

# Dynamique du point et du solide

## MP 01

Romain RESCANIERES

19 mai 2021

### Table des matières

<b>I Pendule simple vs pesant</b>	<b>1</b>
I.1 Exploitation : $T^2 * l = f(l^2)$	2
I.2 Que faire en direct ?	3
<b>II Dynamique du point : chute de bille</b>	<b>3</b>
<b>III Gyroscope</b>	<b>4</b>
III.1 Incertitudes	4
<b>I Pendule simple vs pesant</b>	

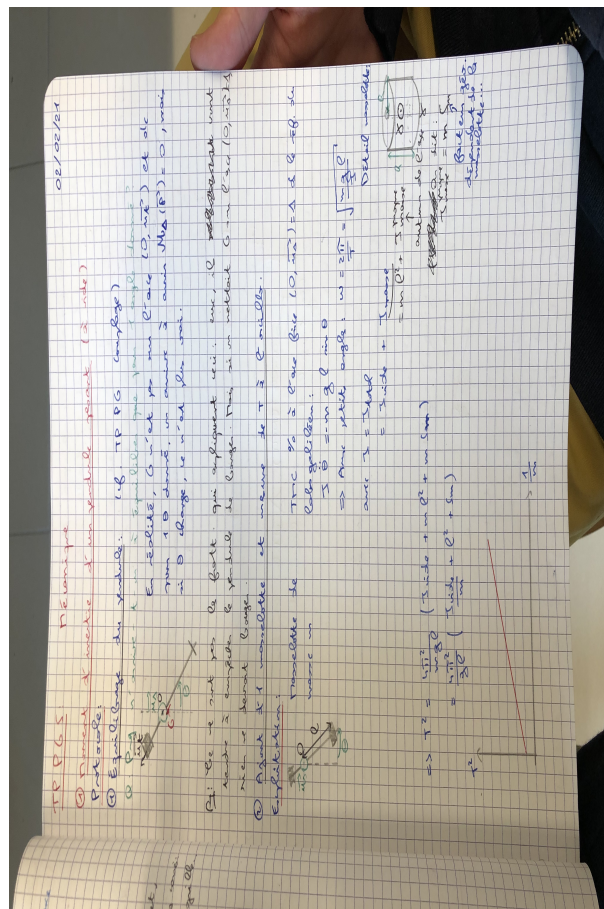


FIGURE 1 – Théorème du Moment Cinétique pour le pendule pesant.

### I.1 Exploitation : $T^2 * l = f(l^2)$

On trace ceci pour tenter de vérifier une loi de type pendule simple. Il est plus simple d'introduire l'idée de tracer ceci en partant du pendule simple, que de tracer avec  $\frac{1}{m}$ .

#### Explication du coefficient directeur :

On trouve un coeff directeur de  $b = 4.7 \pm 0.1 \text{ s}^2/\text{m}$ . Or, on pourrait s'attendre à trouver  $b = \frac{4\pi^2}{g} = 4.024 \text{ m}^2/\text{s}$ .

En réalité,  $J_{vide}$  dépend de  $l$ !. En effet, à vide, on calcule le moment d'inertie par rapport à l'axe  $\Delta$  avec le théorème de Huyghens :

$$J_{vide} = m_{taquet}l_{taquet}^2 + J_{taquet}^{propre} + m_{CP}l_{CP}^2 + J_{CP}^{propre} + m_{tige}l_{tige}^2 + J_{tige}^{propre}$$

où  $CP$  désigne le contre-poids et à chaque fois  $m$  est la masse de la pièce en question,  $l$  la distance entre le centre d'inertie de chaque pièce et l'axe de rotation  $\Delta$ ,  $J^{propre}$  le moment d'inertie propre de chaque pièce, autour de leur axe transversal.

Or, en équilibrant le pendule, on s'assure que :

$$m_{taquet}gl_{taquet} + m_{tige}gl_{tige} - m_{CP}l_{CP} = 0$$

Ainsi :

$$l_{CP} = \frac{1}{m_{CP}} (m_{taquet}l_{taquet} + m_{tige}l_{tige})$$

D'où :

$$J_{vide} = m_{taquet}l_{taquet}^2 + J_{taquet}^{propre} + \frac{1}{m_{CP}} \times (m_{taquet}l_{taquet} + m_{tige}l_{tige})^2 + J_{CP}^{propre} + m_{tige}l_{tige}^2 + J_{tige}^{propre}$$

On a de plus un lien entre  $l_{taquet}$  et  $l$ , de la forme  $l_{taquet} = l + l_0$  avec  $l_0$  de l'ordre du centimètre (épaisseur de la masse). Ainsi :

$$J_{vide} = al^2 + bl + c$$

avec

$$a = m_{taquet} + \frac{m_{taquet}^2}{m_{CP}}$$

et

$$b = 2m_{taquet}l_0 + \frac{2m_{taquet}m_{tige}l_{tige}}{m_{CP}}$$

et  $c$  une constante vis-à-vis de  $l$ .

Evaluons  $a$  et  $b$  :

$$a \approx 125 \text{ g} \quad \text{et} \quad b \approx 12 \text{ g m}$$

On pourra donc négliger le terme proportionnel à  $l$  dans  $J_{vide}$  tant que  $al \gg b$ , ie  $l \gg \frac{b}{a} \approx 9.6 \text{ cm}$  (ce que l'on fera par la suite).

On peut vérifier cette dépendance de  $J_{vide}$  en traçant :  $Y'_y = \frac{T^2lg}{4\pi^2} - l^2 = f(l^2)$ . On s'attend à  $J_{vide} = al^2 + c$ . D'où :  $Y'_y = \frac{a}{m}l^2 + \frac{c}{m} + S_m$ . Donc, on peut directement trouver le  $\frac{a}{m} = 0.1725$  (ici).

Donc, retour sur le coefficient directeur mesuré au début :

$$T^2l = \frac{4\pi^2}{g} \left(1 + \frac{a}{m}\right) l^2 + \frac{4\pi^2}{g} \left(\frac{c}{m} + S_m\right)$$

Donc, au final, le coeff directeur du début est :  $\frac{4\pi^2}{g} \left(1 + \frac{a}{m}\right) = 4.72 \text{ s}^2/\text{m}!!$  Très proche de ce qu'on obtient en pratique.

Donc, il ne faut pas dire que la différence avec le  $\frac{4\pi^2}{g}$  est due à des incertitudes : c'est un vrai effet, modélisable proprement, et qui est très correct quand on le prend en compte!

## I.2 Que faire en direct ?

1. Tracer  $T^2 = f(l)$  : si pendule simple, on s'attend à une droite linéaire. Or, il y a une ordonnée à l'origine!
2. Du coup, on doit passer au pendule pesant, et on s'attend alors à voir une droite en traçant  $\frac{T^2 l g}{4\pi^2}$  en fonction de  $l^2$ , de coefficient directeur 1 (cf figure 1).
3. Mais en fait le coeff directeur n'est pas de 1 : lié à la dépendance en  $l$  dans le  $J_{vide}$ . En fait, on comprend cette dépendance avec les mains : quand on change le taquet de place sur la tige lors de l'équilibrage, le  $J_{vide}$  change de  $m_{taquet} l_{taquet}^2 + m_{CP} l_{CP}^2$  (car on bouge le contre-poids et le taquet de place lors de l'équilibrage). Mais l'équilibrage impose une relation entre  $l_{taquet}$  et  $l_{CP}$  de la forme  $l_{CP} = l_{taquet} \frac{m_{taquet}}{m_{CP}} + \text{constante}$ . Donc  $J_{vide}$  change environ de  $\left(m_{taquet} + \frac{m_{taquet}^2}{m_{CP}}\right) l^2$  à l'ordre 2 en  $l$  (mais c'est cet ordre 2 qui compte pour expliquer le coeff directeur - partie droite de la courbe). On peut faire l'AN, et on trouve environ le complément à 1 du coefficient directeur. Attention, ceci ne marche que aux  $l$  grands (car on doit virer la dépendance en  $l$  devant celle en  $l^2$  dans  $J_{vide}$ ).

## II Dynamique du point : chute de bille

L'idée est de tracer :

$$(z - z_1) = \frac{g}{2}(t - t_1)^2 + v_0(t - t_1)$$

où  $z_1$  est la position de la première fourche optique<sup>1</sup>,  $t_1$  le temps auquel la bille passe devant cette fourche et  $v_0$  la vitesse de la bille quand elle passe devant cette fourche. On tracera  $\frac{z-z_1}{t-t_1} = f(t - t_1)$ . On en déduit une mesure de  $g$ , et la validité de la seconde loi de Newton, en considérant connue l'expression du poids.

Utiliser la plaquette de Pierre pour brancher les fourches optiques, en maintenant le bouton rouge enfoncé quand on fait le lâcher.

### Comment bien lâcher la bille ?

1. On doit avoir la verticale qui passe par tous les milieux des fourches optiques. Donc, on met le fil lesté et on corrige les hauteurs des pieds sous la structure.
2. On tient la structure au moment d'appuyer sur le bouton démagnétisant pour le lâcher. (On peut mettre une alim continue à 8 V pour maintenir la bille.)

**Comment repérer l'instant de passage de la bille devant les fourches ?** Déjà, la forme des signaux : ils n'ont pas tous la même hauteur car la bille ne passe pas toujours pile au milieu du faisceau optique. Parfois, on passe légèrement sur le côté (signal moins long et moins haut). De plus, les signaux ne sont pas symétriques. On pourrait penser que c'est à cause de l'accélération de la bille sur le temps de passage devant le spot lumineux. C'est faux, car l'instant de passage du milieu de la bille est pile à la moyenne entre les instants de passage du début de la bille devant le début du spot et l'instant de passage de la fin de la bille devant la fin du spot, si  $z_{fourche} \gg 2R$ . Ce qui est largement vérifié (cf. DL). Donc, le côté asymétrique est lié à la chaîne de mesure : par exemple, une CCD qui sature va mettre plus de temps à perdre sa saturation qu'une CCD non saturée qui voit beaucoup de flux. Donc, on a une montée plus lente que la descente.

Solution : on mesure un temps moyen de passage de la bille pour éviter les soucis de ne pas taper au milieu de la bille à chaque fois. Et donc, on fait la moyenne entre les temps du début et de la fin du signal.

---

1. En pratique, on a besoin seulement de mesure de distance relative, donc on peut fixer  $z_1 = 0$  et mesurer à partir du haut de chaque fourche par exemple.

Ne pas mesurer par rapport à une référence fixée en  $y$ , parce qu'on va se planter. A la limite, on aura la référence qui va écreter le haut du signal, et donc, on va repérer l'instant du max, et pas du tout celui du passage du milieu de la bille devant la fourche.

### III Gyroscope

- 1) Équilibrage du gyroscope.
- 2) Pour lancer initialement le volant : utiliser une ficelle, et poser la masse dès le début, avant même de lâcher le gyroscope.
- 3) Mesure au tachymètre de  $\Omega_{propre}$ .
- 4) Single sur oscillo avec fourche optique : on relève les temps des fronts et on linéarise. Le coeff directeur (multiplié par 6) donne la période de précession pour faire un tour.

On vérifie :

$$\Omega_{precession} = \frac{mgd}{J\Omega_{propre}}$$

avec  $J$  qui est le moment d'inertie du volant selon son axe propre et  $d$  la distance entre la masse et le mât vertical et  $m$  la masse de la masse.

#### III.1 Incertitudes

On peut vérifier la vitesse de rotation propre au tachymètre au début et à la fin : nous, variation de 30 t/min.