

## Département de physique

# Travaux pratiques – prépa. agreg.

### *Sommaire*

#### *Electronique :*

- Oscilloscopes numériques
- Analyse spectrale FFT
- Amplificateur et oscillateur
- Modulation et démodulation de fréquence

#### *Electricité de puissance :*

- Conversion de puissance électrique-électrique
- Conversion de puissance électromécanique

#### *Asservissement:*

- Asservissement de vitesse d'un moteur et contrôle du flux lumineux émis par une LED

## Utilisations d'un oscilloscope numérique

Dans ce TP, on s'intéressera surtout aux points suivants :

- Maîtrise du fonctionnement de l'oscilloscope numérique et utilisation des fonctions de base (base de temps, calibres, problèmes spécifiques à l'instrumentation numérique et techniques de mesures, problèmes de masse, sondes de tension utilisation du moyennage...).
- La fin du TP présente les propriétés du câble coaxial et les caractéristiques des multimètres.

### I. Représentation d'un signal.

L'étude des systèmes physiques conduit souvent à s'intéresser à des régimes de fonctionnement périodiques. Nous allons rappeler comment traiter mathématiquement ces signaux (décomposition en série de Fourier et représentation spectrale...). Il faut cependant garder à l'esprit que tous les signaux ne sont pas périodiques. On peut notamment citer les signaux informatiques qui sont des signaux aléatoires...

#### I.1. Analyse d'un signal périodique.

Les fonctions périodiques peuvent être décomposées en une somme de fonctions sinusoïdales de fréquences multiples de la précédente. Nous allons nous intéresser à un signal périodique  $s(t)$  quelconque de période  $T$  (pulsation  $\omega$ ) dont nous allons rappeler les différentes formes de décompositions.

##### I.1.1 Décomposition en série de Fourier d'un signal périodique.

###### • Première représentation réelle:

Le signal  $s(t)$ , représenté comme une somme de sinus et de cosinus de pulsations multiples de  $\omega$  est représenté par la formule suivante:

$$\text{avec } A_0 = \frac{1}{T} \int_T s(t).dt \quad \text{valeur moyenne du signal } s(t) \text{ et} \quad \begin{aligned} A_n &= \frac{2}{T} \int_T s(t). \cos(n.\omega.t).dt \\ B_n &= \frac{2}{T} \int_T s(t). \sin(n.\omega.t).dt \end{aligned}$$

###### • Seconde représentation réelle.

Le signal  $s(t)$  peut également être représenté par une forme déduite de la précédente. On obtient alors

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cdot \cos(n.\omega.t - \varphi_n)$$

$$\text{avec } C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \text{ et } \tan \varphi_n = B_n / A_n$$

rappel: chaque terme de pulsation  $n\omega$  est appelé **harmonique** de rang  $n$  et l'harmonique de rang 1 est appelé **fondamental**.

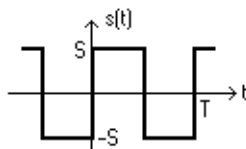
###### • Cas particulier des fonctions paires et impaires.

Si  $f(t)$  est paire, alors on a  $B_n=0$  quel que soit  $n$  supérieur ou égal à 1 (les sinus n'interviennent pas dans la décomposition ce qui est logique puisqu'il s'agit de signaux impairs).

Si  $f(t)$  est impaire, alors on a  $A_n=0$  quel que soit  $n$  supérieur ou égal à 1 (les cosinus qui sont des fonctions paires n'interviennent pas).

###### • Exemple d'un signal carré.

Considérons le signal suivant:



Ce signal est impair ( $A_n=0$  pour  $n \geq 1$ ) et de valeur moyenne nulle ( $A_0 = 0$ ). reste à calculer  $B_n$  pour  $n \geq 1$  ce qui conduit à:

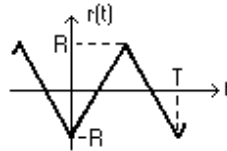
$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) \cdot dt = \frac{2}{T} \left[ \int_0^{T/2} S \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) \cdot dt + \int_{T/2}^T -S \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) \cdot dt \right] = \frac{2 \cdot S}{\pi \cdot n} \cdot (1 - \cos(\pi \cdot n))$$

Si  $n$  est pair,  $B_n=0$ , alors que si  $n$  est impair,  $B_n = \frac{4 \cdot S}{\pi \cdot n}$ .

On peut donc écrire  $s(t) = \frac{4 \cdot S}{\pi} \cdot \left[ \sin(\omega \cdot t) + \frac{\sin(3 \cdot \omega \cdot t)}{3} + \frac{\sin(5 \cdot \omega \cdot t)}{5} + \dots \right]$ .

• *Exemple d'un signal triangulaire.*

Considérons le signal suivant:

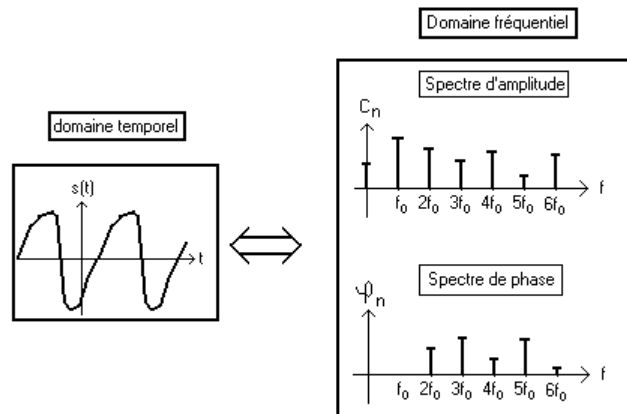


On peut procéder comme précédemment ou constater que  $r(t)$  est la primitive de  $s(t)$  dont la valeur moyenne est nulle. En calculant cette primitive à partir de la décomposition en série de Fourier de  $s(t)$ , on établit que

$$r(t) = \frac{-8 \cdot R}{\pi^2} \cdot \left[ \cos(\omega \cdot t) + \frac{\cos(3 \cdot \omega \cdot t)}{3^2} + \frac{\cos(5 \cdot \omega \cdot t)}{5^2} + \dots \right] \quad (R=S \cdot T/4)$$

### I.1.2. Représentation fréquentielle d'un signal périodique: spectre en raies.

Un signal périodique peut être représenté en fonction de la fréquence par deux courbes. Le spectre d'amplitude qui donne  $C_n$  en fonction de la fréquence  $f$  et le spectre de phase qui donne  $\varphi_n$  en fonction de  $f$ .



Nous verrons par la suite que cette représentation est très intéressante lorsque l'on fait du filtrage de signaux.  
rq: Le spectre d'un signal non périodique évolue de façon continue en fonction de la fréquence (spectre se présentant sous forme d'une fonction classique).

### I.1.3. Paramètres caractérisant un signal périodique.

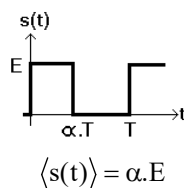
• Valeur moyenne:

La valeur moyenne  $\langle s(t) \rangle$  d'un signal périodique  $s(t)$  est définie de la façon suivante:

$$\langle s(t) \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T s(t) \cdot dt$$

*Exemple de calcul:*

Signal en créneau de rapport cyclique  $\alpha$ .



• Valeur efficace:

La valeur efficace  $S_{\text{eff}}$  d'un signal périodique  $s(t)$  est définie de la façon suivante:

$$S_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_T s^2(t).dt$$

Il s'agit de la racine carrée de la valeur moyenne du carré du signal.  
En utilisant la décomposition en série de Fourier, on démontre que

$$S_{\text{eff}}^2 = A_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2$$

(on développe le carré et on utilise le fait que la valeur moyenne d'un sinus est nulle).

*Exemple de la valeur efficace d'un signal sinusoïdal :*

Considérons un signal sinusoïdal de forme  $s(t) = S_{\text{max}} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$  avec  $\omega = 2\pi/T$ . On a

$$S_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T S_{\text{max}}^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{S_{\text{max}}^2}{2} \quad \text{d'où} \quad S_{\text{eff}} = \frac{S_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

*Exemple de la valeur efficace d'un signal carré :*

On reprend le signal carré que nous avons décomposé en série de Fourier dans un paragraphe précédent. Cette fois, on a

$$S_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_T S^2 dt = S^2 \quad \text{d'où} \quad S_{\text{eff}} = S_{\text{max}}$$

*Remarque importante :*

On parle parfois de **valeur efficace vraie (RMS = "root mean square")**. Il s'agit de la valeur que nous avons donnée en définition. Elle peut être calculée pour n'importe quel signal périodique. On oppose les appareils de mesure RMS, donnant rigoureusement la valeur efficace de signaux quelconques à d'autres appareils, adaptés à des signaux de formes particulières (sinusoïdales notamment). Ces derniers donnent des résultats n'ayant rien à voir avec la valeur efficace pour des signaux de formes différentes de celles pour lesquels ils sont prévus !

## 1.2. Signal aléatoire.

Dans cette famille de signaux, on peut classer les bruits (signaux parasites qui se superposent aux signaux utiles) et les informations (télécommunications).

Pour ces signaux, qui ne sont pas périodiques, on travaillera essentiellement avec l'analyse spectrale pour connaître la plage spectrale qu'ils occupent. On pourra également faire une analyse statistique pour déterminer les caractéristiques de la distribution des valeurs.

### • *Exemple de bruit :*

Dans le TP sur le bruit, qui viendra plus tard dans l'année, nous nous intéresserons par exemple au bruit thermique généré par les résistances dans les circuits électroniques. Ce bruit peut être considéré comme blanc (sa valeur efficace se distribue uniformément en fonction de la fréquence sur la plage de travail) et gaussien (les valeurs se distribuent de façon gaussienne autour d'une valeur moyenne nulle).

### • *Exemple d'information :*

On peut prendre l'exemple d'une information sonore pour l'oreille humaine, qui doit occuper une bande de fréquence comprise entre 20 Hz et 20 kHz. Dans ce cas, une analyse spectrale permettra de définir plus précisément la partie de la bande de fréquence occupée en fonction du temps.

### • *Outils de représentation d'un bruit.*

Nous allons supposer que le bruit avec lequel nous allons travailler sont ergodiques, c'est-à-dire que l'évolution de ce signal aléatoire au cours du temps apporte la même information qu'un ensemble de réalisations. Par exemple, la valeur moyenne d'un bruit sera égale à la moyenne obtenue à partir de la prise d'un nombre suffisant d'échantillons.

- La valeur moyenne d'un signal  $a(t)$  est donnée par

$$\langle a(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s(t).dt$$

- La valeur efficace  $A_{\text{eff}}$  de ce même signal est donnée par

$$A_{\text{eff}} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t).dt}$$

Cette façon de définir la valeur efficace n'est pas forcément la plus pratique dans la mesure où le signal n'est connu que sur une durée limitée. Nous verrons, par la suite, qu'il est parfois possible de définir une valeur efficace à partir de l'écart-type des valeurs prises par le bruit.

- La densité spectrale  $D_a(f)$  de ce signal peut être définie par

$$A_{\text{eff}}^2 = \int_0^{\infty} D_a(f).df$$

L'intérêt de la densité spectrale de puissance, c'est qu'elle ne dépend que du bruit considéré, alors que la valeur efficace dépend également de la bande passante de l'appareil qui donne sa valeur.

Par ailleurs, la densité spectrale de puissance d'un signal  $a(t)$  est la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation (théorème de Wiener-Kinchine), cette dernière étant définie par

$$C_{aa}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T a(t).a(t - \tau)dt$$

La densité spectrale de puissance est particulièrement adaptée pour rendre compte du comportement fréquentiel d'un signal dont le spectre évolue continûment.

## **II. Présentation générale des oscilloscopes**

Les oscilloscopes que nous utiliserons sont tous des appareils numériques. Par la suite, dans ce document, excepté pour introduire le principe de la synchronisation, nous travaillerons toujours avec des appareils de ce type.

Les oscilloscopes numériques sont construits autour d'une mémoire de capacité limitée. Pour numériser un signal et donc en récupérer une image occupant un espace mémoire limité, il va être nécessaire de transformer les signaux analogiques que nous délivrent les systèmes étudiés. Ces transformations vont nous donner une image dégradée du signal étudié. Le rôle des utilisateurs sera de limiter au maximum cette dégradation inévitable.

La numérisation impose les transformations suivantes :

*Pour le temps :*

Il faut passer du temps continu au temps discret : c'est l'échantillonnage (on prend des points tous les  $T_{\text{eacq}}$ )

Il faut observer le signal sur une durée limitée  $T_0$  : c'est la troncation

Avec ces deux étapes, on s'est ramené à un nombre de points fini, mais ça ne suffit pas.

*Pour l'amplitude :*

On doit faire en sorte que la représentation de chaque point occupe un espace mémoire limité : pour ça, on va quantifier en amplitude. La représentation du signal ne peut se faire qu'à travers un nombre limité de valeurs possibles, les valeurs réelles étant ramenées aux niveaux discrets autorisés les plus proches. On obtient alors une représentation numérique du signal qui est continue par morceaux.

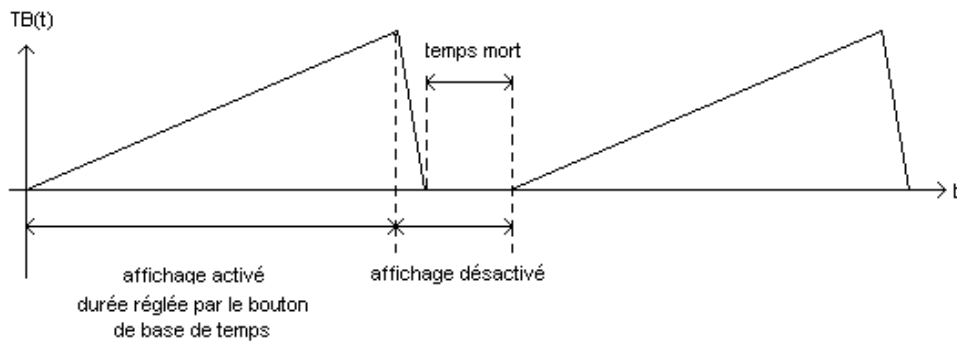
A partir du moment où on se ramène à un nombre de points fini et que chaque point occupe un espace mémoire limité, la représentation du signal occupe alors un espace mémoire limité.

### **II.1. La synchronisation :**

Pour l'utilisateur qui cherche à obtenir une image stable d'un signal, il n'y a pas de différences majeures pour utiliser un oscilloscope analogique et un oscilloscope numérique. Les questions à se poser sont les mêmes. Dans les salles de TP, nous ne disposons plus que d'oscilloscopes numériques, mais il m'a semblé plus simple de commencer par présenter la synchronisation dans les oscilloscopes analogiques, puis de présenter ce qui se passe dans un appareil numérique.

#### **II.1.1. Cas des oscilloscopes analogiques :**

Dans un oscilloscope analogique, ce que l'on visualise à l'écran, c'est le signal d'entrée, en fonction d'un signal généré en interne par l'oscilloscope, appelé base de temps ("Time Base") que nous appellerons désormais TB(t). Ce signal se présente sous la forme suivante:



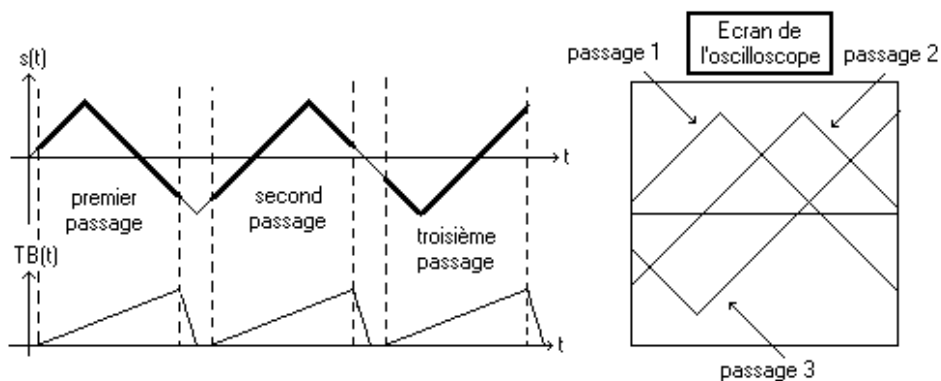
L'affichage de la trace à l'écran n'est possible que durant la montée de la rampe. En revanche, lors de la descente puis de la phase de temps mort, rien n'est affiché. Cette courte interruption n'est pas perceptible pour des signaux de fréquences suffisamment élevées.

Pour obtenir une visualisation correcte des signaux, il va falloir synchroniser ("Trigger"), c'est à dire utiliser un signal de base de temps dont la période est multiple du signal à observer. Pour cela, il faudra agir sur la durée de temps mort. On obtiendra alors une trace stable à l'écran.

#### II.1.1.1. La synchronisation :

Nous allons nous intéresser à ce qui est observable à l'écran lorsque l'on prend un signal  $TB(t)$  quelconque puis synchronisé avec le signal à observer. Nous allons traiter les cas de l'observation des évolutions temporelles d'un signal triangulaire  $s(t)$  sans composante continue (parce que c'est plus simple à dessiner...).

- Cas 1: On choisit  $TB(t)$  au hasard sans se soucier de  $s(t)$ .

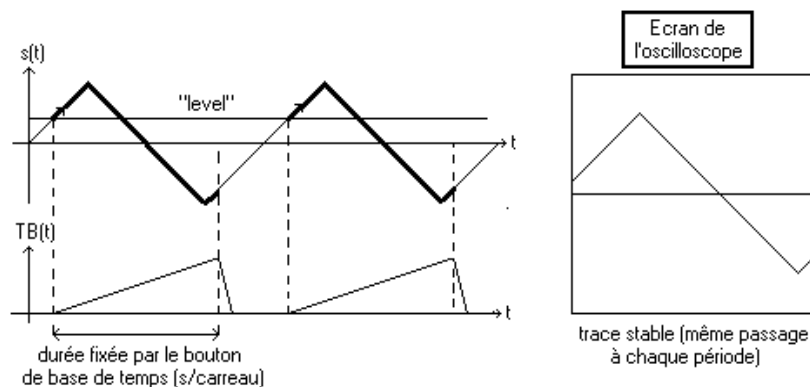


La trace ne passe pas au même endroit d'une période de base de temps à la suivante. A l'écran, on n'observe pas de trace stable. Tout se passe comme si la trace dérivait...

Pour obtenir une trace stable, nous allons faire en sorte de synchroniser  $TB(t)$  et le signal étudié  $s(t)$ . Nous allons donc créer un signal de base de temps dont la période est un multiple entier de celle de  $s(t)$ . Pour cela, il faut que la montée de rampe de  $TB(t)$  ne se déclenche que lorsque le signal à observer (ou tout autre signal de même période), atteint un niveau donné en amplitude, et franchit ce dernier avec une pente donnée (en croissant ou en décroissant), alors que  $TB(t)$  est en phase de temps mort. Le niveau ("level"), et le front ("slope") sont fixés par l'expérimentateur

- Cas 2:  $TB(t)$  est synchronisé sur  $s(t)$ .

On choisit de synchroniser sur un « level » positif et de déclencher sur le front montant.



L'instant de déclenchement est donc fixé par "level" et "slope" et dépend du signal  $s(t)$ . En revanche, la durée d'observation dépend du calibre que l'on choisit pour la base de temps (s/carreau). Sur l'exemple, la durée est trop courte pour observer une période complète. Il faudrait augmenter le calibre de base de temps pour cela.

Il faut noter que lorsque la rampe est en phase ascendante, le système de synchronisation ne prend plus en compte les intersections entre le signal et le niveau de déclenchement. La prise en compte n'est possible que lors des phases de temps mort.

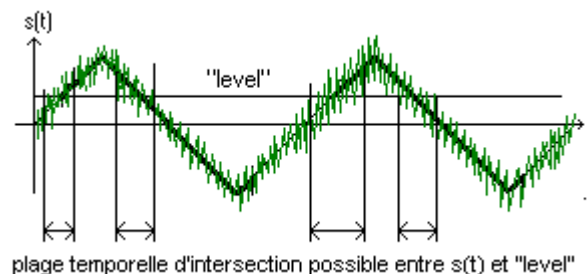
Il faut noter que ce protocole, simple dans son principe, est mis en défaut dès que le signal étudié présente plus d'une intersection par période avec le niveau de déclenchement choisi. Dans ce cas, on se retrouve avec potentiellement autant de tr

ace stable à l'écran qu'il existe d'intersection entre le signal et le niveau de déclenchement. On rencontrera ce problème, notamment en présence de bruit sur le signal étudié.

#### II.1.1.2. Problèmes posés par le bruit pour la synchronisation.

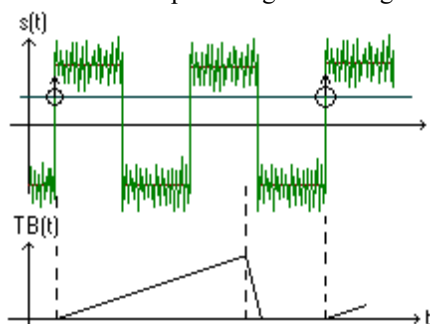
Dans le paragraphe précédent, nous avons supposé que le signal que nous cherchions à observer était « lisse ». Dans la pratique, les expériences étant réalisées dans un environnement électromagnétique pollué, les signaux obtenus correspondent à la superposition d'un signal utile et d'un signal de perturbation appelé « bruit ». Ce bruit peut provenir de rayonnements électromagnétiques captés par les circuits utilisés, ou de perturbations conduites qui proviennent des composants employés ou des sources d'alimentation électrique.

Si on cherche à observer un signal triangulaire comme au paragraphe précédent, mais en présence de bruit, on va se retrouver dans la configuration suivante :



Cette fois, il n'y a plus d'instant précis, correspondant à l'intersection du signal étudié avec le niveau de déclenchement et avec le front voulu, susceptible de permettre un lancement de la base de temps, mais une plage temporelle. L'indétermination sur le début de la montée de la rampe de base de temps va conduire à une trace moins stable et donc plus épaisse. Par ailleurs, même quand le signal étudié décroît en moyenne, il peut présenter un front montant, ce qui étend encore plus la plage susceptible de conduire à un lancement de rampe de synchronisation.

Il existe cependant certains signaux qui permettent une synchronisation correcte malgré le bruit. Il s'agit des signaux qui présentent un front raide. Prenons l'exemple du signal rectangulaire :



Même en présence d'une forte valeur efficace de bruit, l'instant d'intersection entre le signal et le niveau de synchronisation avec un front donné est défini précisément.

Pour résumer, lorsque l'on cherche à synchroniser un appareil, on veillera à choisir le signal le moins bruité, et si possible un signal présentant un front raide.

Cependant, il existe des signaux périodiques pour lesquels la synchronisation n'est pas possible simplement. C'est par exemple le cas pour les signaux qui présentent, par période, plusieurs intersections possibles avec le niveau déclenchement. Il y a alors plusieurs positions stables de la trace à l'écran qui, si elles se superposent, rendent l'interprétation du signal délicate. Il faut alors pouvoir contrôler la durée minimale de temps mort afin de toujours solliciter le même instant de la période pour lancer une base de temps (« holdoff »).

### II.1.2. Cas des oscilloscopes numériques.

Dans un oscilloscope numérique, le signal est acquis dans une mémoire. Le fichier ainsi obtenu est analysé et on recherche les intersections entre le signal acquis et le niveau de déclenchement. Le système sait alors, en fonction de l'instant auquel on veut afficher à l'écran l'intersection entre le signal et le niveau de déclenchement, combien de points il doit conserver avant l'instant repéré et combien il devra en prendre après. Pour chaque position du bouton de base de temps, l'appareil dispose d'un nombre de points fixé pour représenter le signal. La durée d'observation  $T_o$  fixée avec le bouton de base de temps impose implicitement la fréquence d'échantillonnage  $F_{eacq}$ . Une fois que le fichier est complet en fonction des caractéristiques définies par le protocole de synchronisation, les données sont envoyées à l'affichage pour une trace. Le protocole recommence alors pour la trace suivante et compte tenu de la méthode, la nouvelle trace repassera exactement au même endroit que la précédente... Cette fois, c'est le protocole d'acquisition/affichage des données qui est synchronisé avec le signal à observer, mais le résultat est le même que quand on passe par un signal de base de temps.

*Durée d'observation  $T_o$ , nombre de points  $N_{acq}$  et fréquence d'échantillonnage  $F_{eacq}$  :*

Sur les oscilloscopes, ces grandeurs sont reliées de la façon suivante :

$$N_{acq} = \frac{T_o}{T_{eacq}} = T_o \cdot F_{eacq}$$

Sur bon nombre d'oscilloscopes, le signal est toujours représenté avec un nombre de points fixé (1000, 2500...). Cependant, sur les appareils disposant d'une capacité mémoire plus importante (qq 100 kpts), le nombre de points pour représenter le signal va dépendre de la base de temps.

Quand la durée d'observation  $T_o$  est assez grande,  $N_{acq} = N_{acqMax}$  fixé et la fréquence d'échantillonnage  $F_{eacq}$  s'ajuste avec la base de temps  $T_o$ . On a alors

$$N_{acqMax} = T_o \cdot F_{eacq}$$

Si  $T_o$  diminue (quand on regarde des phénomènes de plus en plus rapides),  $F_{eacq}$  augmente. A moment donné, si  $T_o$  trop faible on ne peut plus augmenter la fréquence d'échantillonnage  $F_{eacq}$  qui est bornée à  $F_{eacqMax}$  (quelques GSa/s). A partir de là, si on continue à diminuer  $T_o$ , c'est la fréquence d'échantillonnage qui restera bloquée à  $F_{eacqMax}$  et le nombre de points qui va s'adapter à la base de temps. On aura alors

$$N_{acq} = T_o \cdot F_{eacqMax}$$

Plus la durée d'acquisition sera courte, plus le nombre de points acquis sera faible.

Ainsi, sur les oscilloscopes DSO6012A, le signal sur une voie peut être représenté avec  $4 \cdot 10^6$  points pour une durée d'observation voisine de la seconde mais ce nombre tombe à 1000 lorsque la durée d'observation est de quelques 10ns. Dans ce dernier cas, représenter le signal avec un nombre de points plus important demanderait d'échantillonner avec une fréquence supérieure à 2 GSa/s qui est la limite maximale de l'appareil.

*Opérations réalisées à partir d'un sous échantillonnage de la mémoire principale:*

Sur les oscilloscopes disposant d'une mémoire de taille importante, certaines opérations, comme la FFT notamment ne sont pas exécutées avec tous les points acquis mais avec un sous échantillonnage. Ainsi, pour des oscilloscopes numérisant les signaux avec  $4 \cdot 10^6$  points, la FFT ne sera calculée qu'avec 1000 points. En effet, il faut calculer le spectre et transférer les données assez vite dans l'appareil afin d'avoir un affichage pratiquement en temps réel du spectre, ce qui devient délicat quand la quantité de données est trop importante. Par ailleurs, en FFT, pour travailler à une fréquence d'échantillonnage donnée, plus on acquiert de points, plus on doit acquérir une durée  $T_o$  importante, ce qui retarde d'autant l'obtention du spectre.

Dans un même ordre d'idée, l'affichage à l'écran se fait également avec un sous échantillonnage du fichier représentant le signal, car la résolution de l'écran ne permet pas de représenter tous les points. Il se peut ainsi que des pics très fins d'un signal ne soient pas visibles à l'écran, excepté en faisant un zoom ce qui interroge la mémoire plus complètement...

### II.1.3. Les différentes options proposées pour la synchronisation.

#### • *Sur quel signal synchroniser?*

On peut synchroniser sur n'importe quel signal de même fréquence que le signal à observer. En général, on cherche à synchroniser sur un signal d'amplitude importante et le moins bruité possible. On peut choisir différents signaux:

- CH1 ou CH2, c'est-à-dire l'une des deux entrées (ou des quatre entrées sur un oscilloscope 4 voies).
- Ext (un signal extérieur branché sur l'entrée BNC Ext. de l'oscilloscope).
- Line (synchronisation directe sur le réseau 50 Hz).

#### • *Quel couplage choisir?*



Par défaut, on peut choisir un couplage DC. Le couplage AC peut servir lorsque l'on veut synchroniser sur la composante variable du signal. On peut également choisir des couplages avec des filtres sur des bandes particulières.

- *Quel niveau ("Level").*

On peut régler le niveau de déclenchement du signal grâce au bouton "Level". Il faut veiller à ce que le niveau choisi ne dépasse pas les valeurs extrêmes du signal, sans quoi aucune synchronisation n'est possible.

- *Quel front choisir?*

On peut décider de déclencher la base de temps lorsque le signal franchit "Level" par front montant ou descendant. Plusieurs représentations sont possibles pour cette fonction...observer différents oscilloscopes...

- *Quel mode choisir?*

Le mode "**Auto**" maintient un affichage, même quand aucune synchronisation n'est possible. Sans synchronisation correcte, la base de temps se déclenche automatiquement après une durée très brève sans détection de signal de synchro et la trace dérive.

Le mode "**Normal**" ne laisse aucun signal à l'écran lorsqu'il n'y a pas de synchronisation possible (penser à ce problème quand on n'a plus de trace). Sur certains oscilloscopes numériques, l'appareil affiche néanmoins la dernière trace observée juste avant de perdre la synchro...on peut alors observer une trace sans avoir de signal en entrée!

Le mode **monocoup** ("**Single**") permet d'obtenir un seul balayage à l'écran ce qui peut se révéler utile pour observer des phénomènes transitoires (une dérive, la réponse à un échelon...). Il s'agit d'un mode « Normal » à un seul déclenchement. Certains oscilloscopes disposent d'un mode monocoup direct, alors que sur d'autres, il faut passer en mode « Normal » puis appuyer sur « Single ».

**Remarques :** l'instant qui correspond au passage par le niveau de déclenchement qui lance le protocole de base de temps est repéré, en haut de l'écran par un petit triangle orange qui peut d'ailleurs être décalé en dehors de l'écran, au moyen d'un bouton à tourner, situé dans la zone de la face avant de l'appareil, relative à la synchro. La position par défaut de ce triangle peut être imposée à gauche, au centre ou à droite de l'écran au moyen en allant dans « Display » et en ajustant « Time Ref ».

#### II.1.4. Travail expérimental.

- *Observer un signal sinusoïdal de 1V efficace et de fréquence 1 kHz à l'oscilloscope. Observer l'effet du niveau de synchronisation en mode « Auto » et « Normal ». Pourquoi n'a-t-on pas de trace instable en mode « Normal » ?*

*Même question pour un signal sinusoïdal de même valeur efficace mais de fréquence 0,2Hz. Quel est le problème posé par le mode « Auto » par rapport au mode « Normal » ?*

- *Observer un signal continu en mode Auto puis en mode « Normal ». Quel problème pose le mode « Normal » dans ce cas ?*

Bilan : *Pour quelles fréquences ne peut-on pas synchroniser en « Normal » ? Même question pour le mode « Auto ».*

- *Réaliser un circuit RC (fréquence de coupure de 1kHz environ)*

- *Comment choisir R et C (justifier qu'il est préférable de prendre  $1k\Omega < R < 1M\Omega$  et  $100\text{ pF} < C < 1\mu\text{F}$ ... ces bornes ne sont pas impératives mais quand on ne les respecte pas, il faut réfléchir...)?*

- *Se placer à une fréquence située au-delà de la fréquence de coupure. Essayer de synchroniser sur la tension de sortie du filtre (fortement atténuée en raison du comportement passe-bas du système) lorsqu'on augmente la fréquence. Comparer à une synchronisation sur le signal "Sync" du GBF. Quel est l'intérêt de ce type de synchronisation? Conserver le circuit R-C pour la suite.*

- *Utiliser l'acquisition avec moyennage (« Averaging ») lorsque l'oscilloscope est synchronisé sur le signal étudié. Quel est l'effet. Même question si la synchronisation n'est pas effectuée ? Expliquer.*

- *Signaux sur lesquels on ne peut pas synchroniser simplement :*

*En utilisant un générateur de fonction arbitraire réaliser un signal périodique passant plusieurs fois par le même niveau avec un front donné sur une période (signal « cardiac » des générateurs 33220A). Quelle est le problème posé vis à vis de la synchronisation ?*

- *Observation d'un régime transitoire, mode « Single » : Observer la tension délivrée par une alimentation stabilisée (+15V par exemple). Eteindre l'alimentation et observer l'évolution de la tension de sortie... Même démarche lors de la mise sous tension. Dans les deux cas, donner le temps nécessaire pour que les alimentations délivrent 90% de la valeur attendue en régime permanent.*

*Avant d'activer le mode « Single », il faut préalablement, en mode « Auto », ajuster les réglages d'échelle de temps et d'amplitude, ainsi que le niveau de synchronisation et l'affichage de l'instant d'intersection entre  $s(t)$  et « Level ». Puis on passe en mode « normal » (car le mode monocoup est un mode « Normal » à un seul déclenchement), et on appuie sur la touche « Single ». On applique le signal transitoire et l'oscilloscope déclenche une seule fois ce qui permet d'observer ce qui s'est passé sur une plage de temps donné.*

## II.2. La représentation de l'amplitude :

L'utilisation d'une échelle d'amplitude non optimisée conduit à des mesures automatiques dont la qualité peut être médiocre. Si les mesures sont automatiques sur les oscilloscopes numériques, leur qualité ne l'est pas, elle dépend de la qualité de numérisation qui dépend de l'optimisation des échelles en amplitude et en temps qui est du ressort de l'expérimentateur. Il faut que ce dernier fasse cet effort, souvent oublié....

### II.2.1. Choix proposés dans le menu relatif à une voie d'entrée de l'oscilloscope.

- *Les boutons de calibre :*

Ils permettent de fixer le nombre de volts par carreaux (En fait, on fixe l'amplification qui permet de contrôler l'affichage suivant l'axe Y). Sur la plupart des oscilloscopes, les calibres extrêmes sont 1 mV/carreau et 5V/carreau. On peut donc observer des signaux dont l'amplitude va de quelques mV à quelques dizaines de Volts.

- *Mode de visualisation AC, DC.*

En mode DC, on visualise l'intégralité du signal de la voie d'entrée. En revanche, en mode AC, le signal est préalablement passé dans un filtre passe-haut. Si le signal d'entrée présente une fréquence fondamentale assez forte (une centaine de Hz au moins), sa composante continue sera supprimée, et on ne visualisera que sa partie variable.

- *Calibres de sonde (« probe ») :*

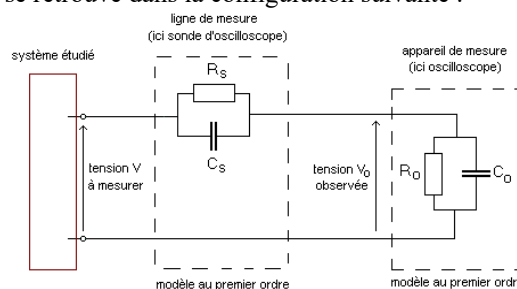
Les oscilloscopes sont la plupart du temps livrés avec deux sondes atténuatrices de gain 1/10. Il est possible de trouver des sondes de gain différent. Pour tenir compte directement du gain de la sonde dans la tension affichée, il est possible de rentrer un calibre de sonde dans le menu correspondant.

Sur les modèles anciens d'oscilloscopes, quand on retire la sonde pour utiliser un câble de mesure classique, il faudra penser à retirer ce calibre, afin d'obtenir une valeur correcte. Si, lors de mesures, vous vous retrouvez avec des tensions 10, 100 ou 1000 fois trop fortes, il y a de fortes chances pour qu'un calibre de sonde ait été conservé alors que vous n'utilisez plus de sonde. Sur les modèles plus récents (DSO5012A et DSO6012A), la sonde est détectée automatiquement et le calibre est fixé automatiquement s'il s'agit bien du modèle de sonde livrée avec l'oscilloscope... Pour plus de sécurité, il est malgré tout préférable de jeter un coup d'œil....

### II.2.2. Utilisation des sondes atténuatrices.

- *Fonction de transfert de l'ensemble ligne de mesure/appareil de mesure :*

Il est possible d'utiliser des sondes atténuatrices. Il faut alors penser à prendre en compte l'atténuation (certains oscilloscopes numériques le font automatiquement avec les sondes de leur marque... mais ça n'est pas toujours le cas...). Le rôle de ces sondes est de rendre l'ensemble sonde + oscilloscope le moins perturbateur possible pour le circuit étudié (la sonde représente une impédance beaucoup plus importante qu'un câble coaxial). Par ailleurs, en l'accordant convenablement, on peut faire en sorte que l'information qui est véhiculée du circuit vers l'oscilloscope soit transcrite le plus fidèlement possible. Pour comprendre l'accord des sondes, il faut savoir que ces dernières peuvent être représentées, au premier ordre comme sur la figure suivante. La capacité  $C_s$  de la sonde est réglable. Lorsque l'on fait une mesure, on se retrouve dans la configuration suivante :



Si on s'intéresse à la fonction de transfert au premier ordre d'un tel dispositif, on constate que

$$\frac{V_o(p)}{V(p)} = \frac{\frac{R_o}{1 + R_o \cdot C_o \cdot p}}{\frac{R_o}{1 + R_o \cdot C_o \cdot p} + \frac{R_s}{1 + R_s \cdot C_s \cdot p}} \quad (p=j \cdot \omega \text{ en régime harmonique})$$

Si on fait en sorte que  $R_o \cdot C_o = R_s \cdot C_s$ , la fonction de transfert devient un simple gain constant et le spectre du signal mesuré n'est pas modifié lors du transfert vers l'oscilloscope. Si cette condition n'est pas satisfaite, la sonde va entraîner une déformation. C'est ce qui se passe lorsque l'on travaille avec un simple câble BNC qui n'a aucune raison d'être accordé... Pour les fréquences inférieures à quelques 100 kHz, cette déformation peut en général être

négligée... Entre 100 kHz et 1MHz , la sonde améliore la qualité de la mesure. Au-delà de 1 MHz, même avec la sonde, la mesure finit par se dégrader.

- *Impédance de la chaîne de mesure :*

Indépendamment des problèmes d'accord, la sonde permet d'augmenter l'impédance apparente de la chaîne de mesure (quand la sonde est accordée, l'impédance est multipliée par 10. Ce point est très important, notamment lorsque l'on observe l'entrée de circuits dont l'impédance d'entrée dépasse les 100kΩ.

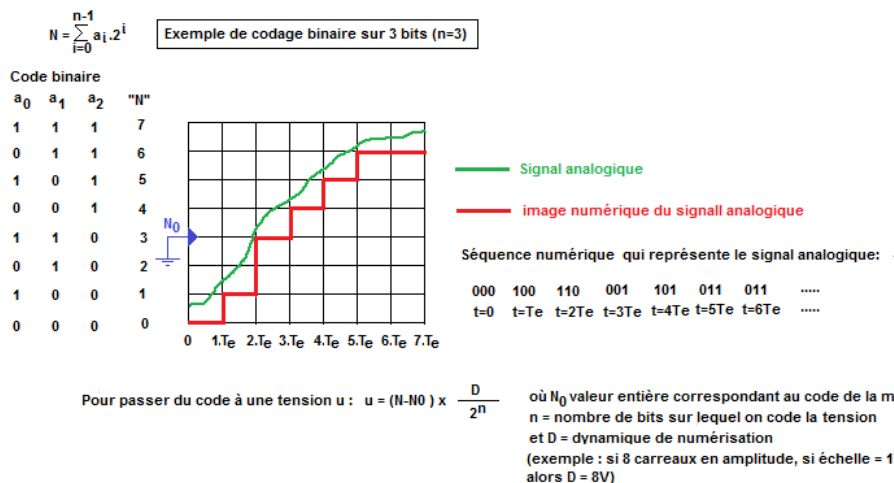
rq : En général  $R_s = 9 \text{ M}\Omega$  ,  $R_0 = 1 \text{ M}\Omega$  ,  $C_0 \approx 10 \text{ pF}$  (Cf. documentation des oscilloscopes utilisés). On arrive alors à un gain de 1/10 d'où l'atténuation.

### II.2.3. Représentation de la tension sur un appareil numérique.

Sur un appareil numérique, nous avons vu que le signal était représenté à travers des échantillons pris à intervalles de temps réguliers. L'échantillonnage réalisé représente une quantification en temps.

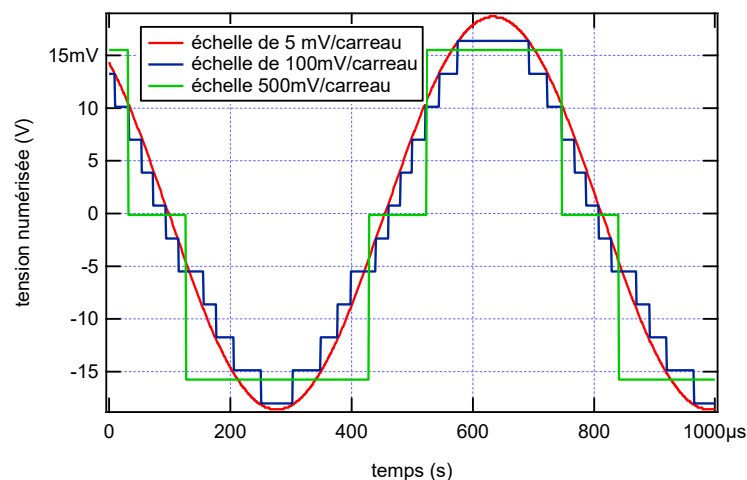
De la même façon, la tension qui représente un échantillon ne peut prendre que des valeurs discrètes. Cette quantification en amplitude est liée au mode de représentation. Une tension est associée à un code, et le nombre de codes possibles étant fixé, un échantillon ne peut prendre que des valeurs discrètes de tension. Si on se place dans le cas d'un faible nombre de codes possibles, et en supposant que la tension analogique est représentée par le niveau de tension autorisé immédiatement inférieur, on se retrouve avec une représentation numérique du signal analogique qui présente une forme continue par morceau.

Pour comprendre la représentation d'un signal analogique à travers son image numérique, on peut raisonner sur la figure suivante sur laquelle la numérisation est faite sur 3bits pour simplifier :



A l'issue de la numérisation, la représentation du signal, grâce à l'échantillonnage et à la quantification en amplitude occupe bien un espace mémoire limité.

Sur la figure suivante, on observe que sur un oscilloscope (cette fois la numérisation se fait sur 8 bits) , pour le même signal, suivant l'échelle de numérisation choisie, on récupère l'image suivante du signal :



Le nombre de codes possibles est lié au nombre  $n$  de bits sur lequel on code l'information. Un bit pouvant prendre deux valeurs différentes, 0 ou 1, coder sur  $n$  bits revient à définir  $2^n$  niveaux de tension possibles. Sur les oscilloscopes, le codage de la tension se fait en général sur 8 bits (256 niveaux). Avec de tels nombres de codes possibles et un faible pas d'échantillonnage, le caractère « continu par morceau » de la représentation peut

rapidement se faire sentir. Lorsque l'on cherche à faire une mesure à partir de l'image numérique du signal, on devra veiller à dilater au maximum la courbe en amplitude, afin d'utiliser le maximum de codes possibles. Si on n'utilise qu'une faible partie de l'écran, l'effet sera identique à une diminution du nombre de bits sur lequel on a codé l'information. Le signal prendra alors un caractère continu par morceaux plus marqué, et la qualité des mesures sur un tel signal sera médiocre.

*Remarque :* Sur les oscilloscopes DSO5012A et DSO6012A, la numérisation se fait sur 8 bits, mais lorsqu'on est en mode d'acquisition « Average » ou « High Resolution », un lissage et une interpolation permettent d'obtenir une représentation sur 12 bits (au maximum). Cette étape est purement esthétique, et l'information entre les pas de quantification sur 8 bits est perdue. Cette opération ne permet donc nullement d'obtenir le même effet qu'une numérisation qui se ferait sur 12 bits.

En mode d'acquisition « Normal », la représentation est sur 8 bits et aucun traitement n'est effectué, car le bruit rend cette opération sans intérêt.

#### II.2.4. Travail expérimental.

- On n'applique aucun signal sur la voie 1 de l'oscilloscope en travaillant à 500mV/carreau. On note la dynamique dans ces conditions puis on appuie sur « STOP » et on dilate l'échelle. Dans « Display » (sur les scopes DSO5012 ou DSO6012, décocher « Vectors » afin que les points ne soient pas reliés, pour les autres modèles, observer les niveaux malgré les points reliés). En déduire un encadrement du pas de quantification puis du nombre de niveaux de quantification. En déduire le nombre de bits sur lequel le signal est codé (attention, sur les DSO3014 et les DSOX1102, on affiche 8 carreaux mais on numérise sur 10).

- Visualiser sans moyennage un signal triangulaire de fréquence 1kHz, de valeur crête à crête 38mV en utilisant la pleine échelle sur la voie 1. Sur la voie 2, on observe le même signal mais avec une échelle inadaptée (courbe « tassée »). Observer la différence entre les deux signaux en utilisant la soustraction des deux voies proposée par l'oscilloscope. Pour différentes échelles de la voie 2, on mesure la valeur moyenne et la valeur efficace du signal différence. En déduire la valeur efficace de l'ondulation du signal différence. Tracer l'évolution de cette valeur efficace en fonction du pas de quantification de la voie 2 de l'oscilloscope.

- Avec le signal précédent observé sur la voie 1, on synchronisera en externe sur le signal de synchronisation du générateur. Pourquoi cette méthode de synchronisation ? En modifiant l'échelle d'amplitude afin d'obtenir une courbe de plus en plus écrasée sur le centre de l'écran, lire pour chaque échelle les valeurs mesurées par l'appareil. Conclusion ? Lorsque l'on est sur l'échelle 2V/carreau puis 5V/carreau, faire un « STOP » et zoomer sur la trace pour vérifier ce que l'oscilloscope voit comme signal et ce qu'il utilise pour faire ses mesures. A chaque fois, mesure le pas de quantification (valeur et incertitude) et en déduire le nombre de bits sur lequel est codé l'information. Pour s'affranchir de l'effet du bruit, on pourra, dans « Display », décocher « Vectors » afin que les points ne soient pas reliés. Expliquer ce que l'on voit. Conclusion ?

Reprendre les mêmes expériences avec une acquisition en mode « Average ». Donner le nouveau pas de quantification en amplitude sur les échelles 2V/carreau puis 5V/carreau. A quoi correspond cette représentation du signal ?

- Visualiser le même signal sinusoïdal sans offset sur deux voies de l'oscilloscope, l'une en mode DC et l'autre en mode AC en faisant décroître la fréquence de 1 kHz à 1 Hz environ. Quelle opération a été effectuée ? Donner l'allure du gain et du déphasage entre les deux voies en fonction de la fréquence. Donner la fréquence de coupure à -3dB (mesure à partir des amplitudes, sachant que -3 dB signifie qu'on a perdu 3 dB par rapport au gain maximum...). Quel est de déphasage entre les deux voies à cette fréquence ? Se placer à un déphasage de 45° et mesurer le rapport des tensions. Conclure quant à la meilleure méthode pour détecter une pulsation de coupure à -3dB dans le cas d'un système du premier ordre. On conservera cette courbe de gain pour la comparer, lors du TP suivant, à la courbe de gain obtenue par FFT d'une réponse impulsionnelle.

- Observer un créneau de 10 Hz simultanément en mode AC et en mode DC. Visualiser un signal sinusoïdal de 1 kHz d'amplitude 0.1V crête à crête avec une composante continue de 7V. Quel est le problème posé ? Passer en mode AC et conclure. Finalement, sur quelle plage de fréquence peut-on utiliser le mode AC sans que ça pose problème ?

- Accorder une sonde atténuatrice à l'oscilloscope que l'on utilise. Utiliser pour cela un tournevis à demander à l'enseignant. Observer le même signal sinusoïdal sur les deux voies d'un oscilloscope, l'une des voies avec une sonde, l'autre avec un câble coaxial. Observer les différences entre 100kHz et 1MHz puis au-delà de 1 MHz.

*Remarque* : faire des mesures précises ne signifie pas faire des mesures justes. La justesse dépend des erreurs systématiques liées à un défaut d'étalonnage de l'appareil (qui doit être fait régulièrement si on veut travailler correctement... mais qu'on ne fait jamais faute de crédits... les calibrations coûtent cher), ou liées à la quantification en temps et en amplitude, problème spécifique aux appareils numériques. A cause des erreurs systématiques, un appareil peut donc être précis (si toutes les valeurs pour une même mesure sont proches) mais faux (la plage des valeurs trouvées ne contient pas la valeur réelle attendue). Avec les outils statistiques, quand les résultats sont obtenus un grand nombre de fois et qu'on récupère le résultat moyen, l'intervalle d'incertitude obtenu devient rapidement moins large que les pas de quantification. L'incertitude peut alors être négligée, mais les erreurs systématiques restent...

### **II.3. L'axe Z :**

Cet axe représente le système qui alimente l'écran en informations. Les oscilloscopes présentent de plus en plus souvent des écrans à cristaux liquides.

Les oscilloscopes présentent en général des menus qui permettent de régler le contraste, d'instaurer une persistance de la trace...

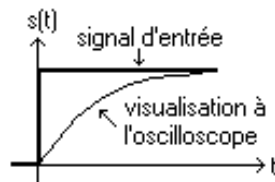
Il faut noter que, compte tenu de la résolution de ces écrans, tous les points mis en mémoire ne sont pas affichés. En pratique, l'écran ne permet d'en afficher que quelques centaines. Le module d'affichage va donc procéder à un sous échantillonnage de la mémoire. Dans le cas d'oscilloscopes présentant une profondeur mémoire importante, seul un zoom permettra de visualiser cette profondeur. Si l'oscilloscope est interfacé, on pourra bien entendu récupérer tous les points pour les traiter sur ordinateur.

### **II.4. Limitation en fréquence des oscilloscopes :**

Sur le front des oscilloscopes, le constructeur indique souvent une fréquence (10 MHz, 50 MHz, 100 MHz...et plus pour les oscilloscopes très performants...et très coûteux). C'est la fréquence de coupure à -3dB de l'appareil, qui se comporte donc comme un filtre passe-bas.

Il faudra commencer à interpréter les résultats avec prudence, lorsque l'on va travailler 1 décade en dessous de cette coupure (par exemple, si on travaille à 6 MHz pour un oscilloscope 60 MHz), car l'appareil risque de commencer à introduire une atténuation et surtout un déphasage.

Cet effet sera d'autant plus préoccupant si le signal observé comporte des harmoniques, qui seront encore plus perturbés que le fondamental... Si on observe par exemple des créneaux, on constate que l'oscilloscope ne donne pas un créneau, mais plutôt une courbe en forme d'exponentielle (type réponse d'un circuit RC à un échelon).



L'oscilloscope filtre les harmoniques haute fréquence du signal. Pour quantifier ce problème, on définit le temps de montée  $t_r$  (durée nécessaire pour que le signal passe de 10 % à 90 % de sa valeur maximale). La bande passante est reliée à  $t_r$  par la relation suivante.

$$BP_{-3dB} = \frac{K}{t_r}$$

Le temps de montée mesuré  $t_{rm}$  est relié au temps de montée de l'oscilloscope  $t_{ro}$  et au temps de montée du signal  $t_{rs}$  par la relation

$$t_{rm} \approx \sqrt{t_{ro}^2 + t_{rs}^2}$$

rq : dans la pratique, ces observations sont délicates car le GBF ne donne pas un pur créneau. Il est alors difficile de distinguer ce qui est dû au générateur de ce qui est dû à l'oscilloscope. Cependant, lorsque l'on étudie des temps de montée lors de commutation de semi-conducteurs rapides, il faut bien penser que les temps de montée de quelques ns sont faussés par les oscilloscopes dont la bande passante est de l'ordre de 100 MHz... Il faut alors vérifier alors le temps de montée donné dans la documentation de l'oscilloscope et corriger...

### **II.5. Problèmes de masse et oscilloscopes.**

Avant d'aller plus loin, il convient de rappeler qu'un appareil dit « flottant » ne ramène pas la masse dans le circuit dans lequel il est utilisé. C'est notamment le cas des alimentations stabilisées et des multimètres.

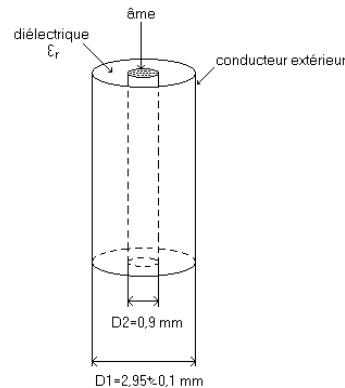
En revanche, la plupart des G.B.F. (générateurs de signaux basse fréquence) et des oscilloscopes ne sont pas flottants. La partie métallique externe des connecteurs B.N.C. de ces appareils est raccordée à la terre pour des questions de sécurité. Au cas où la partie métallique externe du BNC serait, suite à un défaut, portée à un potentiel important par rapport à la terre, l'installation électrique disjoncterait ce qui permet de protéger l'utilisateur.

rq : Les GBF 33220A sont flottants. Si la partie métallique externe des BNC qui délivrent du signal sont portées à un potentiel supérieur à 42V (norme pour la manipulation en milieu sec), un dispositif électronique relie directement ce connecteur à la masse et l'installation disjoncte. Sinon, une haute impédance est présentée entre ce connecteur métallique et la masse. La sortie reste donc flottante.

### III. Structure et caractéristiques d'un câble coaxial.

- Structure d'une ligne coaxiale.

Comme toute ligne destinée à propager un signal électrique, une ligne coaxiale doit être composée de deux conducteurs distincts (il faut assurer la circulation du courant entre un dipôle générateur et un dipôle récepteur). L'avantage de ce type de ligne, par rapport aux lignes bifilaires, par exemple, c'est que les deux conducteurs sont très proches l'un de l'autre. Ainsi, la boucle qu'ils forment, lorsque le câble est relié aux deux extrémités, est de surface étroite. Les perturbations électromagnétiques (flux parasites), inévitables dans toute zone proche d'installations électriques (laboratoire, salles de TP notamment !), induiront donc des perturbations moindres qu'avec une ligne à deux fils distincts... On « blinde » la ligne de propagation...



Le conducteur extérieur est un cylindre creux de diamètre  $D_1 = 2,95 \pm 0,1$  mm, alors que le conducteur intérieur (âme) est composé d'un câble de 19 fils de cuivre de diamètre  $d = 0,18$  mm. L'âme est comprise dans une gaine de diamètre  $D_2 = 0,9$  mm. On en déduit que la section effective de conducteur est comprise entre  $\sqrt{19} \cdot d$  et  $D_2$ .

Pour une telle structure, on peut calculer une inductance  $\Lambda_u$  et une capacité  $\Gamma_u$  par unité de longueur. On rappelle que

$$\Lambda_u = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D_1}{D_2}\right) \quad \text{et} \quad \Gamma_u = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{D_1}{D_2}\right)}$$

Compte tenu des données géométriques et de la valeur de la permittivité du diélectrique (à déterminer expérimentalement par la suite), on trouve les ordres de grandeur suivants

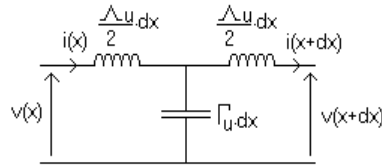
$$\Lambda_u = 0,25 \mu\text{H} / \text{m} \quad \text{et} \quad \Gamma_u = 100 \text{pF} / \text{m}$$

- Modélisation d'une ligne sans pertes :

Nous allons, pour simplifier notre démarche, considérer une ligne sans pertes. On suppose que les conducteurs sont de résistance nulle et qu'aucune énergie n'est dissipée au cours de la propagation (cette hypothèse est évidemment démentie en pratique...).

La ligne coaxiale se comporte comme un filtre passe bas (elle ne permet plus la propagation au-delà d'une certaine plage de fréquence).

On peut représenter un élément de longueur  $dx$  de ligne sans pertes de la façon suivante



Tous les calculs qui suivent sont effectués en régime sinusoïdal forcé.

• Impédance caractéristique :

C'est l'impédance  $Z_c$ , qui, lorsqu'elle est placée en sortie d'une ligne de propagation, donne à cette dernière le comportement d'une ligne infinie (pas d'ondes réfléchies...). L'impédance d'entrée est alors égale à  $Z_c$ . Si on place, en sortie de ligne, une impédance différente de  $Z_c$ , on aura une onde réfléchie.

L'impédance  $Z_c$  est donc telle qu'en tout  $x$ , on ait

$$\bar{v}(x) = \bar{Z}_c \cdot \bar{i}(x)$$

Pour la calculer, on peut utiliser le modèle établi sur la figure précédente et écrire les équations de nœuds et de mailles. On obtient alors les équations suivantes

$$\begin{cases} \bar{v}(x) = \left( j \cdot \frac{\Lambda_u}{2} \cdot dx \cdot \omega - \frac{j}{\Gamma_u \cdot dx \cdot \omega} \right) \bar{i}(x) + \left( \frac{j}{\Gamma_u \cdot dx \cdot \omega} \right) \bar{i}(x+dx) = \bar{Z}_a \cdot \bar{i}(x) + \bar{Z}_b \cdot \bar{i}(x+dx) \\ \bar{v}(x+dx) = - \left( \frac{j}{\Gamma_u \cdot dx \cdot \omega} \right) \bar{i}(x) - \left( j \cdot \frac{\Lambda_u}{2} \cdot dx \cdot \omega - \frac{j}{\Gamma_u \cdot dx \cdot \omega} \right) \bar{i}(x+dx) = -\bar{Z}_b \cdot \bar{i}(x) - \bar{Z}_a \cdot \bar{i}(x+dx) \end{cases}$$

Sachant que

$$\bar{v}(x) = \bar{Z}_c \cdot \bar{i}(x)$$

et

$$\bar{v}(x+dx) = \bar{Z}_c \cdot \bar{i}(x+dx)$$

On en déduit que

$$\bar{Z}_c^2 = \bar{Z}_a^2 - \bar{Z}_b^2$$

En remplaçant, cela conduit à

$$\bar{Z}_c^2 = \frac{\Lambda_u}{\Gamma_u} - \frac{\Lambda_u^2 \cdot \omega^2}{4} \cdot (dx)^2$$

Au premier ordre, cela conduit à

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\Lambda_u}{\Gamma_u}}$$

On remarque que cette impédance est réelle et qu'elle vaut  $50\Omega$ , compte tenu des caractéristiques du câble.

• Propagation dans une ligne sans pertes.

En reprenant les notations du paragraphe précédent, on peut écrire que

$$\bar{v}(x) = \left( j \cdot \frac{\Lambda_u}{2} \cdot dx \cdot \omega \right) \bar{i}(x) + \left( \frac{j}{\Gamma_u \cdot dx \cdot \omega} \right) d\bar{i} = \bar{Z}_c \cdot \bar{i}(x) \quad \text{sachant que} \quad d\bar{i} = \bar{i}(x+dx) - \bar{i}(x)$$

On en déduit que

$$\frac{d\bar{i}}{\bar{i}} = (\Gamma_u \cdot dx \cdot \omega) \left( -\frac{\Lambda_u}{2} \cdot dx \cdot \omega - j \cdot \bar{Z}_c \right) \approx -j \cdot \bar{Z}_c \cdot \Gamma_u \cdot \omega \cdot dx \quad \text{au premier ordre}$$

en intégrant, on obtient

$$\bar{i}(x) = \bar{i}(0) \cdot e^{-j \cdot \bar{Z}_c \cdot \Gamma_u \cdot \omega \cdot x} = \bar{i}(0) \cdot e^{-j \cdot \sqrt{\Lambda_u \cdot \Gamma_u} \cdot \omega \cdot x}$$

En régime sinusoïdal, on peut écrire que  $\bar{i}(0) = I_0 \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}$ , ce qui conduit à

$$i(x, t) = I_0 \cdot e^{j \cdot \omega \cdot (t - \sqrt{\Lambda_u \cdot \Gamma_u} \cdot x)}$$

La vitesse de propagation dans le câble est donc  $c_{\text{coax}} = \frac{1}{\sqrt{\Lambda_u \cdot \Gamma_u}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$ .

rq : ce résultat est commun à toute propagation d'une onde dans un milieu à symétrie cylindrique.

rq : le calcul fait pour le courant pourrait également être réalisé pour la tension...

• Réflexion en bout de ligne.

En bout de ligne, on fixe une impédance  $\bar{Z}_u$  quelconque et on s'intéresse à l'onde réfléchie (quand elle existe).  
En tout point de la ligne, on a

$$\bar{v}(x) = \bar{v}'(x) + \bar{v}''(x)$$

et

$$\bar{i}(x) = \frac{1}{\bar{Z}_c} [\bar{v}'(x) - \bar{v}''(x)]$$

En bout de ligne, cela conduit donc à

$$\bar{v}(s) = \bar{Z}_u \cdot \left[ \frac{\bar{v}'(s)}{\bar{Z}_c} - \frac{\bar{v}''(s)}{\bar{Z}_c} \right]$$

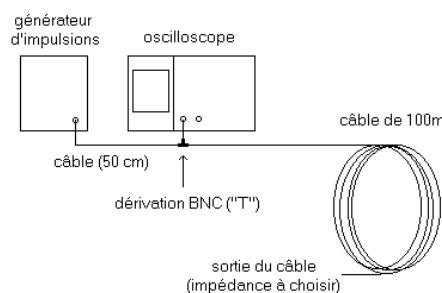
On en déduit que

$$\frac{\bar{v}''}{\bar{v}'} = \frac{\bar{Z}_u - \bar{Z}_c}{\bar{Z}_u + \bar{Z}_c}$$

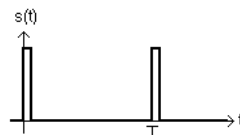
- Si on place l'impédance caractéristique en sortie,  $\bar{v}''$  est nulle, donc pas d'onde réfléchie (la ligne se comporte bien comme une ligne infinie).
- Si on laisse la sortie ouverte (impédance infinie), alors l'onde réfléchie est identique à l'onde incidente (même signe et même amplitude).
- Si on court-circuite la sortie, alors  $\bar{v}'' = -\bar{v}'$ . L'onde réfléchie est donc opposée à l'onde incidente (identique sauf en ce qui concerne le signe).

### **Manip :** (un seul poste)

Nous allons essayer de retrouver certaines caractéristiques des lignes coaxiales. Dans un premier temps, l'extrémité du câble sera laissée ouverte (impédance infinie). On envoie des impulsions en entrée du câble et on observe le signal reçu sur un oscilloscope placé de la façon suivante



Le générateur d'impulsion génère des signaux de forme suivante



- Quelle distance va parcourir l'onde réfléchie par rapport à l'onde qui arrive directement à l'oscilloscope ? Comment choisir la forme et la période des impulsions pour que l'on puisse séparer ces derniers des signaux réfléchis ? (supposer que la vitesse de propagation est du même ordre de grandeur que la vitesse de la lumière et en déduire l'ordre de grandeur de la durée nécessaire pour que le signal réfléchi revienne à l'oscilloscope). En déduire les caractéristiques (largeur, période) des impulsions à envoyer.
- On laisse la sortie du câble « en l'air » (impédance infinie). A partir de la réponse obtenue à l'oscilloscope, déduire la vitesse de propagation dans le câble coaxial. Quelle est la valeur de la permittivité du diélectrique utilisé dans le câble ? Utilisez cette valeur pour calculer un encadrement de  $\Lambda_u$  et  $\Gamma_u$ . A quoi faut-il faire attention concernant la synchronisation ?
- Comment interpréter la forme du signal réfléchi (atténuation et modification du poids relatif des différents harmoniques du spectre) ?
- On applique des embouts de différentes impédances en sortie du câble. On prendra notamment une impédance quasi nulle, une impédance de  $50\Omega$ , une impédance quasi infinie et des valeurs intermédiaires. Commenter l'allure des signaux réfléchis. Quelle est la valeur de l'impédance caractéristique d'une ligne coaxiale (à retenir) ?

*rq :* on rappelle que la célérité de la lumière dans le vide est fixée par convention et vaut environ  $2,998 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .





## TP d'analyse spectrale

Ce TP porte sur l'analyse spectrale FFT à travers les possibilités offertes par les oscilloscopes numériques (analyse sur qq 1000 points) ou à travers une acquisition sur toute la mémoire de l'oscilloscope (jusqu'à qq Mpts) suivie d'une analyse FFT sous Igor pour la caractérisation des systèmes linéaires.

### I. La transformée de Fourier sur l'oscilloscope numérique :

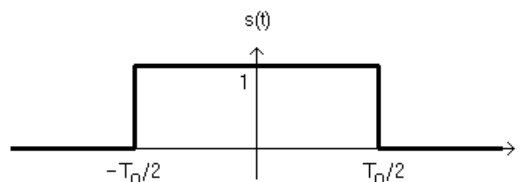
Les oscilloscopes numériques disposent en mémoire des points qui décrivent les tensions observées. Il est alors assez simple de faire des opérations mathématiques sur ces courbes, en traitant les échantillons. On dispose couramment de la somme et de la différence des deux voies, de leur produit. On peut obtenir la dérivée, une primitive, la racine carrée ou l'analyse du spectre par F.F.T. (transformée de Fourier rapide = « Fast Fourier Transform »). Dans cette partie, nous allons plus particulièrement nous intéresser à l'obtention, par F.F.T. du spectre d'amplitude. Il s'agit d'une transformée de Fourier, réalisée à travers un algorithme qui permet de rendre le calcul plus rapide. Pour ça, l'idéal est de travailler à partir d'un nombre de points qui est une puissance de 2. C'est particulièrement utile quand le nombre de points est grand (qq Mpts)

#### I.1. Rappel sur la transformée de Fourier d'un signal continu

Si on considère une fonction  $s(t)$ , sa transformée de Fourier  $S(f)$  est définie de la façon suivante :

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot e^{-2j\pi \cdot f \cdot t} \cdot dt$$

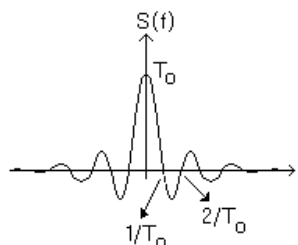
Considérons par exemple le cas d'un signal temporel d'allure suivante :



Si on calcule sa transformée de Fourier, on trouve que

$$S(f) = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} e^{-2j\pi \cdot f \cdot t} \cdot dt = \left[ \frac{e^{-2j\pi \cdot f \cdot t}}{-2j\pi \cdot f} \right]_{-T_0/2}^{T_0/2} = \frac{\sin(\pi \cdot f \cdot T_0)}{\pi \cdot f \cdot T_0} = T_0 \cdot \text{sinc}(\pi \cdot f \cdot T_0)$$

Soit graphiquement



On constate que ce spectre est continu (contrairement aux cas d'un signal périodique) et qu'il prend des valeurs non nulles pour les fréquences négatives.

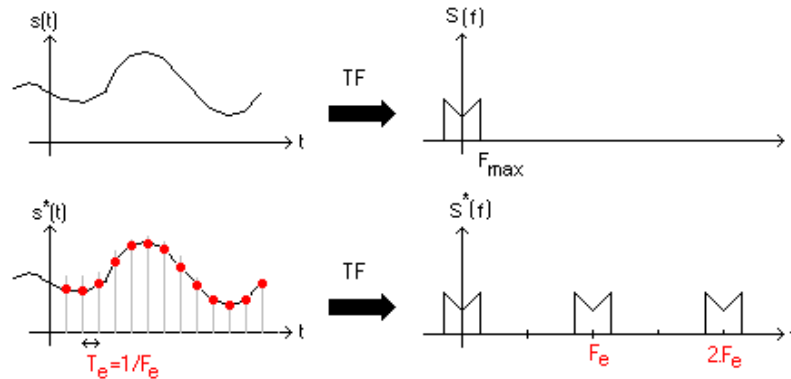
#### I.2. Etapes nécessaires pour réaliser une transformée de Fourier numérique

Lorsque l'oscilloscope numérique traite un signal, il ne peut utiliser qu'un nombre limité d'échantillons de ce dernier (une mémoire ne dispose que d'une capacité finie). Pour cela on échantillonne à intervalles de temps

réguliers (fréquence d'échantillonnage  $f_e$ ) et sur une durée limitée  $T_0$  (troncation). On va voir que ces deux opérations vont modifier de façon notable le spectre obtenu, par rapport à celui que l'on attend. Nous allons commencer par présenter chaque opération individuellement, puis nous verrons ce qui se passe quand on effectue simultanément échantillonnage et troncation.

### 1.2.1 L'échantillonnage :

Considérons un signal analogique  $s(t)$  dont le spectre est  $S(f)$  et le même signal, échantillonné à la fréquence d'échantillonnage  $F_e$ ,  $s^*(t)$  dont le spectre est  $S^*(f)$ . Les formes des spectres sont alors les suivantes :



On constate que si  $F_e > 2F_{\max}$  ( $F_e - F_{\max} > F_{\max}$ ), il suffira de travailler avec une fenêtre d'observation assez restreinte (comprise entre  $F_{\max}$  et  $F_e - F_{\max}$ ) et le spectre observé sera le même avec et sans échantillonnage.

En revanche, si  $F_e < 2F_{\max}$ , on constate que les différents éléments se chevauchent ce qui interdit de pouvoir récupérer une image correcte du spectre... On parle de **repliement de spectre**.

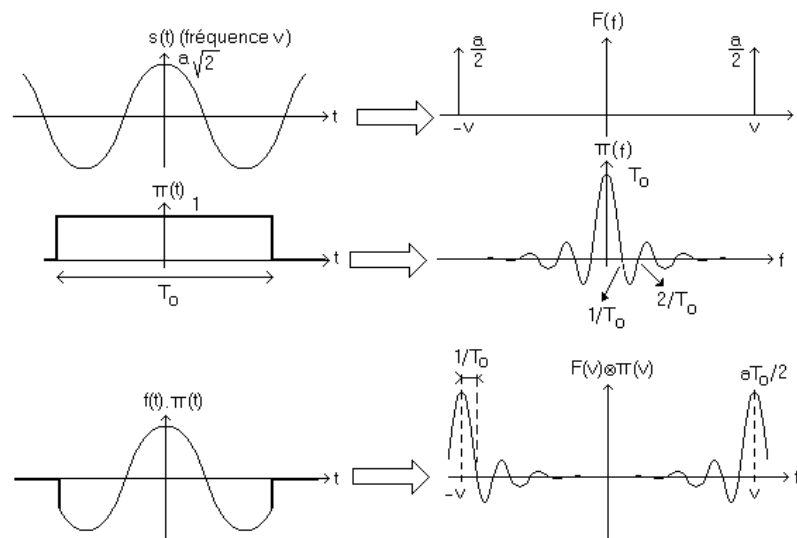
Pour pouvoir s'affranchir du problème de repliement, il faut donc que  $F_e > 2F_{\max}$ , c'est le théorème de **Shannon**.

*Remarque :* bon nombre de signaux périodiques ont un spectre non borné (triangles, créneaux...). Dans ce cas il y aura toujours repliement, mais essentiellement pour les harmoniques de rang élevé (qui sont souvent noyés dans le bruit). En pratique, la limite supérieure du spectre peut par exemple correspondre aux fréquences au-delà desquelles on ne peut plus distinguer le spectre du signal étudié du bruit... Il faut noter que le bruit vu dans la bande passante de l'appareil va aussi se replier.

### 1.2.2. La troncature (ou troncature):

On ne peut pas visualiser un signal sur une durée infinie. Il est donc nécessaire de se limiter à une plage d'observation  $T_0$ . Cette opération est appelée troncature. Nous allons voir qu'elle a des effets sur les spectres observés.

Si on travaille avec une sinusoïde (ou une raie quelconque d'un spectre), le fait de tronquer le signal temporel  $s(t)$  de départ va transformer la raie initiale en un sinus cardinal. On pourra toujours déduire l'amplitude des raies du sinus cardinal, mais la résolution en fréquence est bien entendu altérée. On constate que plus la fenêtre de troncature sera large plus la raie centrale sera fine.



*Remarque* : sur la figure précédente, l'échelle en amplitude est linéaire. Nous verrons que l'appareil que nous allons utiliser donne, en amplitude, une échelle logarithmique.

### 1.2.3. Utilisation du module de F.F.T.

- *Choix de la base de temps :*

Sur un oscilloscope le nombre de points acquis temporellement en vue de la FFT est une constante quelle que soit la base de temps (1000 pour les oscilloscopes Agilent DSO5012A, DSO6012A et HP546xx, 2048 pour les TDS210..., 62500 sur les Agilent ou Keysight DSO3014X ou DSOX1012G). Nous noterons ce nombre  $N_{FFT}$ . Le signal est observé sur une durée  $T_o$  fixée avec le bouton de base de temps. L'échantillonnage est réalisé à la fréquence  $F_{eFFT} = 1/T_{eFFT}$ . Ces trois paramètres sont liés :

$$N_{FFT} = \frac{T_o}{T_{eFFT}} = T_o \cdot F_{eFFT}$$

Ainsi, dans la mesure où l'on dispose d'un bouton de base de temps, puisque  $N_{FFT}$  est fixé, il n'y a pas de réglage de la fréquence d'échantillonnage. Ce paramètre est fixé implicitement par à partir de la base de temps choisie.

Par ailleurs, le spectre est calculé avec  $N_{FFT}/2+1 \approx N_{FFT}/2$  points sur une plage de fréquence allant de 0 à  $F_{eFFT}/2$ . Le pas de calcul en fréquence  $\Delta F$  (écart de fréquence entre deux points successifs du spectre) est donc tel que

$$\Delta F = \frac{F_{eFFT}/2}{N_{FFT}/2} = \frac{1}{T_o}$$

Pour respecter le critère de Shannon, il faut que  $F_{eFFT} > 2F_{max}$ , ce qui signifie qu'il est nécessaire d'avoir une durée d'observation  $T_o$  assez faible.

Pour obtenir un spectre avec suffisamment de points dans la zone à étudier, c'est-à-dire avec un pas de calcul en fréquence  $\Delta F$  assez faible, il faut au contraire une faible fréquence d'échantillonnage et donc une durée d'observation  $T_o$  assez importante.

**On constate que les deux impératifs précédents s'opposent. Pour observer un spectre convenable, il va donc falloir faire un compromis entre le respect du critère de Shannon et la qualité de la résolution du calcul spectral. Ce compromis n'est pas toujours possible.**

- *L'échelle en dB :*

L'échelle de la réponse en amplitude est en dB. La valeur en dB (notée LdB) est reliée à la valeur efficace recherchée par la relation suivante :

$$LdB = 20 \cdot \log(V_{eff}/V_0) \quad \text{où } V_0 \text{ vaut 1 Volt efficace}$$

Pour estimer précisément la hauteur d'une raie, nous verrons qu'il est intéressant de dilater les échelles (zoom en fréquence et en amplitude), de choisir une fenêtre de pondération adaptée, et de travailler avec les deux curseurs d'amplitude ce qui nous donnera un encadrement de la valeur obtenue...

L'intérêt de l'échelle log en amplitude, c'est de mieux représenter les harmoniques de poids faible qui seraient difficiles à distinguer du zéro en échelle linéaire...

A titre indicatif, si on représente deux grandeurs à l'écran l'une étant 100 fois plus grande que l'autre, en échelle linéaire, si la plus grande est représentée pleine échelle sur 256 niveaux (numérisation sur 8 bits), la plus faible ne sera représentée que sur 2 niveaux, alors qu'en échelle log, on aura seulement perdu 40 dB.

Si le rapport avait été 1000, en échelle linéaire, il n'y avait plus de niveau de représentation alors qu'en échelle log, on aurait perdu 60 dB.

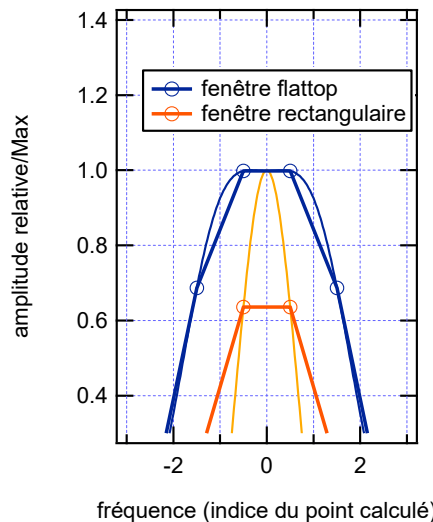
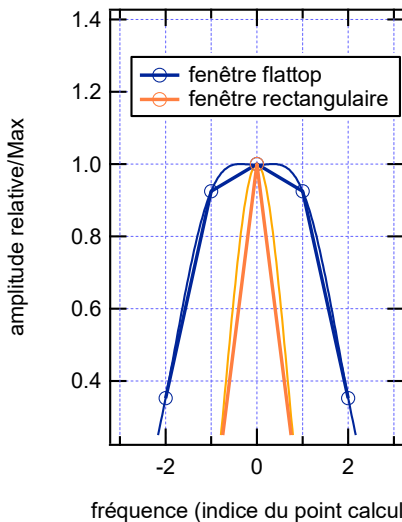
- *Choix des fenêtres de troncation (Cf annexe)*

Dans la pratique, on n'utilise les fenêtres rectangulaires que pour étudier le spectre de phénomènes transitoires. Dans le cas de signaux périodiques, on va plutôt chercher des fenêtres à bords moins abrupts ce qui va avoir des conséquences sur l'allure des raies obtenues.

Pour avoir une bonne précision en amplitude, on utilisera de préférence les fenêtres « flattop » car elles conduisent à des raies à sommet plat au voisinage du maximum, ce qui permet d'obtenir un repérage plus fiable de sa valeur.

Pour avoir une bonne résolution en fréquence (possibilité de séparer deux raies proches), on préférera les fenêtres de type « hanning » qui conduisent à des raies un peu plus fines, ou même plutôt rectangulaires...

Pour illustrer ces problèmes du choix des fenêtres, on peut s'inspirer des deux figures suivantes, sur lesquelles on présente simultanément, en échelle linéaire une fenêtre de type flattop et une fenêtre rectangulaire. Sur la figure de gauche, on a la chance de calculer un point exactement à la fréquence du pic. Sur celle de gauche, on calcule un point un peu avant et un peu après, mais pas exactement à la fréquence du pic.



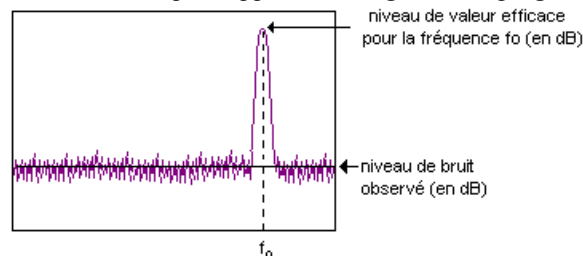
Sur la seconde, on voit que l'amplitude du sommet est correctement représentée avec la fenêtre flattop, mais qu'elle est fortement faussée avec la fenêtre rectangulaire. Statistiquement, on se retrouvera entre les deux situations extrêmes présentées, ce qui signifie qu'avec une fenêtre rectangulaire, l'erreur systématique de sous estimation de l'amplitude du pic peut être assez importante

#### I.2.4. Travail expérimental :

- On utilise un GBF pour obtenir une sinusoïde  $s(t)$  de fréquence  $f_s$  (période  $T_s$ ) voisine de 100 kHz et de valeur efficace  $S$  de l'ordre de 1V. On note

$$s(t) = S\sqrt{2} \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t)$$

- On observe cette courbe à l'oscilloscope en prenant une base de temps permettant d'observer un peu plus d'une période (fenêtre d'observation  $T_0$  légèrement supérieure à  $T_s$ ). Faire une mesure de la valeur RMS la plus juste et la plus précise possible (bonne échelle en temps, en amplitude et moyennage... on justifiera ces choix). On veillera à conserver l'amplitude de ce signal par la suite. Pensez à repasser en mode d'acquisition (« Acquire ») « Normal » afin de calculer la FFT sans qu'un traitement ne soit effectué sur le signal à analyser.
- On fait apparaître la FFT de cette fonction à l'écran après avoir supprimé le moyennage (mode d'acquisition « Normal »). On constate que l'échelle de fréquence dans le spectre n'est pas adaptée. Cela est lié à la **truncation** sur une plage  $T_0$ , dans la mesure où l'écart de fréquence entre deux points du spectre sera de  $1/T_0$ . Le nombre de points  $N$  dans le spectre étant donné, plus la fenêtre  $T_0$  sera étroite plus le spectre sera calculé sur une plage large de fréquence ( $N/T_0$ ). Cependant l'écart en fréquence entre deux points successifs du spectre étant grand, on risque de rater des pics si ceux-ci se situent entre les points!
- On règle le bouton de base de temps afin de se ramener à une échelle de fréquence permettant de visualiser le pic au voisinage de 100 kHz au milieu de l'écran (choisir une plage d'analyse proche de 156 kHz environ soit une fréquence d'échantillonnage de 312kHz). On observe un **pic d'amplitude finie et de largeur donnée et non un Dirac**...ce qui est, là encore, dû à la **truncation**. On choisira pour commencer une fenêtre rectangulaire. Noter la fréquence d'échantillonnage indiquée en bas à droite de l'écran (en Sa/s). Que peut-on dire de cette valeur par rapport à la largeur de la plage d'analyse ?



Le niveau bas du spectre correspond au niveau de bruit détecté qui provient à la fois du signal traité et de l'appareil lui-même (le seul fait de numériser un signal revient à introduire du bruit...). Sa valeur n'est pas directement exploitable en terme de valeur efficace. En effet, pour un bruit, la grandeur pertinente est la densité spectrale de puissance et il faut renormaliser le spectre FFT pour l'obtenir (le coefficient de renormalisation dépend notamment de la forme de la fenêtre de truncation choisie).

Une fois que l'on a un spectre satisfaisant, si on veut zoomer sur un pic, on ne touche plus au bouton de base de temps, sinon, le spectre sera recalculé avec d'autres paramètres qui ne seront pas forcément corrects. Avant d'aller plus loin, faites « preset » pour être certain que vous travaillez sur un spectre représenté pleine échelle.

- Zoomer sur le zone du pic : on doit jouer sur « center frequency » pour ramener le pic étudié au centre de l'écran puis modifier le « span » avec le bouton de zoom et surtout pas en modifiant la base de temps. Puis on adapte l'échelle en amplitude, en jouant sur « offset » qui représente le niveau en dB du centre de l'écran puis sur le nombre de dB par carreau.
- Pour chaque fenêtre de troncation (Hanning, flattop, rectangulaire, Blackman-Harris...), observer, avec persistance de la trace (dans « Display »), ce que l'on observe au voisinage du sommet du pic quand on fait varier la fréquence de la sinusoïde par pas faible devant  $1/T_0$ . On suppose que le rapport signal/Bruit est assez favorable pour que le bruit n'ait pas incidence sur le résultat. Noter le point le plus haut et le point le plus bas correspondant au maximum (en V RMS) ainsi que l'écart en dB entre ces deux points. Vous noterez ces valeurs dans un tableau. Comment interpréter cette figure ? On constate que les fenêtres de Hanning et rectangulaire donne un pic plus fin ce qui est bon pour séparer deux fréquences proches, mais peu précis pour repérer le niveau du sommet du pic. La fenêtre flattop donne en revanche un pic plus large et plus bombé au sommet, ce qui permet de mieux repérer le niveau de ce dernier, mais rend difficile la séparation de deux raies proches. En pratique, on notera l'erreur systématique maximale que l'on est susceptible d'avoir quand on mesure l'amplitude d'un pic en FFT, avec chaque fenêtre de troncation disponible.
- On affiche à nouveau tout le spectre calculé, ce qui revient à supprimer tous les effets de zoom. On utilise pour ça la touche « Preset ». On va alors s'intéresser à un phénomène lié à l'échantillonnage, le repliement de spectre. On se place à 15.6 kHz par carreau (plage de 156kHz). On augmente progressivement la fréquence jusqu'à ce que le pic sorte à droite de l'écran. On continue à augmenter la fréquence et on constate qu'un pic apparaît dans l'écran et se déplace vers la gauche lorsque l'on augmente la fréquence ! On rappelle que pour ne pas observer de repliement, il faut échantillonner à une fréquence  $f_e$  supérieure à  $2F_{max}$ , si  $F_{max}$  représente la fréquence maximale dans le spectre du signal étudié. Il se trouve que la fréquence d'échantillonnage de l'appareil (indiquée en kSa/s = kilosamples/seconde) est automatiquement fixée par l'appareil lorsque l'on règle le bouton base de temps afin d'avoir une échelle de fréquence adaptée. Cette fréquence d'échantillonnage est justement le double de la largeur de la plage observée (une échelle 15.6kHz par carreau pour 10 carreaux donne une plage de 156kHz et donc une fréquence d'échantillonnage de 312 kS/s). Ainsi, on observe du repliement dès que la fréquence de la sinusoïde atteint 250 kHz.
- On va appliquer tout ce que l'on vient de voir à un signal plus complexe mais connu précisément, le signal triangulaire. On prendra, pour commencer, un triangle symétrique, de fréquence 100kHz et d'amplitude maximale 5V. En FFT donner un encadrement de l'amplitude de l'harmonique 1, 3, 5, 7 et 9 si possible. Tracer l'évolution de  $H_1/H_n$  en fonction de  $n^2$ . Le résultat correspond-il à ce qui est attendu ? Que se passe-t-il quand on augmente la fréquence ? Pourquoi le repliement se fait-il sentir plus tôt qu'avec la sinusoïde ?
- Lorsque les signaux périodiques présentent une symétrie par rapport à la demi-période, ils ne présentent que des harmoniques impairs. Si on disymétrise le signal, on voit apparaître des harmoniques pairs. Pour une dissymétrie marquée, donner un encadrement du second harmonique du signal observé.
- Observer Le spectre en amplitude d'un signal en créneaux. Pourquoi le spectre de ce signal est-il plus difficile à exploiter que celui d'une sinusoïde ou même celui d'un triangle ? Distinguer les raies effectives du signal des raies liées à l'échantillonnage... Pourquoi a-t-on pu éviter ce problème avec la sinusoïde ou le triangle ?

Remarque : si on s'intéresse uniquement à l'amplitude d'harmoniques de rang faible, on peut choisir de ne conserver que ces derniers et d'éliminer les suivants par filtrage. On parle alors de filtre anti-repliement (on n'observe pas le spectre du signal qui nous intéresse, mais seulement celui d'un signal dont les premiers harmoniques ont les mêmes caractéristiques).

## **II. Application de la FFT pour relever la fonction de transfert d'un système linéaire.**

Pour relever la fonction de transfert d'un système linéaire, on peut soit essayer de la déterminer directement par une étude consistant à appliquer successivement des sinusoïdes de fréquences différentes, soit appliquer en entrée des signaux plus riches spectralement et à exploiter la réponse obtenue pour en déduire la fonction de transfert. On peut par exemple relever la réponse à une impulsion du système et en déduire sa fonction de transfert

en calculant la transformée de Fourier de cette réponse. Dans le premier paragraphe, nous allons présenter cette méthode. Dans le paragraphe suivant, l'étude directe en fréquence est rappelée pour information.

## II.1. Présentation de la méthode

### II.1.1. Principe.

On considère un système linéaire présentant une entrée  $e(t)$  et une sortie  $s(t)$ . Si on représente le système en échelle fréquentielle, on se retrouve dans la configuration suivante :

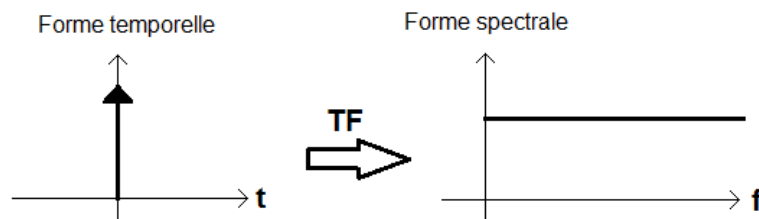


En entrée, le signal est impulsionnel, de la forme  $e(t) = A \cdot \delta(t)$ . Sa transformée de Fourier est  $E(f) = A$ . La fonction de transfert du système linéaire est  $F(f)$ . Alors, en sortie de ce dernier, on récupère un signal  $s(t)$  dont la transformée de Fourier est  $S(f) = A \cdot F(f)$ . Le spectre du signal de sortie correspond donc, un à facteur multiplicatif réel près, à la fonction de transfert du système linéaire.

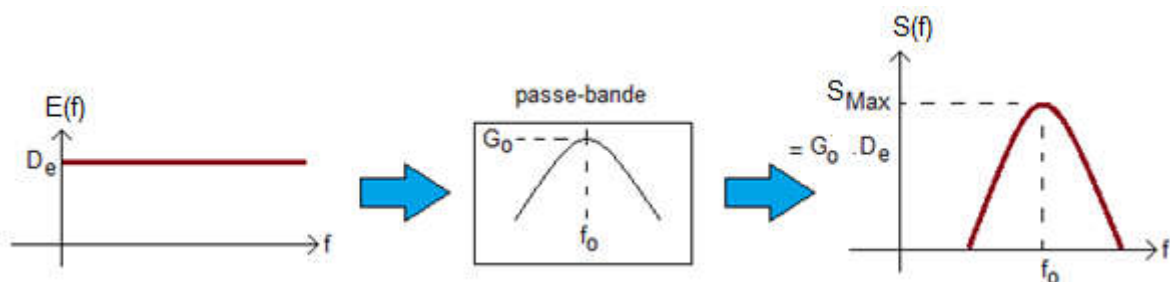
En pratique, on ne réalise pas exactement une impulsion de Dirac. Pour limiter les effets liés à la forme de l'impulsion, on calculera, quand c'est possible, la fonction de transfert en faisant le rapport entre la transformée de Fourier de la sortie et la transformée de Fourier de l'entrée.

### II.1.2. Mise en place du système d'analyse avec la macro Igor(utile en électronique).

L'intérêt d'une impulsion de Dirac, c'est qu'elle envoie autant d'énergie sur toutes les fréquences de 0 à l'infini. On peut ainsi, en un seul essai, connaître le comportement du système, quelle que soit la fréquence de sollicitation.



Dans le cas particulier où on caractérise un filtre passe bande de gain  $G_0$  et de fréquence centrale  $f_0$ , on peut résumer le problème de la façon suivante :

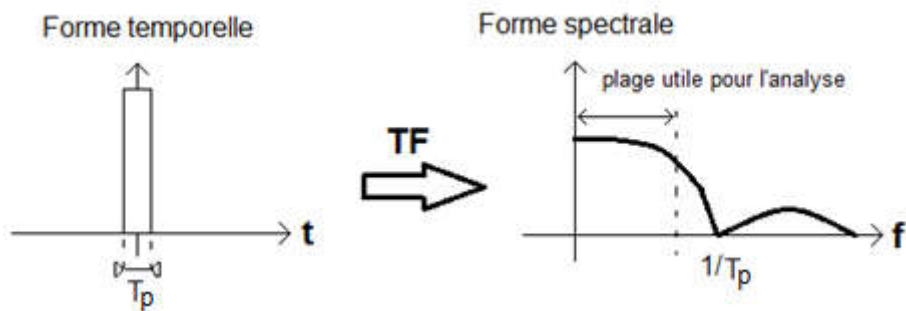


Malheureusement, on ne sait pas réaliser un Dirac. On peut seulement approcher sa forme en réalisant un signal rectangulaire d'amplitude la plus grande possible et de durée la plus faible possible, devant les temps caractéristiques du système étudié. Ce type de signal permettra de simuler une impulsion jusqu'à une fréquence qui sera d'autant plus grande que l'impulsion sera courte.

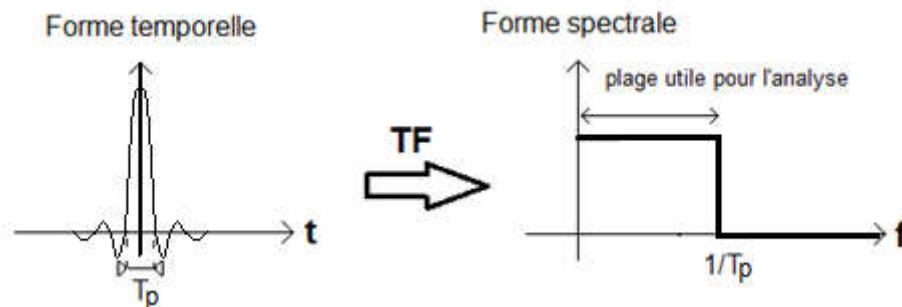
- *Choix des caractéristiques de l'impulsion :*

- *Largeur de l'impulsion :*

Dans le cas où l'impulsion est rectangulaire, de durée  $T_p$ , la transformée de Fourier conduit à un sinus cardinal dont la première annulation surviendra à  $1/T_p$  (Cf propriétés du Sinc). On enverra donc l'essentiel de la puissance du signal sur une plage de fréquence légèrement inférieure à  $1/T_p$ . La largeur de la plage sur laquelle on est susceptible de récupérer la fonction de transfert avec un niveau de signal suffisant est donc directement liée à la largeur de l'impulsion. Des impulsions courtes conduisent à des plages plus élevées, mais aussi à des niveaux de signaux moindres ce qui peut conduire à des fonctions de transfert de mauvaise qualité.



On peut choisir plutôt une impulsion en sinus cardinal de largeur  $T_p$  dont la transformée de Fourier est constante jusqu'à  $1/T_p$  et de puissance très faible au-delà. Il s'agit donc de l'équivalent d'une impulsion de Dirac sur une plage limitée en fréquence.



- Période de répétition et durée de l'impulsion :

Par ailleurs, le signal impulsionnel présente une période de répétition  $T$ . Il faudra acquérir la réponse impulsionnelle sur une fraction de  $T$ . On notera  $T_d$  cette durée.  $T_d$  fixera directement le pas de calcul en fréquence de la FFT à  $1/T_d$  (Cf généralités sur la FFT). Ainsi, en analysant sur une plage dont la largeur est de l'ordre de  $1/T_p$ , sachant que l'on calculera le spectre avec des points pris tous les  $1/T_d$ . Le nombre de points pour représenter la fonction de transfert sera donc de l'ordre de  $N_{FT} = T_d/T_p$  (en fait un peu moins, car l'analyse ne sera conservée, avec la macro sous Igor, que sur 80% de  $1/T_p$  avec l'impulsion rectangulaire et 98% de  $1/T_p$  avec l'impulsion en sinus cardinal, pour éviter d'avoir des signaux trop bruités)

• Choix de la fenêtre de troncation pour le calcul de la FFT :

Pour pouvoir obtenir un spectre de phase correct, on a choisi de placer l'impulsion à gauche de l'écran et d'enregistrer dans ces conditions. La réponse du système va alors présenter l'essentiel de sa puissance sur le bord gauche de la fenêtre d'acquisition. Il faut donc impérativement utiliser une fenêtre rectangulaire, sinon, avec les autres fenêtres dont les bords partent de zéro ou de valeurs proches de zéro pour monter très progressivement, on va pratiquement annuler la réponse après fenêtrage, ce qui conduira à un résultat inexploitable.

*Remarque :* il est possible de choisir une impulsion dont la forme est un sinus cardinal (première annulation à  $T_p$ ). L'intérêt est que le spectre d'un sinus cardinal est un rectangle, ce qui permettra d'envoyer une puissance équivalente sur toutes les fréquences, sur une plage allant de 0 à  $1/T_p$ . Si on fait le rapport entre le spectre de la sortie et le spectre de l'entrée du système, on aura un résultat équivalent au cas précédent. Cette option n'est possible qu'avec des impulsions obtenues avec des générateurs 33220A. Elle n'est pas opérationnelle sur les générateurs numériques intégrés aux oscilloscopes DSOX3014A qui ne permettent pas de paramétrer les sinus cardinaux correctement.

## **II.2. Application à l'obtention de la fonction de transfert d'un diapason.**

Dans cette partie, l'impulsion est donnée au moyen d'un petit marteau. On n'aura pas la possibilité d'en récupérer les caractéristiques. Pour que l'expérience fonctionne, on vérifiera simplement que le temps du coup de marteau est suffisamment court devant la durée de relaxation du système.

### **II.2.1. Quelques précisions sur le principe de l'expérience.**

Nous allons commencer par calculer l'ordre de grandeur du nombre de points qu'il faudra acquérir pour obtenir un résultat convenable, ainsi que sur la durée d'analyse à utiliser suivant le facteur de qualité. Suivant le nombre de points disponibles sur le système d'acquisition, nous verrons quelle stratégie choisir.

• Relations importantes dans l'analyse FFT :



On fait l'acquisition d'un signal pendant une durée  $T_o$ , à la fréquence d'échantillonnage  $F_{\text{eacq}}$  ce qui nous permet de récupérer  $N_{\text{acq}}$  points. Avec l'oscilloscope,  $N_{\text{acq}}$  est imposé (il varie néanmoins avec la base de temps si on interroge toute la profondeur mémoire de l'appareil sur les appareils dont la profondeur est de quelques centaines de milliers de points). On règle  $T_o$  ce qui fixe implicitement  $F_{\text{eacq}}$ . On a évidemment

$$N_{\text{acq}} = T_o \cdot F_{\text{eacq}}$$

La transformée de Fourier est calculée sur  $N_{\text{acq}}/2$  points sur une plage de calcul allant de 0 à  $F_{\text{eacq}}/2$ . Le pas de calcul en fréquence est donc  $\Delta F = (F_{\text{eacq}}/2)/(N_{\text{acq}}/2) = F_{\text{eacq}}/N_{\text{acq}} = 1/T_o$  soit

$$\Delta F = 1/T_o.$$

• *Caractéristiques du diapason et choix des paramètres de la FFT :*

Le diapason est un filtre passe bande. On supposera que sa fréquence centrale vaut  $f_c$  et que son facteur de qualité vaut  $Q$ .

Pour que la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle qui donne la fonction de transfert soit satisfaisante, il faut calculer suffisamment de points dans la bande passante  $\Delta f$  du filtre qui vaut

$$\Delta f = f_c/Q$$

Pour que la transformée de Fourier nous convienne, il faut donc que

$$\Delta F \ll \Delta f \quad \text{ou encore} \quad 1/T_o \ll f_c/Q \quad (1)$$

Par ailleurs, il faut respecter le critère de Shannon, ce qui signifie que le spectre doit être calculé avec

$$F_{\text{eacq}}/2 > f_c \quad (2)$$

AN : Supposons que  $f_c = 440 \text{ Hz}$  ;  $Q = 5000$

(2) impose que  $F_{\text{eacq}} > 2 \cdot 440 \text{ Hz} = 880 \text{ Hz}$ . On s'imposera  $F_{\text{eacq}} > 1000 \text{ Hz}$ . Il faudra donc prendre assez de points dans les pseudo-périodes du signal observé.

(1) impose que  $1/T_o \ll 440/5000$  ce qui signifie qu'il nous faut  $1/T_o \ll 1/10$  environ. On prendra  $T_o \gg 10 \text{ s}$ . Cette relation signifie qu'il faudra observer le signal assez longtemps pour pouvoir juger correctement la décroissance de l'amplitude des pseudo-oscillations.

En regroupant les deux inégalités précédentes, on trouve que la FFT sera correcte à condition de disposer d'un nombre  $N$  de points tel que

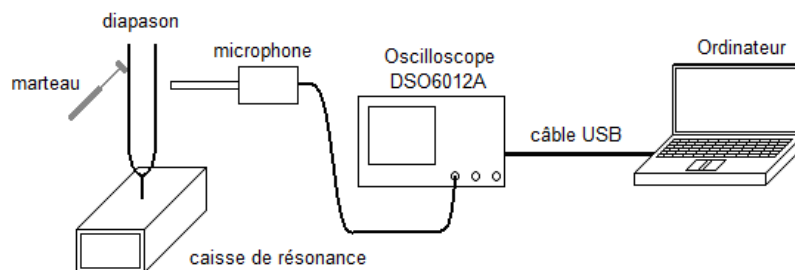
$$N_{\text{acq}} \gg 10000 \quad (3)$$

Pour obtenir directement le résultat par transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle, il faut donc disposer d'un oscilloscope avec une profondeur mémoire supérieure à ce que les appareils d'entrée de gamme fournissent (1000 points pour un HP54600, 2500 pour un TDS210, ...). On peut, par exemple utiliser des oscilloscopes DSO5012A (jusqu'à 1Mpts sur une voie), DSO6012A (avec l'extension 8M soit jusqu'à 8 Mpts sur une voie) ou DSOX1012G (500kpts sur une voie).

Dans le cas où la profondeur mémoire des oscilloscopes disponibles n'est pas suffisante, il va falloir réaliser un traitement analogique préalable à l'acquisition. Nous allons détailler cette technique dans le paragraphe suivant.

## II.2.2. Travail expérimental.

On réalise le montage suivant :



On veillera à ajuster l'amplitude du coup de marteau sur la bras du diapason afin d'éviter de faire saturer la sortie de l'amplificateur associé au microphone. Les données sont numérisées par l'oscilloscope, transmises à un ordinateur via un câble USB et analysées sous Igor.

Avec un oscilloscope DSOX1012G, on fait l'acquisition de la réponse impulsionnelle du diapason observée avec le microphone. Pour ça, on choisira une durée de base de temps raisonnable (calculer l'ordre de grandeur avant).

• **Mesures :**

- Calculer le nombre de points nécessaires lors de l'acquisition du signal temporel pour que la TF de la réponse impulsionnelle soit calculée pour un nombre de points satisfaisant dans la plage de fréquence dans laquelle le diapason répond. Ceci étant fait, choisir la base de temps qui permet d'envisager d'obtenir un résultat interprétable, puis faire l'acquisition avec cette base de temps au moyen de la macro

*permettant de récupérer tous les points acquis. On travaillera en mode monocoup et on fera en sorte que le début de la montée de la réponse soit le plus à gauche possible de l'écran. Noter le nombre de points récupéré. Est-ce suffisant ?*

- *Faire l'acquisition avec la macro ( « Acquisition/Connection USB/Oscilloscope en USB »). Sauver les données dans une Wave (qui sera sous « root/saved ») en donnant le nom RIDiap.*
- *Calculer la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle que l'on vient d'acquérir. Choisir une échelle de fréquence qui permet de bien visualiser la partie utile de la fonction de transfert du diapason. A partir de la réponse obtenue, en déduire un encadrement de la fréquence centrale et du facteur de qualité du diapason et de sa caisse de résonance.*

### **II.3. Utilisation de la macro sous Igor pour récupérer une fonction de transfert en électronique.**

Nous allons maintenant utiliser cette technique dans un cadre plus classique, celui des fonctions de transfert en électronique. Pour cela, on utilisera la macro permettant de piloter le générateur 33220A pour lui faire générer les impulsions dont nous aurons besoin, et pour prendre en main la synchro de l'oscilloscope, pour que l'instant de déclenchement soit affiché là où on le souhaite.

On commence par lancer la macro permettant d'activer la liaison avec l'oscilloscope (« Acquisition/Connexion USB/Oscilloscope en USB ») puis on lance la macro permettant de prendre en main le générateur (« Acquisition/Connexion USB/Génération d'impulsion en USB »).

Le filtre étudié est un circuit RLC série avec une résistance variable dont la valeur peut fluctuer de quelques  $10\Omega$  à quelques  $k\Omega$ . L'inductance à noyau ferromagnétique vaut environ 50mH (pour qq  $\Omega$  de résistance) et une capacité comprise entre 400nF et 1 $\mu$ F. La fréquence de coupure de ce filtre est voisine du kHz.

- *Choisir la largeur de l'impulsion pour récupérer une fonction de transfert dans les conditions optimales. Prendre la valeur maximale d'amplitude possible pour l'impulsion ? Pourquoi ce choix. Une forte amplitude peut-elle être gênante pour l'étude de certaines fonctions de transfert ?*
- *Choisir une durée d'acquisition et une période de répétition des impulsions identiques afin d'obtenir suffisamment de points sur la fonction de transfert.*
- *Observer la fonction de transfert en fonction de la valeur de la résistance variable, en faisant varier sa valeur de qq  $10\Omega$  à qq  $k\Omega$ .*

**Expressions temporelles et graphe associé :**

• *Fenêtre rectangulaire :*

si  $|t| \leq T_0/2$ ,  $\text{Rect}(t) = 1$  et si  $|t| > T_0/2$ ,  $\text{Rect}(t) = 0$

• *Fenêtre de Hann (dite de Hanning) :*

si  $|t| \leq T_0/2$ ,  $H(t) = 0,5 \cdot (1 + \cos(2\pi \cdot t / T_0))$  et si  $|t| > T_0/2$ ,  $H(t) = 0$

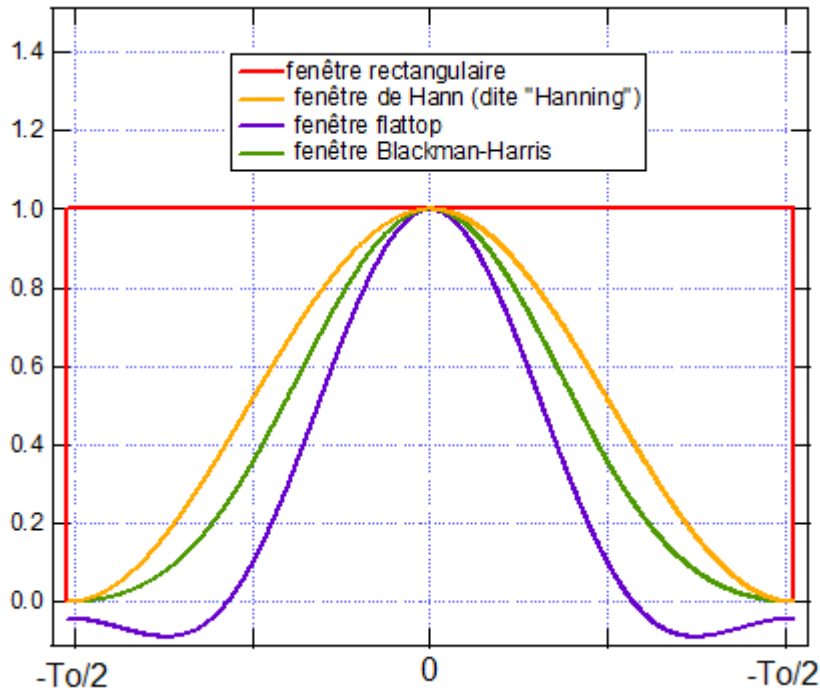
• *Fenêtre de Blackman-Harris :*

si  $|t| \leq T_0/2$ ,  $BH(t) = 0,42 - 0,5 \cdot \cos(2\pi \cdot t / T_0) + 0,08 \cdot \cos(4\pi \cdot t / T_0)$  et si  $|t| > T_0/2$ ,  $BH(t) = 0$

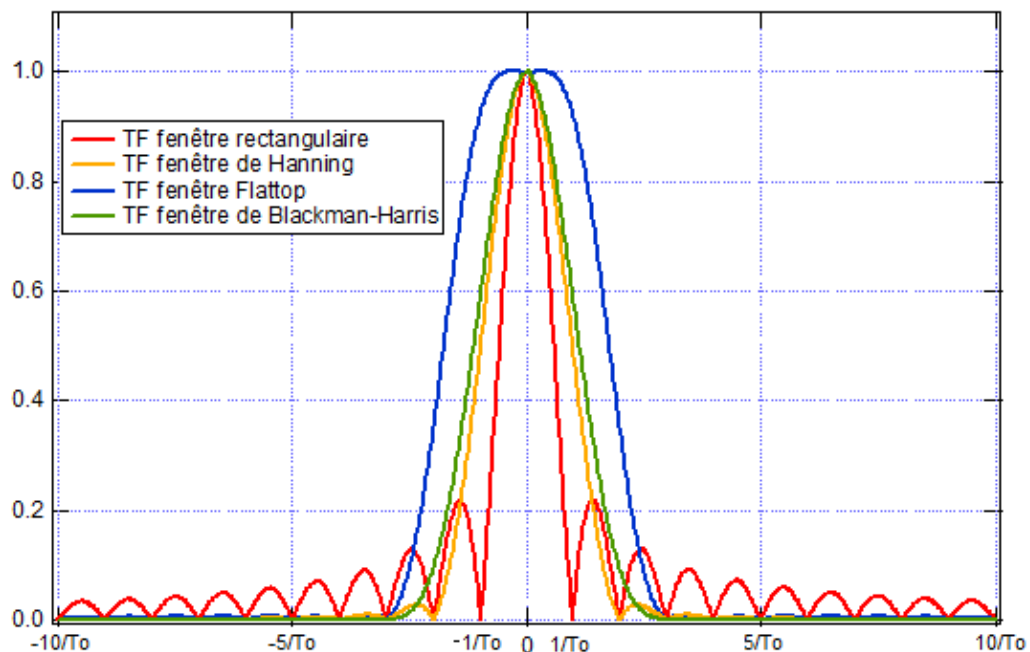
• *Fenêtre Flatop :*

si  $|t| \leq T_0/2$ ,  $F(t) = 0,281 + 0,521 \cdot \cos(2\pi \cdot t / T_0) + 0,198 \cdot \cos(4\pi \cdot t / T_0)$  et si  $|t| > T_0/2$ ,  $F(t) = 0$

• Les allures sont données sur la figure suivante :



La transformée de Fourier de ces fenêtres conduit aux spectres suivants :



## Stabilité en fréquence d'un oscillateur à boucle de réaction : effet de l'amplificateur

• Rédaction du cours et travail expérimental associé :

Jean-Baptiste Desmoulins (P.R.A.G.)

mail : [desmouli@physique.ens-cachan.fr](mailto:desmouli@physique.ens-cachan.fr)

• Notions fondamentales abordées lors de cette séance :

- conservation du produit gain-bande passante dans un amplificateur à boucle de réaction.
- distorsion par slew rate d'un circuit amplificateur.
- structure d'un oscillateur à boucle de réaction.
- incidence de la sélectivité du filtre de la boucle de retour dans la stabilité en fréquence de l'oscillateur : origine de cette instabilité en fréquence.

• *Présentation* : Dans ce TP, nous allons commencer par nous intéresser aux propriétés dynamiques essentielles d'un circuit amplificateur à base d'amplificateur opérationnel. Nous utiliserons ensuite cet amplificateur pour réaliser un oscillateur à boucle de réaction dont nous testerons la stabilité en fréquence. L'objectif final sera de discuter des modifications à apporter à l'oscillateur afin de le rendre plus stable.

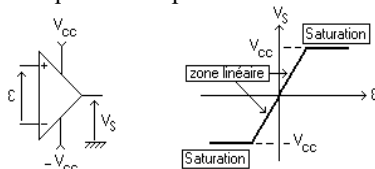
### I. Limites dynamiques d'un circuit amplificateur à base d'amplificateur opérationnel : exemple de l'amplificateur non inverseur.

#### I. 1. Modélisation d'un amplificateur opérationnel :

Nous allons commencer par poser les modèles avec lesquels nous comptons expliquer les limites de fonctionnement des amplificateurs à base d'amplificateur opérationnel.

##### I.1.1. Représentation statique :

L'amplificateur opérationnel est un composant actif (il est réalisé à partir de transistors). Pour fonctionner, il doit donc être polarisé (entre  $-V_{cc}$  et  $+V_{cc}$  avec  $V_{cc}$  compris entre 8V et 20V pour le composant que nous allons étudier dans le TP. On prendra  $V_{cc}=15V$ ). Suivant le montage réalisé, il peut fonctionner en amplificateur (il est alors polarisé en zone linéaire) ou en comparateur (dans ce cas, il va fonctionner en passant d'une zone de saturation à l'autre. Le schéma et la caractéristique statique du composant sont donnés sur la figure suivante :



Pour un signal variant en fonction du temps, la caractéristique sera modifiée dans la zone linéaire. Nous allons maintenant présenter ce problème.

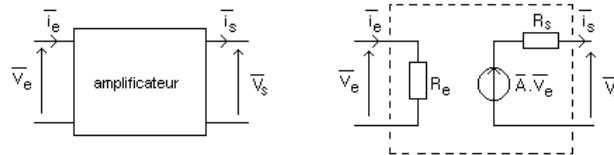
##### I.1.2. Représentation dynamique :

Nous allons adopter un modèle linéaire simple au premier ordre, suffisant pour tenir compte du caractère passe-bas du circuit amplificateur opérationnel. Par ailleurs, nous présenterons un effet dynamique non-linéaire susceptible de perturber le comportement des circuits à haute fréquence, le slew-rate. Nous négligerons, dans ce sujet les défauts statiques des composants (tensions et courants de décalage).

*Remarque* : l'amplificateur opérationnel peut fonctionner en comparateur lorsqu'on l'insère dans un circuit à rétroaction positive. Néanmoins, ce fonctionnement demande des commutations rapides entre deux niveaux de tensions (écart de 30V dans notre cas). Quand on a besoin d'un comparateur performant, on utilisera de préférence un composant explicitement appelé « comparateur » et non un amplificateur opérationnel... Dans ce document, ce type de fonctionnement ne sera pas exploré.

##### I.1.2.1. Représentation générale d'un amplificateur de tension.

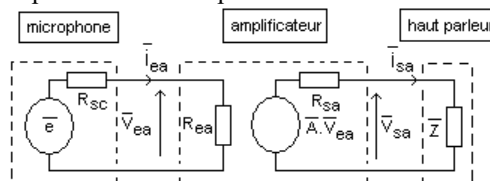
Pour tous les amplificateurs de tension (amplificateur opérationnel seul, ou amplificateur opérationnel intégré dans un circuit d'amplification comme l'amplificateur non inverseur), en régime sinusoïdal forcé, nous allons choisir une modélisation correspondant au schéma suivant :



$R_e$  sera la résistance d'entrée,  $R_s$  la résistance de sortie et  $A$  le gain en tension (gain complexe).

*Remarque* : Par soucis de simplification, on a choisi de parler de résistance et non d'impédance en entrée en en sortie des circuits. On supposera que les ordres de grandeur rendent cette simplification justifiée.

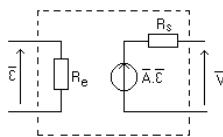
*Remarque* : En général, on aura intérêt à avoir une résistance d'entrée très forte pour que l'amplificateur appelle le moins de courant possible en sortie de l'étage qui précède (par exemple un capteur de type microphone). On cherchera également à faire en sorte qu'il ait une très faible résistance de sortie afin que le niveau de tension qu'il délivre ne soit pas affecté par le courant appelé par le dispositif de sortie (par exemple un haut-parleur ou un appareil de mesure). Pour comprendre ces problèmes, on peut se référer au schéma suivant représentant une chaîne d'amplification placée entre un microphone et un haut-parleur :



Pour que cette chaîne fonctionne, il faut que  $R_{sc} \ll R_{ea}$  afin que la tension  $v_{ea}$  ressemble le plus possible à la tension  $e$ . Par ailleurs, il faut que  $R_{sa}$  soit la plus faible possible devant le module de  $Z$  ce qui permet d'avoir une tension  $v_{sa}$  la plus proche possible de la tension récupérée pour un amplificateur idéal ( $R_{sa}$  nulle). Il faut par ailleurs s'assurer que le courant appelé en sortie de l'amplificateur ne dépasse pas ses capacités afin d'éviter une distorsion sur le signal en sortie.

#### 1.1.2.2. Caractéristiques linéaires du circuit amplificateur opérationnel.

Si on adopte le schéma précédent pour l'amplificateur opérationnel, on se retrouve dans la configuration suivante :



$\varepsilon = V_+ - V_-$  est la tension différentielle d'entrée prise entre les entrées « + » et « - » du composant.

On va considérer que le gain en tension de l'amplificateur opérationnel correspond à un comportement de filtre passe-bas du premier ordre. Ce gain, appelé également gain en boucle ouverte, peut donc se mettre sous la forme suivante:

$$\bar{A} = \frac{A_0}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}}$$

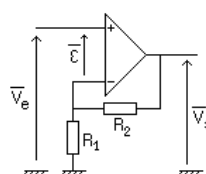
Dans ce TP, nous allons essentiellement étudier un composant particulier, le TL081. Il s'agit d'un amplificateur bon marché, destiné à l'amplification d'un signal audio, réalisé à partir de transistors MOS. Le procédé de fabrication conduit à une dispersion importante sur les valeurs de  $A_0$  et  $f_0$ . On peut néanmoins citer les ordres de grandeur suivants:

$$A_0 \approx 10^5 \text{ et } f_0 \approx 10\text{Hz}$$

La résistance d'entrée de cet amplificateur opérationnel est très grande (de l'ordre de  $10^{12}\Omega$ ), ce qui fait que l'on peut considérer qu'il ne rentre aucun courant sur les entrées + et - de l'amplificateur opérationnel en régime dynamique. La résistance de sortie est faible (très inférieure à  $1\Omega$ ).

#### 1.1.2.3. Caractéristiques linéaires du circuit amplificateur non inverseur.

L'amplificateur non inverseur présente la structure suivante :



Si on suppose que l'amplificateur opérationnel présente une impédance d'entrée infinie et une impédance de sortie nulle, pour un gain en tension  $A$  tel que

$$\bar{A} = \frac{A_0}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}}$$

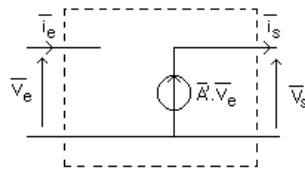
on peut écrire que

$$\bar{\varepsilon} = \bar{V}_+ - \bar{V}_- \quad ; \quad \bar{V}_+ = \bar{V}_e \quad ; \quad \bar{V}_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \bar{V}_s \quad ; \quad \bar{V}_s = \bar{A} \cdot \bar{\varepsilon}$$

On en déduit que

$$\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e} = \frac{\bar{A}}{1 + \bar{A} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{\frac{A_0}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}}}{1 + \frac{A_0}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{\frac{A_0}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}}}{1 + j \cdot \frac{A_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}}} = \frac{A_0'}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}} = \bar{A}'$$

L'amplificateur non inverseur, compte tenu des hypothèses faites, peut donc être représenté de la façon suivante :



Si on suppose que  $A_0$  est très grand, on constate que le gain statique  $A_0'$  de ce montage est conforme au résultat trouvé usuellement quand on suppose que le gain est infini, à savoir

$$A_0' = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

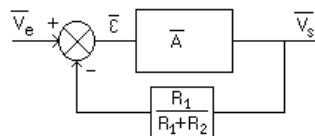
On constate également que le **produit gain-bande est constant** puisque

$$A_0' \cdot f_0 = A_0 \cdot f_0$$

Le produit gain bande en boucle ouverte est donc conservé lorsque l'on travaille en boucle fermée. Si on cherche à réaliser un montage non inverseur à **fort gain statique, la bande passante du montage sera faible**. Si on cherche, en revanche, une grande bande passante, on devra travailler avec des étages à faible gain.

*Remarque :* Pour l'amplificateur TL081, si on suppose  $A_0 \cdot f_0 \approx 1$  MHz, pour faire de l'amplification audio (bande passante de l'ordre de 10 kHz), on devra se limiter à un gain voisin de 100 si on veut éviter de filtrer une partie du signal à amplifier.

*Remarque :* A partir des équations précédentes, on peut faire apparaître la rétroaction en construisant le schéma bloc suivant



C'est cette rétroaction qui impose une relation entre le gain et la bande passante.

#### 1.1.2.4. Limite non linéaire : Le slew rate.

De par sa conception, l'amplificateur opérationnel ne peut pas fournir une tension de sortie dont la pente dépasse, en valeur absolue, une valeur limite  $\sigma$ , appelée "slew rate".

$$\sigma = \left( \frac{dV_s}{dt} \right)_{\max}$$

Cet effet non linéaire se manifeste, par exemple, lorsque l'on travaille avec des signaux de forte amplitude présentant des variations rapides. Dans le cas d'une sinusoïde d'amplitude  $S$  et de pulsation  $\omega$ , la pente maximale vaut  $S \cdot \omega$ . Le phénomène apparaîtra donc à une fréquence d'autant plus basse que l'amplitude est élevée.

En pratique, si on met en œuvre un amplificateur, le slew rate donne l'ordre de grandeur de la plage d'amplitude et de tension à partir de laquelle les problèmes vont survenir. En revanche, pour juger la qualité d'un amplificateur en terme de linéarité, on doit, pour un signal sinusoïdal d'entrée, analyser la sortie en transformée de Fourier et vérifier que le taux de distorsion observé est conforme à ce que l'on attend.

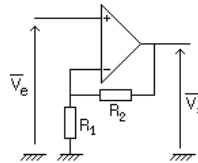
Pour le TL081, le slew rate est donné forcément supérieur à 8 V/ $\mu$ s. La valeur typique est voisine de 10 V/ $\mu$ s.

## I.2. Travail expérimental sur l'amplificateur opérationnel.

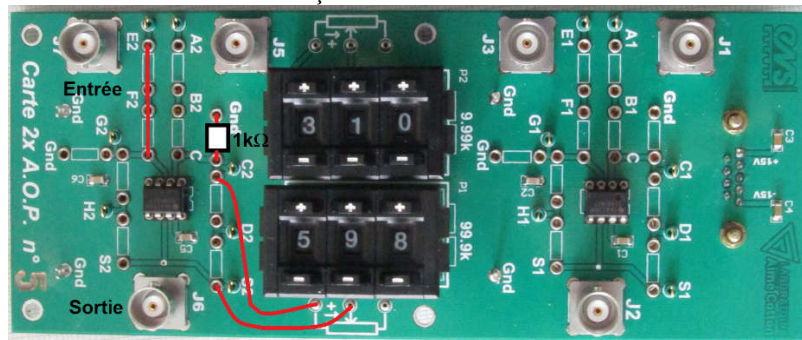
L'objectif de cette partie est de mettre en évidence et de quantifier les limites dynamiques du composant employé. On utilisera certaines des mesures faites pour expliquer certains problèmes rencontrés dans la partie suivante relative aux oscillateurs, dans laquelle le circuit amplificateur non inverseur sera utilisé.

### **I.2.1. Produit gain-bande du montage non inverseur.**

Réaliser un montage suivant (non inverseur) pour quatre valeurs de gain différentes, voisines de 2, 11, 48 et 101. Pour obtenir les gains choisis, on choisira les couples de résistances ( $R_1, R_2$ ) suivants: (1k $\Omega$ , 1k $\Omega$ ) ; (1k $\Omega$ , 10k $\Omega$ ) ; (1k $\Omega$ , 47k $\Omega$ ) ; (1k $\Omega$ , 100k $\Omega$ ). La valeur de la résistance  $R_2$  pourra être obtenue avec le potentiomètre digital de 99,9k $\Omega$  de la maquette amplificatrice.



La maquette fonctionnelle sera câblée de la façon suivante :



#### • **Mesures :**

Pour éviter que les problèmes de slew rate apparaissent à basse fréquence, on fera en sorte de limiter l'amplitude appliquée en entrée. On travaillera avec une amplitude crête d'entrée de 100 mV. Expliquez.

- Pour chaque circuit, **mesurez** le gain dans la bande passante ainsi que la fréquence de coupure à -3 dB en donnant à chaque fois un résultat sous forme d'encadrement. Lorsque vous notez la coupure à -3 dB, notez le déphasage entre l'entrée et la sortie pour la fréquence correspondant à cette atténuation. Avec le modèle choisi, quelle valeur doit-on obtenir en théorie ? Expliquez les écarts observés.

- Analyses automatiques : retrouvez ces résultats en utilisant les macros permettant d'obtenir des fonctions de transfert par transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle. Pour ça, réfléchissez bien à l'amplitude et à la largeur des impulsions ainsi qu'à la durée d'acquisition afin d'avoir une fonction de transfert correcte.

### **I.2.2. Mise en évidence du Slew rate :**

Cette fois, on va chercher à faire apparaître le phénomène de slew rate à la fréquence la plus faible possible, afin d'éviter d'être simultanément confronté à des problèmes de bande passante.

#### • **Mesures :**

On travaille avec le circuit amplificateur non inverseur présentant un gain voisin de 2 et avec un signal de 5V crête en entrée.

- Regardez à partir de quelle fréquence vous pouvez observer à l'œil une distorsion sur le signal de sortie.
- Mesurez la pente limite du signal de sortie correspondant à cette distorsion par l'observation temporelle du signal à cette fréquence.
- A partir de quelle fréquence ne peut-on plus observer de distorsion par observation en FFT ? Quelle technique d'observation est la plus sensible pour caractériser l'apparition d'une distorsion ?

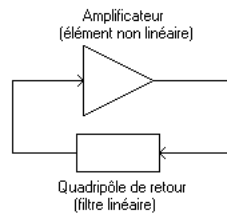
## II. Réalisation d'un oscillateur à boucle de réaction : problème de sa stabilité en fréquence. Exemple d'un oscillateur à simple et comparaison avec un oscillateur à quartz

Après avoir présenté la structure d'un oscillateur à boucle de réaction à travers un exemple simple, construit à partir d'un amplificateur inverseur et d'un filtre passe-bande également inverseur dont on peut contrôler le facteur de qualité, nous allons réfléchir au problème de la stabilité en fréquence de cet oscillateur et chercher à comprendre ce qu'il faut faire pour rendre la fréquence obtenue la plus stable possible. Cette stabilité est fondamentale dans de nombreuses applications usuelles telle que la montre ou les horloges qui cadencent les appareils numériques. L'étude qui suit montrera qu'un oscillateur que nous allons réaliser présente peu d'intérêt pratique pour ce type d'application. On préférera un oscillateur à quartz dans ces cas-là.

### II.1. Structure et fonctionnement d'un oscillateur à boucle de réaction.

#### II.1.1. Structure générale des oscillateurs à boucle de réaction.

La structure de ce type d'oscillateur est résumée sur le schéma suivant :



Il faut un élément amplificateur présentant une non linéarité dans la chaîne directe. Un élément sélectif dans la boucle de retour. Le rôle de la non-linéarité de l'élément amplificateur de la chaîne directe est de stabiliser l'amplitude des oscillations qui divergeraient dans le cas d'un comportement purement linéaire.

*Remarque :* on trouve des structures de ce type pour les oscillateurs électroniques, mais également pour les oscillateurs optiques tels que les lasers.

#### II.1.2. Structure de l'oscillateur étudié.

Nous allons désormais réaliser un oscillateur avec les cartes électroniques fonctionnelles disponibles. Nous utiliserons la carte permettant de réaliser un amplificateur inverseur à partir d'un amplificateur opérationnel, ainsi que la carte permettant de réaliser un filtre actif passe-bande dont le facteur de qualité est commandable. Ce filtre présente un gain maximum négatif. Cet oscillateur, quoi que peu performant va nous permettre d'appliquer une méthode d'approche générale pour les oscillateurs de ce type.

Nous allons commencer par vérifier le bon comportement de l'amplificateur inverseur ainsi que du filtre passe-bande dont nous relèverons la réponse en gain et en phase pour plusieurs facteurs de qualité.

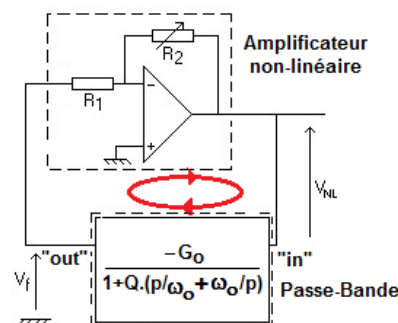
Nous allons ensuite identifier les différents éléments permettant de faire apparaître la structure générale d'un oscillateur quasi-sinusoidal en identifiant l'amplificateur et le filtre sélectif.

Ceci étant fait, nous verrons la condition à vérifier pour que les oscillations apparaissent. Nous pourrons alors calculer les principales grandeurs attendues (fréquence et amplitude des oscillations notamment). Nous étudierons notamment la dépendance de la fréquence au gain de l'amplificateur en fonction du facteur de qualité du filtre sélectif.

Nous comparerons enfin la stabilité en fréquence de cet oscillateur avec un oscillateur à quartz.

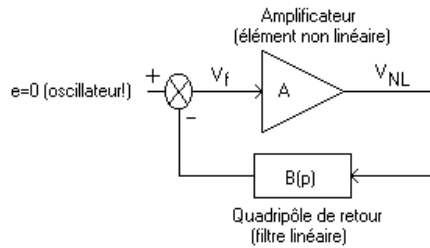
##### II.1.2.1. Structure et identification des différents éléments.

Le circuit se présente sous la forme suivante :

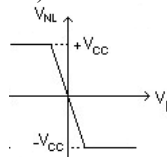




On peut se ramener à une symbolique de système bouclé classique en sachant que l'on travaille à entrée nulle puisque l'on étudie un oscillateur...



• Dans sa zone de fonctionnement linéaire, l'amplificateur a un gain  $A = -R_2/R_1$ . Cependant la tension de sortie de l'amplificateur est limitée à la plage  $[-V_{cc}; +V_{cc}]$ . Sa caractéristique entrée-sortie, si on suppose l'amplificateur opérationnel parfait (excepté vis à vis de la saturation) est donc la suivante:



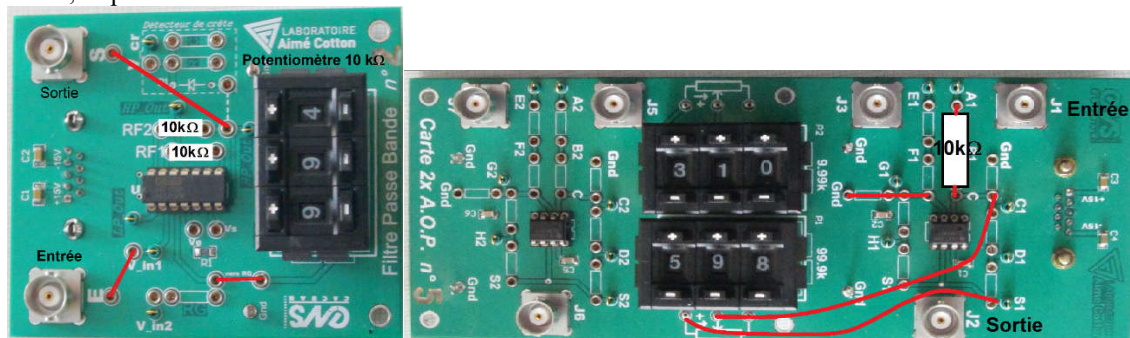
• Le filtre de retour est un filtre passe bande dont la fonction de transfert est la suivante

$$B(p) = \frac{-V_f}{V_{NL}} = \frac{G_o}{1 + Q \left( \frac{p}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{p} \right)}$$

si  $\omega_0$  est la pulsation centrale du filtre,  $Q$  son facteur de qualité et  $G_o$  la valeur absolue de son gain maximal dans la bande passante.

### II.1.2.2 Réalisation pratique du circuit

Le câblage sur les maquettes fonctionnelles, respectivement pour le filtre passe-bande et l'amplificateur inverseur, se présente la forme suivante.



Pour plus d'informations, allez sur le site web du département de physique dans la rubrique « matériel » et tapez **cartes** pour retrouver rapidement la notice des maquettes que vous allez utiliser.

La partie « amplificateur inverseur » est encadrée en rouge et la partie « filtre passe-bande inverseur » est encadrée en bleu. Nous avons ajouté les indications sur les composants à ajouter pour obtenir notre oscillateur oscillant à 15kHz environ. La résistance variable de la maquette « amplificateur opérationnel » permet de régler le gain de l'amplificateur inverseur. La résistance de la maquette « filtre actif » permet de régler le facteur de qualité du passe-bande.

### II.1.2.3 Condition de démarrage des oscillations.

Un système bouclé du type décrit dans notre exemple est instable lorsque l'un des pôles de sa fonction de transfert en boucle fermée a une partie réelle positive. Ces pôles sont les solutions de l'équation

$$A.B(p) = -1$$

Ils peuvent être calculés en résolvant l'équation

$$p^2 + \frac{\omega_0}{Q} (1 - G_o \cdot A) \cdot p + \omega_0^2 = 0$$

Le déterminant de cette relation vaut

$$\Delta = \left( \frac{\omega_o}{Q} \right)^2 \cdot (1 - G_o \cdot A)^2 - 4 \cdot \omega_o^2 = \left( \frac{G_o \cdot \omega_o}{Q} \right)^2 \cdot \left( A^2 - 2 \cdot \frac{A}{G_o} + \frac{1 - 4 \cdot Q^2}{G_o^2} \right)$$

- Le déterminant de cette équation sera positif pour  $A < (1-2.Q)/G_o$  ou  $A > (1+2.Q)/G_o$ . Dans ce cas, les racines sont réelles et valent

$$p_{\pm} = \frac{-\frac{G_o \cdot \omega_o}{Q} \left( \frac{1}{G_o} - A \right) \pm \frac{G_o \cdot \omega_o}{Q} \cdot \sqrt{A^2 - 2 \cdot \frac{A}{G_o} + \frac{1 - 4 \cdot Q^2}{G_o^2}}}{2}$$

Ce qui peut aussi s'écrire

$$p_{\pm} = \frac{\frac{G_o \cdot \omega_o}{Q} \cdot \left( A - \frac{1}{G_o} \pm \sqrt{\left( A - \frac{1}{G_o} \right)^2 - \frac{4 \cdot Q^2}{G_o^2}} \right)}{2}$$

Si  $A < (1-2.Q)/G_o$  les racines sont négatives (pas d'oscillations). Si  $A > (1+2.Q)/G_o$  elles sont positives (oscillations).

- Si  $(1-2.Q)/G_o < A < (1+2.Q)/G_o$ , le déterminant est négatif et les racines sont complexes. On constate alors que leur partie réelle sera négative tant que  $(1-2.Q)/G_o < A < 1/G_o$  (pas d'oscillations). En revanche, elle sera positive si  $1/G_o < A < (1+2.Q)/G_o$  (oscillations). Ces racines valent

$$p_{\pm} = \frac{\frac{G_o \cdot \omega_o}{Q} \cdot \left( A - \frac{1}{G_o} \pm j \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot Q^2}{G_o^2} - \left( A - \frac{1}{G_o} \right)^2} \right)}{2}$$

Le calcul des racines montre donc que le montage est instable pour  $A > 1/G_o$ . De plus, on peut dire que le démarrage sera pseudo-oscillant pour  $1/G_o < A < (1+2.Q)/G_o$  alors qu'il sera exponentiel croissant pour  $A > (1+2.Q)/G_o$ .

#### II.1.2.4. Le régime permanent d'oscillation: fréquence et amplitude des oscillations.

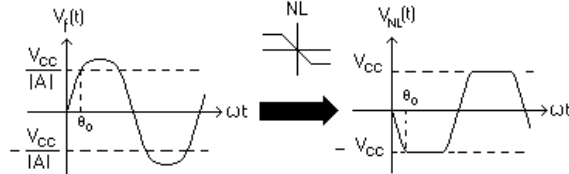
• La méthode du premier harmonique: En régime permanent, la non linéarité de l'amplificateur se fait sentir et il n'est plus possible de raisonner aussi simplement que lors du démarrage. On va faire l'hypothèse dite du premier harmonique. Pour une amplitude de signal en entrée de l'amplificateur donnée, on regarde l'allure de la sortie (elle est affectée par la non-linéarité). De la sortie distordue, on extrait le premier harmonique. La non linéarité est alors modélisée par un gain linéaire  $\bar{N}$  équivalent, rapport du premier harmonique de la sortie sur l'entrée (ce gain remplace le gain A de l'étude du démarrage). On suppose que le rôle des harmoniques autres que le fondamental sont négligeables, car elles sont suffisamment éliminées par le filtre sélectif. Une fois  $\bar{N}$  calculé, la condition d'oscillation est donnée par

$$\bar{N} \cdot B(j\omega) = -1$$

La résolution de cette équation complexe nous donnera la fréquence des oscillations ainsi que leur amplitude.

- Application à notre exemple :

Nous allons supposer que  $V_f(t) = V \cdot \sin(\omega \cdot t)$  ( $V$  et  $\omega$  sont les inconnues que nous recherchons).  $V_{NL}(t)$  vaut  $A \cdot V_f(t)$  tant que  $V_f(t)$  est inférieure, en valeur absolue, à  $V_{cc}/|A|$ . Sinon elle vaut  $+V_{cc}$  ou  $-V_{cc}$ .



On constate que la non-linéarité n'introduit pas de déphasage supplémentaire sur le fondamental (il n'y a pas d'hystérésis) ce qui signifie que le gain équivalent  $\bar{N}$  sera réel. L'amplitude du premier harmonique de  $V_{NL}$  est notée  $V_{NL1}$  et elle vaut

$$V_{NL1} = \frac{2}{T} \int_T V_{NL}(t) \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot dt = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} V_{NL}(\theta) \cdot \sin \theta \cdot d\theta = \frac{4}{\pi} \left[ \int_0^{\theta_0} -|A| \cdot V \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta + \int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} V_{cc} \cdot \sin \theta \cdot d\theta \right]$$

Sachant que  $V_{cc} = A \cdot V \cdot \sin \theta_0$ , on trouve

$$\bar{N} = -\frac{2|A|}{\pi} \left( \theta_0 + \frac{\sin(2\theta_0)}{2} \right)$$

Finalement, la condition  $\bar{N}B(j\omega) = -1$  nous donne que

$$\omega = \omega_0 \quad \text{et que} \quad \bar{N} = -\frac{2|A|}{\pi} \left( \theta_0 + \frac{\sin(2\theta_0)}{2} \right) = -\frac{1}{G_o}$$

On peut alors en déduire  $V$  par une approche numérique.

*Conclusion :* Nous allons constater que si cette approche est satisfaisante pour les ordres de grandeur, elle est insuffisante quantitativement. Nous allons notamment constater que la fréquence d'oscillation fluctue quand  $|A|$  augmente ce que notre modèle ne permet pas d'expliquer.

*Remarque :* l'hypothèse du premier harmonique sera d'autant plus justifiée que les harmoniques ont peu d'incidence sur l'entrée de l'amplificateur, c'est à dire que le filtre de retour est davantage sélectif.

#### II.1.2.5. La question de la stabilité en fréquence.

Dans notre approche, nous avons précédemment supposé que  $N$  était réel ce qui signifie que l'amplificateur n'introduit pas de déphasage. En pratique, c'est inexact puisque l'amplificateur opérationnel présente une bande passante limitée, et son utilisation dans un circuit amplificateur non inverseur conduit à une bande passante d'autant plus faible que le gain sera grand. Ainsi, une fluctuation du gain statique de l'amplificateur non inverseur provoque une fluctuation de sa bande passante et donc du déphasage qu'il va introduire entre entrée et sortie. Soit  $\delta\theta$  cette fluctuation de déphasage résultant d'une fluctuation de gain statique. Nous allons constater qu'il en résulte une fluctuation de fréquence de l'amplificateur.

La relation d'oscillation est donnée par

$$\bar{N}B(j\omega) = -1$$

Elle permet d'écrire

$$\text{Arg}(\bar{N}) + \text{Arg}(B(j\omega)) = \pi$$

En différentiant la dernière relation, on trouve

$$\delta\theta + \delta\phi = 0 \quad (\phi \text{ argument de } B) \quad \text{soit} \quad \delta\theta \approx -\left(\frac{\partial\phi}{\partial\omega}\right)_{\omega_0} d\omega$$

on peut alors écrire que 
$$\frac{\delta\omega}{\delta\theta} \approx \frac{-1}{\left(\frac{\partial\phi}{\partial\omega}\right)_{\omega_0}}$$

Dans le cas de notre passe-bande paramétrable, au voisinage de  $\omega_0$ , on a

$$B(j\omega) = \frac{G_o}{1 + Q \left( \frac{j\omega}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{j\omega} \right)} \approx \frac{G_o}{1 + 2 \cdot j \cdot Q \cdot \frac{\delta\omega}{\omega_0}} \quad \text{soit} \quad \phi \approx -\text{Arc tan} \left( 2 \cdot Q \cdot \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right) \quad \text{et donc} \quad \frac{\delta\omega}{\delta\theta} \approx -\omega_0 / 2 \cdot Q$$

Dans le cas de l'oscillateur réalisé avec des facteurs de qualité  $Q$  allant de 1 à 40 environ, une petite fluctuation de phase conduit à une fluctuation relative de fréquence importante. Néanmoins, on constate que quand le facteur de qualité est de 40, la fréquence de notre oscillateur dépend beaucoup moins du gain de l'étage amplificateur.

Dans le cas des oscillateurs à quartz, on peut obtenir des valeurs de  $Q$  de l'ordre de 100000 ce qui conduit à une bien moindre sensibilité aux fluctuations de gain et aux fluctuations de phase qui en résultent.

## II.2. Travail expérimental.

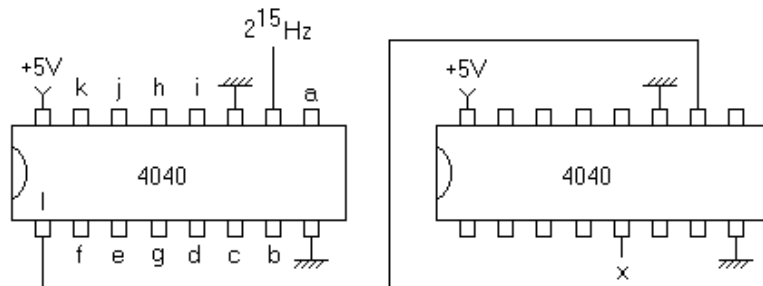
On réalise notre oscillateur avec l'amplificateur inverseur en prenant pour  $R_1$  10k $\Omega$  et pour  $R_2$  le potentiomètre digital de la maquette qui vaut 100k $\Omega$  au maximum. Pour le filtre passe-bande, on prend des résistances  $R_{f1}$  et  $R_{f2}$  de 10k $\Omega$  afin d'obtenir une fréquence centrale de voisine de 15kHz. Le potentiomètre  $R_Q$  est de type « 10k $\Omega$  ».

### • Mesures :

- Relever la fonction de transfert du filtre sélectif, étudié seul pour deux valeurs de facteur de qualité différentes. On prendra  $R_Q = 9k\Omega$  puis  $R_Q = 1k\Omega$ . Pour faire ce relevé, on fera une transformée de Fourier de réponse impulsionnelle en prenant des impulsions en sinus cardinal permettant d'étudier le filtre jusqu'à 100kHz et on fera une acquisition afin d'avoir 100, 200 ou 1000 points sur le diagramme de Bode. On conservera la réponse en gain et la réponse en phase la plus adaptée (expliquer pourquoi le nombre de points du diagramme a une telle incidence).

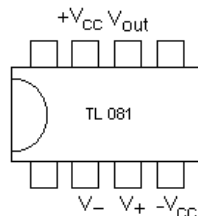
Manuellement, en régime sinusoïdal, on donnera un encadrement de la fréquence centrale du filtre ainsi qu'un encadrement du gain de ce dernier à cette fréquence.

- Vérifier que l'amplificateur inverseur seul fonctionne correctement.
- Démarrage des oscillations : Associer l'amplificateur et le filtre pour réaliser l'oscillateur (attention, vous n'avez plus besoin de votre GBF !). Noter le gain auquel apparaît l'oscillation pour les deux valeurs de facteur de qualité du filtre que vous avez étudiées. Comment expliquez-vous le léger écart compte tenu de vos mesures précédentes ?
- Etude du régime permanent : Pour des valeurs du potentiomètre de gain de l'amplificateur allant de la valeur du gain qui conduit à l'apparition des oscillations et en augmentant cette valeur par pas de  $100\Omega$  sur 10 points environ, relevez la fréquence de l'oscillateur en fonction du gain pour les deux valeurs de facteur de qualité du filtre sélectif. Est-ce conforme au modèle développé dans les explications précédentes ? Quelle est la cause de cet écart au modèle ? Pourquoi l'effet est-il d'ampleur différente quand on change le facteur de qualité du filtre ? Pour avoir un oscillateur dont la fréquence dépend peu des perturbations de gain, comment a-t-on intérêt à choisir le facteur de qualité ?
- Stabilité en fréquence : On envoie à l'oscilloscope le signal de sortie de l'oscillateur que nous venons de réaliser avec le plus fort facteur de qualité et on mesure sa fréquence. Multiplier par 1000 cette période, et décaler l'instant de déclenchement de cette durée, vers la gauche en affichant toujours un peu plus d'une période à l'écran. Afficher la trace sur la moitié supérieure de l'écran et activer une persistance infinie de la trace. Qu'observez-vous ? En déduire l'ordre de grandeur de la stabilité en fréquence de votre oscillateur sur la durée de l'expérience.  
Même démarche pour un oscillateur à quartz à  $2^{15}$  Hz. Que peut-on dire de la stabilité en fréquence de l'oscillateur que nous avons réalisé, sur la durée de l'expérience par rapport à celle de l'oscillateur à quartz ? Lequel des deux est le plus indiqué pour réaliser une montre ? Pourquoi la fréquence évolue-t-elle quand on n'agit pas sur le potentiomètre ?
- Réalisation de la seconde à partir d'un quartz : En utilisant l'oscillateur à quartz, on va diviser la fréquence par  $2^{15}$  afin d'obtenir un Hertz. On va réaliser pour ça le circuit suivant, comportant 2 compteurs synchrones en cascade (type 4040), avec pour fréquence d'horloge la sortie de l'oscillateur à  $2^{15}$  Hz



Observez les sorties a, b, c, d ...etc. Quelle est la fonction réalisée par les compteurs synchrones. A quelle fréquence se trouve la patte x ?

#### Annexe : Brochage du TL081 .



version de septembre 2020

## Exercices

**Avant la séance de TP suivante, vous rédigerez les réponses aux questions suivantes dans votre cahier de TP.**

**Question 04-A :** On considère un amplificateur opérationnel dont le produit gain-bande passante vaut 3 MHz et le slew-rate 10 V/ $\mu$ s. On cherche à amplifier l'image électrique d'un signal audio avec un gain de 10. Pour un niveau de signal d'entrée de 1V d'amplitude, l'amplificateur va-t-il altérer le spectre et faut-il s'attendre à des effets non linéaires. Justifiez quantitativement vos réponses.

**Question 04-B :** On étudie un oscillateur électronique oscillant à une fréquence moyenne de 10 kHz avec une stabilité relative en fréquence, sur la durée de l'expérience de  $10^{-5}$ . Expliquer comment procéder, expérimentalement pour observer et quantifier temporellement cette instabilité de la fréquence avec un oscilloscope fonctionnant avec 1000 points. On donnera l'ordre de grandeur des paramètres importants associés au protocole de déclenchement qui permettent de faire l'observation demandée.

**Question 04-C :** Expliquer précisément pourquoi un oscillateur à pont de Wien a une fréquence d'oscillation qui dépend fortement du gain de l'élément amplificateur. Que faire pour qu'un oscillateur électronique soit plus stable en fréquence ? Sur quel élément du filtre doit-on agir ? Pourquoi ?

**Question 04-D :** On souhaite observer le filtre passe-bande actif utilisé pour réaliser un oscillateur. Ce filtre actif a une fréquence centrale de 30kHz, un facteur de qualité de 30. Donnez les caractéristiques de l'impulsion (amplitude, durée, forme) et de l'acquisition (durée) permettant d'obtenir cette fonction de transfert en justifiant ces valeurs.

## Modulation et démodulation de fréquence

### A. La Modulation de fréquence

#### I. Modulation de fréquence : rappels

##### 1. Représentation dans le domaine temporel

Soit  $u(t)$  un signal sinusoïdal d'amplitude constante et de phase instantanée  $\Phi(t)$  :  $u(t) = A_c \cdot \cos(\Phi(t))$ .

Si  $f_c$  est la fréquence du signal porteur, alors  $\Phi(t)$  s'écrit  $\Phi(t) = 2\pi f_c t + \varphi(t)$  où  $\varphi(t)$ , qui représente l'écart de phase par rapport à la porteuse, contient l'information à transmettre.

On parle de modulation de phase lorsqu'à chaque instant  $\varphi(t)$  est proportionnel au signal modulant  $m(t)$ . Le signal modulé en phase s'exprime alors de la façon suivante :

$$u(t) = A_c \cos(2\pi \cdot f_c t + k_p m(t))$$

On parle de modulation de fréquence lorsque la dérivée de  $\varphi$  par rapport au temps est proportionnelle au signal modulant. Supposons que  $f(t) = f_c + k_f m(t)$ , le signal modulé en fréquence s'exprime alors de la façon suivante :

$$u(t) = A_c \cos\left(2\pi \cdot f_c t + 2\pi k_f \int m(\tau) d\tau\right).$$

A un dérivateur ou un intégrateur près les deux types de modulations sont donc identiques.

L'étude sera faite ici pour la modulation de fréquence.

Supposons maintenant que le signal modulant soit de type sinusoïdal  $m(t) = A_m \cdot \cos(2\pi f_m t)$ , alors le signal modulé est donné par :

$$u(t) = A_c \cos[2\pi \cdot f_c t + \beta \cdot \sin(2\pi \cdot f_m t)]$$

où l'on a défini la déviation ou excursion en fréquence  $\Delta f = k_f A_m$  (donc  $f_{\max} - f_{\min} = 2\Delta f$ ) et l'indice de modulation  $\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$ .

##### 2. Représentation dans le domaine fréquentiel

Pour déterminer le spectre du signal modulé en fréquence  $u(t)$  il faut faire un développement en série de Fourier

de  $\exp[j\beta \sin(\Omega t)]$ , à savoir  $\exp[j\beta \sin(\Omega t)] = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} J_n(\beta) \exp(jn\Omega t)$  où les  $J_n(\beta)$  sont les fonctions de Bessel

de première espèce données par  $J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \exp[j\beta(\sin x - nx)] dx$ . Ainsi on obtient avec  $\Omega = 2\pi f_m$  :

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_c J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + n f_m)t].$$

Remarque : pour une modulation à faible indice ( $\beta \ll 1$ ) le spectre a la même forme que celui d'une modulation d'amplitude.

Le spectre est alors défini par:

$$U(f) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \left[ \frac{A_c J_n(\beta)}{2} \delta[f - (f_c + n f_m)] + \frac{A_c J_n(\beta)}{2} \delta[f + (f_c + n f_m)] \right].$$

Les fonctions  $J_n(\beta)$  s'annulent régulièrement quand  $\beta$  varie et en particulier  $J_0(\beta) = 0$  pour  $\beta = 2, 4 \dots$  et la porteuse disparaît dans le spectre.

L'encombrement spectral est plus important que dans le cas de la modulation d'amplitude, et l'on montre que pour  $\beta$  grand 98% de l'énergie est comprise dans une bande  $B = 2(\beta + 1) \cdot f_m = 2 \cdot \Delta f \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) = 2(\Delta f + f_m)$  appelée bande de Carson.

## II. Etude expérimentale

Le signal modulé en fréquence est produit ici par un générateur de fonctions Agilent 33220A pour lequel on peut définir une porteuse de fréquence  $f_c$  (touche "Sine", frequency) et un signal modulant de type sinusoïdal, avec une fréquence de modulation  $f_m$  et une déviation  $\Delta f$  (touche "Mod", puis "Type" FM, "Source" Interne,

Modulation Frequency, Deviation, "Shape" Sine). L'indice de modulation vaut donc :  $\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$ .

### 1. Etude en basse fréquence

On règle dans un premier temps  $f_c = 30 \text{ kHz}$ ,  $f_m = 1 \text{ Hz}$  et une déviation  $\Delta f = 1 \text{ kHz}$ . Observer grâce à cette modulation "basse-fréquence" le comportement du signal modulé à la fois dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel. Comparer sommairement avec les signaux obtenus dans le cas de la modulation d'amplitude.

### 2. Etude en fréquence "audio"

Dans un deuxième temps on prend  $f_m = 1 \text{ kHz}$  avec toujours une déviation de  $\Delta f = 1 \text{ kHz}$ .

Observer le spectre du signal modulé grâce à la fonction Math "FFT", faire varier l'indice de modulation par l'intermédiaire de la déviation  $\Delta f$ . Commentez.

Etudier l'influence de l'indice de modulation sur le spectre et en particulier montrer que l'on peut faire disparaître la raie centrale ou bien les raies latérales (ce qui correspond aux zéros des fonctions de Bessel). Déterminer les deux premières annulations et en déduire la valeur correspondante de  $\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$ .

Mesure de la largeur de bande pour une valeur donnée de  $\beta$  : déterminer la puissance du signal dans le canal en sommant la puissance correspondant aux pics du spectre (pics visibles hors du plancher de bruit) ; on introduit un critère de largeur de canal comme étant la bande de fréquence contenant 98% de la puissance. Comparer avec la règle de Carson.

## B. La boucle à verrouillage de phase

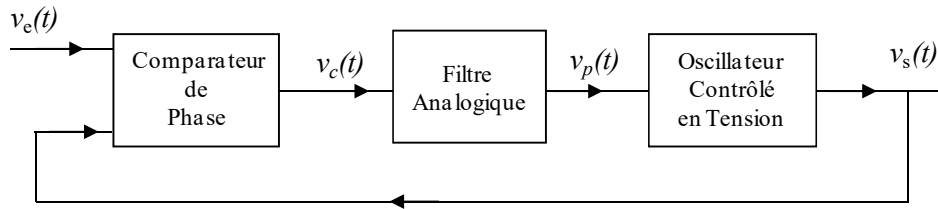
La nécessité d'une synchronisation entre signaux a été mise en évidence lors du TP sur la démodulation d'amplitude (détection synchrone). Elle est tout aussi présente dans le cas des modulations angulaires.

Le système permettant un asservissement de fréquence, donc une synchronisation s'appelle la boucle à verrouillage de phase (Phase Locked Loop = PLL). Ce système a été introduit en 1932. Il s'agit d'un système bouclé destiné à asservir la phase instantanée du signal de sortie  $\phi_s(t)$  sur la phase instantanée du signal d'entrée  $\phi_e(t)$ . Il permet donc aussi d'asservir la fréquence du signal de sortie  $f_s(t)$  sur la fréquence du signal d'entrée  $f_e(t)$ .

Un tel système est à la base d'innombrables circuits d'électronique : détection synchrone, démodulation d'amplitude, de fréquence (FM et FSK), synthèse de fréquences, télécommunications numériques...

La manipulation proposée a pour but de présenter le principe de fonctionnement d'une boucle à verrouillage de phase de type analogique et son application à la modulation et la démodulation de fréquence.

## I. Présentation



**Figure 1.** Schéma fonctionnel dans le domaine temporel

On appelle :

pulsation instantanée, la pulsation  $\Omega$  définie par  $\Omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$  ,

fréquence instantanée, la fréquence  $f$  définie par  $f(t) = \frac{\Omega(t)}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi(t)}{dt}$  .

Les trois blocs du schéma de la figure 1 sont étudiés ci-dessous.

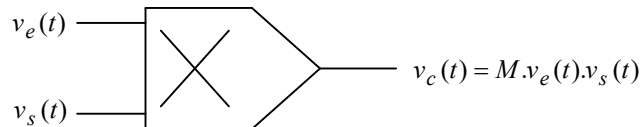
### 1. Comparateur de phase

Le comparateur de phase délivre en sortie une tension, notée  $v_c(t)$  , qui dépend de la différence entre les phases instantanées des signaux d'entrée  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$  .

Il existe plusieurs types de comparateurs de phase :

- parmi les comparateurs de type analogique, citons les multiplieurs, les multiplieurs  $\pm 1$ , les mélangeurs à diodes (employés en RF ou HF),
- parmi les circuits de type logique citons par exemple le Ou Exclusif (XOR).

Le comparateur proposé ici est un multiplieur (voir Figure 2).



**Figure 2.** Comparateur de phase (circuit multiplieur).

Dans le cas où la boucle est bien accrochée les signaux  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$  sont des fonctions sinusoïdales dont les arguments peuvent être mis sous la forme :

$$\Phi_e(t) = \omega_0 t + \phi_e(t) \quad \text{et} \quad \Phi_s(t) = \omega_0 t + \phi_s(t) .$$

Calculer  $v_c(t)$  . Que doit-on faire pour obtenir une tension qui ne dépende que d'une fonction  $F[\phi_e(t) - \phi_s(t)]$ , donnant donc un signal ne dépendant que de la différence entre les phases instantanées (on devra donc identifier cette fonction) ?

Donner l'expression du coefficient  $K_c$  tel que  $v_c(t) = K_c F[\phi_e(t) - \phi_s(t)]$  .

Quelle est l'influence des amplitudes de  $v_e$  et  $v_s$  ?

### 2. Filtre passe-bas

Le filtre, dont la tension de sortie est notée  $v_p(t)$  , est caractérisé par sa fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_p(j\omega)}{V_c(j\omega)}$$

Le filtre employé dans ce TP est de type passe-bas passif du premier ordre. Ce filtre associé au comparateur de phase permet d'obtenir une information continue directement liée au déphasage entre les deux signaux  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$  .



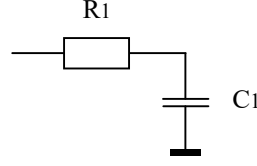


Figure 3. Filtre passe-bas passif du premier ordre

On a donc ici  $H(j\omega) = \frac{1}{1 + jR_1C_1\omega}$ .

### 3. L'oscillateur

L'oscillateur contrôlé en tension (Voltage Controlled Oscillator = VCO) délivre en sortie un signal  $v_s(t)$  dont la fréquence dépend de la tension d'entrée. S'il est linéaire et centré sur une fréquence  $f_0$  on a :

$$f_s(t) = f_0 + K_0 \cdot v_p(t).$$

Le coefficient  $K_0$  est aussi appelé la pente du VCO.

### 4. Plage de verrouillage et plage de capture

On définit la **plage de capture** comme étant l'écart entre les fréquences  $f_{l,\min}$  et  $f_{l,\max}$  pour lesquelles la boucle s'accroche, la boucle étant initialement déverrouillée.  $\Delta f_l = f_{l,\max} - f_{l,\min}$ .

La plage de fréquence pour laquelle la boucle reste verrouillée est appelée **plage de verrouillage** ou **plage de maintien**.  $\Delta f_v = f_{v,\max} - f_{v,\min}$

Il est à noter que la plage de capture est toujours contenue dans la plage de verrouillage ( $\Delta f_l \leq \Delta f_v$ ).

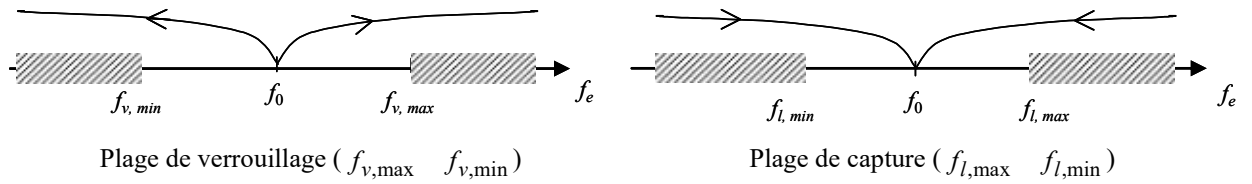


Figure 4. Plages de fonctionnement de la boucle à verrouillage de phase.

### 5. Comportement de la boucle

La PLL ayant pour rôle de réaliser un asservissement de phase, on préfère décrire le système bouclé par un schéma dont les grandeurs d'entrée et de sortie sont les phases  $\phi_e(t)$  et  $\phi_s(t)$  ou les fréquences  $f_e(t)$  et  $f_s(t)$  des signaux  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$ . L'étude du système bouclé, relatif par exemple à la fréquence, se ferait dans l'espace fréquentiel conduisant à l'expression générale de la fonction de transfert  $T(j\omega)$  en boucle fermée et de la fonction de transfert en boucle ouverte  $T_{BO}(j\omega)$ . Le système du second ordre est caractérisé par sa pulsation propre et son coefficient d'amortissement.

Partant de  $\Omega(j\omega) = 2\pi F(j\omega) = j\omega \Phi(j\omega)$  et sous réserve de linéarisation possible, on obtient dans l'espace fréquentiel le schéma fonctionnel suivant (Figure 5.)

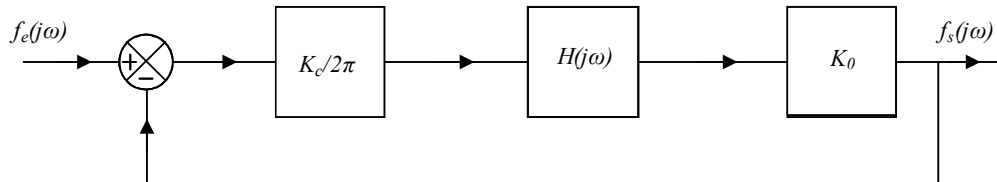


Figure 5. Schéma fonctionnel dans le domaine fréquentiel

L'étude de la stabilité peut se faire par la méthode de la marge de phase : on trace le diagramme de Bode en boucle ouverte, puis on détermine la pulsation telle que  $|T_{BO}(j\omega)| = 1$  et la phase correspondante et ainsi il est possible d'analyser le comportement de la boucle.

## II. Etude expérimentale

### 1. Compérateur de phase

Le compérateur de phase est le multiplieur AD633 pour lequel  $M=1/10V$ .

On applique aux entrées du multiplieur deux tensions dont on peut régler le déphasage de l'une par rapport à l'autre (générateurs Agilent 33220A synchronisés par leur horloges internes à 10 MHz ; on prendra une fréquence de 100 kHz, et des amplitudes de 3V).

Observer le signal de sortie. Relever la courbe donnant la tension moyenne en sortie du multiplieur en fonction du déphasage entre les deux tensions d'entrée (pour cela on mesurera la valeur moyenne de  $v_c(t)$  à l'oscilloscope). Conclusion ?

En déduire la valeur de  $K_c$ .

On peut aussi placer en sortie du multiplieur un filtre passe-bas du premier ordre avec  $R_1 = 1\text{ k}\Omega$  et  $C_1 = 100\text{ nF}$ .

Vérifier la cohérence des mesures en sortie du filtre passe-bas avec les mesures précédentes. Conclusion ?

### 2. Oscillateur contrôlé en tension

Le VCO utilisé est un générateur "Thandar", commandé en tension. Ce choix est fait pour mettre l'accent sur la fonction VCO elle-même plutôt que sur sa réalisation à proprement parler.

On choisit dans un premier temps la fréquence centrale  $f_0 = 100\text{ kHz}$  (gamme « 200k ») et on règle l'amplitude de la tension de sortie à 3V.

Tracer la courbe donnant la fréquence du signal de sortie en fonction de la tension de commande  $v_f$  (entrée "Sweep In" du générateur). On fera varier la tension d'entrée de  $-0,5V$  à  $+0,5V$ .

En déduire la valeur de la pente  $K_0$  du VCO.

### 3. Plages de fonctionnement.

Le signal  $v_e(t)$  appliqué à l'entrée du montage est une tension sinusoïdale d'amplitude 3V et de fréquence 100 kHz, on prend  $R_1 = 1\text{ k}\Omega$  et  $C_1 = 100\text{ nF}$ .

Réaliser le montage complet et observer l'accrochage de la boucle.

Mesurer alors les plages de capture et de verrouillage.

Faire varier la fréquence du signal  $v_e(t)$ . Comment varie le déphasage  $\phi_e - \phi_s$  entre  $v_e$  et  $v_s$  dans la plage de verrouillage? Représenter ces limites sur les courbes de comportement du compérateur de phase et du VCO. Conclusion?

Etudier l'influence de la constante de temps  $\tau_1 = R_1 C_1$  sur les plages de verrouillage et de capture.

Mettre en évidence l'influence de l'amplitude de la tension d'entrée  $v_e(t)$  sur les plages de capture et de verrouillage.

### 5. Influence du bruit

Pour mettre en évidence l'aptitude de la boucle à verrouillage de phase à extraire un signal noyé dans un bruit, on ajoute à l'aide d'un sommateur à ampli-op (utiliser le sommateur de la maquette comportant le multiplieur et le filtre passe-bas), un bruit relativement important (on utilise un deuxième générateur HP33220A) au signal  $v_e(t)$  de fréquence 100 kHz.

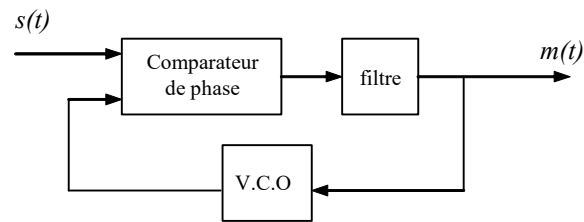
Qu'observe-t-on à la sortie?

## C. Application à la démodulation de fréquence

### I. Etude de la démodulation

#### 1. Montage de base

On peut réaliser le démodulateur de fréquence à PLL avec le montage ci-dessous, le signal modulé  $s(t)$  étant produit par un générateur HP33220A dont on réglera la porteuse à 100 kHz, la fréquence du signal modulant à 1 kHz, et la déviation à 2 kHz.



**Figure 6.** Démodulation de fréquence à PLL

On peut modifier la forme du signal modulant (menu "Mod").

## 2. Étude en régime transitoire

Une autre façon de mettre en évidence le comportement de la boucle précédente est de faire l'étude en régime transitoire. Choisir un signal modulant de type carré.

Visualiser la tension de commande du VCO à l'oscilloscope, commenter la forme obtenue.

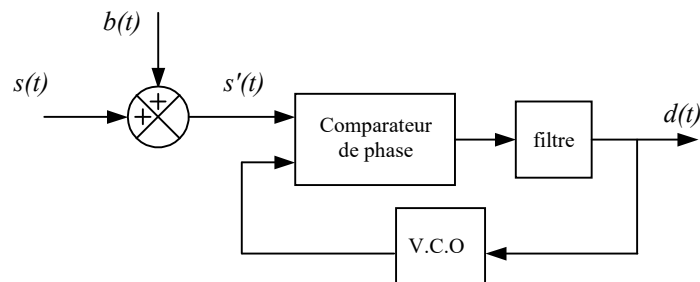
Mettre en évidence le comportement du type second ordre.

Etudier l'influence de la constante de temps  $\tau_1$  du filtre et celle de l'amplitude de la tension d'entrée  $v_e(t)$ .

Pourquoi a-t-elle une influence ?

## II. Influence du canal

On simule ici le canal de propagation (milieu dans lequel se propage le signal modulé) par une injection de bruit (en plus le canal devrait être atténuateur, filtrant et même dispersif).



**Figure 7.** Influence du canal de propagation.

## III. Application

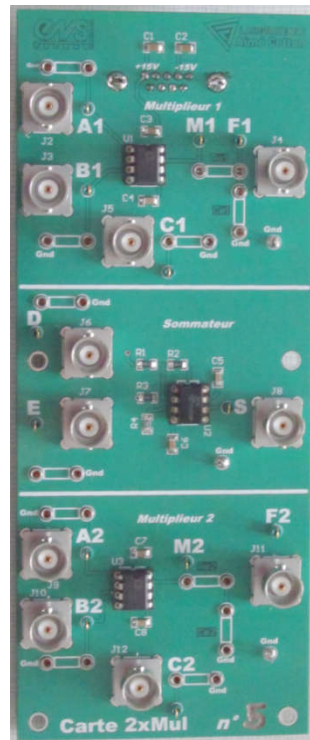
Pour simuler le fonctionnement d'un poste radio on somme (maquette "canal de transmission") deux signaux sinusoïdaux modulés en fréquence, l'un à une porteuse de 100 kHz l'autre à la porteuse de 10 kHz. Le choix du signal à démoduler se fait simplement sur le générateur de fonction par la sélection de la gamme correspondant au signal à démoduler (gammes « 200k » et « 20k »). Vérifier cette possibilité.

On peut illustrer aussi le rôle de la séparation des canaux en rapprochant une des deux porteuses alors que l'on démodule l'autre.

On peut enfin dans un dernier temps illustrer le système en utilisant une modulation "externe" des deux porteuses à 10 kHz et à 100 kHz par de véritables signaux audio.

Annexe : Carte « Multiplieurs et sommateur »

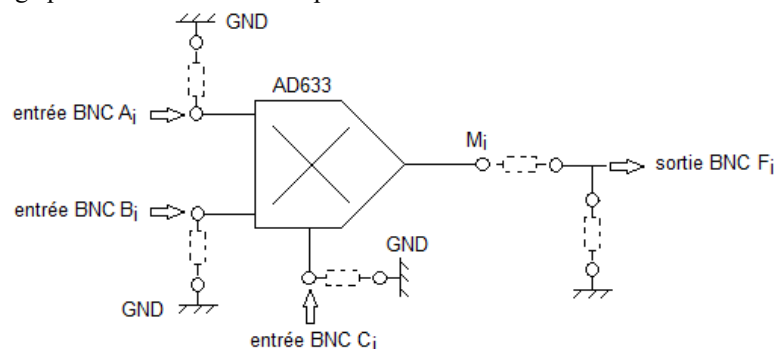
Cette carte comporte deux multiplieurs AD633 associés à un filtre passe-bas RC (R et C à placer dans les douilles élastiques prévues à cet effet. Ces deux fonctions sont placées en haut et en bas de la carte. Le centre de la carte est occupé par un sommateur.



- Pour les deux multiplieurs :  
on a

$$M_i = \frac{1}{10} \cdot A_i \cdot B_i + C_i$$

Le schéma de câblage pour chacun de ces multiplieurs est le suivant :

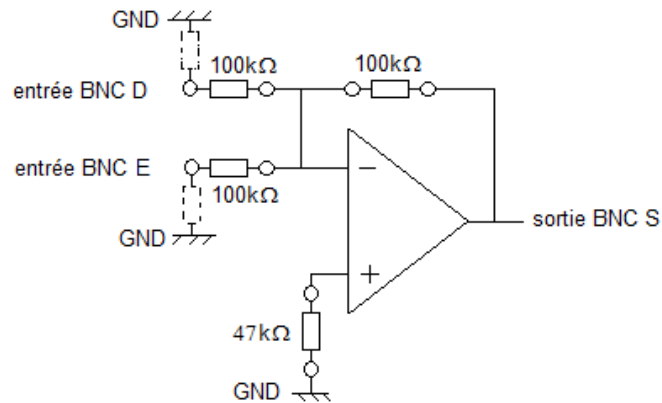


Les entrées  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  sont accessibles par une borne BNC ou par une douille élastique. Elles peuvent être raccordées à la masse par un fil à placer entre les deux douilles élastiques correspondantes. La sortie du filtre,  $F_i$  est accessible par une borne BNC (pour le transfert vers une autre carte) ou par une prise de test pour les sondes d'oscilloscope. Tous les points  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  et  $M_i$  sont également accessibles par sonde d'oscilloscope.

- Pour le sommateur (inverseur) :  
on a

$$S = -(D + E)$$

Le schéma de câblage pour chacun du sommateur est le suivant :

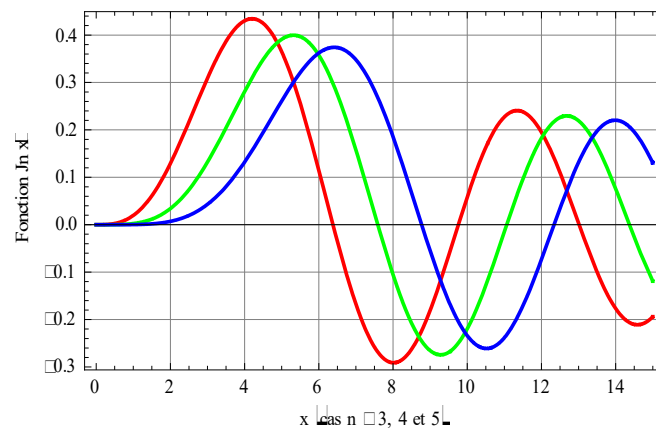
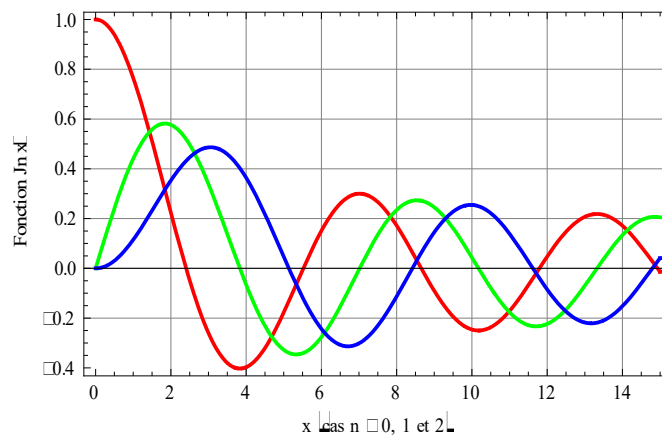


Les entrées D et E et la sortie S<sub>i</sub> sont accessibles par une borne BNC et pour une sonde d'oscilloscope. Les entrées D et E sont également accessibles par une douille élastique (ces deux entrées peuvent être mises à la masse par un fil).

## Annexe sur les fonctions de Bessel

**Fonctions de Bessel :**  $J_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \exp[j(x \sin u - nu)] du$ .

C'est aussi la solution de l'équation différentielle  $x^2 \frac{\partial^2 g(x)}{\partial x^2} + x \frac{\partial g(x)}{\partial x} + (x^2 - n^2)g(x) = 0$

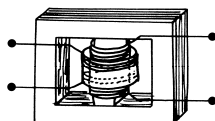


## Convertisseur de puissance électrique-électrique

### I. Présentation des mesures sur le transformateur

#### I.1. Structure et modèle du transformateur.

Le transformateur que nous allons étudier est de la forme suivante.

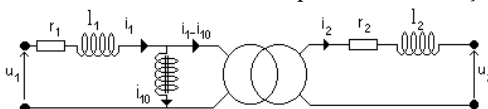


C'est un transformateur de puissance nominale 40W, de tension nominale 220V au primaire. Il présente deux secondaires de 12V, ce qui donne 24V si on place ces derniers en série. Le courant nominal primaire est de 200mA. Le courant secondaire ne doit pas dépasser 3,15A.

#### I.2. Modèle électrique équivalent.

Nous allons supposer que le flux dans le circuit magnétique est d'allure sinusoïdale (forcé par la tension réseau appliquée en entrée).

On peut montrer que cette structure est modélisable électriquement de la façon suivante:



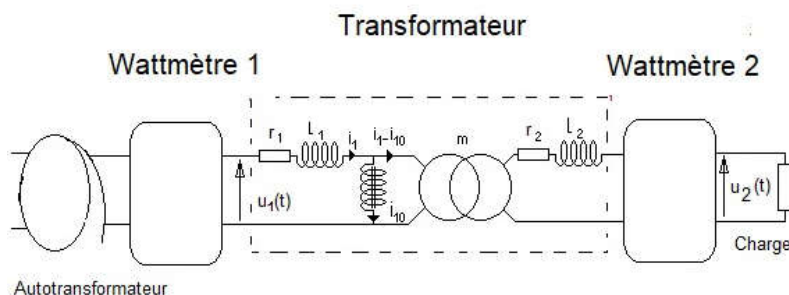
Elle comporte

- un transformateur parfait (rapport de transformation  $m$ ).
- une inductance saturable parcourue par un courant  $i_{10}$  distordu (modélisation du circuit magnétique).
- des résistances  $r_1$  et  $r_2$  qui sont respectivement les résistances du circuit primaire et du circuit secondaire,
- des inductances  $l_1$  et  $l_2$  qui représentent les inductances de fuite du primaire et du secondaire.

#### I.3. Présentation de l'essai en charge :

On branche un rhéostat de charge sur le secondaire (type  $106\Omega - 3A$ ) afin de pouvoir dissiper dedans une puissance allant de 0 à 40W (puissance nominale). On applique en entrée la tension nominale de 220V (que l'on ajustera éventuellement lorsque l'on fera varier la charge).

Pour différentes valeurs de la charge (prendre un point tous les 4W environ en n'oubliant pas le cas où le secondaire est en circuit ouvert), on relève puissance, tension et courant au primaire et au secondaire. Pour mesurer les différents paramètres, on utilisera simultanément deux wattmètres. Les appareils de mesure sont positionnés globalement comme suit :



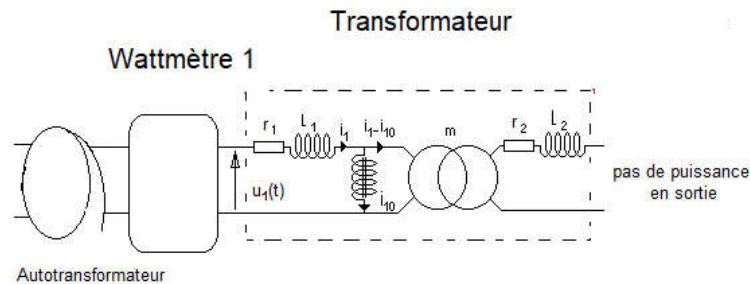
Pour raccorder les Wattmètres, il suffit de commencer par brancher les deux bornes liées à la récupération du courant (comme un ampèremètre en fait...). On veillera à câbler le circuit dans lequel circule le courant avec des

fils d'une couleur donnée (rouge par exemple). Le « circuit courant » des deux wattmètres étant raccordé, on raccorde le circuit de récupération de la tension avec des fils d'une autre couleur (noirs par exemple). On obtient ainsi un circuit dans lequel les fils rouges sont des fils potentiellement traversés par un courant, donc on ne les débranchera jamais quand le circuit est sous tension. En revanche, les fils noirs sont des fils dans lesquels ne circule pas de courant. On peut donc les retirer sans danger.

#### **I.4. Présentation de l'étude du circuit magnétique (essai à vide).**

Le secondaire du transformateur est ouvert (on caractérise donc une inductance saturable). On applique la tension d'entrée en l'augmentant **progressivement de 0 jusqu'à la valeur de fonctionnement** pour éviter un risque de fort appel de courant en régime transitoire.

On disposera les appareils de mesures de la façon suivante:



Pour cet essai, on peut parfois supposer les pertes Joule négligeables (à vérifier) car en l'absence de charge, le courant appelé en régime permanent reste faible (uniquement le courant d'aimantation qui est très distordu). La puissance mesurée par le Wattmètre correspond donc aux pertes fer. Pour être plus rigoureux, on peut mesurer la valeur efficace de  $i_1$  et vérifier, connaissant  $r_1$ , si les pertes Joule sont négligeables, et si ça n'est pas le cas, on va les retrancher de la puissance mesurée.

Les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault peuvent être approchées par les expressions

$$P_{\text{hyst}} = K_{\text{hyst}} \cdot f \cdot B_{\text{max}}^2 \quad \text{et} \quad P_{\text{Foucault}} = K_{\text{Foucault}} \cdot f^2 \cdot B_{\text{max}}^2$$

La valeur efficace de la tension d'entrée est proportionnelle à la valeur maximale d'induction  $B_{\text{max}}$ . Les pertes fer, qui sont la somme des pertes par hystérésis et par courants de Foucault, sont donc proportionnelles à  $U_{1\text{eff}}^2$ .

#### **I.5. Travail expérimental**

**REMARQUE GENERALE :** Pour toutes les manipulations d'électrotechnique, demandez systématiquement aux enseignants présents de vérifier votre montage avant de mettre ce dernier sous tension. Coupez le réseau dès que vous avez terminé de faire vos mesures.  
Une fois le circuit validé, surveillez les courants primaire et secondaire afin qu'ils ne dépassent pas les valeurs nominales.

**ATTENTION !** Ne jamais déconnecter un fil dans lequel passe un courant important. Si un changement de câblage s'impose, coupez la source et refaites le montage hors tension !

##### **Remarque sur les mesures de puissance :**

Pour mesurer les grandeurs au primaire et secondaire du transformateur, vous travaillerez avec les wattmètres qui vous donneront le courant efficace, la tension efficace, la puissance active (valeur moyenne du produit de la tension par le courant)

Les wattmètres dont nous disposons sont de bonne qualité. Il faudra cependant veiller à travailler avec un calibre de mesure adapté en tension et en courant afin d'améliorer la qualité de mesure. Par ailleurs, la bande passante des wattmètres est limitée à 1kHz environ, ce qui ne pose pas de problème dans ce TP, mais qui peut être parfois problématique.

##### **• Etude du système en charge : formes d'onde, rendement...**

- On alimente le transformateur sous une tension délivrée par un autotransformateur. Cette tension est amenée à la valeur nominale. La charge résistive placée au secondaire du transformateur doit pouvoir supporter les conditions nominales d'utilisation (attention au courant admissible...). On prendra un rhéostat de charge de  $106\Omega$  max, supportant 3A. On place les wattmètres au primaire et au secondaire.

Avec certains wattmètres, il peut être préférable d'avoir en permanence un ampèremètre sur la sortie et éventuellement sur l'entrée pour vérifier qu'on ne dépasse pas le courant supporté par les fusibles du secondaire. Mais avec les appareils que nous utilisons, toutes les grandeurs recherchées sont affichées en même temps, donc on ne perd jamais le courant de vue.

- Pour différentes charges (du transformateur à vide à la charge nominale voisine de 40W, par pas de 4W environ), mesurer la puissance absorbée au primaire et la puissance restituée au secondaire, ainsi que la valeur efficace des courants primaires et secondaires et la tension secondaire. Que dire de la forme du courant primaire dans ces essais ? Calculer et tracer le rendement ainsi que les pertes dans le système en fonction de la puissance dissipée dans la charge. On fera figurer les incertitudes sur les résultats issus des pinces de courants et de la sonde différentielle (consulter les notices de ces systèmes accessibles en ligne sur le site du département de physique).
- Tracer l'évolution de la tension secondaire avec le courant secondaire quand la puissance dans la charge augmente. Que dire de cette courbe ?

- **Caractérisation préliminaire : mesure de la résistance des enroulements.**

- Pour des niveaux de courant adaptés au fonctionnement du transformateur, relever la valeur des résistances de bobinage  $r_1$  et  $r_2$  des circuits primaires et secondaires. Pour cela, on utilisera une alimentation stabilisée et on mesurera tensions et courants pour en déduire les résistances recherchées. Commenter la différence sur les valeurs des deux résistances. Faire la mesure à l'ohmmètre en regardant l'incertitude. Comparer aux valeurs précédentes.

- **Etude du circuit magnétique : essai à vide (formes d'onde, puissance...).**

Dans cette partie, nous allons essayer de caractériser le circuit magnétique du transformateur. On notera que cette étude est équivalente à celle d'une inductance saturable, dans la mesure où seul le circuit primaire est parcouru par un courant... Sur le primaire, on place un wattmètre ainsi qu'un capteur de courant donnant une image de ce dernier à l'oscilloscope.

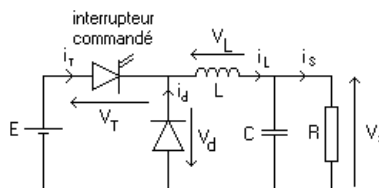
- Observer le courant primaire. Commenter sa forme. Pourquoi est-elle différente de celle de l'essai en charge ?
- On augmente progressivement la tension fournie par l'autotransformateur par pas réguliers pour passer de 0 à la tension nominale. Pour chaque valeur de tension, on relève la valeur efficace du courant appelé ainsi que la valeur de la puissance absorbée. Tracer l'évolution des pertes fer en fonction du carré de la tension d'alimentation. Conclusion ? En déduire la valeur des pertes ferromagnétiques dans les conditions nominales.
- Connaissant  $r_1$ ,  $r_2$ , la valeur des pertes fer sous tension nominale, ainsi que la valeur efficace des courants  $i_1$  et  $i_2$ , comparer la somme des pertes obtenue par décomposition (en pertes fer et perte Joule) à celle obtenue directement par comparaison de la puissance en sortie avec la puissance en entrée lors de l'essai en charge. Superposez les deux courbes avec les incertitudes. Que pouvez-vous conclure ?

## **II. Présentation du hacheur série non réversible**

Le rôle des convertisseurs d'énergie électrique est d'adapter la forme de la puissance fournie par une source à celle attendue par une charge. Le hacheur permet de passer d'une tension continue fixe à une tension continue réglable avec un rendement acceptable (plus de 90%), ce qui est indispensable compte tenu des puissances mises en jeu.

### **II.1. Rappels sur le hacheur série non réversible.**

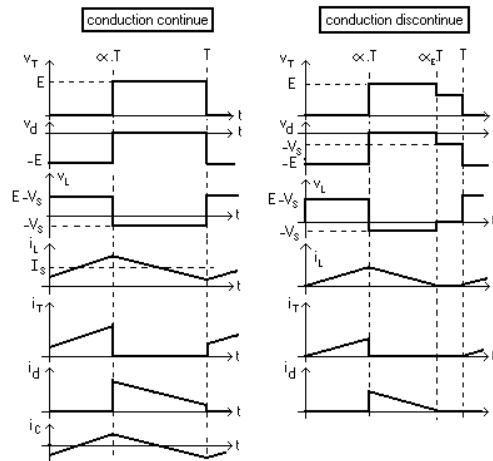
- Le montage se présente sous la forme suivante :



- La charge est constituée par la résistance R. Les éléments L et C forment un filtre dont le but est de limiter l'ondulation résultant du découpage sur la tension et le courant de sortie. L'ensemble (filtre + charge) peut être composé différemment, mais nous raisonnerons sur cet exemple dans un premier temps.



• Les formes d'ondes attendues, en supposant que les composants sont tous parfaits et que tension et courant de sortie,  $v_s$  et  $i_s$ , peuvent être assimilés à leur valeur moyenne (ondulations de sortie négligées) sont de la forme suivante :



On doit distinguer deux cas : la **conduction continue** et la **conduction discontinue**.

Dans le premier, le courant de sortie est suffisamment fort et le courant dans l'inductance ne s'annule jamais, même avec l'ondulation due au découpage.

Dans le second, le courant de sortie moyen est bien entendu positif, mais, en raison de sa faible valeur moyenne, l'ondulation du courant dans l'inductance peut amener ce dernier à s'annuler. Or, les interrupteurs étant unidirectionnels, le courant ne peut changer de signe et reste à 0. Ce cas correspond à une très faible charge.

- A partir des formes d'ondes précédentes, on peut calculer différentes grandeurs caractéristiques :
- Tension de sortie en fonction du rapport cyclique :

En **conduction continue**, on a  $V_s = \alpha.E$  alors qu'en **conduction discontinue**  $V_s = \frac{\alpha}{\alpha_E}.E$

- Ondulation de courant (cas de la conduction continue)

$$\Delta i_L = \frac{E - \alpha.E}{L} . \alpha.T = \frac{\alpha.(1 - \alpha)}{L.f} . E$$

(Elle sera d'autant plus faible que l'inductance sera importante et que la fréquence de hachage sera élevée).

- Ondulation de tension de sortie (en conduction continue).

$$\Delta v_c = \frac{\alpha.(1 - \alpha).E}{8.L.C.f^2} = \frac{\Delta i_L}{8.C.f}$$

(Elle décroît plus rapidement avec la fréquence que l'ondulation de courant. De plus, elle sera d'autant plus faible qu'inductance et capacité seront élevées).

**REMARQUE GENERALE :** Pour toutes les manipulations d'électrotechnique, demandez systématiquement aux enseignants présents de vérifier votre montage avant de mettre ce dernier sous tension. Coupez le réseau dès que vous avez terminé de faire vos mesures.

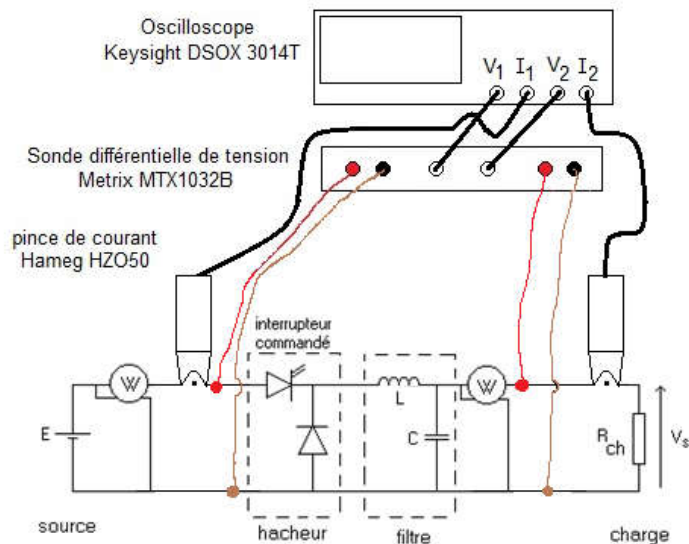
**ATTENTION !** pour visualiser les tensions dans les manipulations qui suivent, vous veillerez à utiliser impérativement des **sondes différentielles de tension** qui permettent d'isoler la mesure du circuit étudié. On évite ainsi les problèmes de masse ramenée par les oscilloscopes notamment.

**ATTENTION !** Ne jamais déconnecter un fil dans lequel passe un courant important. Si un changement de câblage s'impose, coupez la source et refaites le montage hors tension !

## II.2 Travail expérimental sur le hacheur série non réversible

### *II.2.1. Première partie : charge résistive + filtre (L,C).*

On réalise le montage suivant



Comme matériel, on utilisera un hacheur avec commande incorporée, une alimentation stabilisée 30V/5A (ou du même ordre), un rhéostat de charge (50 $\Omega$  / 5A par exemple), une inductance de lissage de 3 mH, une capacité de 10  $\mu$ F environ, 2 wattmètres, un multimètre, une sonde différentielle double, et deux capteurs de courant à zéro de flux.

Nous allons chercher à obtenir le rendement défini par le rapport entre la puissance continue transmise à la charge et celle délivrée par la source. On ne tiendra pas compte, dans un premier temps, de la puissance éventuellement transmise sur les harmoniques, car dans la mesure où l'on s'intéresse à une conversion continu-continu, on supposera que la charge reste insensible aux fluctuations.

*Remarque :* Pour éviter un régime de fonctionnement discontinu, on fera en sorte de travailler à une charge suffisante (résistance  $R_{ch}$  assez faible !) (Cf. cours sur le hacheur série).

#### Observation des tensions et des courants.

En travaillant à un rapport cyclique de 0,5 pour une fréquence de hachage de 2kHz, observer les tensions et, quand c'est possible, les courants présentés au paragraphe précédent. Les tensions seront observées à l'oscilloscope au moyen d'une sonde différentielle de tension qui évite de ramener la masse de l'oscilloscope. Les courants seront observés au moyen de capteurs de courant (dispositif qui permet de récupérer une image instantanée du courant à travers une tension envoyée à l'oscilloscope).

Quand la résistance de charge est trop forte (faible charge), observez la conduction discontinue.

#### Obtention du rendement pour une tension de sortie pratiquement continue (fréquence de hachage maximum).

• En nous plaçant à la fréquence de hachage de 16 kHz environ, compte tenu du filtre choisi, on peut supposer que la tension aux bornes de la résistance de charge  $R_{ch}$  est pratiquement continue. La puissance active disponible en sortie se présente alors intégralement sous forme continue. La puissance absorbée sur la charge l'est-elle aussi sous forme continue ?

- Pour faire les mesures de puissance, on utilisera deux wattmètres ainsi que deux ensembles (sonde différentielle / pince de courant) avec la fonction mesure de puissance des oscilloscopes Keysight DSO 3014T. On pourra ainsi comparer les deux systèmes. Sur l'oscilloscope DSOX 3014T, la sonde différentielle double permet d'observer les tensions primaire et secondaire en les abaissant (gain 1/10 en entrée et en sortie soit dans « Probe » un choix de 10 :1) respectivement sur les voies 1 et 3 et les deux pinces de courant permettent d'observer les courants primaire et secondaire respectivement sur les voies 2 et 4 (0.1V/A). Pour les pinces de courant, il faut penser à faire le zéro régulièrement et faire attention à leur extinction automatique (et refaire le zéro après chaque extinction). Pour accéder aux mesures de puissance, vous devez appuyer sur la touche « Analyse » et cocher « Power » puis choisir « Efficiency » et lancer par « Apply ». Vous ajouterez la mesure des courants et tensions efficaces (AC RMS par cycle pour éliminer les éventuelles composantes continues) primaires et secondaires ce qui vous donne simultanément à l'écran les tensions, courants et puissances primaires et secondaires et le rendement.

Vous devrez ajuster les échelles en amplitude et de base de temps sur les quatre voies ainsi que l'amplitude sur la voie de mesure qui est utilisée par la fonction puissance. Si vous comptez utiliser les statistiques, pensez à remettre à jour la statistique à chaque changement de point de fonctionnement (pour ça, allez dans « Meas »/« Statistics » et choisir « Reset Statistics »).

• Dans ces conditions, en faisant varier  $R_{ch}$ , pour différentes valeurs de puissance dans la charge, relever la puissance absorbée sur la source, la puissance transmise à la charge, ainsi que le courant efficace dans l'inductance. En déduire le rendement du convertisseur en fonction de la puissance délivrée en sortie (en diminuant  $R_{ch}$ , on augmente le courant et donc la puissance appelée, car  $V_s$  est une constante pratiquement égale à  $\alpha E$ ). Tracer l'évolution des pertes en fonction de la puissance transférée à la charge en faisant figurer les incertitudes. Comparer avec l'évolution de la puissance active dissipée dans la résistance de l'inductance.

• En utilisant la sonde différentielle, observer l'ordre de grandeur de la chute de tension à l'état passant aux bornes du transistor et de la diode du hacheur. Quelle est la conséquence de cette chute de tension sur le rendement du dispositif ?

Remarque: les principales causes de dissipation, sont

- les pertes dans l'inductance de lissage.
  - les pertes par conduction dans les interrupteurs : la tension à l'état passant est non nulle et mesurable en utilisant une sonde différentielle. Le courant qui traverse l'interrupteur peut être observé en utilisant un capteur à zéro de flux. On peut éventuellement estimer une puissance moyenne. Pour cela, on mesure la durée de conduction et on suppose les commutations instantanées. Cependant, les formes d'ondes réelles sont plus complexes ce qui rend l'exploitation quantitative délicate.
  - Les pertes par commutation : elles ne sont pas facilement accessibles avec les moyens disponibles.
- Expérimentalement, pour déterminer les pertes dans le filtre, mesurer la résistance de la bobine (en espérant qu'elle ne dépend pas trop de la fréquence) et le courant efficace qui la traverse. Compte tenu du rendement global, donner un ordre de grandeur de l'ensemble des autres pertes.

#### Nature de la puissance transférée en fonction de la fréquence : puissance sur les harmoniques.

En conservant la même tension d'entrée que précédemment, et en se plaçant à une position du rhéostat de charge à  $10\Omega$  environ, pour un rapport cyclique de 0,5, on constate que la tension de sortie présente une ondulation non négligeable lorsque la fréquence de hachage est voisine du kHz. Si on suppose qu'à cette fréquence d'ondulation, le rhéostat reste une résistance pure indépendante de la fréquence (hypothèse acceptable mais pas évidente a priori... Cf notice des rhéostats), on constate alors qu'une partie de la puissance active est transférée à travers les harmoniques.

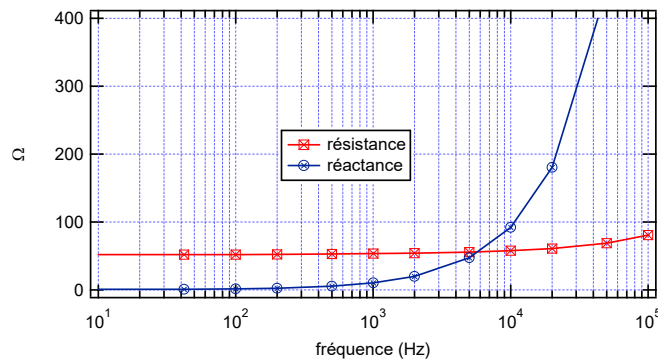
En sortie, on va mesurer la puissance transmise à la charge sous forme continue et par les harmoniques avec un capteur de courant permettant de récupérer une image instantanée dans le rhéostat. Pourquoi ne travaille-t-on pas avec un voltmètre ? un ampèremètre ? Donner, en fonction de la fréquence de hachage, la valeur moyenne du courant et la valeur efficace de sa partie variable (ensemble du signal moins sa valeur moyenne). Tracer les évolutions de ces grandeurs, ainsi que celle du rapport entre la puissance transportée par les harmoniques et la puissance transportée par le continu en fonction de la fréquence de hachage. Quelles hypothèses fait-on pour dire que le rapport des puissances est le rapport des courants au carré ?

Pour faire ces mesures, on peut chercher directement à obtenir la puissance sur le continu et sur chaque harmonique. Pour ça, on fait l'acquisition d'une période du courant et de la tension et on calcule la décomposition en série de Fourier pour les premières harmoniques des deux signaux (en amplitude et en phase pour les harmoniques). On en déduit la puissance active pour le continu et les premières harmoniques ce qui permet de calculer directement la fraction de puissance de chaque composante. Une fenêtre spéciale, dans la macro d'acquisition sous Igor, permet de réaliser cette opération (Cf notice en ligne de la macro sur le site du département dans la base de données du matériel). On observera la tension de sortie sur la voie 1, le courant de sortie sur la voie 2 et la tension de commande d'un interrupteur (borne BNC dédiée) sur la voie 3. Il faudra utiliser le signal de CHAN3 pour récupérer la fréquence (justifiez ce choix). En utilisant cette macro, retracez le rapport de la puissance des harmoniques sur le continu. Comparez au résultat précédent.

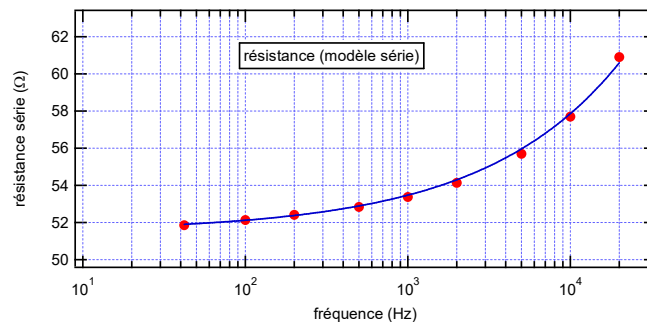
Pour résumer, quels sont les avantages et les inconvénients du filtre en sortie du hacheur ? Pourquoi est-il indispensable ?

Remarque importante : compte tenu de la structure de la résistance de charge, il est fort probable qu'avec la fréquence (et donc pour les différents harmoniques), le modèle équivalent se modifie. Deux phénomènes doivent être pris en compte pour étudier la puissance dissipée dans la charge : l'effet de peau responsable d'une augmentation de la résistance avec la fréquence et le caractère inductif de la structure en solénoïde qui va être de plus en plus important.

A titre d'exemple, on donne la caractéristique d'impédance de rhéostats  $50\Omega$  du type de ceux utilisés en TP :



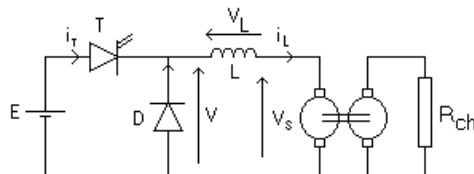
Pour ce qui concerne l'effet de peau, si on dilate l'évolution de la résistance avec la fréquence, on a l'allure suivante :



Ces courbes sont disponibles sur la base de données en ligne du matériel (cherchez « rhéostat ») sur le site du département de physique de l'ENS de Cachan ainsi que sur la base de données des expériences (chercher « effet de peau »)

### II.2.2. Seconde partie : charge = MCC + inductance de lissage.

On commence par limiter l'alimentation stabilisée en courant à la valeur maximale admissible en permanence par la machine. On débute avec une tension d'alimentation stabilisée réglée à 0 et on l'augmente progressivement. Puis on augmente progressivement le rapport cyclique  $\alpha$  en partant de 0. L'inductance utilisée est une inductance de 250 spires dans laquelle on peut placer un U ferromagnétique que l'on garde en réserve au début.



- Pour une valeur de  $\alpha$  fixée à 50%, alors que la seconde machine est à vide ( $R_{ch}$  infinie), écouter la vibration au niveau du moteur quand on change la valeur de l'inductance (en plaçant ou non le U ferromagnétique pour changer la valeur de l'inductance sans changer sa résistance). D'où vient la puissance active responsable de ces vibrations ?
- Si on place une charge sur la génératrice, sur quel paramètre joue-t-on principalement pour contrôler le couple moteur ? Même question pour la vitesse ?

### Bibliographie

#### Transformateur

- « Electrotechnique industrielle », Lavoisier éditeur, G. Séguier et F. Notelet.
- « Electronique de puissance. Conversion d'énergie », Casteilla éditeur, M. Lavabre.
- Hprépa PSI – électronique I et II. – Electromagnétisme.
- « matériaux magnétiques de l'électrotechnique », Hermès éditeur, P. Brissonneau.
- « Transformateur » -- cours de licence -- M. Lavabre.

## Exemples de conversion de puissance électromécanique : cas du moteur à courant continu et de la génératrice synchrone

**REMARQUE GENERALE :** Pour toutes les manipulations d'électrotechnique, demandez systématiquement aux enseignants présents de vérifier votre montage avant de mettre ce dernier sous tension. Ramenez la tension d'alimentation à zéro dès que vous avez terminé de faire vos mesures.

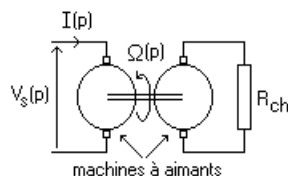
**ATTENTION !** Ne jamais déconnecter un fil dans lequel passe un courant important. Si un changement de câblage s'impose, coupez la source et refaites le montage hors tension !

**PRECAUTION :** Avant de faire vos essais sur la machine à courant continu, pensez à limiter en courant l'alimentation stabilisée à la valeur nominale de la machine si cela est nécessaire.

### - I. La machine à courant continu -

#### I.1. Modélisation dynamique simplifiée de la machine.

Vu de l'extérieur, la machine peut être représentée par la mise en série d'une résistance  $R$ , d'une inductance  $L$  (par la suite, on ajoutera la valeur de l'inductance de lissage mise en série avec la machine) et d'une f.e.m à vide  $E_v$  donnée par la relation  $E_v = K \cdot \Omega$ , si  $\Omega$  est la vitesse de rotation. Nous supposons que l'ensemble fixé à l'arbre de la machine est de moment d'inertie  $J$  et que le moment du couple de frottement est  $C_f = C_o + f \cdot \Omega$  (frottement sec + frottement visqueux).



rq : Si la machine est chargée par une génératrice, on verra que le couple résistant appliqué par cette dernière est un couple de forme  $C_r = K' \cdot \Omega$  qui devient très grand devant le terme de frottements secs ce qui permet de dire que le couple qui s'oppose au couple moteur a un moment pratiquement proportionnel à  $\Omega$ .

Equation électrique: 
$$V_s(t) = R.i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + K \cdot \Omega(t)$$

Equation mécanique: 
$$J \cdot \frac{d\Omega(t)}{dt} = K \cdot i(t) - f \cdot \Omega(t) - C_{ch}(t)$$

rq:  $C_{ch}(t)$  est le moment du couple de charge. Si l'on suppose que la charge mécanique de notre moteur est une génératrice à courant continu débitant sur une charge  $R_{ch}$ , alors on peut dire que le terme fluide l'emporte sur le frottement sec et alors

$$C_{ch} \approx K \cdot I_{ch} = K \cdot \frac{E}{R_{ch}} = \frac{K^2}{R_{ch}} \cdot \Omega \quad \text{soit} \quad C_{ch} \approx \frac{K^2}{R_{ch}} \cdot \Omega = K' \cdot \Omega$$

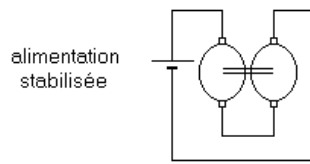
#### I.2. Etude expérimentale de la machine à courant continu.

Nous allons commencer par déterminer les caractéristiques du moteur. Nous exploiterons ensuite ces caractéristiques pour étudier le rendement et les pertes dans ce dernier.

##### I.2.1. Identification de paramètres caractéristiques de la machine.

###### • La résistance d'induit :

Pour obtenir la résistance de la machine, il faut parvenir à l'alimenter en continu sans qu'elle puisse tourner. En effet dans ce cas, seule la résistance d'induit sera prise en compte (pas de force électromotrice à vide et inductance d'impédance nulle en continu). Sachant que nous travaillons avec des machines à aimant identiques associées deux à deux, on procède de la façon suivante :



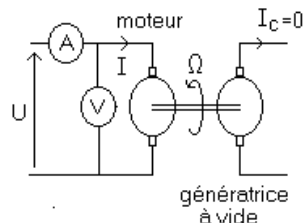
- Pourquoi la machine ne tourne-t-elle pas ?
- Faire des mesures pour différents niveaux de courant jusqu'à la valeur nominale de la machine. Tracer la courbe reliant tension et courant dans l'induit de chaque machine. Conclusion quant au caractère ohmique de ce circuit ?
- Comparer à une mesure à l'ohmmètre. Quelle valeur accorder à cette dernière mesure et pourquoi ?

• *Le coefficient K.*

Nous allons supposer que les deux machines du banc sont identiques (même coefficient  $K$  pour chacune d'entre-elles). On alimente la première machine avec l'alimentation stabilisée (tension de sortie  $E$ ), la seconde fonctionnant à vide. On relève la tension aux bornes de la machine à vide en fonction de la vitesse (donnée par la dynamo tachymétrique) pour plusieurs valeurs de  $E$ . En déduire  $K$  (unité ?).

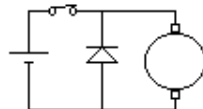
• *Etude des pertes dans le moteur lors de la conversion électromécanique.*

- On commence par rechercher les pertes en fonction de la vitesse. Pour ça, on réalise le circuit suivant :



On mesure la puissance absorbée et on soustrait les pertes Joule dans le moteur. On obtient alors la somme des pertes fer et mécaniques. On recommence cet essai pour différentes vitesses de rotation, c'est à dire pour différentes tensions d'entrée. Tracer l'évolution de la somme des pertes fer et mécaniques  $P_{f+m}$  dans les deux machines en fonction de la vitesse puis tracer  $P_{f+m}/\Omega$  en fonction de la vitesse. Comment déduire de ces courbes un couple de frottement sec  $C_0$  ? Peut-on mettre en évidence un frottement fluide ? Si c'est le cas, estimer le coefficient  $f$ .

- Validation des mesures de pertes : obtention du moment d'inertie du banc par un essai supplémentaire. La seconde machine est toujours à vide. On alimente la première machine sous une tension continue puis on coupe brutalement l'alimentation du moteur. On relève la réponse de la dynamo tachymétrique en monocoup à l'oscilloscope. Pour couper l'alimentation, on doit retirer rapidement le fil (inutile d'appuyer sur le bouton on/off de l'alimentation, on caractériserait la lente décroissance de tension de l'alimentation). Il est cependant déconseillé d'interrompre brutalement un courant sous risque d'apparition d'un arc électrique. Pour contourner ce problème, on peut réaliser le montage suivant :



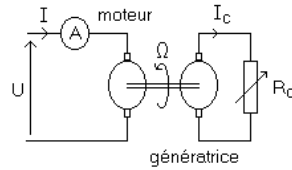
La diode sert à assurer la continuité du courant dans la MCC lorsque l'on ouvre l'interrupteur. Observer le courant dans le moteur pour vérifier qu'il s'interrompt très rapidement (bien plus vite que la vitesse).

Si on suppose que les frottements sont essentiellement des frottements secs, déduire de l'évolution de  $\Omega$  en fonction du temps, le rapport  $C_0/J$ . Connaissant  $C_0$  par l'essai précédent, en déduire  $J$  et comparer aux données du constructeur (attention le constructeur donne le moment d'inertie d'une machine mais le banc en comprend deux...).

• *Rendement du moteur et de l'ensemble moteur.*

Afin de pouvoir interpréter la courbe de rendement, nous allons faire en sorte de travailler à vitesse constante, quelle que soit la charge. Il faudra donc ajuster régulièrement la tension d'alimentation  $U$  de notre moteur afin de compenser la chute de vitesse provoquée par une augmentation de charge. La vitesse étant constante, on pourra supposer que la somme des « pertes fer » et des « pertes mécaniques » reste constante pour tous les points de fonctionnement étudiés.

On réalise le câblage suivant en ajoutant les appareils nécessaires aux mesures



Pour chaque charge appliquée, on relèvera  $U$ ,  $I$ ,  $U_c$ ,  $I_c$  tout en vérifiant que  $\Omega$  reste bien constante. On prendra une vitesse assez proche de la valeur nominale, par exemple 1500 tours par minute.

La puissance utile sur l'arbre est donnée par

$$P_u = P_a - r_l \cdot I^2 - P_{fI} - P_{mI}$$

La puissance absorbée est donnée par

$$P_a = U \cdot I.$$

La puissance envoyée à la charge est donnée par

$$P_c = U_c \cdot I_c$$

Le rendement électromécanique du moteur est alors défini par

$$\eta_{\text{moteur}} = \frac{P_u}{P_a}$$

Le rendement électrique/électrique du système est, lui, défini par

$$\eta_e = \frac{P_c}{P_a}$$

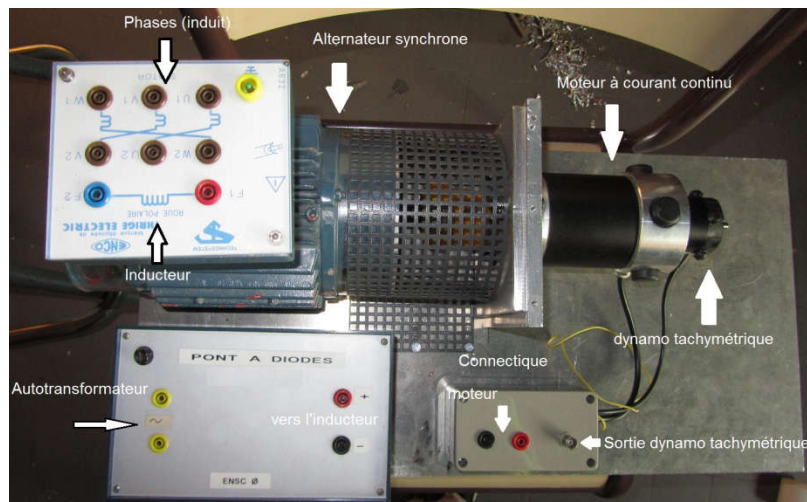
On peut alors tracer  $\eta_{\text{moteur}}$  et  $\eta_e$  en fonction de  $P_a$  (on choisit ici une représentation en fonction de  $P_a$  plutôt que de  $P_c$  afin d'avoir une puissance qui intervient dans les deux rendements et de pouvoir comparer ces derniers).

remarque : augmenter la charge signifie augmenter la puissance transférée sur l'arbre mécanique vers la génératrice, ce qui signifie, lorsque l'on travaille à vitesse constante, que l'on augmente  $I_c$ . Dans ce cas, augmenter la charge, c'est diminuer la résistance !

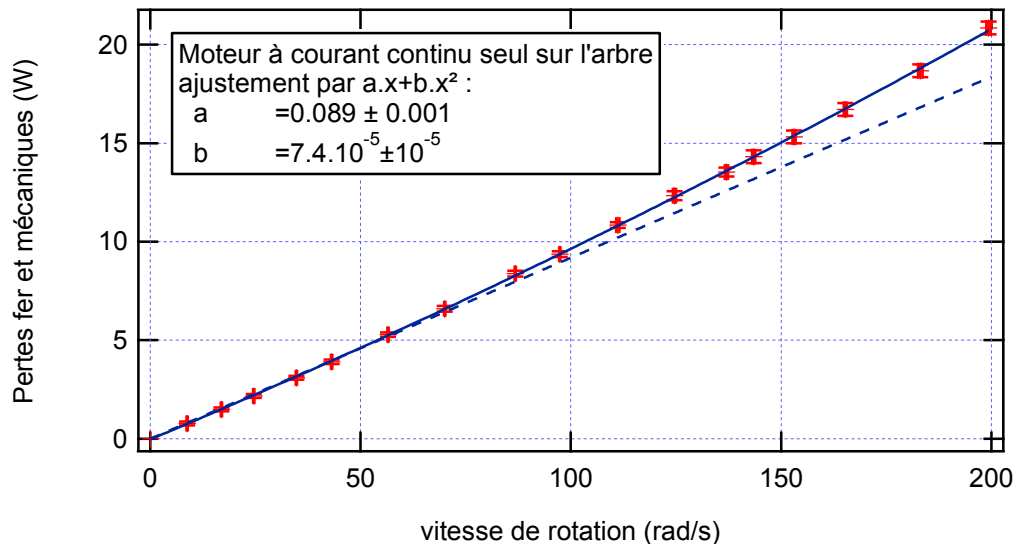
## II. La génératrice synchrone

### II.1. Caractéristiques du banc employé.

- Le banc comporte une machine à courant continu qui va servir de moteur pour apporter l'énergie mécanique à la machine synchrone qui va fonctionner en génératrice. La machine synchrone fonctionne avec un inducteur bobiné, ce qui signifie que ce dernier doit être alimenté par une tension continue, obtenue à partir du réseau électrique redressé (pont à quatre diodes associé au banc de machine). Le dispositif est présenté sur la photo suivante :



- La machine à courant continu a les caractéristiques suivantes : vitesse nominale 2000t/min, courant nominal 8,1A, tension nominale 43V. L'évolution de la somme des pertes fer et des pertes mécanique de cette machine en fonctionnement moteur, que l'on notera  $P_{f+m}$ , est la suivante (on a représenté une droite ajustée sur les 8 premiers points en pointillés et un polynôme du second degré en traits pleins) :



En ajustant la courbe précédente par un polynôme du second degré, sur la plage de vitesse étudiée, si  $\Omega$  est en rad/s, on trouve que

$$P_{f+m} = (0.089 \pm 0.001) \cdot \Omega + (7.4 \cdot 10^{-5} \pm 0.5 \cdot 10^{-5}) \cdot \Omega^2$$

La résistance d'induit  $R_i$  vaut  $0.85\Omega$ .

Pour connaître l'énergie mécanique utile  $P_u$  en entrée de la génératrice synchrone, si  $P_a$  est la puissance électrique absorbée par le moteur à courant continu et  $I_i$  le courant d'induit dans le moteur

$$P_u = P_a - R_i \cdot I_i^2 - P_{f+m}$$

- La machine synchrone disponible est triphasée. Pour ce TP, nous ne travaillerons que sur l'une des phases de la machine, ce qui revient à travailler avec une machine synchrone monophasée. Les caractéristiques de cette machine sont les suivantes : vitesse nominale 1500 t/min, tension nominale délivrée 220V/phase, courant nominal par phase 1,4A, alimentation nominale de l'inducteur (220V continu pour 0,4A), puissance nominale en triphasé 300W.

Dans l'alternateur synchrone, le rendement doit prendre en compte la puissance absorbée par l'inducteur. Si  $P_i$  représente cette puissance, si  $P_u$  représente la puissance mécanique fournie sur l'arbre de rotation à l'alternateur et si  $P_s$  représente la puissance électrique disponible transmise à la charge, le rendement  $\eta$  de l'alternateur est défini par

$$\eta = \frac{P_s}{P_u + P_i}$$

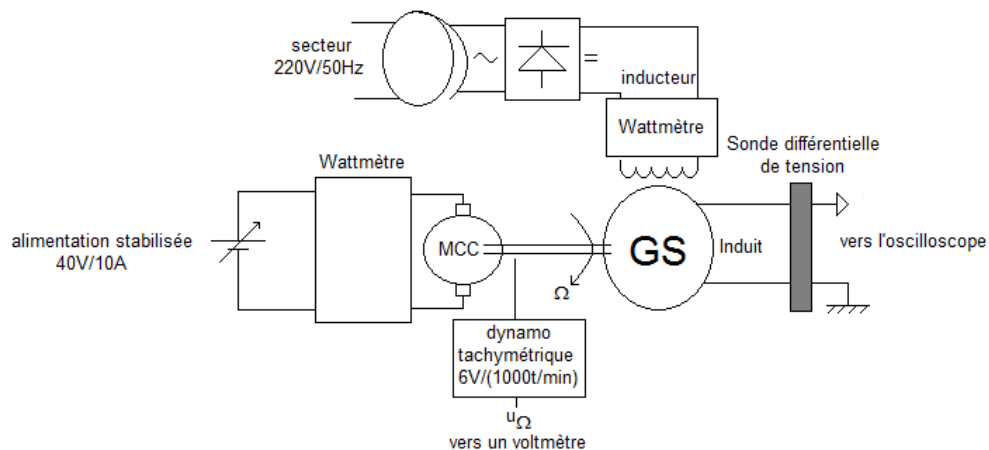
## II.2. Etude expérimentale de l'alternateur synchrone.

### II.2.1. Essais préliminaires :

On mesure la résistance des circuits inducteur et induit de la génératrice synchrone. **On veillera à ne pas dépasser les valeurs nominales si des courants importants sont appliqués !**

### II.2.2. Essais sur l'alternateur à vide :

On réalise le montage suivant :





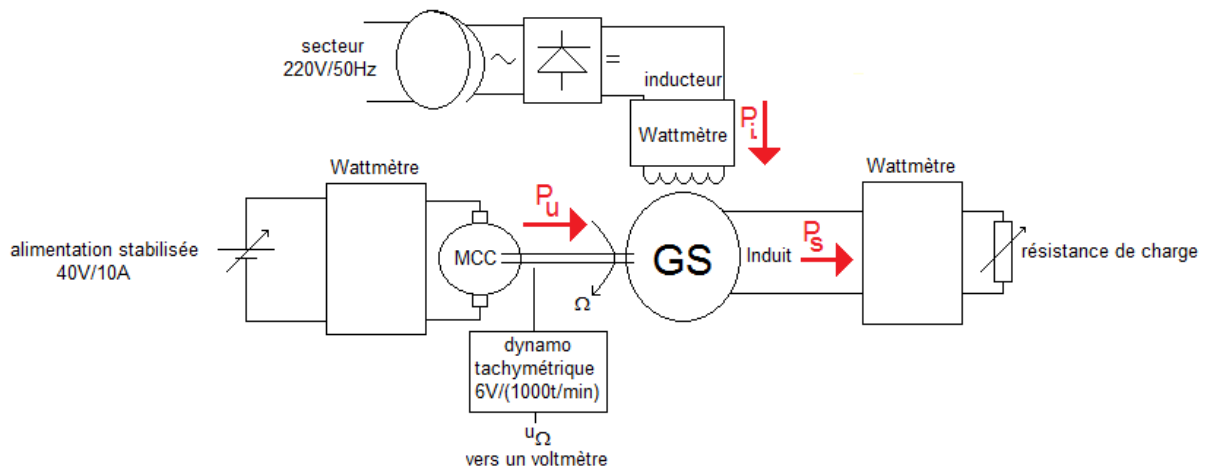
● **Câblage et consignes de sécurité.**

On alimente l'inducteur de la machine synchrone avec le pont de diodes fixé au banc, en appliquant la sortie d'un autotransformateur sur l'entrée du pont de diodes. Le courant dans l'inducteur sera porté à 0,4A (mesure par l'indication de courant du wattmètre). On lance le moteur à courant continu en augmentant progressivement la vitesse. Observer la tension de l'induit de la machine synchrone à vide (circuit ouvert) à l'oscilloscope à **travers une sonde différentielle atténuatrice. Attention, la tension est de 220V par phase, utilisez impérativement des fils de sécurité (pas de fil banane avec des contacts métalliques à nu !!!).**

- Relever l'évolution de la fréquence de cette tension induite en fonction de la vitesse de rotation du banc.
- A 1500 t/min, relever l'évolution de la valeur efficace de la tension induite de l'alternateur synchrone en fonction du courant moyen dans l'inducteur jusqu'à ce qu'on atteigne le courant inducteur nominal (0,4A ce qui conduit à une tension de 220V efficace environ).
- A 1500 t/min, noter la différence entre la puissance utile sur l'arbre de rotation avec un inducteur de génératrice synchrone alimenté et non alimenté, ainsi que la valeur du courant dans le moteur à courant continu dans les deux cas. Que représente la puissance utile sur l'arbre de rotation lors de ces deux essais ? Comment expliquer leur différence ?

II.2.3. Essais sur l'alternateur en charge :

On travaille à partir du dispositif suivant :



On fait tourner le moteur à courant continu à 1500 t/min. La tension de l'autotransformateur sera réglée afin que le courant dans l'inducteur de l'alternateur synchrone soit de 0,4A (excitation nominale). On place un rhéostat 270Ω/2A sur la phase utilisée en veillant à partir de 270Ω (résistance maximale, donc courant minimal).

- Avec l'alternateur en charge, puis pour différentes positions du rhéostat de charge, mesurer :
  - la puissance disponible dans la charge
  - le courant efficace qui la traverse
  - la puissance mise en jeu dans l'inducteur
  - la puissance électrique absorbée sur le moteur
  - le courant qui le traverse
- calculer la puissance mécanique disponible sur l'arbre de rotation (on note sur la courbe de pertes fer et mécanique du moteur la valeur de ces pertes à cette vitesse sachant qu'on utilisera également la résistance d'induit pour connaître la puissance mécanique utile disponible sur le banc).
- Tracer l'évolution du rendement et des pertes dans l'alternateur synchrone en fonction de la puissance disponible dans la charge. Que dire des courbes obtenues ? Comparer les pertes mesurées et la somme des pertes calculées.

**Initiation aux asservissements linéaires continus**

• Problématique :

Lorsque l'on réalise un système bouclé, on peut être amené à s'intéresser à différents paramètres : la précision, la rapidité, la robustesse de la stabilité, etc...

Si on travaille avec un signal d'entrée constant (régulation), il sera souvent important d'avoir un système précis (élimination de l'erreur statique afin de suivre la valeur de consigne).

Si on travaille avec un signal d'entrée qui fluctue dans le temps (asservissement), on sera amené à s'intéresser à la dynamique du système et notamment à sa rapidité (attention alors à la stabilité...). Il faudra donc choisir des signaux de test comme des créneaux ou des sinusoïdes...

• L'identification :

Avant de penser à boucler, il va falloir caractériser le système étudié. C'est l'étape d'identification. Plusieurs problèmes vont se poser.

- quels tests réaliser (forme des signaux, fréquence, amplitude, point de fonctionnement choisi...).
- quel modèle choisir une fois que l'on a obtenu une réponse. En effet, on peut utiliser les modèles plus ou moins rustiques : un premier ordre, un second ordre... Il existe également des méthodes empiriques adaptées à certaines applications particulières qui permettent de déterminer un correcteur sans connaître précisément la fonction de transfert de la boucle ouverte.
- le modèle est-il satisfaisant ? En effet, lors de l'identification, on peut se contenter d'un modèle rustique qui conduira à des performances réelles du système asservi différentes de ce que l'on attendait... Si l'écart est préjudiciable, on devra revenir sur le modèle pour en choisir un qui sera plus adapté...

• Le calcul du correcteur :

Une fois que l'on a obtenu un modèle supposé satisfaisant, on doit choisir un correcteur qui va réaliser les améliorations décidées...

• Pourquoi ça ne marche pas ?

Il arrivera que le système ne réponde pas aux signaux tests malgré des calculs corrects... Dans notre démarche, les systèmes étudiés sont parfaitement linéaires. Dans la pratique, ces derniers comportent bon nombre de non-linéarités (tension de commande en entrée du hacheur prise en compte uniquement dans la plage [0V ; 10V], sortie des correcteurs analogiques qui sature au-delà de la plage [-15V ; +15], alimentation stabilisée limitée à une valeur trop faible de courant...). On devra donc penser à jeter un coup d'œil en sortie du correcteur pour voir si ce dernier délivre des signaux réellement pris en compte par le système...

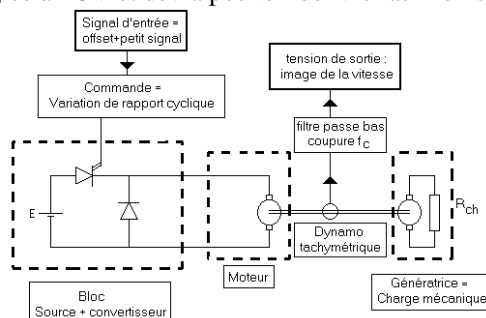
**I. Asservissement de vitesse d'une machine à courant continu.**

L'objectif de cette expérience est de commander une machine à courant continu en vitesse, en faisant en sorte que ce paramètre soit indépendant de l'état de la machine (alimentation électrique, ou charge mécanique...). Une fois le système corrigé, le gain statique (qui définit l'état en régime permanent) ne doit plus faire intervenir les paramètres du système (qui sont susceptibles de fluctuer).

**I.1. Identification du système.**

**I.1.1. Présentation de la boucle ouverte et réglages préliminaires.**

- On va alimenter un hacheur série non réversible en courant par une alimentation stabilisée de tension de sortie à priori fixée (elle peut par exemple représenter un pont redresseur à diode branché sur le réseau). L'alimentation stabilisée E sera réglée à 25V et devra pouvoir délivrer au moins 3A (à vérifier)



La seconde machine placée sur l'arbre de rotation et qui débite dans une résistance  $R_{ch}$  est destinée à appliquer un couple résistant sur la moteur. Ce couple sera d'autant plus important que le courant qui la traverse est grand. A une vitesse donnée, cela signifie que le couple résistant est d'autant plus important que la résistance  $R_{ch}$  est faible.

• Quel type de modèle peut-on attendre ?

- Le hacheur peut être vu comme un gain statique (éventuellement avec un retard dont on peut légitimement négliger l'effet si la fréquence de hachage est de 10 kHz environ, ce qui est impératif dans cette expérience).
- Le moteur à courant continu peut être vu, vis à vis de sa réponse en vitesse, comme un filtre passe-bas d'ordre 2. On peut adopter un modèle de passe-bas d'ordre 1 si ce système est très amorti (constante de temps mécanique forte à cause de l'inertie...). En effet, dans ce cas, les fréquences de coupure sont séparées, et si les harmoniques du signal de test sollicitent principalement la bande passante et le début de la première coupure (zone à  $-20$  dB/décade), le système répondra pratiquement comme si la seconde coupure n'existait pas...
- La dynamo tachymétrique est une petite machine à courant continu. Il s'agit donc a priori d'un système passe bas d'ordre deux. Cependant, cette machine est de petite taille et présente donc une faible inertie. On supposera que la plage de fréquence dans laquelle on va solliciter le moteur est située à des fréquences assez faibles devant les fréquences de coupure introduites par la dynamo. Cette dernière peut donc être représentée comme un simple gain dans cette expérience. Ce capteur est en général très bruité, il va donc falloir filtrer sa sortie avec un passe bas qui élimine une partie suffisante du bruit. On fera cependant en sorte que la fréquence de coupure reste assez élevée devant les fréquences de coupure du système étudié, afin de pouvoir négliger la contribution du filtre dans la dynamique de réponse de l'ensemble. On prendra une fréquence de coupure de 1kHz (justifier ce choix).

• Problème du choix des caractéristiques du signal de test :

Pour identifier la boucle ouverte, le signal d'entrée du système est appliqué à l'entrée de commande du rapport cyclique du hacheur. On fera en sorte d'appliquer un créneau de quelques Hz en entrée (justifier). On choisira une composante continue et une amplitude de créneaux judicieuses afin de solliciter le système dans sa plage linéaire de fonctionnement.

• Essai préliminaire en boucle ouverte :

Pour une vitesse donnée (à mesurer et à conserver pour la suite) on fait passer la tension d'alimentation du hacheur de 20 V à 18V. Mesurer la variation de vitesse. Pour la même vitesse initiale sous 20V, on fait varier brutalement (d'une façon reproductible pour la suite) la résistance de charge (faire un court circuit d'une partie du rhéostat sur la seconde machine). Mesurer là encore la variation relative de vitesse. Conclusion de ces deux expériences ?

I.1.2. Identification de la boucle ouverte.

La forme, l'amplitude et la fréquence du signal étant choisies, il faut maintenant l'appliquer sur l'entrée de commande du hacheur. On observe la réponse (sortie filtrée de la dynamo tachymétrique). Compte tenu de la réponse, choisir un modèle, le justifier et identifier les paramètres de ce dernier.

I.2. Boucle fermée.

On utilisera le boîtier comparateur/correcteur fourni. Pour avoir une réponse en vitesse indépendante de l'état du système en régime permanent, quel correcteur peut-on réaliser ? Comment choisir le correcteur et ses paramètres ? Dans un premier temps, on calculera le correcteur afin qu'il conduise à un temps de réponse en boucle fermée identique à celui que l'on avait en boucle ouverte.

Une fois la boucle fermée, ajuster le point de fonctionnement afin d'avoir un système qui répond correctement (le signal d'entrée est une simple composante continue). Noter la plage sur laquelle la tension de sortie suit exactement la tension d'entrée. Pour que le système soit asservi, il faudra que la tension de commande reste dans cette plage pour la suite.

Pour un signal de commande à un niveau tel que le système suit, faire varier la tension E, puis la charge de la même façon que lors de l'essai du même type en boucle ouverte. Conclure. Relever jusqu'à quel point on peut faire varier E, tout en ayant une sortie qui suit parfaitement l'entrée. Pourquoi le système finit-il par décrocher ? De même, observer le transitoire lors d'une brutale variation de couple. Noter que la durée de ce régime transitoire dépend du temps de réponse de la boucle fermée.

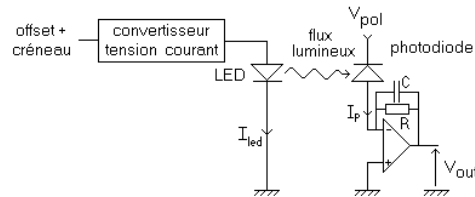
On superpose maintenant un signal en créneaux à la composante continue, en prenant garde de maintenir le signal d'entrée dans la plage d'asservissement. Mesurer le nouveau temps de réponse et comparer au résultat attendu. Que se passe-t-il lorsque l'on augmente le gain du correcteur proportionnel intégral ? Justifier. En cas de problème, n'oubliez pas de jeter un coup d'œil en sortie du correcteur pour voir si les ordres donnés sont réellement pris en compte...

## II. Contrôle du flux lumineux reçu par un photorécepteur.

L'objectif de cette expérience est de contrôler le flux obtenu au niveau d'un photorécepteur. Ce flux dépendra de l'éclairement ambiant (attention au 50 Hz des néons !) et du flux émis par une LED. Si cette expérience n'a pas un intérêt direct, elle permet de comprendre comment résoudre certains problèmes concrets comme le contrôle du flux émis par une diode laser. On pourrait aussi penser au contrôle de l'éclairage dans une pièce.

### II.1. Présentation du système.

Le système étudié se présente sous la forme suivante :



Le flux lumineux émis par la LED est contrôlé par le courant  $I_{led}$ . Ce courant est commandé par une tension au moyen d'un circuit électronique adapté (réalisé avec un transistor et des amplificateurs opérationnels, Cf annexe). L'objectif est d'avoir un courant suffisamment fort pour qu'un flux lumineux soit émis (mais pas trop car on risquerait alors de brûler le composant).

Le flux lumineux va être émis en direction de la photodiode. Cette dernière va convertir le flux lumineux en courant. Si on néglige le courant d'obscurité, on peut supposer que lorsque la photodiode est polarisée en inverse (ce qui est le cas ici), ce courant est proportionnel au flux lumineux reçu. On fera en sorte que la polarisation inverse soit assez forte (plus de 10V) afin que le temps de réponse du photorécepteur soit le plus rapide possible.

Le courant  $I_p$  sera converti en une tension  $V_{out}$  (plus facile à visualiser que  $I_p$ ) au moyen d'un montage transconductance. Ce circuit réalise une simple conversion courant/tension, ainsi qu'un filtrage passe-bas des perturbations.

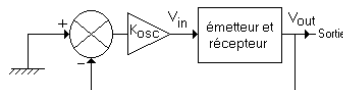
### II.2. Méthode d'identification du système.

Dans le cas de cet exemple, on pourrait, comme pour la machine à courant continu, chercher à faire une identification de la boucle ouverte et en déduire un correcteur qui permettrait d'avoir la réponse désirée en boucle fermée. Cependant, dans le cas qui nous intéresse, il apparaît assez rapidement que l'ordre du système est au moins égal à 3 (à cause de la LED, des amplificateurs opérationnels, de la photodiode, de l'amplificateur de courant en sortie). Pour des systèmes d'ordre élevé, il n'est pas évident de déterminer précisément l'ordre auquel on peut se permettre de s'arrêter dans la modélisation (et donc dans l'identification).

Plutôt que de perdre son temps dans de fastidieuses et probablement infructueuses réflexions et expériences, on peut choisir d'adopter une méthode empirique, qui nous conduira directement à un correcteur satisfaisant (PI ou PID). Nous pouvons, par exemple, choisir la méthode de Ziegler Nichols, qui est adaptée à notre système

#### Méthode de Ziegler Nichols.

• Tout d'abord, on identifie la réponse du système dans des conditions particulières. On fait en sorte de fermer la boucle d'asservissement. Le signal récupéré sur la photodiode est injecté sur l'entrée « - » du comparateur et l'entrée « + » est mise à la masse. En sortie du comparateur, on place un simple correcteur proportionnel de gain réglable. On règle ce gain jusqu'à la valeur  $K_{osc}$  pour laquelle on a apparition d'oscillations. On note alors  $K_{osc}$ , ainsi que  $T_{osc}$ , la période de ces oscillations.



• Ensuite, on déduit des valeurs obtenues, les paramètres caractéristiques du correcteur P.I. qui permet de trouver un bon compromis entre rapidité et stabilité :  $K_c = 0,45.K_{osc}$  et  $T_c = 0,83.T_{osc}$   
rq : on rappelle que le correcteur P.I. a pour fonction de transfert

$$C(p) = K_c \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_c \cdot p} \right)$$

### II.3. Travail expérimental.

- Positionnement du système :

Pour que cette expérience fonctionne correctement, il faut que le gain de la chaîne directe soit assez fort, et donc que l'émetteur et le récepteur soient, dans un premier temps, le plus proches possible.

Avec un gain du système plus faible, il serait difficile de rendre le système instable à cause des non linéarités.

rq : on notera que les néons introduisent parfois une perturbation parasite à 100 Hz. Pour éviter ce problème on peut être contraint d'éteindre la lumière... Si émetteur et récepteur sont assez proches, le problème est souvent moins gênant.

#### • Préambule.

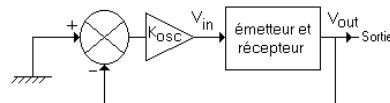
Relever, en continu, la tension récupérée en sortie du montage transconductance inversé en fonction de la tension qui commande le courant injecté dans la LED rouge (borne C1). En déduire la composante continue à appliquer sur  $V_1$ .

Ceci étant fait, on ne touche plus à  $V_1$  et on applique une tension  $V_{in}$  (borne BNC d'entrée) destinée à moduler le signal (c'est par là qu'arrivera l'«information» par la suite). La plage définie précédemment nous indique la limite d'amplitude à ne pas dépasser pour moduler correctement. La sortie du circuit transconductance est inversée pour avoir un gain statique en boucle ouverte positif ce qui nous permet de réaliser une rétroaction négative.

#### • Exemple d'approche empirique : calcul d'un correcteur P.I. par la méthode de Ziegler-Nichols.

Grâce à cette méthode, nous pourrions calculer les coefficients d'un correcteur P.I. qui devra nous permettre de rendre l'intensité lumineuse reçue par la photodiode insensible (ou moins sensible...) aux perturbations extérieures (approche d'une lampe de poche, variation des caractéristiques de la LED avec la température...). Nous allons utiliser une méthode parmi d'autres, la méthode de Ziegler-Nichols. Cette méthode nécessite de fonctionner en deux temps

- Tout d'abord, on identifie la réponse du système en fermant la boucle d'asservissement avec un correcteur proportionnel de gain réglable et en appliquant en entrée ( $V_{in}$ ) une tension nulle (pour l'ensemble comparateur/correcteur, Cf annexe ...). La tension nulle sur l'entrée du comparateur peut être réalisée avec un adaptateur BNC/banane mis en court circuit avec un fil.
- On part du gain le plus faible et on augmente jusqu'à la valeur  $K_{osc}$  pour laquelle on a apparition d'oscillations. On note alors  $K_{osc}$ , ainsi que  $T_{osc}$ , la période de ces oscillations.



- On en déduit les valeurs des paramètres caractéristiques du correcteur P.I. par les relations suivantes :  
 $K_c = 0,45.K_{osc}$  et  $T_c = 0,83.T_{osc}$

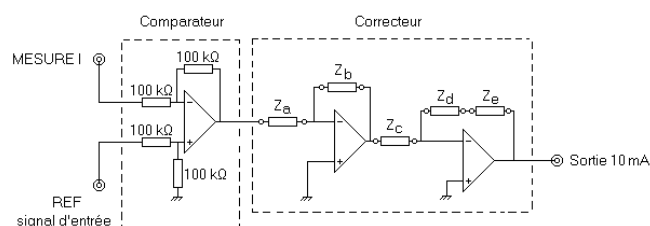
#### • Mise en œuvre du correcteur identifié.

On réalise la boucle et dans un premier temps, on se contente d'une consigne continue. Si le système est bien sans erreur statique, quelle plage de tension peut on envisager en entrée ? Expliquer les limites de cette plage. On applique alors une tension d'entrée qui satisfait à cette remarque et on observe ce qui se passe lorsque l'on place une lampe de poche comme à la question du préambule. Qu'observe-t-on lorsque l'on écarte émetteur et récepteur ? Quel est l'effet de l'éclairage ambiant sur l'état de la LED ? Si la perturbation devient trop importante, expliquer pourquoi le système ne suit plus. S'agit-il d'un problème linéaire ?

On fait maintenant en sorte d'appliquer un signal continu auquel on superpose un créneau (on doit toujours faire attention à la plage d'amplitude dans laquelle se situe l'ensemble). Relever le temps de passage à 90% (pour ça, on devra choisir une fréquence de créneaux adaptée). Que se passe-t-il, en terme de rapidité et de stabilité quand on augmente le gain  $K_c$  au-delà de ce qui a été défini par Ziegler-Nichols ?

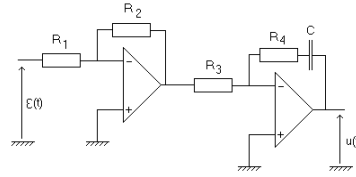
### Annexe I : structure du boîtier comparateur/correcteur

- L'ensemble permettant de réaliser le comparateur présente la structure suivante :



Le comparateur est un simple soustracteur à amplificateur opérationnel. L'étage correcteur comprend deux étages inverseurs en cascade. Le gain de l'ensemble est donc positif quand chacun d'eux est utilisé.

- Pour réaliser un correcteur proportionnel intégral on réalisera le circuit suivant



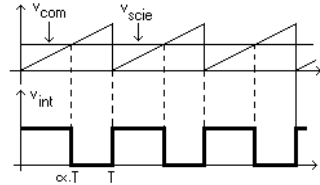
Son gain est

$$C(p) = \left( \frac{R_2 \cdot R_4}{R_1 \cdot R_3} \right) \cdot \left( 1 + \frac{1}{R_4 \cdot C \cdot p} \right) = K_c \cdot \left( 1 + \frac{1}{\tau_c \cdot p} \right)$$

## Annexe II : modélisation du hacheur et du moteur à courant continu.

### Le hacheur et sa commande.

Pour obtenir le rapport cyclique  $\alpha$ , on compare la tension d'entrée ( $v_{com}$  = tension de commande) à un signal en dents de scie ( $V_{scie}$ ) généré par la partie commande du hacheur. Le fruit de la comparaison est le signal de commande ( $V_{int}$ ) envoyé sur les transistors (IGBT ou MOS).



Si la dent de scie est de pente  $\lambda$ , alors on a

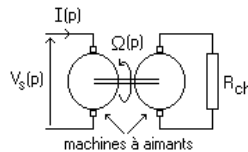
$$\lambda \cdot \alpha \cdot T = v_{com} \quad \text{soit} \quad \alpha = \frac{v_{com}}{\lambda \cdot T}$$

Si le système est correctement filtré, la tension continue (ou lentement variable au rythme de  $\alpha$ ) obtenue en sortie du hacheur, et donc en entrée du moteur à courant continu vaut  $\alpha \cdot E$ . On a donc globalement un gain scalaire entre  $V_{com}$  et la tension en entrée du moteur.

rq : on remarque qu'en fait, les choses ne sont pas si simples. Si on applique un échelon sur  $V_{com}$ , on constate qu'il y aura un retard compris entre 0 et T, avant que le système ne prenne en compte la variation. Cependant, si la période de hacheur est assez faible, ce retard sera négligeable ce qui se vérifiera très bien dans notre cas.

### Le moteur à courant continu et sa charge mécanique.

Nous travaillons sur des machines à aimants (on ne contrôle pas le flux d'excitation). Nous allons supposer que l'induit de la machine est de résistance R, d'inductance L et que sa f.e.m. à vide  $E_v$  est donnée par la relation  $E_v = K \cdot \Omega$ , si  $\Omega$  est la vitesse de rotation. Nous supposons que l'ensemble fixé à l'arbre de la machine est de moment d'inertie J et que le moment du couple de frottement est  $C_f = f \cdot \Omega$  (frottement visqueux).



rq : le banc de machine utilisé a des frottements secs importants ce qui conduit à un couple de frottements de forme  $C = C_0 + f \cdot \Omega$ . Cependant si la machine est chargée par une génératrice, on verra que le couple résistant appliqué par cette dernière est un couple de forme  $C_r = K' \cdot \Omega$  ce qui permet de dire que le couple qui s'oppose au couple moteur a un moment pratiquement proportionnel à  $\Omega$ . On détaille ce terme un peu plus loin.

Le modèle va permettre d'écrire les relations suivantes

• Equation électrique: 
$$V_s(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + K \cdot \Omega(t)$$

soit en variable de Laplace

$$V_s(p) = R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p) + K \cdot \Omega(p)$$

d'où

$$I(p) = \frac{1}{L \cdot p + R} \cdot [V_s(p) - K \cdot \Omega(p)]$$

- Equation mécanique:

$$J \cdot \frac{d\Omega(t)}{dt} = K \cdot i(t) - f \cdot \Omega(t) - C_{ch}(t)$$

soit en variable de Laplace

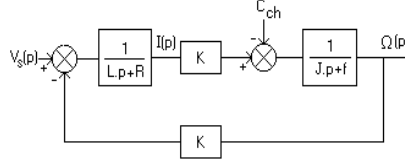
$$J.p.\Omega(p) = K.I(p) - f.\Omega(p) - C_{ch}(p)$$

ce qui permet d'écrire que

$$\Omega(p) = \frac{1}{J.p + f} \cdot [K.I(p) - C_{ch}(p)]$$

rq:  $C_{ch}(t)$  est le moment du couple de charge

- **Schéma bloc** : on peut représenter le moteur par le schéma suivant:



- **Couple de charge** : Si on suppose que la charge mécanique de notre moteur est une génératrice à courant continu débitant sur une charge  $R_{ch}$ , alors on peut dire que

$$C_{ch} = K.I_{ch} = K \cdot \frac{E}{R_{ch}} = \frac{K^2}{R_{ch}} \cdot \Omega \quad \text{soit} \quad C_{ch} = \frac{K^2}{R_{ch}} \cdot \Omega = K' \cdot \Omega$$

C'est en jouant sur  $R_{ch}$  que l'on va modifier le couple résistant. En augmentant  $R_{ch}$ , on diminue ce couple alors qu'on l'augmente en diminuant  $R_{ch}$ .

- **Fonction de transfert tension-vitesse**:

Par calcul, on a

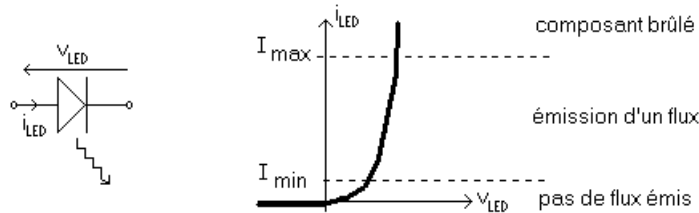
$$T_{\Omega}(p) = \frac{\Omega(p)}{V_s(p)} = \frac{K_m}{1 + (T_{em} + \mu.T_e).p + T_e.T_{em}.p^2}$$

$$\text{avec } K_m = \frac{K}{K^2 + R.(f + K')}, \quad \mu = \frac{R.(f + K')}{K^2 + R.(f + K')}, \quad T_e = \frac{L}{R}, \quad T_{em} = \frac{R.J}{K^2 + R.(f + K')}$$

Cette fonction correspond à un comportement de type second ordre. Elle peut être simplifiée en faisant certaines hypothèses sur la machine employée.

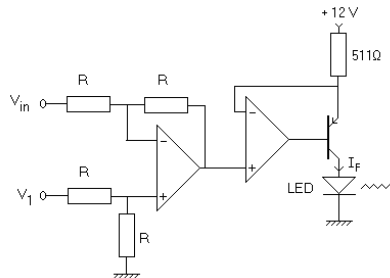
### Annexe III : structure du convertisseur tension/courant alimentant la LED.

Pour comprendre la nécessité d'agir sur le courant dans la LED, on doit avoir en tête la caractéristique suivante :



Pour moduler le flux émis par une LED, il faut donc injecter une composante continue de courant comprise entre  $I_{min}$  et  $I_{max}$  à laquelle on va ajouter une petite fluctuation, suffisamment faible pour rester dans cette plage de courant.

Pour atteindre ce résultat, on utilise un circuit qui présente la structure suivante :

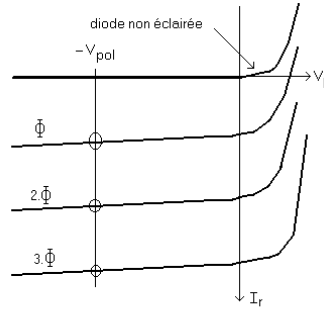


La tension  $V_1$  est continue et permet de polariser correctement la LED. La tension  $V_{in}$  est une composante variable qui permet de moduler le faisceau. La polarisation de la LED se fait par l'intermédiaire d'une tension de polarisation  $V_o$  de 12V à travers une résistance  $R_o$  de 511Ω. Avec ce système, on injecte, dans la LED un courant  $I_F$ , tel que

$$I_F = \frac{V_o - \left( V_1 - \tilde{V}_{in} \right)}{R_o}$$

#### Annexe IV : caractéristique statique et dynamique de la photodiode.

Compte tenu de la structure du montage transconductance, la photodiode est directement polarisée sous la tension  $-V_{pol}$ . Sur la figure suivante, on a représenté la caractéristique courant en fonction de la tension de la photodiode, pour différents flux lumineux reçus. En la polarisant en inverse on se retrouve donc sur des points de fonctionnement du type de ceux qui sont entourés.

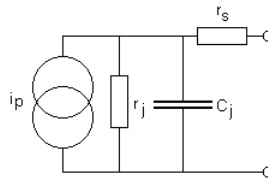


Dans ce cas, le courant inverse  $I_p$  dans la photodiode peut s'écrire, pour des éclaircissements suffisants

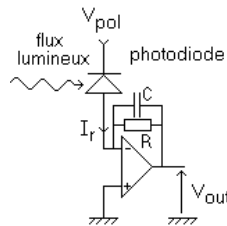
$$i_p = I_{obs} + K \cdot \Phi \approx K \cdot \Phi$$

$I_{obs}$  s'appelle courant d'obscurité (courant quand  $\phi$  est nul) et  $\phi$  représente la puissance optique reçue. En statique, on peut donc dire que le courant dans la photodiode est pratiquement proportionnel à la puissance lumineuse reçue.

Sur le plan dynamique, la photodiode peut être représentée de la façon suivante :



En pratique, on peut considérer que  $r_j$  est pratiquement infinie et que  $r_s$  est très faible.  $C_j$  est la capacité de jonction (elle est d'autant plus faible que la jonction est polarisée en inverse). Dans ce cas, l'ensemble photodiode + montage transconductance peut être représenté, pour ce qui concerne les variations par une fonction de transfert d'ordre 2.



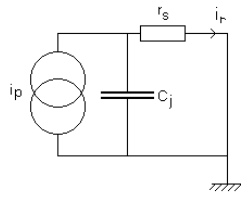
Pour comprendre ce point, on peut procéder de la façon suivante :

Le courant  $i_r$  qui sort de la photodiode conduit à la tension  $V_{out}$  par l'intermédiaire d'une fonction de transfert telle que

$$v_{out}(p) = \frac{-R}{1 + R \cdot C \cdot p} \cdot i_r(p)$$

Ce courant  $i_r$  résulte du courant  $i_p$  résultant du flux lumineux incident. Compte tenu de la structure du montage transconductance, pour trouver la relation entre  $i_p$  et  $i_r$ , on peut raisonner, en régime variable, à partir du schéma suivant :





on a alors

$$i_r(p) = i_p(p) \cdot \frac{1}{1 + r_s \cdot C_j \cdot p}$$

Globalement, on a donc

$$v_{out}(p) = \frac{-R}{1 + R \cdot C \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + r_s \cdot C_j \cdot p} \cdot i_p(p)$$

C'est une réponse de type passe bas du second ordre.