calculs, il faudra s'appuyer sur les conditions de stigmatisme ou le théorème de Malus (suivant les situations).

On pourra éventuellement s'appuyer sur des rayons fictifs : par exemple, s'il y a un cache au niveau du centre d'une lentille, on peut quand même faire le calcul du chemin optique en considérant le rayon fictif passant par ce centre...

III - Émission et détection lumineuses en relation avec le modèle ondulatoire

La lumière a été considérée jusque-là sous l'angle d'un modèle ondulatoire indépendamment des sources qui la créent et des capteurs qui la détectent. Il faut bien finir par s'y intéresser, d'autant plus que ce n'est pas sans conséquences sur la vision ondulatoire...

1/ Sources lumineuses

Il existe essentiellement trois types de sources lumineuses, classées du spectre usuellement le plus large vers le plus monochromatique :

- **Les sources à rayonnement thermique** (Soleil, ampoules à filament, fer incandescent...) : c'est l'agitation thermique dans un matériau qui est responsable, par rayonnement d'accélération des charges, d'une émission à spectre continu (des compléments seront apportés plus tard dans l'année...).

- **Les lampes spectrales** : ces lampes contiennent, en régime permanent de fonctionnement, une vapeur atomique (mercure, sodium ou autre) qui est excitée par un flux d'électrons émis entre des électrodes dans le gaz. La lumière est produite majoritairement par processus d'émission spontanée²⁰ et le spectre obtenu est un spectre de raies plus ou moins fines.
- **Le laser** (acronyme de « *light amplification by stimulated emission of radiation* » signifiant « *lumière amplifiée par émission stimulée de radiation* ») : c'est une source relativement récente (1960) qui produit un faisceau de spectre très étroit car reposant sur le processus d'émission stimulée²¹ (et non spontanée).

Aucune de ces sources ne permet d'obtenir une lumière monochromatique, même avec un filtre (il n'existe pas de filtre parfait)... Est-ce gênant pour le modèle de l'onde lumineuse monochromatique ? On pourrait se dire que non en raison de la théorie de Fourier en l'adoptant comme onde mathématique de base mais l'analyse physique de l'émission permet de gagner des informations utiles...

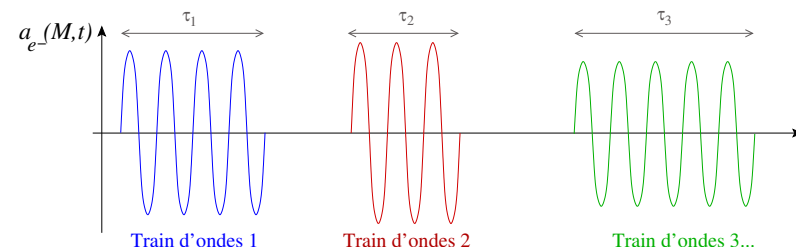
2/ Modèle d'émission et conséquences

a. Modèle des trains d'ondes

Modèle des trains d'ondes

Soit une source lumineuse quelconque alimentée.

- Celle-ci émet une onde qui est la superposition des ondes émises par chacun des électrons de chacun de ses atomes (amplitudes vibratoires $a_e(M, t)$).
- *Un électron donné* subit dans le temps une succession d'excitations et de désexcitations. C'est seulement lors des désexcitations qu'une onde est émise et on la modélise par une sinusoïde tronquée de fréquence correspondant à la transition électronique suivie. On obtient une succession de **trains d'ondes** :



20. Ce processus microscopique d'émission de la lumière par un atome fait intervenir un photon de fréquence ν après désexcitation d'un électron (pré-excité) par transition électronique entre deux niveaux d'énergie E^* et $E < E^*$ avec $h\nu = E^* - E$ où h est la constante de Planck.

21. La différence essentielle entre les émissions spontanée et stimulée est que, dans le second cas, le photon est émis au passage d'un autre photon de fréquence ν et il possède les mêmes caractéristiques que ce dernier (phase, polarisation...).

- La durée moyenne τ_c de ces trains est la **durée de cohérence** et leur longueur moyenne dans le vide est la **longueur de cohérence** ℓ_c (distance parcourue par l'onde pendant τ_c dans le vide $\ell_c = c\tau_c$).

b. Non monochromaticité

Exercice 9

1. Pourquoi le modèle des trains d'ondes est-il cohérent avec l'impossibilité d'avoir une émission lumineuse monochromatique ?
2. Relevez-vous une incohérence de ce modèle avec la description quantique de l'émission par photons ?

Réponse

1. Les trains d'ondes étant de durée moyenne limitée τ_c , leur spectre présente une extension en fréquence Δf telle que, par relation d'extension spectrale,

$$\tau_c \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}$$

Δf ne peut donc pas être nulle et l'onde ne peut pas être monochromatique. On parle d'**élargissement spectral naturel (ou fondamental)**.

2. Un photon admet une fréquence précise et il y a donc une incohérence avec le modèle ondulatoire développé... Il faut faire appel à la physique quantique pour lever ce problème épineux ! Il ne faut pas chercher à imaginer que le photon est une onde...

Il existe deux autres raisons d'élargissement spectral, plus notables que celle de l'élargissement naturel, qui renforcent la non monochromaticité des sources lumineuses :

• Élargissement Doppler :

Les atomes de la source sont en mouvement (lié à l'agitation thermique), ce qui entraîne un décalage Doppler en fréquence perçue avec un élargissement spectral de forme gaussienne²². L'élargissement est d'autant plus fort que la température est élevée (usuellement, cet effet est 100 fois plus important que l'élargissement naturel).

22. Une raie gaussienne centrée sur la fréquence f_0 et de largeur caractéristique Δf a un spectre associé

$$\hat{I}(f) = \hat{I}_0 \exp \left[-\frac{(f - f_0)^2}{2(\Delta f)^2} \right]$$

• Élargissement collisionnel :

La collision entre particules (atomes ou molécules) modifie légèrement leurs niveaux énergétiques, d'où un élargissement spectral de forme lorentzienne²³. Celui-ci est d'autant plus important que la densité des particules est forte, ce qui est le cas par exemple dans les lampes spectrales haute pression.

Moralité...

Lorsqu'on considère une onde émise par une source lumineuse, on peut au mieux obtenir une onde *quasi-monochromatique*.

c. Temps de cohérence

Évaluation du temps de cohérence

Le programme impose de savoir faire le lien entre la largeur spectrale $\Delta\lambda$ d'une émission avec le temps de cohérence associé τ_c en s'appuyant sur la relation admise²⁴

$$\tau_c \Delta f \sim 1$$

où Δf est l'extension spectrale en fréquence de l'émission considérée.

Il faut donc savoir traiter, par exemple, l'exercice suivant en pleine autonomie.

Exercice 10

Obtenir τ_c et ℓ_c pour la lumière blanche.

Réponse

Les frontières en longueur d'onde du visible se trouvant autour de 380 nm et 780 nm, on calcule les fréquences limites respectives $8 \cdot 10^{14}$ Hz et $4 \cdot 10^{14}$ Hz, d'où l'extension spectrale $\Delta f = 4 \cdot 10^{14}$ Hz puis

$$\tau_c \sim \frac{1}{\Delta f} = 2.10^{-15} \text{ s} \quad \text{et} \quad \ell_c = c\tau_c \sim 0,7 \text{ } \mu\text{m}$$

23. Une raie lorentzienne centrée sur la fréquence f_0 et de largeur caractéristique Δf a un spectre associé

$$\hat{I}(f) = \hat{I}_0 / \left[1 + \frac{4(f - f_0)^2}{(\Delta f)^2} \right]$$

24. Le fait de considérer la relation $\tau_c \Delta f \sim 1$ est légitime pour nombre de radiations lumineuses mais n'a rien de général mathématiquement (la propriété d'extension spectrale de l'analyse de Fourier s'écrit $\Delta f \Delta t \geq 1/(4\pi)$, le cas d'égalité étant atteint pour un spectre gaussien).

Le tableau suivant donne des résultats chiffrés pour d'autres sources :

Source	λ_0 pris (nm) (couleur)	f ($\times 10^{14}$ Hz)	Δf (Hz)	τ_c (s)	ℓ_c (vide)
Lampe Hg haute pression	546,1 nm (verte)	5,49	10^{12}	10^{-12}	0,3 mm $\simeq 5 \cdot 10^2 \lambda_0$
Lampe Hg basse pression	546,1 nm (verte)	5,49	10^9	10^{-9}	0,3 m $\simeq 5 \cdot 10^5 \lambda_0$
Laser He-Ne ordinaire (TP)	632,8 nm (rouge)	4,74	10^9	10^{-9}	0,3 m $\simeq 5 \cdot 10^5 \lambda_0$
Laser He-Ne stabilisé	632,8 nm (rouge)	4,74	10^4	10^{-4}	30 km $\simeq 5 \cdot 10^{10} \lambda_0$

Attention !

Le programme vous impose de connaître l'ordre de grandeur du temps de cohérence τ_c de quelques radiations visibles !

d. Propriété de phase aléatoire

Le modèle des trains d'ondes met en exergue une autre propriété très importante pour la possibilité d'obtention d'interférences, comme on le verra au chapitre suivant :

Phase aléatoire des trains d'ondes

Tous les trains d'ondes ont des phases aléatoires les unes par rapport aux autres (trains décorrélés en phase).

Du coup, si l'on étudie une onde émise par une source en un point S et reçue en un point M après un certain trajet optique, le retard de phase en M est la somme du retard de phase accumulé lors du trajet optique de S à M *et du retard de phase à l'émission qui est aléatoire* (puisque'il dépend du train d'ondes considéré!) :

$$\varphi(M, t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (SM) + \varphi(S, t) \quad \text{aléatoire!}$$

Moralité...

La modélisation d'une émission lumineuse par une onde quasi-plane monochromatique de retard de phase à l'origine constant est restrictive : elle ne peut concerner, au mieux, qu'une désexcitation électronique (ou plusieurs corrélées²⁵) sur une durée relativement courte de l'ordre du temps de cohérence.

25. C'est le cas de l'émission stimulée qui intervient notamment dans le laser mais la durée de cohérence reste assez faible !

3/ Détection de la lumière

a. Photodétecteurs et temps de réponse

On a vu jusque-là qu'un rayon lumineux « transporte » une information importante pour la suite qui est celle de la phase de l'onde associée. Bien sûr, il « transporte » aussi une information énergétique, mesurable grâce à des détecteurs adaptés.

Définition

Un capteur convertisseur de l'information énergétique lumineuse en signal électrique est appelé **photodétecteur**.

La plupart des photodétecteurs sont basés sur l'**effet photoélectrique** : la lumière incidente génère soit directement un courant électronique²⁶ (photomultiplicateur), soit modifie la conductivité du matériau (photorésistance) et/ou produit l'apparition d'une force électromotrice à la jonction entre deux matériaux (photodiode, phototransistor, photopile, élément CCD...).

Il existe aussi des photodétecteurs thermiques sensibles à l'**échauffement** provoqué par l'absorption du rayonnement (thermopile, bolomètre...).

Comme tout capteur, un photodétecteur possède un certain **temps de réponse τ_R** (ou temps d'intégration) : il ne peut pas restituer des variations temporelles se produisant sur des échelles inférieures à τ_R (effet de lissage par filtrage passe-bas avec une coupure à $f_c = 1/\tau_R$). Le tableau suivant donne une idée des ordres de grandeur τ_R typiques²⁷ **à connaître**, les valeurs les plus faibles étant obtenues plus facilement grâce à l'effet photoélectrique :

Récepteur	Photomultiplicateur	Photodiode	Photorésistance	Thermopile
τ_R	1 ns	1 μ s	0,1 ms	0,1 s

À titre de comparaison, le temps de réponse de l'œil humain est d'environ 1/20 s...

b. Intensité vibratoire

Comme le temps de réponse τ_R est généralement très grand devant la période de l'onde lumineuse (cf $T_{\text{visible}} \sim 10^{-15}$ s), les photodétecteurs ne fournissent pas un signal image de la puissance instantanée mais un signal image de la puissance « moyenne » sur l'échelle de temps τ_R (effet de lissage des variations trop rapides)...

On définit alors en conséquence une grandeur quantifiant cela.

26. C'est l'effet photoélectrique externe rencontré en MPSI.

27. Il ne faut pas penser qu'il s'agit de valeurs standards car elles peuvent fluctuer largement suivant le modèle de photodétecteur utilisé pour un même type ! Par exemple, les meilleures photodiodes descendent à 100 ps et les meilleurs photomultiplicateurs descendent à $\tau_R \simeq 10$ ps !

Définition

On appelle **intensité vibratoire**²⁸ $I(M, t)$ d'un rayon lumineux en M à l'instant t la grandeur **proportionnelle à la moyenne du carré du champ électrique** de l'onde électromagnétique associée **sur l'échelle de temps de réponse τ_R** (avec une constante multiplicative choisie arbitrairement). Dans le cadre de l'approximation scalaire, pour une amplitude vibratoire $a(M, t)$,

$$I(M, t) = C^{\text{te}} \langle a(M, t)^2 \rangle_{\tau_R}$$

Quelques remarques s'imposent :

- L'intensité vibratoire peut dépendre encore du temps, malgré la moyenne temporelle, car celle-ci n'est effectuée que sur le temps τ_R (c'est un temps de « lissage ») ; toutes les fluctuations temporelles sur des échelles de temps plus longues (plus lentes) restent visibles !
- On choisira dans la suite du cours²⁹ d'optique ondulatoire pour l'intensité l'expression

$$I(M, t) = 2 \langle a(M, t)^2 \rangle_{\tau_R} \quad (\text{unité sans intérêt})$$

Le facteur 2 permettra des simplifications sympathiques...

On a maintenant terminé la mise en place de l'outillage minimal pour mener à bien l'optique ondulatoire de CPGE. On va pouvoir formaliser, grâce à tout ça, les phénomènes interférentiels !

²⁸. Il existe aussi la notion d'éclairement que le programme demande d'identifier à l'**intensité vibratoire**, bien qu'elle soit définie un peu différemment puisqu'il s'agit de la puissance surfacique moyennée sur τ_R reçue en un point d'un écran ou d'un détecteur. Il se trouve que c'est raisonnable car, en général, elles sont proportionnelles par un coefficient certes dimensionné mais d'évolution négligeable.

²⁹. Les sujets de concours peuvent parfois adopter une autre convention. Il faudra alors vous y conformer...

Annexe I : Repères chronologiques en optique

- Antiquité** Les grecs considèrent la lumière comme des particules de feu. Les lois de la réflexion par un miroir de la lumière leur sont connues.
- Moyen-âge** Ibn Al-Haytham fonde l'optique « moderne » et conçoit de nombreux dispositifs optiques (lentilles, miroirs sphériques et paraboliques) et aussi la fameuse camera obscura (chambre noire des photographes).
- Moyen-âge** Les premières lunettes sont créées.
- 1610** Galilée met au point sa lunette à oculaire divergent. Les lunettes astronomiques existaient déjà mais il est le premier à s'en servir pour regarder vers les cieux !
- 1621** Snell découvre les lois de la réfraction, redécouvertes indépendamment par Descartes en 1637.
- 1657** de Fermat énonce un principe variationnel qui donne la trajectoire effectivement suivie par la lumière dans un milieu isotrope quelconque.
- 1675** Newton étudie la dispersion de la lumière et propose un modèle où la lumière est composée de corpuscules satisfaisant aux lois de la mécanique.
- 1676** Römer montre que la vitesse de la lumière est finie en observant les éclipses des satellites de Jupiter.
- 1676** van Leeuwenhoek construit un microscope de grossissement 270.
- 1690** Huygens propose un modèle ondulatoire de la lumière qui interprète les lois de la réfraction et introduit une construction des surfaces d'ondes de proche en proche, qui constituera le socle de la théorie de la diffraction un siècle et demi plus tard.
- 1801** Young étudie et interprète les interférences lumineuses comme un phénomène ondulatoire.
- 1808** Malus découvre par hasard la polarisation de la lumière par réflexion.
- 1812** Fresnel propose un modèle scalaire des ondes lumineuses et interprète quantitativement les phénomènes de diffraction. Puis il met en œuvre une théorie vectorielle de la lumière, mettant en avant le caractère transversal des ondes lumineuses.
- 1815** Fraunhofer invente le spectroscope à réseau.

- 1849 Fizeau réalise une mesure relativement précise de la vitesse de la lumière dans l'air.
- 1850 Foucault compare expérimentalement la vitesse de la lumière dans l'air et dans l'eau et conforte ainsi la théorie ondulatoire de la lumière. La théorie corpusculaire de Newton est enterrée.
- 1864 Maxwell unifie les lois de l'électromagnétisme en quatre équations. La relation $\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$ qui en découle le conduit à affirmer que la lumière est une onde électromagnétique.
- 1887 Michelson tente de mesurer la vitesse de la Terre par rapport à « l'éther ». Son échec montre que la vitesse de la lumière dans le vide est indépendante du référentiel (prix Nobel 1907).
- 1899 Fabry et Pérot mettent en œuvre leur interféromètre à ondes multiples, dont la finesse permettra d'importants progrès en spectroscopie.
- 1905 Einstein interprète l'effet photoélectrique (prix Nobel 1921) en développant l'hypothèse de la quantification des échanges d'énergie entre le champ et la matière émise par Planck en 1900. Dans le langage actuel, ceci revient à décomposer la lumière en photons : c'est le retour en force du modèle corpusculaire de la lumière.
- 1913 Bohr introduit son modèle semi-quantique stable de l'atome pour essayer de décrire les spectres atomiques de raies.
- 1916-1917 Einstein discute les phénomènes d'émission spontanée et stimulée dans les molécules.
- 1923 de Broglie affirme que la matière présente la même dualité onde-corpuscule que la lumière.
- 1926 Lewis baptise les quanta de lumière du nom de « photons ».
- 1945 Feynman, Schwinger et Tomonaga élaborent « l'électrodynamique quantique », qui réunit les aspects corpusculaire et ondulatoire de la lumière (prix Nobel 1965).
- 1950 Kastler et Brossel mettent au point la technique du pompage optique.
- 1953 Le MASER à ammoniac est inventé par Townes, Gordon et Zeiger.
- 1960 Townes propose le principe du LASER.
- 1963 Glauber pose les bases de l'optique quantique.
- 1969 Les capteurs CCD sont inventés par Smith et Boyle.
- 1977 Une confirmation directe de la nécessité du photon est apportée par Kimble, Dagenais et Mandel grâce à une source à photons uniques.
- 1980-... La communication et le stockage optiques des informations se développent grâce aux fibres optiques, aux diodes-lasers, aux CD, DVD...
- 1985 Une figure d'interférences est obtenue, avec un interféromètre de Mach-Zehnder et une source à photons uniques, par Grangier, Roger et Aspect.
- 1985-1995 Chu, Phillips et Cohen-Tannoudji développent et pratiquent des méthodes pour refroidir et piéger des atomes avec de la lumière (mélasses optiques).
- 2005 Une expérience de type fente de Young (avec un système de type biprisme de Fresnel) avec source à photons uniques est effectuée par Jacques, Wu, Grosshans, Treussart, Aspect, Grangier et Roch.
-

Annexe 2 : Cap ou pas cap ?

Voici une liste non exhaustive de « **capacités** » relatives à ce chapitre dont le but est de vous permettre de mieux cerner ce que l'on peut attendre de vous, en plus de la simple connaissance des définitions, théorèmes et bases du cours bien sûr ! Que pensez-vous savoir faire et ne pas savoir faire ?

Identifier des surfaces d'ondes.

Utiliser le modèle de l'onde scalaire (plane, sphérique...).

Situer une onde lumineuse dans le spectre électromagnétique visible ; identifier la couleur associée à une longueur d'onde donnée.

Citer des indices optiques typiques.

Calculer le retard de phase d'une onde quasi-plane pour un chemin donné.

Calculer un chemin optique géométrique (y compris en situations virtuelles), supplémentaire (si présent) ou ondulatoire.

Exprimer une durée de propagation lumineuse le long d'un trajet.

Déterminer un chemin lumineux respectant les lois de l'optique géométrique.

Exploiter les relations de l'optique géométrique (lois de Descartes, de conjugaison...).

Associer une description de la formation des images en termes de rayons lumineux et en termes de surfaces d'ondes.

Appliquer le théorème de Malus.

Utiliser le principe de retour inverse de la lumière.

Exploiter une condition de stigmatisme rigoureux ou approché vis-à-vis du chemin optique.

Utiliser les conditions de Gauss.

Utiliser le point image par un miroir plan d'un point objet pour réaliser une construction d'optique géométrique et obtenir plus simplement un chemin optique.

Effectuer des constructions d'optique assez grandes, avec des couleurs, les rayons de construction intermédiaires apparents (par exemple en pointillés)...

Obtenir un chemin optique malgré la présence d'une lentille (sans se faire piéger...).

Citer l'ordre de grandeur du temps de cohérence de quelques radiations visibles.

Utiliser la relation $\Delta f \Delta t \sim 1$ pour relier le temps de cohérence à la largeur spectrale $\Delta \lambda$ d'une radiation.

Donner les origines de la non monochromaticité d'une émission lumineuse.

Décrire le problème de phase aléatoire par le modèle des trains d'ondes.

Déterminer une intensité vibratoire (ou éclairage).

Citer l'ordre de grandeur du temps de réponse de quelques récepteurs de lumière.

...