

# Interférences

Imaginons deux faisceaux lumineux arrivant sur une même zone de l'espace :

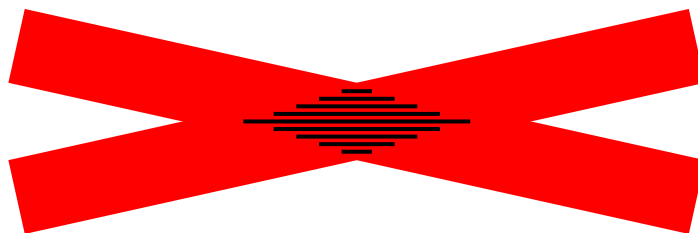


FIGURE 1 – Champ d'interférences

On dit qu'il y a interférences s'il existe des points  $M$  de la zone commune aux deux faisceaux tels que :

$$E(M) \neq E_{\text{par le faisceau (1) seul}} + E_{\text{par le faisceau (2) seul}}$$

On peut voir, sur la figure 1 des stries correspondant à des zones de l'espace où il n'y a pas de lumière par exemple, on parle de franges d'interférences sombres. Lorsque des interférences se produisent, on peut se retrouver dans une situation qui peut surprendre au premier abord où la superposition de deux faisceaux de lumière génère de l'obscurité :  $E = 0$ . La théorie ondulatoire va nous permettre de l'expliquer. La découverte de ce phénomène est due en 1804 au physicien britannique THOMAS YOUNG. Le français AUGUSTIN FRESNEL en 1814 en donna une interprétation indépendamment des travaux de YOUNG. La figure 2 permet de voir des images où on voit des franges d'interférences.

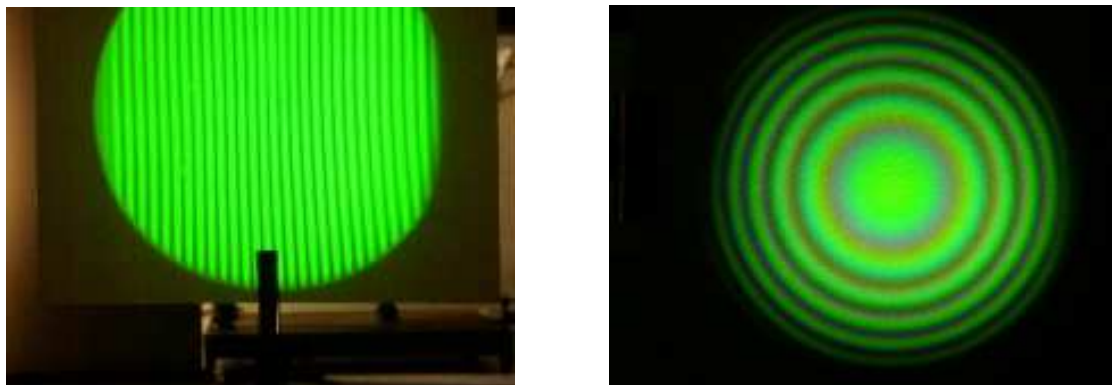


FIGURE 2 – Observations d'interférences

## 1 Généralités sur les sources lumineuses

### 1.1 Spectres

Elles se classent en plusieurs catégories. Nous commencerons par celles qui sont les plus courantes : les sources de lumière blanche comme les lampes à incandescence ou le soleil. Elles sont dites blanches car leur spectre est continu. Les amplitudes des différentes composantes spectrales dépendent de la température qui est d'environ 5800 K à la surface du soleil et 3000 K au niveau du filament de tungstène de l'ampoule. La teinte globale que nous percevons dépend du spectre de la source. Rappelons les liens entre les couleurs et les longueurs d'onde :

$\lambda$ en nm	400	500	600	700		
Couleur	violet	bleu	vert	jaune	orange	rouge

Nous utiliserons en TP des lampes spectrales. Dans une ampoule contenant la vapeur d'un métal comme le sodium, le mercure, on entretient des décharges électriques qui excitent les atomes de la vapeur. Ces atomes émettent un spectre de raies. La largeur de chaque raie est  $\Delta\lambda \simeq 1$  nm. Les tubes fluorescents qui sont utilisés pour l'éclairage de nos salles fonctionnent sur le même principe. Le tube de verre contenant la vapeur diffuse la lumière émise par le gaz et crée un spectre continu dans lequel se détachent des raies plus lumineuses comme

nous pourrons le voir en TP. Nous terminerons en parlant du laser dans lequel l'émission lumineuse est basée sur une transition radiative entre deux niveaux d'énergie bien précis. Nous retiendrons pour le moment que le laser présente une très grande pureté chromatique puisque  $\Delta\lambda \simeq 10^{-3} \text{ nm}$ . On utilise de plus en plus des diodes laser faciles à mettre en œuvre. Elles sont utilisées dans les lecteurs CD et dans les appareils à détection de codes à barres. Leur pureté spectrale est du même ordre que celle des lampes spectrales.

Représentons les spectres des sources précédentes :

## 1.2 Le mécanisme d'émission

Une source lumineuse contient un nombre d'atomes  $N$  qui est très vite de l'ordre du nombre d'AVOGADRO à savoir  $10^{23}$ . Chaque atome de la source est responsable d'une partie de la lumière émise. En imaginant l'atome émettant la longueur d'onde  $\lambda = 500 \text{ nm}$ , il n'est pas physique de modéliser cette émission par une fonction sinusoïdale indéfinie du temps : une onde réelle a forcément un début et une fin. En fait chaque atome émet de façon discontinue des trains d'ondes comme sur le schéma de la figure 3. La grandeur représentée sur cette figure est la grandeur vibratoire  $s(\vec{r}, t) = s_0 \exp i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$  qui est un champ électrique.

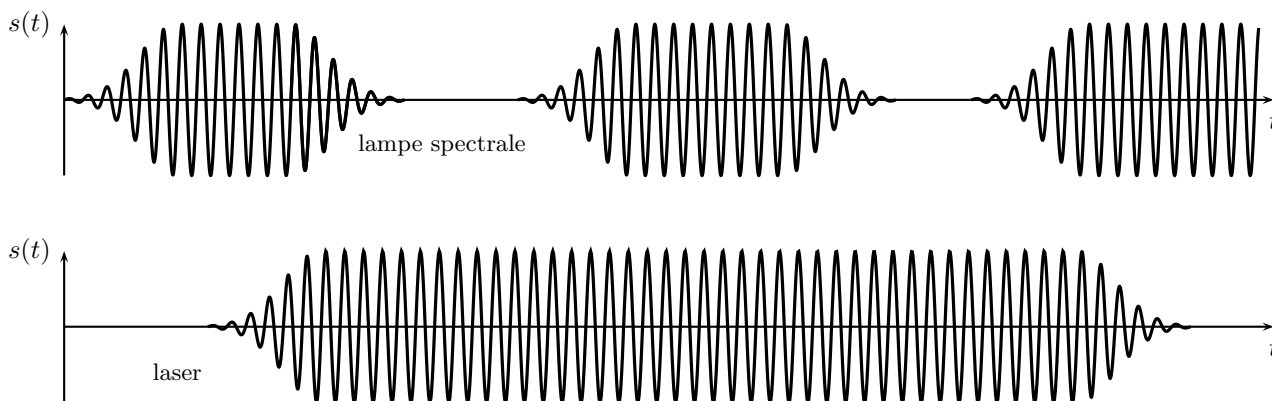


FIGURE 3 – Trains d'ondes

La durée d'un train d'onde est très variable, de même que la durée qui sépare deux trains d'ondes successifs. Mais elles restent toujours du même ordre de grandeur. Notons  $\tau$  cette durée. Estimons-la pour une lampe spectrale en utilisant les résultats de l'analyse de FOURIER :

On comprendra facilement que, puisque  $\Delta\lambda_{\text{laser}} \simeq 10^{-3}\Delta\lambda_{\text{lampe spectrale}}$ , la durée des trains d'ondes pour un laser est beaucoup plus grande pour un laser que pour une lampe spectrale. On a  $\tau_{\text{laser}} \simeq 10^3\tau_{\text{lampe spectrale}}$ , ce rapport n'a pas pu être représenté sur la figure 3.

## 2 Notion de cohérence

### 2.1 Superposition de deux amplitudes lumineuses

Considérons deux atomes sources de lumière  $S_1$  et  $S_2$  qui émettent les ondes représentées par  $s_1(\vec{r}_1, t)$  et  $s_2(\vec{r}_2, t)$ . L'objectif de ce paragraphe est d'étudier la superposition des deux ondes en un point  $M$  quelconque de l'espace où parvient la lumière depuis les deux sources, voir la figure 4.

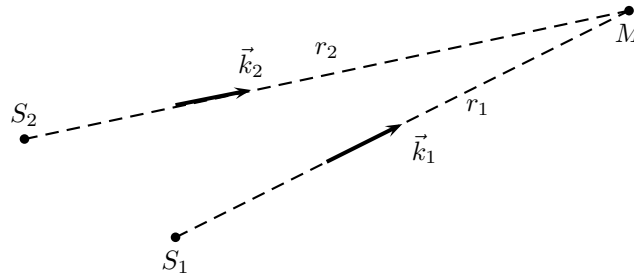


FIGURE 4 – Superposition de deux ondes

Les deux atomes sources  $S_1$  et  $S_2$  sont caractérisés par, respectivement, les pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , ou encore les longueurs d'ondes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  donc les vecteurs d'ondes  $\vec{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}\vec{u}_1$  et  $\vec{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}\vec{u}_2$  où  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  sont les vecteurs unitaires des directions  $S_1M$  et  $S_2M$ . Chaque source est responsable, lorsqu'elle éclaire seule le point  $M$ , d'un éclairement  $E_1$  et respectivement  $E_2$ .

Les grandeurs vibratoires sont représentées dans le tableau de la figure 5. Le modèle retenu est celui de la forme onde plane progressive.

	onde 1	onde 2
au point source	$s_1(\vec{0}, t) = s_{01} \exp i\omega_1 t$	$s_2(\vec{0}, t) = s_{02} \exp i(\omega_2 t + \varphi_{21}(t))$
au point $M$	$s_1(\vec{r}_1, t) = s_{01} \exp i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1)$	$s_2(\vec{r}_2, t) = s_{02} \exp i(\omega_2 t + \varphi_{21}(t) - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2)$
$E(M, t)$	$E_1 = \beta s_1 s_1^* = \beta s_{01}^2$	$E_2 = \beta s_2 s_2^* = \beta s_{02}^2$

FIGURE 5 – Caractéristiques des deux ondes

L'expression de la grandeur vibratoire de l'onde 2  $s_2(\vec{r}_2, t)$  fait intervenir un déphasage dépendant du temps  $\varphi_{21}(t)$ . Ce déphasage traduit le fait que l'émission de lumière par le point source  $S_1$  n'a aucune raison d'être liée

sur le plan temporel avec l'émission par le point source  $S_2$ . L'émission des trains d'ondes étant complètement aléatoire, en général, les trains d'ondes seront déphasés au cours du temps de la quantité  $\varphi_{21}(t)$ . Ceci est illustré sur la figure 6.

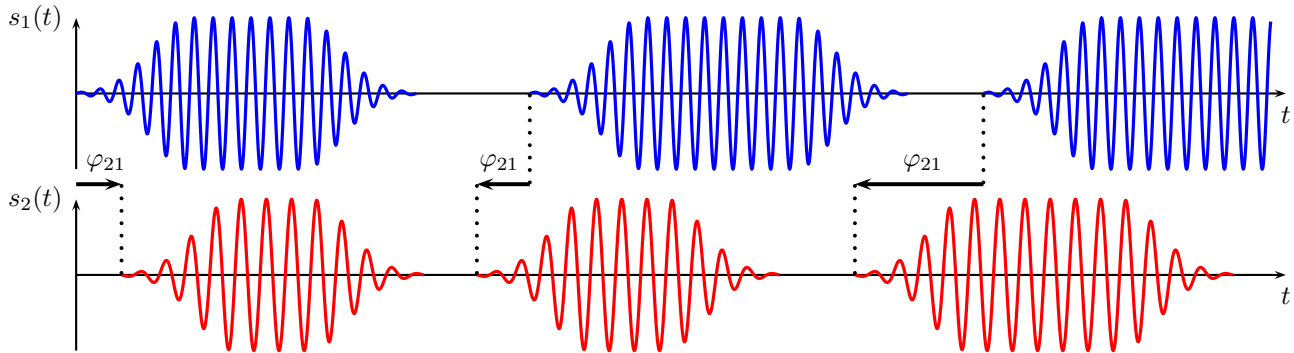


FIGURE 6 – Déphasage aléatoire  $\varphi_{21}(t)$

Le caractère aléatoire du déphasage  $\varphi_{12}(t)$  entraîne que sur des durées supérieures à la durée  $\tau$  des trains d'ondes, les moyennes suivantes sont nulles :

$$\langle \varphi_{12}(t) \rangle = 0 \quad \text{et en particulier} \quad \langle \cos(A + \varphi_{12}(t)) \rangle = 0$$

La superposition des ondes au point  $M$  donne :

$$s(M, t) = s_{01} \exp i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1) + s_{02} \exp i(\omega_2 t + \varphi_{21}(t) - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2)$$

Posons  $\phi_1 = \omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1$  et  $\phi_2 = \omega_2 t + \varphi_{21}(t) - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2$ , alors  $s(M, t) = s_{01} \exp i\phi_1 + s_{02} \exp i\phi_2$ . L'éclairement est obtenu par  $E = \beta s(M, t) s^*(M, t)$  :

Finalement, on trouve :  $E(M, t) = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos[(\omega_2 - \omega_1)t + \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \varphi_{21}(t)]$ . N'oublions pas que les récepteurs moyennent le signal d'éclairement reçu sur des durées supérieures à la durée des trains d'onde et donc que l'éclairement enregistré est la moyenne temporelle de l'expression précédente. on trouve donc :

$$E_{\text{perçu}}(M) = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \langle \cos \phi(t) \rangle$$

$$\text{avec } \phi(t) = (\omega_2 - \omega_1)t + \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \varphi_{21}(t).$$

## 2.2 Conditions d'interférences

La plupart du temps, le calcul de la moyenne sur de grandes durées par rapport aux temps caractéristiques d'évolution de  $(\omega_2 - \omega_1)t$  et de  $\varphi_{21}(t)$  entraînera  $\langle \cos \phi(t) \rangle = 0$ . Dans ces conditions, l'éclairement résultant

de la superposition des deux ondes sera la simple superposition des éclaircissements individuels, on dit qu'il n'y a pas d'interférences :

$$\boxed{\text{Pas d'interférences : } E_{\text{perçu}}(M) = E_1 + E_2}$$

La seule façon de rendre la moyenne  $\langle \cos \phi(t) \rangle \neq 0$  est de rendre ce terme indépendant du temps :

**Les sources doivent être synchrones :**

On doit réaliser  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ . Cela signifie que les longueurs d'ondes seront les mêmes. Deux ondes lumineuses de longueurs d'ondes différentes ne peuvent donner lieu à des interférences. Les vecteurs d'ondes auront la même norme  $\vec{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_1$  et  $\vec{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_2$ . dans ces conditions, on aura :

$$\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$$

Ce terme fait intervenir la différence de marche  $\delta = r_1 - r_2$ . N'oublions pas que le raisonnement est effectué a priori dans le vide. Si le milieu avait été d'indice de réfraction  $n$  sur tout le trajet  $S_1M$ , on aurait obtenu  $\delta = nr_1 - r_2$ .

Avec des sources synchrones, on a :  $\phi(t) = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} + \varphi_{12}(t)$ .

**Les sources doivent être cohérentes :**

Pour le moment, cette notion signifiera que le déphasage  $\varphi_{12}(t)$  n'est plus une fonction du temps et par conséquent n'est plus aléatoire :  $\varphi_{12} = \text{Constante}$ . La réalisation de cette condition est impossible sauf si l'on considère que :

**Les deux ondes arrivant en  $M$  doivent être issues de la même source  $S$**

Dans ces conditions, on a :  $\varphi_{12} = \text{Constante} = 0$ . On a alors  $\phi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$  et  $\langle \cos \phi \rangle = \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ . Il y a interférences puisque  $E_{\text{perçu}} \neq E_1 + E_2$  :

$$\boxed{\text{Interférences : } E_{\text{perçu}}(M) = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}$$

## 2.3 Ordre d'interférences

On appelle ordre d'interférences le nombre  $p$  sans dimension tel que  $\delta = p\lambda$ . La fonction d'éclairement devient  $E(M) = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos 2\pi p$ , on abandonne le qualificatif *perçu* sans oublier que l'éclairement qui nous est accessible est toujours une moyenne temporelle. À partir de la formule précédente, on constate que plusieurs cas de figure sont intéressants :

	Ordre $p$	éclairement
Franges Brillantes	$p \in \mathbb{Z}$ entier relatif	Maximum
Franges Sombres	$p = (n + \frac{1}{2})$ avec $n \in \mathbb{Z}$	Minimum
Intermédiaire	$p \in \mathbb{R}$ réel quelconque	$E_{\min} < E < E_{\max}$

Prenons l'exemple où  $E_2 = 16E_1$ , on obtient alors  $E = E_1(17 + 8 \cos 2\pi p)$ , l'éclairement moyen est  $E_{\text{moy}} = 17E_1$ . Cette fonction est représentée sur la figure 7. L'image située à droite donne une idée de l'éclairement et donc de la répartition de l'énergie en fonction de l'ordre.

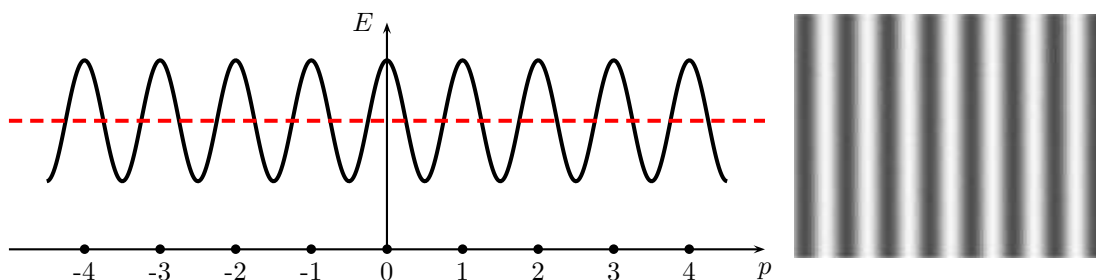


FIGURE 7 – Ordre d'interférences

## 2.4 Notion de contraste

Le contraste  $C$  (ou encore visibilité  $V$ ) est défini par :

$$C = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}}$$

C'est un nombre compris entre 0 et 1 qui permet de se rendre compte de l'observabilité des franges d'interférences. plus il est proche de 1, plus les franges brillantes se distinguent des franges sombres. Au contraire, lorsqu'il est proche de 0, les franges brillantes et les franges sombres ont des éclaircissements voisins de l'éclaircissement moyen. Le cas idéal est  $C = 1$  que l'on obtient dans le cas où les conditions d'interférences sont réunies et où  $E_1 = E_2 = E_0$ . La formule de l'éclaircissement est alors donnée par :

$$E(M) = 2E_0(1 + \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda})$$

La fonction d'éclaircissement est représentée sur la figure 8.

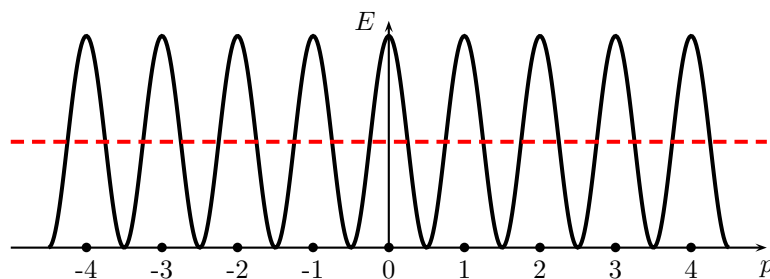


FIGURE 8 – Contraste maximal

On peut voir sur les figures 9, 10 et 11 des enregistrements réalisés dans un contexte un peu différent où la fonction d'éclaircissement n'a pas tout à fait la forme présentée avant, ici elle est représentée en fonction d'une coordonnée sur un diamètre notée  $x$ . Dans le dernier cas présenté à la figure 11, on peut constater que les franges d'interférences ne sont quasiment plus visibles.

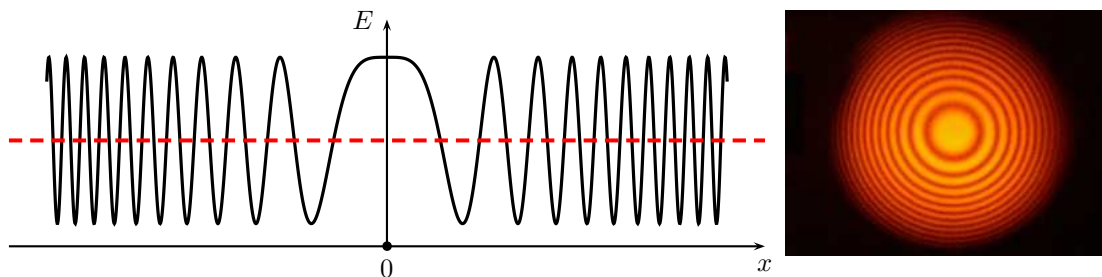


FIGURE 9 – Contraste  $C \simeq 0,8$

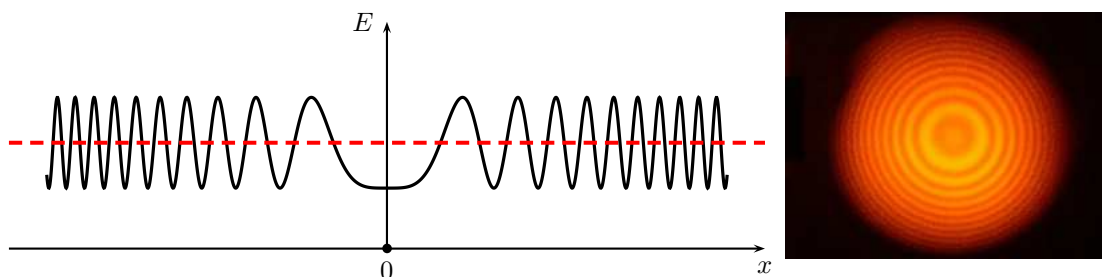


FIGURE 10 – Contraste  $C \simeq 0,4$

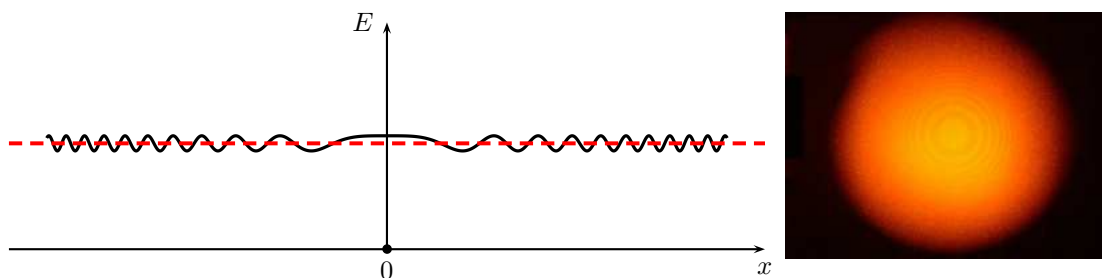


FIGURE 11 – Contraste  $C < 0,1$

## 3 Cohérence

### 3.1 Cohérence spatiale

Dans la partie 2, nous avons donné des conditions d'obtention des interférences plutôt restrictives puisqu'en fait celles-ci étaient obtenues uniquement dans le cas où un seul atome émettait une vibration monochromatique, la lumière empruntant deux chemins différents pour atteindre le point  $M$ . L'expérience nous montre que l'observation d'interférences s'obtient aussi avec des sources lumineuses réelles dimensionnées à notre échelle. Imaginons une source composée d'un grand nombre d'atomes mais d'extension petite par rapport aux dimensions du dispositif d'interférences comme les distances  $r_1$  et  $r_2$  et surtout par rapport à la différence  $r_1 - r_2$ . Chaque atome de cette source est responsable d'un éclairage de la forme  $E_i(M) = 2E_{0i}(1 + \cos 2\pi \frac{r_{1i} - r_{2i}}{\lambda})$ . Comme la source est de petite dimension devant  $r_{1i} - r_{2i}$ , nous considérerons que, pour tous les atomes de cette source,  $r_{1i} - r_{2i} \simeq r_1 - r_2$ . On peut donc corriger l'expression précédente pour écrire  $E_i(M) = 2E_{0i}(1 + \cos 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda})$ . L'éclairage total sera la somme des éclairages puisque les différents atomes sont incohérents entre eux  $\varphi_{ij} = f(t)$ . On aura donc  $E(M) = 2(\sum_{i=1}^N E_{0i}) \left(1 + \cos 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right)$ . En notant  $\sum_{i=1}^N E_{0i} = E_0$ , on retrouve la formule fondamentale des interférences :

$$E = 2E_0(1 + \cos 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda})$$

On parle, alors, pour la source de *cohérence spatiale*. Mais nous verrons par la suite dans des développements théoriques comment l'extension d'une source lumineuse fait diminuer le contraste d'une figure d'interférences. On parle de perte de cohérence spatiale. Observons cela sur les photographies de la figure 12 où la source est rendue ponctuelle grâce à un diaphragme relativement bien fermé. Sur les photographies de la figure 13, on peut voir que le contraste a été perdu en même temps que le diaphragme a été ouvert. On comprend donc que plus une source sera large plus il sera difficile d'observer correctement des franges d'interférences. Nous verrons toutefois plus loin que dans certains dispositifs d'interférences, on peut quand même observer dans de bonnes conditions de contraste les franges d'interférences avec une source relativement large.

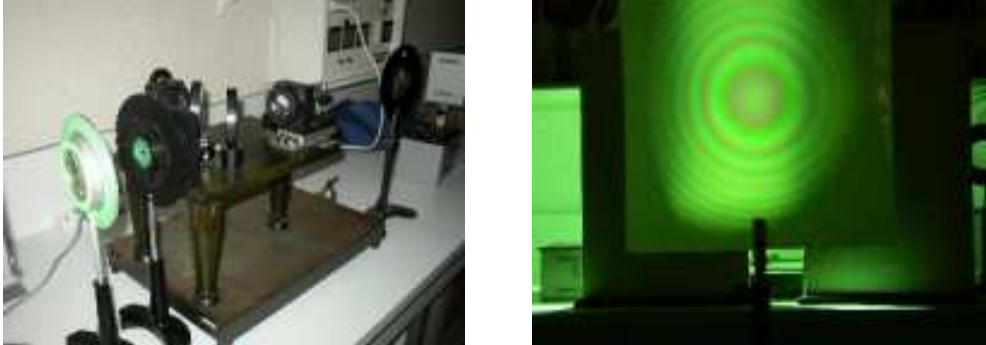


FIGURE 12 – Source ponctuelle et contraste élevé

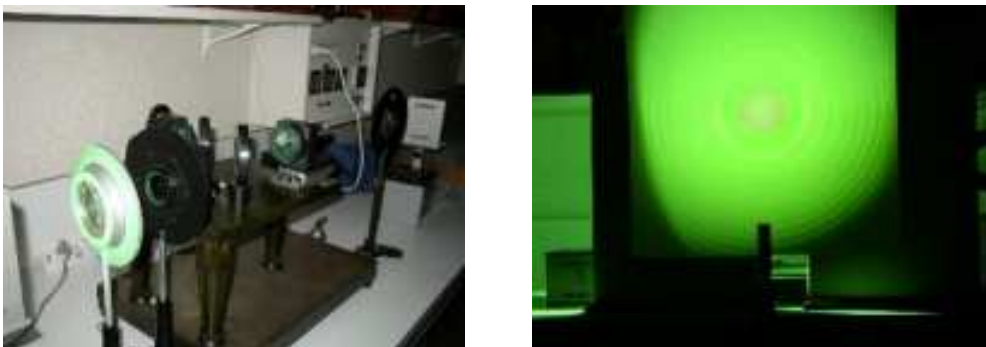


FIGURE 13 – Source large et contraste faible

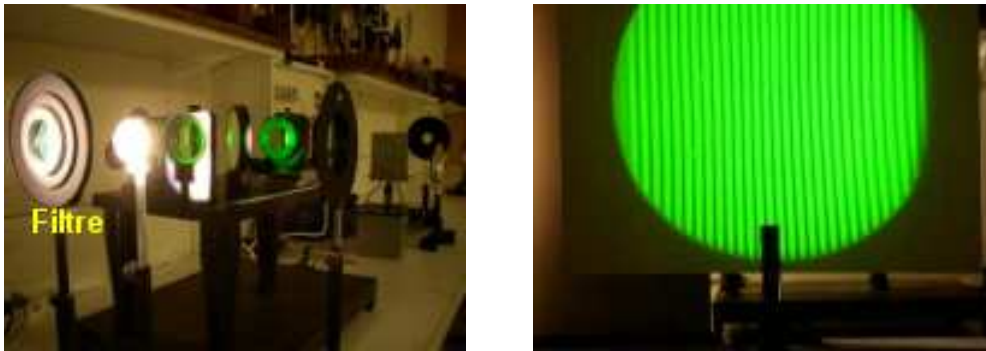


FIGURE 14 – Source monochromatique et contraste élevé

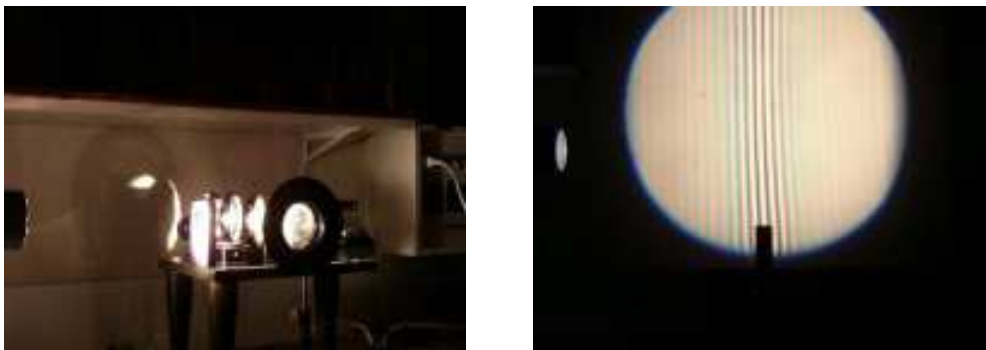


FIGURE 15 – Source blanche et contraste faible

### 3.2 Cohérence temporelle

Lorsque des sources seront polychromatiques, chaque longueur d'onde  $\lambda$  du spectre donnera son propre système d'interférences puisque que nous avons vu que seules des ondes de même pulsation peuvent interférer. L'éclairement total sera aussi la somme des éclairement. On aura :

$$E(M) = \sum_i \left[ 2E_{0i} \left( 1 + \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda_i} \right) \right]$$

La formule précédente ne s'adapte correctement qu'à un ensemble discret de longueurs d'ondes, c'est-à-dire à un spectre de raies toutes considérées comme monochromatiques. C'est un modèle relativement bien adapté aux lampes spectrales comme celles à mercure Hg ou à sodium Na.

Par contre, si la source lumineuse présente un spectre continu la somme précédente va devenir une intégrale. Compte tenu de la présence de la longueur d'onde  $\lambda$  au dénominateur, il est plus simple de décrire le spectre de la source en fréquence  $f = \frac{c}{\lambda}$  ou en *nombre d'onde*  $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ . Chaque domaine de fréquence infinitésimal  $df$  va contribuer à l'éclairement à raison de  $A(f)df$  où  $A(f)$  est la densité spectrale d'éclairement en fréquence. De la même façon, chaque domaine infinitésimal de nombre d'onde  $d\sigma$  contribuera à l'éclairement à raison de  $B(\sigma)d\sigma$  où  $B(\sigma)$  est la densité spectrale d'éclairement en nombre d'onde. Le calcul de l'éclairement résultant de la superposition de tous les systèmes d'interférences dus à toutes les longueurs d'ondes présentes dans le spectre sera donné par :

$$E(M) = \int_{f_1}^{f_2} A(f) \left( 1 + \cos 2\pi \frac{\delta}{c} f \right) df \text{ ou bien } E(M) = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} B(\sigma) \left( 1 + \cos 2\pi \delta \sigma \right) d\sigma$$

D'une façon générale, la superposition de tous les systèmes d'interférences fait perdre assez rapidement le contraste. Ceci est illustré sur les figures 14 et 15.

Sur les photographies de la figure 15, on peut voir que le contraste a été perdu en enlevant le filtre vert qui était utilisé pour les photographies de la figure 14. On comprend donc que plus une source aura un spectre large plus il sera difficile d'observer correctement des franges d'interférences. Nous verrons toutefois plus loin que dans certains dispositifs d'interférences, on peut quand même observer dans de bonnes conditions de contraste les franges d'interférences avec une source polychromatique.



### 3.3 Longueur de cohérence

Revenons au cas théorique d'une source ponctuelle  $S$  et monochromatique. Cette situation théorique est un modèle relativement acceptable pour un laser. Le laser le plus courant en TP et le laser *hélium-néon* dont la longueur d'onde est  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ . Sa faible largeur spectrale  $\Delta\lambda = 10^{-3} \text{ nm}$  permet de le qualifier de monochromatique. Toujours grâce aux résultats de l'analyse de FOURIER, nous allons calculer la durée caractéristique  $\tau$  des trains d'ondes :

On appelle *longueur de cohérence* la distance parcourue, a priori dans le vide, par l'onde pendant la durée d'émission du train d'onde :

$$l_{\text{cohérence}} = c\tau \text{ est aussi la longueur moyenne des trains d'ondes.}$$

Dans le cas du laser précédent, on trouve :

Plaçons nous dans un contexte où un train d'onde se trouve divisé en deux, chaque partie suivant un chemin différent pour atteindre le point  $M$  où les deux ondes se superposent. Nous avons appelé  $\delta = r_1 - r_2$  la différence de marche. Observons les trains d'ondes au cours de leur progression sur les figures 16 et 17.

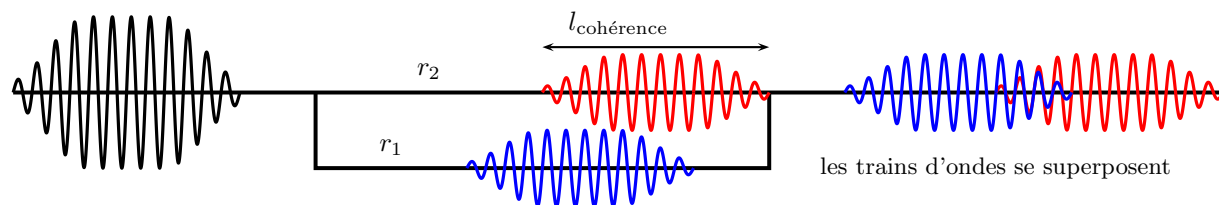


FIGURE 16 – Longueur de cohérence -  $\delta < l_{\text{cohérence}}$

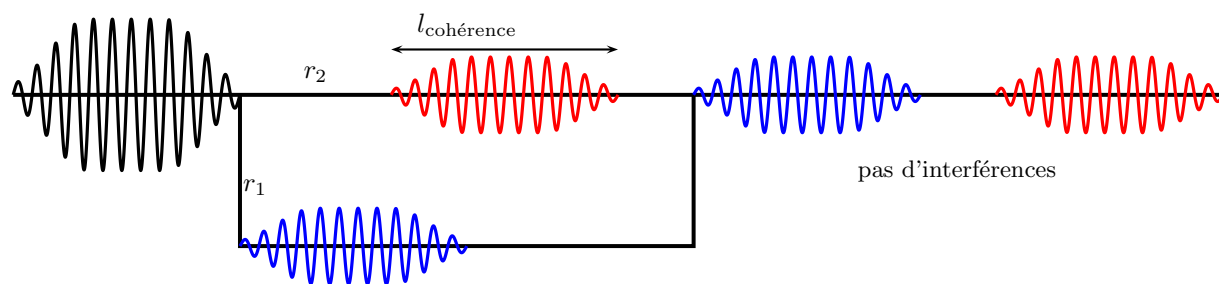


FIGURE 17 – Longueur de cohérence -  $\delta > l_{\text{cohérence}}$

Comme on peut le comprendre sur les figures 16 et 17, une condition supplémentaire apparaît sur la différence de marche :

$$\delta < l_{\text{cohérence}} = c\tau$$

### 3.4 Conclusion

On retiendra que lorsque la cohérence n'est pas assurée, il ne peut pas y avoir d'interférences ! L'éclairement résultant sera la somme des éclairissements. Dans le cas où toutes les conditions d'interférences sont réunies, on utilisera pour les interférences à deux ondes la formule :

$$E(M) = 2E_0(1 + \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}) \quad \text{ou} \quad E(M) = \frac{E_{\max}}{2}(1 + \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda})$$

En pratique, pour obtenir des interférences on utilisera deux types de dispositifs : les dispositifs à division du front d'onde et les dispositifs à division d'amplitude.