# Exemple de traitement de signal : applications de la translation de fréquence

#### Rédaction du document :

Bernard Journet (MDC – Dpt EEA)

Jean-Baptiste Desmoulins (P.R.A.G. – Dpt Physique)

### Réalisation des maquettes :

Colin Lopez (Ingénieur Recherche - Dpt Physique)

Dans ce TP, nous allons étudier un traitement de signal très utilisé, la translation de fréquence. Mathématiquement, cette opération consiste à faire le produit du signal à translater par un signal sinusoïdal dont la fréquence donne le pas de translation.

Nous allons présenter des applications très diverses de ce procédé :

- La modulation et la démodulation de fréquence (télécom)
- La détection synchrone (instrumentation)
- L'analyse de spectre à balayage (instrumentation)
- La translation de fréquence analogique pour permettre l'analyse spectrale FFT sur une plus faible profondeur mémoire (instrumentation) et sur une plage de fréquence plus basse.

## I. Modulation AM et démodulation cohérente de fréquence :

La transmission d'un signal informatif m(t), de spectre borné  $[f_{min}; f_{max}]$ , dans un canal (milieu à bande passante limitée, absorbant et dispersif), fait appel aux techniques de modulation et de démodulation d'une onde à fréquence élevée dite porteuse

$$c(t) = A_c \cos(\omega_c t)$$

On peut soit moduler l'amplitude de la porteuse (modulation d'amplitude) soit la fréquence ou la phase de la porteuse (modulation angulaire).

Cette opération présente de nombreux intérêts :

- l'émission et la réception sera effectuée au moyen d'antennes de dimensions raisonnables (l'ordre de grandeur de la taille des antennes est celui de la longueur d'onde du signal modulé)
- l'opération qui conduit à décaler le spectre de l'information permet de réaliser un multiplexage fréquentiel, c'est-à-dire de transmettre, dans des bandes de fréquence différentes, des informations qui occupent la même bande de base (chaque information est translater d'un pas de fréquence différent).
- les conditions de propagation dépendent de la fréquence d'émission. Si on veut transmettre à grande distance en profitant des réflexions sur les basses couches de l'atmosphère (cas des radios internationales) , on ne transmettra pas à la même fréquence que si on se contente de transmettre à courte distance (radio FM par exemple).

On s'intéressera ici au cas de la modulation d'amplitude en mettant en évidence les principales propriétés de la modulation et de la démodulation. La modulation AM consiste à translater le spectre du signal modulant vers des fréquences plus importantes.

# I.1. La modulation d'amplitude

## I.1.1 : Caractéristiques de la modulation d'amplitude

• Approche temporelle :

Les deux types de modulation d'amplitude les plus courants sont les suivants.

La modulation double bande à porteuse supprimée (DBPS ou DSB-SC):

$$u(t) = A_c k_a . m(t) \cos(\omega_c t)$$

La modulation double bande à porteuse conservée (DBPC):

$$u(t) = A_c \cos(\omega_c t) + A_c k_a . m(t) \cos(\omega_c t) = A_c [1 + k_a . m(t)] \cos(\omega_c t).$$

Dans le cas particulier d'un signal modulant sinusoïdal, on pose

$$m(t) = A_m \cos(\omega_m t)$$
 avec  $\omega_m = 2\pi f_m$ 

et l'on définit l'indice de modulation par  $\mu = k_a A_m$ .

DBPS: 
$$u(t) = A_c \mu \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_c t)$$

DBPC: 
$$u(t) = A_c [1 + \mu \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t)$$

#### • Analyse spectrale:

Dans le cas d'un signal modulant sinusoïdal on peut décomposer le signal modulé en une somme de termes sinusoïdaux fonction du temps et montrer que le spectre de chacun des signaux est composé de deux raies latérales autour de la fréquence de la porteuse (elle-même présente ou non selon le type de modulation). L'amplitude des raies latérales vaut  $\mu A_c/2$ .

Il est facile de montrer que l'encombrement spectral du signal modulé est de  $2.f_{max}$ .

L'intérêt de la modulation DBPS par rapport à la DBPC est de ne transmettre que de l'énergie "informative".

Il existe aussi une modulation dite BLU (<u>b</u>ande <u>l</u>atérale <u>u</u>nique) obtenue en ne gardant, après filtrage, qu'une seule des bandes latérales ce qui réduit l'encombrement spectral.

### I.1.2.: Exemples de réalisation et travail expérimental

Dans ce TP, la modulation d'amplitude est effectuée à l'aide d'un multiplieur analogique quatre quadrants AD633 qui réalise la fonction

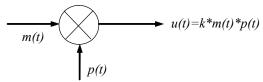
$$S = \frac{1}{10}X.Y + W .$$

Appliquer un signal modulant sinusoïdal (à moyenne nulle) de fréquence "audio" (on choisit ici  $2 \, \text{kHz} - \text{générateur Tekelec}$ ) sur l'entrée "Mod." de la maquette et un signal sinusoïdal (à moyenne nulle) de fréquence  $f_c = 30 \, \text{kHz}$  (générateur Agilent 33220A) sur l'entrée "Port." de la maquette.

Nous allons étudier les signaux modulé temporellement, spectralement et en XY.

## • Cas de la modulation DBPS.

Relier le point B à la masse (donc W=0). On se retrouve alors dans le cas de la Figure 1.



Modulation d'amplitude par circuit multiplieur

Le signal modulé u(t) s'écrit alors :

$$u(t) = \frac{1}{10} A_c A_m \left[ \cos(2\pi f_m t) \cos(\omega_c t) \right].$$

- Relever les différentes figures temporelles et spectrales (utilisation de l'oscilloscope et du module FFT) des signaux ainsi modulés pour différents indices de modulation. Vérifier que le spectre du signal modulé est bien obtenu par transposition vers la porteuse du spectre du signal modulant.
  - Observer l'influence de la forme du signal modulant sur le spectre du signal modulé.

#### • Cas de la modulation DBPC

Ce cas est obtenu en reliant les points A et B de la maquette, et ce afin d'appliquer la porteuse sur l'entrée W. Le signal modulé u(t) s'écrit alors :

$$u(t) = \frac{1}{10} A_c A_m \left[ \cos(\omega_m t) \cos(\omega_c t) \right] + A_c \cos(\omega_c t) .$$

La variation de l'amplitude du signal modulant  $A_m$  permet d'observer la modulation classique ( $\mu$  <1) et la surmodulation ( $\mu$  >1).

- Mesure de l'indice de modulation.

Dans le cas de la modulation DBPC il y a deux possibilités pour mesurer l'indice de modulation µ.

• Mesure dans le domaine fréquentiel

Un analyseur de spectre (par exemple le module FFT d'un oscilloscope) permet d'identifier le type de modulation, l'encombrement spectral de l'onde modulée et l'indice de modulation à partir des amplitudes des raies. Recommencer l'analyse avec une modulante de 100 Hz et une porteuse à 100 kHz. L'analyse directe à l'oscilloscope donne-t-elle un résultat satisfaisant? Faire l'analyse avec l'acquisition sous Igor et observer le spectre quand on fait l'acquisition de toute la profondeur mémoire. Faire l'observation du spectre en « Real time » dans le programme. Expliquer les différences avec le spectre de l'oscilloscope.

On peut envisager d'obtenir le spectre avec suffisamment de résolution sur 1000 points avec le module FFT du scope en faisant une translation de fréquence du spectre par sous échantillonnage. Le sous-échantillonnage

n'est plus, dans ce cas un problème, mais au contraire une technique de traitement. Pour ça, prenez une fréquence d'échantillonnage en FFT de 5,1 kHz (prenez un réglage fin de la base de temps et appuyez sur le module FFT pour voir la fréquence d'échantillonnage de FFT). Que dire de l'allure du spectre observé (écart entre les raies, position des raies, durée d'acquisition, vitesse de rafraichissement de l'affichage)?

### • Mesure dans le domaine temporel

On visualise sur un oscilloscope les signaux u(t) et m(t).

La synchronisation doit être faite sur le signal basse fréquence. On détermine alors l'indice de modulation.

A partir de la visualisation précédente, on utilise l'oscilloscope en mode X-Y et on observe les traces de l'onde modulée u(t) en fonction du signal modulant m(t), il s'agit d'une représentation paramétrique, le temps étant le paramètre. Cette méthode s'appelle la "méthode du trapèze". L'intérêt de cette représentation, c'est que la forme obtenue ne dépend pas de la forme de la modulante.

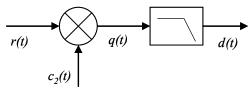
### I.2. Démodulation cohérente

Le but de la démodulation d'amplitude est d'extraire le signal informatif basse fréquence (BF) contenu dans l'onde modulée en amplitude.

#### I.2.1 : Principe de la démodulation cohérente

Dans le cas de la modulation de type DBPS la technique principale de démodulation est dite démodulation cohérente. Le principe de cette démodulation consiste à multiplier le signal modulé reçu r(t) par un signal synchrone avec la porteuse, appelé "oscillateur local", et noté ici  $c_2(t)$ . Le signal résultant de la multiplication q(t) est ensuite filtré et l'on obtient le signal détecté d(t) proportionnel au signal modulant. Cette technique fonction également avec la DBPC.

Le schéma bloc de la détection cohérente est donné sur la figure suivante.



Structure de principe de la démodulation cohérente

Il est facile de calculer le signal de sortie d(t) du détecteur synchrone et de montrer que l'on restitue bien le signal modulant après un filtrage passe-bas, et ce quelque soit la valeur de l'indice de modulation  $\mu$ .

Néanmoins si  $c_2(t)$  est déphasé d'un angle  $\Phi$ , on obtient le signal démodulé précédent corrigé par un terme dépendant de  $\Phi$  ce qui peut dégrader la réception.

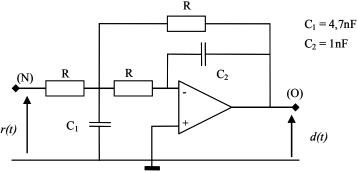
Il est important de noter que cette technique nécessite la restitution de la porteuse.

On retrouve cette structure en instrumentation sous le nom de détection synchrone.

### I.2.2.Mise en œuvre expérimentale:

On dispose pour cela sur la maquette d'un second multiplieur (entrées U et T, sortie V).

Pour ce qui est du filtre on peut utiliser une cellule passe bas du deuxième ordre (structure de Rauch) dont le schéma est donné à la Figure suivante (entrée N, sortie O).



Filtre passe bas du second ordre.

On trouve facilement la fonction de transfert en appliquant le théorème de Millman (donc la loi des nœuds) :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{\underline{d}}{\underline{r}} = \frac{-1}{1 + 3jRC_2\omega - R^2C_1C_2\omega^2}$$

d'où

$$\omega_c = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}, \ \xi = \frac{1}{2} \frac{3RC_2}{R\sqrt{C_1C_2}} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}.$$

Travail expérimental :

- On applique comme "oscillateur local" la porteuse directement utilisée sur la maquette (donc parfaitement synchrone et en phase avec le signal servant à la modulation). Le signal "porteuse" est disponible au niveau de la borne (R) près du multiplieur M2 :
  - relier d'une part l'entrée In du bloc récepteur à la borne (T) du multiplieur
  - relier d'autre part la borne (R) à (U)
  - enfin relier la sortie (V) du multiplier à l'entrée (N) du filtre, la sortie étant (O).

On choisit ici pour le filtre  $R = 8.2 \text{ k}\Omega$ .

Observer le signal démodulé (dans le domaine temporel puis dans le domaine fréquentiel). Essayer d'autres formes de signal modulant. Comparer le spectre du signal démodulé avec celui du signal modulant. Conclusion ? Etudier l'influence de R, donc de la fréquence de coupure du filtre, sur la démodulation.

• On utilise maintenant un signal "oscillateur local"  $c_2(t)$  de même fréquence que la porteuse mais fourni par un autre générateur Agilent 33220A et donc non synchrone (entrée BNC, relier S à U).

Observer le signal démodulé, quel est son comportement ? Régler la fréquence au mieux pour avoir une détection la plus satisfaisante possible. Conclusion ?

• On peut synchroniser l'oscillateur local sur la porteuse par l'intermédiaire de leurs horloges internes. Pour cela relier la sortie référence (Ref. Out) 10 MHz de l'un des générateurs à l'entrée correspondante (Ref. In) de l'autre générateur (les deux devant être réglés sur la même valeur de fréquence). Observer le signal démodulé. Que peut-on conclure ?

Maintenant on peut faire varier le déphasage  $\Phi$  entre la porteuse et l'oscillateur local (mais après avoir fait une mise à zéro des valeurs de phase). Observer donc l'influence du déphasage entre c(t) et  $c_2(t)$  sur la démodulation. Conclusion ?

- Dans les mêmes conditions, en déconnectant simplement le câble de liaison sur l'horloge 10 MHz reliant les deux générateurs, observer le signal démodulé. Comment interprétez-vous ce que vous observez ? Que pouvez-vous en déduire quantitativement ?
- ullet Observer successivement le spectre du signal modulé (en U) puis en sortie du multiplieur (signal q(t)) puis le spectre de d(t).
- Supposons que le signal modulé soit échantillonné à une fréquence d'échantillonnage identique à la fréquence de porteuse et que l'on filtre le résultat avec un passe-bas dont la fréquence de coupe est juste supérieure à la bande occupé par l'information. Quel serait le résultat obtenu ?

Il faut bien retenir l'importance du synchronisme pour cette technique de démodulation, ce qui nécessite donc la reconstitution d'un signal synchrone à la porteuse à partir du signal détecté. Ceci est vrai pour la plupart des méthodes de modulation/démodulation. Pour réaliser cette reconstitution de porteuse, on met en œuvre une boucle à verrouillage de phase (voir TP sur la modulation de fréquence). Ce problème se posera également dans l'expérience suivante sur la détection synchrone, qui consiste à faire exactement les mêmes opérations sur le signal d'entrée, afin d'extraire la valeur efficace d'une harmonique noyée dans du bruit.

### II. La détection synchrone.

La détection synchrone est un procédé de traitement analogique qui permet d'obtenir la valeur efficace d'une harmonique d'un signal pour un rapport signal sur bruit très défavorable à la mesure. Dans cette partie, nous allons essayer de mesurer la valeur efficace d'un signal sinusoïdal de quelques mV efficace noyé dans un bruit gaussien de 1V efficace environ. Nous commencerons par mesurer le rapport signal sur bruit en entrée du dispositif. Nous verrons ensuite les différentes options offertes par la détection pour obtenir un résultat optimisé. Enfin, nous analyserons le résultat obtenu (erreur systématique, erreurs aléatoires, et enfin résultat final après analyse des erreurs).

### II.1. Principe de la détection synchrone

On récupère un signal  $s_u(t)$  noyé dans un bruit b(t) qui sera considéré blanc sur la plage de fréquence étudiée. Le signal en entrée du dispositif est donc s(t), somme des deux signaux précédents.

On dispose par ailleurs d'un signal sinusoïdal de même fréquence que  $s_u(t)$  et déphasé de  $\phi$  par rapport à ce dernier. Ce signal sera transformé en un signal de même fréquence et de même déphasage, mais dont l'amplitude est connue. Ce signal sera appelé  $s_{ref}(t)$ 

On note

$$s_u(t) = S.\sqrt{2}.\cos(\omega t)$$
,  $s(t) = s_u(t) + b(t)$ ,  $s_{ref}(t) = R.\sqrt{2}.\cos(\omega t + \phi)$ 

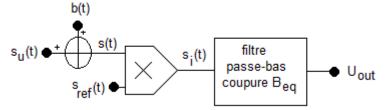
Mathématiquement, on va multiplier s(t) et  $s_{ref}(t)$ . On obtient alors une composante à la pulsation  $2\omega$  et une composante continue. Le produit n'a pas d'effet sur le bruit dans la plage de fréquence étudiée (il y a bien un effet de filtrage lié au composant qui réalise le produit, mais il est sans incidence). Le signal obtenu sera noté  $s_i(t)$ . On aura alors, si K est le gain du dispositif qui réalise la multiplication

$$s_i(t) = K.2.S.R.\cos(\omega t).\cos(\omega t + \varphi) = K.S.R.[\cos(2.\omega t + \varphi) + \cos(\varphi)]$$

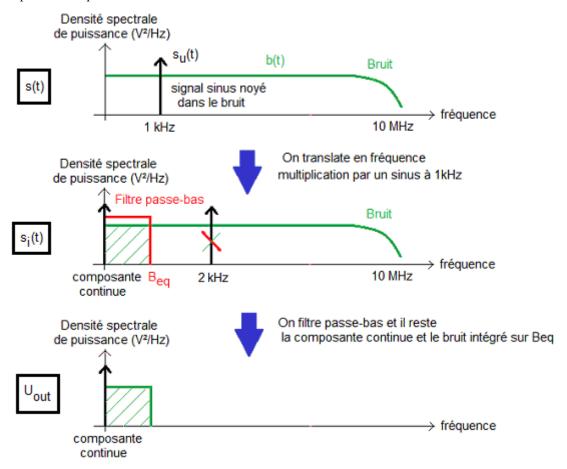
On va alors réaliser un filtrage passe-bas afin d'éliminer la composante en  $2\omega$ . Par ailleurs, on aura intérêt à limiter au maximum la bande passante du filtre afin de ne conserver le bruit blanc que sur une bande très étroite, ce qui conduit à une valeur efficace de bruit faible en sortie du dispositif. L'inconvénient de cette limitation de la bande passante sera un temps de réponse important pour le dispositif... En pratique, plus on veut augmenter la qualité du résultat, plus il faut attendre longtemps... Finalement, on récupère une composante continue dont la valeur  $U_{out}$  vaut

$$U_{out} = K.S.R.\cos(\varphi)$$

Si on s'arrange pour faire en sorte que  $\phi$ =0, alors  $U_{out}$  est directement liée à S recherchée par deux grandeurs K et R qui sont caractéristiques du système de mesure.



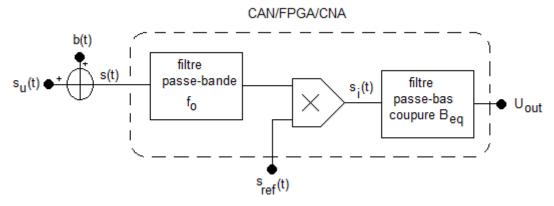
• Ces opérations sont résumées sur la figure suivante sur laquelle on cherche à mesurer la valeur efficace d'une sinusoïde de fréquence 1 kHz noyée dans un bruit blanc jusqu'à 10 MHz. On a choisi de représenter les densités spectrales de puissance de V<sup>2</sup>/Hz.



U<sub>out</sub> est en fait la somme d'une tension continue et du reliquat de bruit en sortie du filtre. Ce reste de bruit peut être encore davantage réduit en utilisant le moyennage ou le lissage qui sont proposés par les oscilloscopes.

Remarque : en pratique, avant de réaliser le produit et le filtrage, on va réaliser un premier filtrage passe bande autour de la fréquence du signal à mesurer, afin d'éliminer les composantes continues (« offset »), une partie du bruit blanc dont nous avons parlé, ainsi que pour limiter le bruit en 1/f qui est important à basse fréquence et que nous n'avons pas évoqué quand nous avons défini le bruit d'entrée. Ce filtre doit s'adapter à la fréquence sur laquelle on réalise la mesure.

Dans ce TP, les opérations de filtrage et de multiplication sont réalisée à partir d'un circuit programmable de type FPGA associé à deux convertisseurs analogique numérique (entrées) et deux convertisseurs numériques analogiques (sorties). Le dispositif complet se présente alors sous la forme suivante :



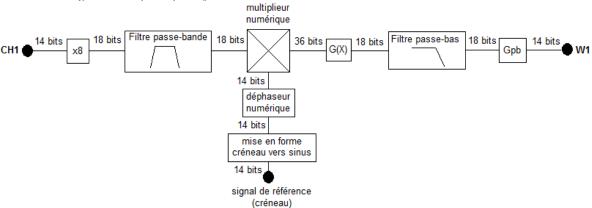
La référence est un signal créneau à la même fréquence que le signal à mesurer qui sera mis en forme par le FPGA (converti en une sinusoïde d'amplitude fixée déphasable.

Remarque: Il est souvent nécessaire de réaliser une amplification analogique, à travers un passe-bande, afin d'amener le niveau du signal à mesurer dans une plage ou sa numérisation sera satisfaisante (problème du pas de quantification en amplitude). Dans le TP nous avons fait en sorte de ne pas nous heurter à ce problème en conservant un niveau de signal à mesurer raisonnable compte tenu du pas de quantification. Le système code sur 14 bits pour une dynamique de -2.5V/2.5V soit un pas de quantification de  $305\mu V$  environ.

## II.2. Structure et mise en oeuvre du dispositif utilisé.

Ce paragraphe constitue une notice simplifiée du dispositif qui sera utilisé pour l'étude et la mise en œuvre de la détection synchrone.

#### II.2.1. Structure générale et principe de fonctionnement.



#### II.2.2. Les entrées et les sorties.

La carte dispose de deux entrées de signal CH1 et CH2 ainsi que de deux sorties W1 et W2. On utilise également une entrée « TRIG1 » sur un connecteur spécial.

- Sur « CH1 », on applique le signal à étudier.
- Sur « TRIG1 », on applique le signal de référence qui donne la fréquence sur laquelle on veut mesurer la valeur efficace.
- Sur « W1 », on récupère le signal de sortie du dispositif dont le niveau doit nous indiquer la valeur recherchée.
- Sur « W2 », on récupère le signal entre la multiplication par la référence et le passe-bas de la détection synchrone.

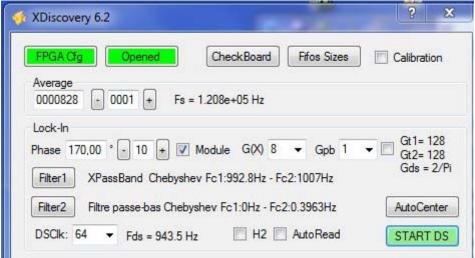
• La valeur efficace recherchée est par ailleurs affiché directement en V dans une fenêtre de l'interface logicielle. C'est la plupart du temps à ce niveau que sera récupéré le résultat. Les sorties « W1 » et « W2 » permettent de vérifier le principe de fonctionnement d'une détection synchrone, de visualiser sa dynamique de réponse et parfois de vérifier qu'un étage du dispositif numérique n'a pas saturé.

#### II.2.3. Interface logicielle et mise en œuvre :

Une fois que vous avez raccordé le dispositif par un câble USB à votre ordinateur, si vous lancez l'application Discovery.exe, la fenêtre suivante va s'ouvrir :



Cliquez sur « FPGACfg », puis sur « Closed » et enfin sur « START DS » ; Vous allez alors vous retrouver dans la configuration suivante :



Si vous avez appliqué votre signal sur « CH1 », la référence sur « TRIG1 », vous allez pouvoir tenter de mesurer la valeur efficace de la composante dont la fréquence est identique à la fréquence fondamentale du créneau de référence.

- « Filter1 » est le filtre passe-bande d'entrée qui va vous débarrasser des composantes continues parasites. Vous pouvez régler sa fréquence manuellement avec « Average » ou automatiquement en utilisant « AutoCenter ». Dans ce cas, le système fera en sorte que la valeur maximale du gain du filtre numérique soit située la plus proche possible de la fréquence du signal de référence (problème d'échantillonnage).
- « Filter2 » est le filtre passe-bas qui permet de récupérer la composante continue qui contient l'information souhaitée en ayant une bande passante assez faible pour récupérer le moins de bruit possible sur la sortie. Sa fréquence dépend de « Average », mais si le filtre passe-bande a été fixé, on ne doit plus toucher à ce paramètre. Elle dépend surtout de « DSClk ». En pratique, plus « DSClk » sera élevée, plus la fréquence de coupure du filtre passe-bas sera faible.
- Les gains « G(X) » et « Gpb » peuvent être ajustés pour éviter que le signal numérique ne sature en certains points du système numérique (saturer signifier que le niveau numérique en ce point dépasse la valeur la plus élevée codable compte tenu du nombre de bits disponibles). En pratique, pour les mesures qui suivront, « G(X) » sera pris voisin de 6 et « Gpb » pourra être gardé à 1

*Remarque*: Notez que les valeurs 0 correspondent à des états particuliers du système, tout comme la valeur 7 pour « Gpb ». Les autres valeurs permettent d'ajuster les gains du système.

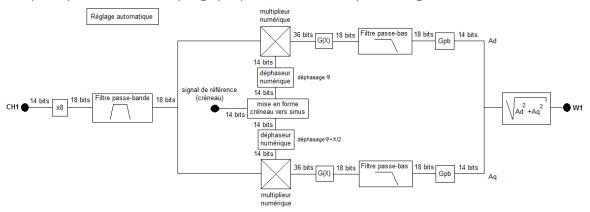
• Le résultat : En cochant « AutoRead », une fenêtre s'ouvre. Cette fenêtre vous donne la valeur efficace de la composante de votre signal sur la fréquence de la référence. Si vous recherchez cette valeur efficace, c'est de cette façon que vous parviendrez le plus simplement et le plus justement au résultat. En effet, la carte a été calibrée afin de ne pas donner de résultats faussés par les offsets et les gains des entrées et des sorties de la carte.

Vous pouvez cependant observer la sortie de la détection synchrone sur « W1 », ce qui est pratique pour vérifier que le système fonctionne bien, ou pour tester sa dynamique de réponse. Si vous souhaitez trouver le même résultat que dans la fenêtre « AutoRead », il sera préférable d'utiliser un voltmètre étalonné récemment et il sera préférable d'éviter d'utiliser un oscilloscope, car ce type d'appareil interdit les mesures justes, compte tenu des offsets et des erreurs de gain sur les différentes voies.

En cochant « **H2** », vous pouvez récupérer la valeur efficace de la composante à la fréquence double de celle de la référence (harmonique 2).

#### • Protocoles de mesure :

- La mesure peut se faire automatiquement en cochant « **Module** ». Dans ce cas, le signal est multiplié par une sinusoïde générée à partir du signal créneau de référence sur une voie et par la même sinusoïde déphasée de  $90^{\circ}$ . Ces deux voies sont filtrées ce qui conduit respectivement à  $A_d$  et  $A_q$  (direct et en quadrature) et le résultat final est obtenu à partir de la racine carrée de la somme du carré de  $A_d$  et  $A_q$ . Dans ce cas, la structure du système est plus complexe que celle énoncée au paragraphe précédent. Elle correspond à la figure suivante :



- La mesure peut également se faire manuellement. Dans ce cas, on ajuste la phase jusqu'à ce que « AutoRead » indique un résultat le plus proche de zéro possible. On fait alors un saut de phase de 90° et « AutoRead » indique le résultat attendu.

### • Calibration:

En cochant « Calibration », une extension de le fenêtre est activée. Elle permet de compenser les offsets sur les entrées et les sorties de la carte, ainsi que les dérives de gain. A priori, chaque carte a déjà été étalonnée et cet étalonnage est réalisé dès que le numéro de série de la carte employée est détecté par le programme. Normalement, vous n'avez plus besoin de faire ces réglages.

Remarque : les filtres utilisés ont un profil figé (le facteur de qualité, les profils de coupures ne sont pas ajustables). En revanche, en jouant sur la fréquence d'échantillonnage du signal qu'on leur applique on peut changer la fréquence de coupure du passe-bas ou la position de la fréquence centrale du passe-bande. C'est ce que permettent les boutons « average » (qui agit sur les deux filtres) et le boutons « DSClk » (pour le passe-bas).

## II.3.Travail expérimental.

Nous allons chercher à récupérer un signal sinusoïdal dont la fréquence est voisine de 1 kHz noyé dans du bruit. Ce signal est fabriqué au moyen d'un sommateur à amplificateur opérationnel disponible sur la maquette de la partie précédente sur la modulation d'amplitude. Dans la zone « CANAL », appliquer le bruit sur l'entrée BNC « bruit » et le signal de 20mVpp sur la fiche banane verte « signal ». Connecter par un fil « D » à «E ». La somme est faite. Il suffit alors de relier « F » à la borne « S » par un fil plus long et on récupère le signal bruité voulu sur la borne BNC à côté de « S ».

Vous allez commencer par tester la détection synchrone directement avec un signal non bruit appliqué sans passer par le sommateur pour prendre en main le système et vérifier qu'il fonctionne correctement. Ensuite, vous travaillerez avec le signal bruité et vous devrez retrouver la valeur efficace du signal noyé dans le bruit. Vous devrez également mettre en évidence le lien existant entre la durée de la mesure (temps de réponse de la détection) et sa qualité.

• Réalisation de la détection synchrone : Comme référence, on utilisera le signal « sync » du générateur 33220A. Ce signal sera appliqué sur l'entrées « TRIG1 » de la carte au moyen d'un connecteur spécial (on

vérifiera au passage que la sortie « Sync » du générateur est bien activée dans « utility » avec sync :on). Il est converti en sinusoïde de même fréquence dont on pourra modifier la phase. Sur l'entrée **CH1**, on applique le signal bruité dont on doit extraire la valeur efficace de notre sinusoïde à 1kHz environ.

• Test de la détection synchrone : pour un signal sinusoïdal d'entrée dont l'amplitude est comprise entre 20mVpp et 300mVpp (travailler par pas de 30mV), effectuer la mesure par détection synchrone. Tracer le résultat obtenu en fonction du résultat attendu.

Pour effectuer la mesure on travaillera manuellement pour le réglage de phase. On agira sur la phase de la référence afin d'annuler la réponse du dispositif (i.e. l'amener au niveau du zéro du multimètre). Ceci étant fait, on fera un saut de phase de 90° afin de tomber sur la réponse maximale de le détection. La valeur efficace recherchée est donnée directement en cochant « AutoRead ».. Pourquoi ne cherche-t-on pas directement le maximum de la composante continue ? Quel est l'intérêt de rechercher une annulation avant de faire un saut de phase de 90°. On pourra reprendre la même démarche en utilisant un oscilloscope qui récupère « CH1 ». On fera particulièrement attention au « zéro » de l'oscilloscope et à son évolution avec le calibre utilisé sur la voie observée.

Vous pouvez alors cocher « Module ». Comparer le résultat alors obtenu à celui que vous avez obtenu manuellement.

- Extraction du niveau d'une sinusoïde d'un bruit : On va faire une mesure avec un signal d'entrée qui est la somme, via un sommateur analogique (celui du « canal » de la maquette modulation d'amplitude ) d'une sinusoïde de 20mV pic à pic délivrée par un générateur 33220A avec du bruit généré par un autre 33220A. On fera la mesure avec un bruit de 20mVpp, 200mVpp et 1Vpp. Que dire de la qualité de la mesure quand le niveau de bruit augmente ? Quel est l'effet de la fréquence de coupure du filtre passe-bas sur la qualité du résultat ?
  - Problème du temps de réponse de la boucle et compromis avec la qualité du résultat :
- Appliquer en entrée un signal modulé en amplitude à porteuse conservée avec un générateur 33220A. On prendra une porteuse de 100mV RMS, de fréquence 1kHz et une modulante de forme rectangulaire de 200mHz environ. On synchronisera ce 33220A avec un autre 33220A générant une sinusoïde de 1kHz, dont on récupèrera le signal de synchro comme référence pour la mesure.

Observer le temps de réponse à 90% du dispositif en fonction de la fréquence de coupure du filtre passe-bas On se placera dans le cas où cette fréquence de coupure est voisine de 10Hz, 1Hz et 0,1Hz environ... En pratique ce sera probablement 12,7Hz, 0,79Hz et 0,01Hz, fréquences obtenues en fixant DSClk respectivement à 2,32 et 256. Pour les gains, on prendra 4 pour G(X) et 1 pour G(X) et 1 pour 10 peut-on dire de l'incidence de la fréquence de coupure du filtre sur le temps de réponse de la détection synchrone?

- On applique maintenant en entrée le signal le plus bruité étudié précédemment. Observer à l'oscilloscope le signal continu de sortie de la détection synchrone pour des fréquences de coupure du filtre passe bas voisines des 3 fréquences de coupure utilisées dans la partie précédente. Cette fois, on prendra G(X) égal à 8 ou 9 et Gpb égal à 1. On fera en sorte d'utiliser une échelle qui fait ressortir au mieux les fluctuations autour de la valeur moyenne. Faire un histogramme des valeurs observées à l'oscilloscope pour chaque fréquence de coupure du filtre passe-bas à partir d'une acquisition à l'oscilloscope sur 50s. Que dire de l'évolution de la qualité du résultat donné par la détection synchrone en fonction de la fréquence de coupure du filtre passe-bas ?
  - Conclusion sur les deux expériences précédentes ?

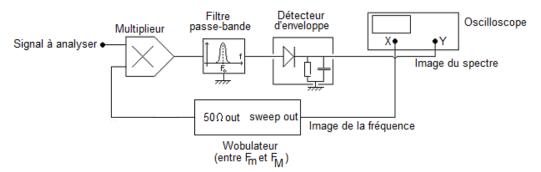
### III. Exemple de translation dynamique de fréquence : l'analyseur de spectre à balayage.

Il existe plusieurs techniques pour réaliser une analyse de spectre :

- analyse de spectre en temps réel : On utilise une batterie de filtres qui donnent toutes le composantes de fréquence sur un bande donnée. L'intérêt de cette technique est de permettre de visualiser les signaux périodiques. L'inconvénient, c'est que ces techniques sont limitées aux basses fréquences (qq 10 MHz). Il faut noter que l'analyse FFT revient numériquement à réaliser cette opération.
- Analyse de spectre à balayage : Elle revient à décaler de spectre du signal étudié dans la bande passante d'un filtre de fréquence et de bande passante fixée. Avec cette technique, on peut réaliser des analyses jusqu'à qq GHz. On pourra même monter jusqu'à quelques 10 GHz en exploitant les harmoniques du wobulateur.

#### III.1. Principe simplifié de l'analyseur de spectre à balayage

Pour comprendre comment ont peut récupérer une image du spectre d'un signal, nous allons étudier le comportement de la structure suivante :



- Le wobulateur va générer un signal sinusoïdal modulé en fréquence entre  $f_{wm}$  et  $f_{wM}$  sur une durée suffisamment longue par rapport au temps de réponse du filtre. On notera  $\Delta f_w = f_{wM}$   $f_{wm}$  la plage d'analyse du système. On notera  $f_w(t)$  la fréquence instantanée du signal wobulé. Le balayage en fréquence des composantes spectrales du signal en sortie du multiplieur doit être suffisamment lent pour que le filtre réagisse comme s'il était en régime sinusoïdal forcé.
- Dans un premier temps, nous allons supposer que le signal d'entrée à analyser est sinusoïdal de fréquence  $f_e$ . En sortie du multiplieur, on récupère une composante à la fréquence  $|f_e f_w|$  et une autre à la fréquence  $f_e + f_w$ .

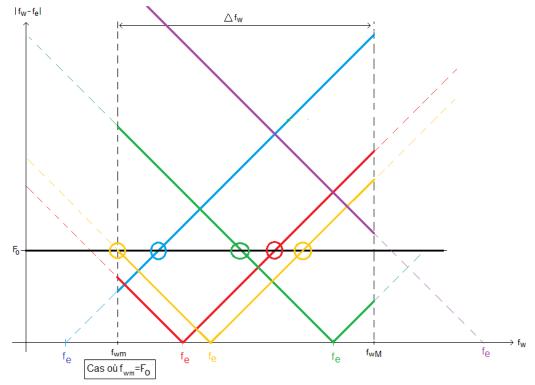
Pour récupérer un signal non nul en sortie du filtre passe-bande, il va falloir que la composante  $|f_e-f_w|$  passe au voisinage de  $F_o$ , c'est-à-dire dans la bande passante du filtre. Par ailleurs, pour que le pic affiché apparaisse sur la bonne fréquence, nous verrons qu'il faut que cette composante soit égale à  $f_w$ - $f_e$ , c'est-à-dire que  $f_e$  doit être inférieur à  $f_w$  au moment où  $|f_e-f_w|$  passe par  $F_o$ .

 $\bullet$  Si  $f_w$  est toujours supérieur à  $f_e$ , il n'y a pas de problème et si une raie est observée, elle sera toujours à la bonne fréquence.

En revanche, su  $f_w$  est au départ inférieur à  $f_e$ , la situation sera plus complexe. La fréquence correspondante à  $|f_e-f_w|$  sera au départ égale à  $f_e-f_w$  (le pic correspondant se déplacera donc vers la gauche quand  $f_w$  augmente), puis elle sera égale à  $f_w-f_e$  une fois que  $f_w$  est devenu supérieur à  $f_e$ . Dans ce cas, nous allons voir que l'on est susceptible de trouver des pics là où l'on n'en attend pas. Ca n'a rien à voir avec le repliement de spectre de l'analyse FFT, mais l'effet est du même type.

ullet Pour résumer ce qui vient d'être dit, nous allons représenter  $|f_e - f_w|$  en fonction de  $f_w$  dans différentes configuration et essayer de déterminer la condition qui fait que l'on n'observe pas de pic inattendu.

Dans le cas particulier où  $f_{wm}$ = $F_o$ , suivant les valeurs de  $f_e$ , on se retrouve dans les configurations suivantes :



En bleu, on a représenté le cas où  $f_e < f_{wm}$ . Dans ce cas,  $|f_e - f_w|$  est toujours égale à  $f_w - f_e$  ce qui signifie que la fonction  $|f_e - f_w|$  est toujours croissante avec  $f_w$ . La composante  $|f_e - f_w|$  ne peut alors être égale à  $F_o$  que quand  $|f_e - f_w|$  est égal à  $f_w - f_e$ , c'est-à-dire quand  $f_w$  a augmenté de  $f_e$  depuis  $f_{wm}$ .

En rouge, on a représenté un cas où initialement,  $f_w < f_e$ , ce qui signifie que  $|f_e - f_w|$  commence par décroître avec  $f_w$ . Puis en augmentant,  $f_w$  finit par devenir plus grande que  $f_e$  et  $|f_e - f_w|$  augmente alors avec  $f_w$ . Simplement, dans ce cas là, comme  $f_e$  n'est pas trop importante devant  $f_{wm}$ ,  $|f_e - f_w|$  devient égale à  $F_o$  lorsqu'elle est en phase ascendante. La fréquence  $f_w$  a alors évolué de  $f_e$  depuis  $f_{wm}$ . On observe bien une raie à la fréquence attendue.

En orange, on a représenté le cas limite ou une intersection survient à la fois quand  $|f_e-f_w|$  est ascendante et descendante. On a alors une raie qui correspond à la fréquence attendue (celle qui correspond à l'intersection la plus à gauche avec un décalage de  $f_e$ ) et une raie parasite (celle qui correspond à l'intersection la plus à droite).

En vert, on a représenté un cas où l'intersection survient quand  $|f_e-f_w|$  est descendante, c'est-à-dire quand  $f_w$  a évolué de  $f_e-F_o$ . Cette raie ne correspond pas à la fréquence attendue.

En violet,  $|f_e-f_w|$  est toujours descendante avec  $f_w$  mais reste toujours supérieure à  $F_o$  et il n'y aura pas de pic visible.

# • Généralisation : conditions pour ne pas avoir de pic parasite

Pour qu'un pic parasite soit observé, il faut que  $|f_e - f_w|$  soit égal à  $F_o$  quand  $f_w < f_e$  en sachant que  $f_w$  évolue entre  $f_{wm}$  et  $f_{wm} = f_{wm} + \Delta f_w$ . Ceci n'est possible que si  $f_e - f_{wm} > F_o$ . Pour qu'un pic parasite apparaisse, il faut cependant également que  $f_e - f_{wm} - \Delta f_w < F_o$ 

Pour résumer, il n'y aura pas de pic parasite si

 $\mathbf{f_e} < \mathbf{F_o} + \mathbf{f_{wm}}$  (cas utile en pratique) ou si  $\mathbf{f_e} > \mathbf{F_o} + \mathbf{f_{wm}} + \Delta \mathbf{f_m}$  (cas inutile en pratique)

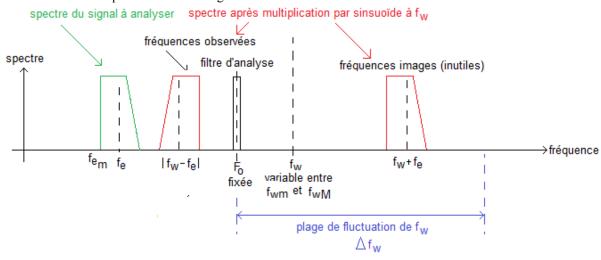
# • Balayage avec un spectre quelconque dans le cas où $f_{wm} = F_o$ et $F_o + f_{wm} + \Delta F > f_e > F_o + f_{wm}$ :

A partir du moment où le spectre devient plus complexe (présence d'harmonique ou spectre continu avec la fréquence), ce qui a été vu avant reste valable si f<sub>e</sub> représente la plus grande fréquence du spectre pour laquelle on a de la puissance.

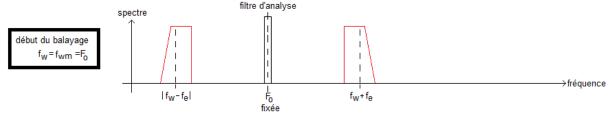
Si on suppose que  $F_o$ - $f_e$  correspond à la fréquence nulle, alors, quand  $f_w$  aura évolué de  $f_e$ , i.e. de  $F_o$  à  $F_o$ + $f_e$ , alors  $|f_e$ - $f_w|$  vaudra  $F_o$  et on aura un signal non nul en sortie du filtre. On aura donc fait apparaître la fonction de transfert de notre filtre passe-bande à une fréquence décalée de  $f_e$  par rapport à la fréquence de départ. Partout ailleurs, le signal en sortie du filtre sera nul. Si on suppose que la gauche de l'écran représente la fréquence nulle, on a bien obtenu une image du spectre de notre sinusoïde de fréquence  $f_e$ , où le pic de Dirac à  $f_e$  est remplacé par la fonction de transfert du filtre passe bande autour de  $f_e$ .

On se retrouve dans la configuration suivante avec un spectre qui va se translater de gauche à droite (la partie utile du spectre translaté autour de  $f_w$  est celle centrée sur  $|f_w - f_e|$ ... l'autre partie, centrée autour de  $f_w + f_e$  appelée spectre image ne sera pas utilisée. Il faudra cependant veiller à ce que cette partie du spectre ne passe pas dans le filtre d'analyse, ce qui ne peut pas arriver si  $F_m = F_o$ ).

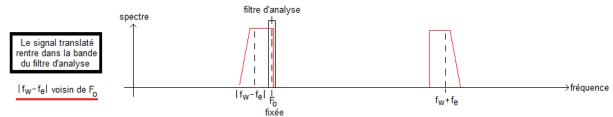
Ces situations sont représentées sur les figures suivantes :



Quand la wobulation commence, f<sub>w</sub> vaut F<sub>m</sub> (que l'on prend pour l'instant égale à F<sub>o</sub>)

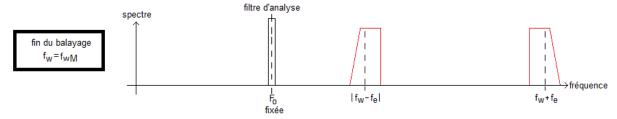


 $\bullet$  Quand  $|f_w$  -  $f_e|$  se rapproche de  $F_o$  en augmentant, la partie observée du spectre rentre dans la plage d'analyse



On notera que l'on commence par observer la partie basse du spectre initial. L'observation se fait bien des fréquences les plus faibles vers les fréquences les plus fortes du spectre initial avant translation.

• Quand le cycle de balayage se termine, fw vaut fwM



• Remarque: Il existe un compromis entre la finesse des pics qui représentent les composantes spectrales du signal et le temps d'analyse. Avoir des pics fins signifie utiliser un filtre passe-bande très sélectif, donc avec une bande passante étroite. Dans ce cas, le temps de réponse du filtre sera long, ce qui signifie qu'il faudra wobuler lentement, d'où un temps d'analyse plus important. Si l'analyse est trop rapide, l'image des composantes spectrales ne sera plus celle de la réponse fréquentielle du filtre passe-bande, mais une figure fortement déformée. Pour résumer, si on veut un analyseur de spectre qui a une bonne résolution en fréquence (des pics fins pour distinguer des fréquences proches), il faudra penser à adopter une durée d'analyse assez longue.

# III.2.Description du dispositif expérimental.

- Le multiplieur est réalisé avec un AD633, ce qui limite les fréquences de travail au MHz.
- Le VCO utilisé est celui d'un générateur 33220A wobulé en externe par une carte « Analog Discovery » de Digilent qui donne le signal en dent de scie entre -5V et 5V sur l'une de ses sorties).
- Le filtre passe-bande, réalisé à partir d'un circuit intégré type UAF42 (Cf annexe pour le branchement) en cascade avec un amplificateur non inverseur, sur lesquels on ajuste deux résistances afin de modifier le facteur de qualité pour le même gain maximum et la même fréquence centrale (100kHz). Le choix du facteur de qualité permet d'envisager des analyses rapides mais avec une résolution médiocre quand le facteur de qualité est faible, ou des analyses plus lentes mais avec une meilleure résolution quand le facteur de qualité est fort.
- le détecteur d'enveloppe est réalisé avec une diode rapide, une capacité de  $10~\rm nF$  et une résistance de  $100\rm k\Omega$ .

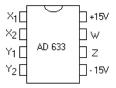
## III.3.Travail expérimental.

- Etude du filtre de l'analyseur (filtre + amplificateur associé) :
- Relever les caractéristiques des deux filtres proposés pour l'analyseur par FFT de la réponse impulsionnelle ( $R_Q$ =3,2 $k\Omega$  et gain de 10 de l'amplificateur non inverseur, ou  $R_Q$ =4,0 $k\Omega$  et gain de l'ampli adapté pour obtenir la même amplitude qu'avec le filtre précédent). On réfléchira aux caractéristiques de l'impulsion (durée, amplitude, période) afin d'avoir la plage d'analyse et le nombre de points nécessaires ainsi que la linéarité tout en garantissant un bon rapport signal à bruit. A chaque fois, on notera la fréquence centrale et la bande passante et on en déduira le facteur de qualité en donnant en encadrement du résultat.
- On applique en entrée de l'analyseur une sinusoïde de 1V RMS à 80kHz. Faire wobuler le générateur d'entrée à partir de la fréquence centrale du filtre passe-bande mesuré précédemment sur une plage de 200kHz. Pour ça, on réalisera une modulation de fréquence sur le générateur 33220A par une source externe entre les deux fréquences définies précédemment, avec un signal en dent de scie fabriqué par la carte « Analog Discovery » de Digilent appliquée à l'arrière du générateur sur « modulation In ». le signal en dent de scie aura une amplitude comprise entre -5V et +5V et on ajustera sa fréquence pour modifier la durée d'analyse. Pour une fréquence du signal en dent de scie de 0,1 Hz envoyée sur l'entrée 1 (sur laquelle on synchronise, avec la sortie du détecteur de crête envoyé sur la voie 2, observez la voie 2 avec une base de temps de 1s par carreau. Que dire de la figure observée pour les

deux caractéristiques de filtres proposées? Reprendre la même expérience pour une fréquence des dents de scie de 1Hz (observation avec 100ms par carreau) et de 20Hz (5ms/carreau). On récupèrera à chaque fois l'acquisition de la voie 2 dont on changera l'échelle de temps afin de la faire correspondre à une échelle de fréquence (« change wave scaling »avec start =0 et end =200kHz). Pour chaque filtre, on superposera les réponses obtenues pour les trois fréquences de balayage. Que concluez-vous des ces observations?

- On travaille d'abord avec le filtre le plus sélectif avec une fréquence de balayage se 1Hz et une base de temps de 100ms/carreau. Avec un générateur 33220A, appliquer maintenant en entrée de l'analyseur, un signal modulé en amplitude à porteuse conservée avec une modulante sinusoïdale (porteuse sinusoïdale à 100 kHz, amplitude 1V max, indice de modulation de 50% et modulante de fréquence 30kHz puis 10kHz). Que faudrait-il faire si on avait besoin d'améliorer la résolution? Suffirait-il de prendre un filtre plus sélectif pour obtenir une réponse satisfaisante?

### Annexe: Brochage d'un multiplieur AD633



La relation entre les différentes entrées et la sortie est telle que

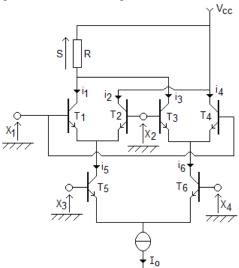
$$W = \frac{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2)}{10V} + Z$$

En pratique, on mettra  $X_2$  et  $Y_2$  à la masse et se contentera de  $X_1$  et de  $Y_1$  comme entrée. L'entrée Z sera elle aussi mise à la masse si on cherche à faire un simple produit (ne surtout pas laisser  $X_2, Y_2$  et Z « en l'air »)

- La réponse en fréquence de ce composant commence à se dégrader au-delà de 100 kHz.
- Il faut faire attention aux saturations si les tensions d'entrée deviennent trop importantes

## Annexe: Principe du multiplieur

Le multiplieur peut être réalisé à partir de transistors bipolaires associés de la façon suivante :



Sur le schéma précédent, on suppose tous les transistors identiques. Le courant  $I_o$  est un courant de polarisation constant. La tension  $V_{cc}$  est une tension de polarisation, elle aussi constante.

• Calcul de  $i_5$  et  $i_6$  en fonction de  $X_4$ - $X_3$ :

Si  $V_{Eb}$  est le potentiel d'émetteur des transistors T5 et T6, que  $\alpha = q/Kt$  (q = charge de l'électron, k constante de Boltzmann, T température de K) et que Is est une constante, on peut écrire que

$$i_5 = I_s.e^{\alpha.(X_1 - V_{Eb})}$$
 et  $i_6 = I_s.e^{\alpha.(X_2 - V_{Eb})}$ 

On peut alors écrire que

$$\frac{i_6}{i_5} = e^{\alpha \cdot (X_4 - X_3)}$$

On supposera que le courant de base des transistors est négligeable devant leur courant de collecteur. On peut alors écrire que

$$i_5 + i_6 \approx I_6$$

Si on admet que On en déduit que  $\alpha.(X_3-X_4) \le 1$ 

$$i_5 \approx I_o. \Big( 1 + e^{\alpha.(X_4 - X_3)} \Big)^{-1} \approx I_o. \Big( 1 + 1 + \alpha.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} \approx \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} \approx \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_3 - X_4) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3) \Big)^{-1} = \frac{I_o}{2}. \Big( 1 + \frac{\alpha}{2}.(X_4 - X_3)$$

De même, on peut démontrer que

$$i_6 \approx \frac{I_o}{2} \cdot \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \cdot (X_3 - X_4) \right)$$

• Calcul de i<sub>1</sub> et i<sub>3</sub> en fonction de X<sub>1</sub>-X<sub>2</sub>: De la même façon, on va démontrer que

$$i_1 \approx \frac{i_5}{2} \left( 1 + \frac{\alpha}{2} . (X_1 - X_2) \right) \qquad \quad \text{et} \qquad \quad i_3 \approx \frac{i_6}{2} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} . (X_1 - X_2) \right)$$

• Calcul de S(t) en fonction de  $X_1$ - $X_2$  et de  $X_3$ - $X_4$ : On a

$$S(t) = R.(i_1(t) + i_3(t))$$

En utilisant les relations calculées précédemment, on trouve que

$$S(t) = R\left(\frac{i_5}{2} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{2} \cdot (X_1 - X_2)\right) + \frac{i_6}{2} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{2} \cdot (X_1 - X_2)\right)\right)$$

puis

$$S(t) = R.\frac{I_o}{4} \left( \left(1 + \frac{\alpha}{2}.(X_3 - X_4)\right) \left(1 + \frac{\alpha}{2}.(X_1 - X_2)\right) + \left(1 - \frac{\alpha}{2}.(X_3 - X_4)\right) \left(1 - \frac{\alpha}{2}.(X_1 - X_2)\right) \right)$$

soit

$$S(t) = R.\frac{I_o}{2} \cdot \left(1 + \frac{\alpha^2}{4} \cdot (X_3 - X_4) \cdot (X_1 - X_2)\right) = Cte + K.(X_3 - X_4) \cdot (X_1 - X_2)$$

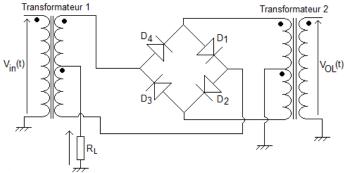
On récupère en sortie un signal qui est la somme d'une composante continue et d'une grandeur directement liée au produit des différences de potentiel  $X_3$ - $X_4$  et  $X_1$ - $X_3$ .

### Annexe : Multiplication à haute fréquence, principe du mélangeur en anneau

Le mélangeur est un dispositif non linéaire à deux entrées. On appliquera le signal à transformer sur l'une des entrées et une sinusoïde sur l'autre.

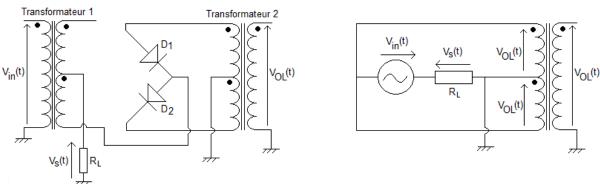
Le mélangeur idéal est le multiplieur qui va simplement translater le spectre du signal à traiter autour de la fréquence de la sinusoïde.

Ce type de dispositif est limité en fréquence à qq GHz. Pour travailler autour de fréquences plus élevées, on devra avoir recours à une autre structure, comme par exemple le mélangeur en anneau.



Les diodes sont des diodes Schottky afin de pouvoir fonctionner aux fréquences envisagées et avec un bas niveau de seuil. La conception du transformateur dépendra de la fréquence d'emploi.

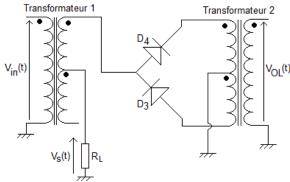
• Quand l'oscillateur local est en alternance positive, les diodes D1 et D2 conduisent (D3 et D4 bloquées) et on est ramené au circuit suivant :

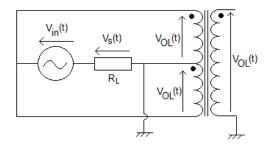


En se basant sur la figure de droite, on a simultanément  $V_{in}(t)$ - $V_s(t)$ + $V_{OL}(t)$ =0 et  $V_{in}(t)$ - $V_s(t)$ - $V_{OL}(t)$ =0

En sommant les deux relations précédentes, on en déduit  $V_s(t) = V_{in}(t)$ 

• Quand l'oscillateur local est en alternance négative, les diodes D3 et D3 conduisent (D1 et D2 bloquées) et on est ramené au circuit suivant :



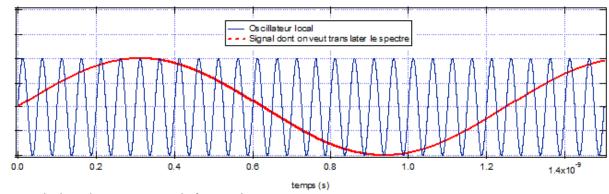


Comme précédemment, on montre que  $V_s(t) = -V_{in}(t)$ 

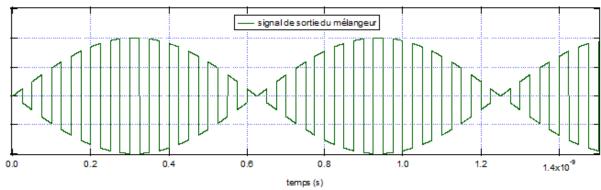
• Globalement, la réponse du système est de la forme

$$V_{s}(t) = \frac{V_{OL}(t)}{\left|V_{OL}(t)\right|}.V_{in}(t)$$

Dans le cas où l'oscillateur local délivre une sinusoïde de 20 GHz et que le signal  $V_{in}(t)$  est une sinusoïde à 800 MHz, on obtient les formes d'onde de forme suivante :



La sortie du mélangeur présente la forme suivante :



En sortie, on a le produit du signal  $V_{in}(t)$  par une fonction rectangulaire de même fréquence fondamentale que l'oscillateur local et qui vaut 1 sur l'alternance positive de ce dernier et -1 sur l'alternance négative.

Mathématiquement, on peut écrire que :

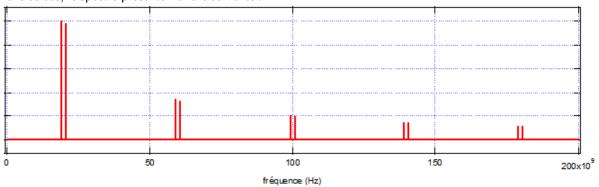
$$V_{s}(t) = V_{in}(t) \cdot \left[ \frac{2}{\pi} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos[(2k+1).\omega_{OL}.t)]}{2k+1} \right]$$

On retrouvera donc le spectre du  $V_{in}$  autour de  $\omega_{OL}$ , 3  $\omega_{OL}$ , 5 $\omega_{OL}$ , etc... avec une amplitude qui décroit proportionnellement avec le rang de l'harmonique.

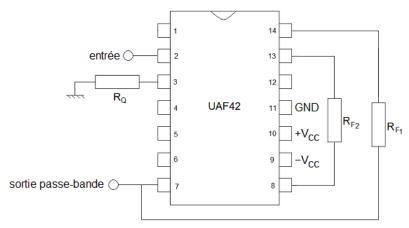
Finalement, l'opération est la même que pour le multiplieur, mais avec des harmoniques supplémentaires. Dans le cas où  $V_{in}(t)$  est une sinusoïde de pulsation  $\omega_{in}$ , on retrouve des raies aux fréquences suivantes :

$$\omega_{OL} \pm \omega_{in}$$
;  $3\omega_{OL} \pm \omega_{in}$ ;  $5\omega_{OL} \pm \omega_{in}$ ;  $7\omega_{OL} \pm \omega_{in}$ ; etc...

Dans ce cas, le spectre présente l'allure suivante :



Annexe: Brochage d'un filtre universel UAF42



L'UAF42 est un filtre du second ordre permettant de réaliser un filtre passe-bas, passe-haut ou passe-bande. Nous nous intéresserons à un filtre passe-bande pour l'analyseur de spectre à balayage. Différentes configurations sont possibles, mais avec celle que nous avons choisie, si  $f_o$  est la fréquence centrale du filtre,  $G_o$  son gain maximum et Q son facteur de qualité, les caractéristiques du filtre sont les suivantes (on exprimera les résistances en  $\Omega$ ) :

$$f_o = \frac{1}{2.\pi} \cdot \frac{10^9}{\sqrt{R_{F1}.R_{F2}}}; Q = \frac{2 + \frac{50000}{R_Q}}{2} \cdot \sqrt{R_{F1}/R_{F2}}; G_o = 1$$

En prenant  $R_{F1}$ =2,5k $\Omega$  et  $R_{F2}$ =1k $\Omega$  on arrive à une fréquence centrale voisine de 100 kHz. En revanche, pour les autres caractéristiques, les formules ne fonctionnent pas. Les valeurs choisies sont en limite de gamme. Expérimentalement, en travaillant avec les valeurs précédentes de  $R_{F1}$  et  $R_{F2}$ , on obtient les caractéristiques suivantes :

Pour  $R_Q = 3.2k\Omega$  donne Q voisin de 40 Pour  $R_Q = 4.0k\Omega$  donne Q voisin de 15

Pour obtenir le même gain quel que soit le facteur de qualité, on place en sortie du filtre passe-bande, un amplificateur inverseur qui permet d'amplifier légèrement ou d'atténuer le signal suivant les cas. Cet amplificateur opérationnel peut être de type TL081 puisque l'analyse se fera autour de 100kHz et que le gain de l'étage de sortie restera de l'ordre de quelques unités au maximum. On prendra un gain de 10 environ pour le filtre de grand facteur de qualité ( $R_Q$ ==  $3,2k\Omega$ ) et un peu moins quand le facteur de qualité est plus faible ( $R_Q$ =4,0k $\Omega$ ).