Question 1

On considère un oscillateur harmonique 1D de fréquence ω.
Le potentiel est perturbé par un terme

$$\hat{V} = K(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)^2$$

Quel est le déplacement d'énergie sur l'état n = 1, estimé au moyen de la théorie des perturbations ?

(a) - 3K

(b) -K

(c) K

(d) 2K

Quizz du 26 février 2019 - Question 1

$$\hat{V} = K(\hat{a} - \hat{a}^+)^2$$

$$= K[\hat{a}^2 - \underbrace{\hat{a}\hat{a}^+ - \hat{a}^+\hat{a}}_{\text{ne commutent pas.}} + \hat{a}^{+2}]$$

$n = 1 \quad E_1^{(0)} = \frac{3}{2}\hbar\omega$. pour l'état $|1\rangle$

non dégénéré

$$\Delta E_1^{(1)} = \langle 1 | \hat{V} | 1 \rangle$$

$$\langle 1 | \hat{a}^2 | 1 \rangle = \langle 1 | \hat{a} \underbrace{\hat{a} | 1 \rangle}_{|0\rangle} = \underline{\underline{0}}$$

~~état~~ vide

zéro le nombre

$$\underbrace{\langle 1 | \hat{a}^{+2}}_{} | 1 \rangle = 0$$

$$\underbrace{\langle 1 | \hat{a}}_{\langle 2 | \sqrt{2}} \underbrace{\hat{a}^+ | 1 \rangle}_{\sqrt{2} | 2 \rangle} = (\sqrt{2})^2 \langle 2 | 2 \rangle$$

$$= 2$$

$$\underbrace{\langle 1|\hat{a}^{\dagger}}_{\langle 0|1}\underbrace{\hat{a}|1\rangle}_{1|0\rangle} = 1 \times \langle 0|0\rangle = 1.$$

$$\Delta E_1^{(1)} = K[-2-1]$$

$$\boxed{\Delta E_1^{(1)} = -3K}$$

$\Rightarrow$ Réponse (a).

Question 2

On considère un puits de potentiel infini, compris entre x=0 et x=a. On rajoute un potentiel $V(x) = V_0 x$

Quel est le déplacement d'énergie sur l'état fondamental ?

(a) $V_0\sqrt{2a^3}/\pi$

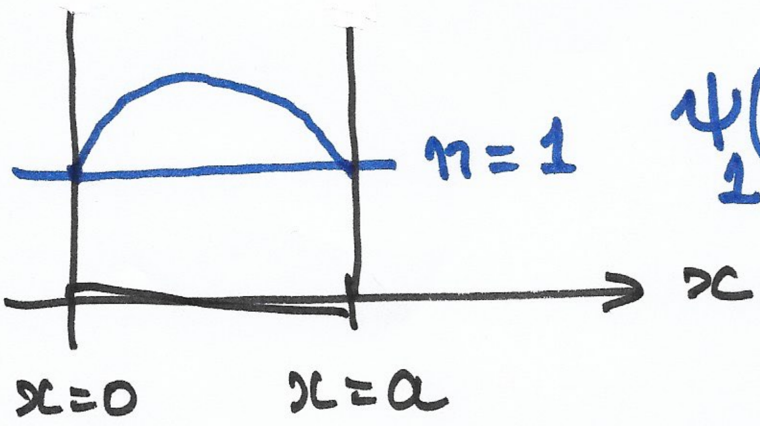
(b) $-V_0 a/2$

(c) 0

(d) $V_0 a/2$

(e) $2V_0 a/2$

Quizz du 26 février 2019 - Question 2



$$\psi_1(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$

$$\Delta E^{(1)} = \langle \psi_1 | V | \psi_1 \rangle$$

représentation $\{x\}$

$$= \int dx \; \psi_1^*(x)\; V(x)\; \psi_1(x)$$

$$= \int_{\cancel{-\infty}\,0}^{\cancel{+\infty}\,a} dx \times V_0 x \times \frac{2}{a} \times \sin^2 \frac{\pi x}{a}$$

$$\Delta E^{(1)} = \frac{2V_0}{a} \int_0^a x \sin^2 \frac{\pi x}{a}\, dx$$

Mathematica (ou autre)

ou on se souvient de sa trigonométrie !

$$\sin^2\frac{\pi x}{a} = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{2\pi x}{a}\right)$$

$$* \quad \frac{2V_0}{a}\int_0^a \frac{1}{2}\, x\, dx = \frac{V_0}{a}\,\frac{1}{2}\left[x^2\right]_0^a$$

$$= \frac{1}{2} V_0\, a.$$

$$* \quad -\frac{2V_0}{a}\,\frac{1}{2}\int_0^a x \cos\frac{2\pi x}{a}\, dx = I$$

intégration par parties

$$\int u\,dv = [uv] - \int v\,du \qquad u = x \qquad dv = \cos\frac{2\pi x}{a}\,dx$$

$$du = dx \qquad v = \frac{a}{2\pi}\sin\frac{2\pi x}{a}$$

$$I = -\frac{2V_0}{a}\,\frac{1}{2}\underbrace{\cancel{\left[x\,\frac{a}{2\pi}\sin\frac{2\pi x}{a}\right]_0^a}}_{=0}$$

$$+ \frac{2V_0}{a}\,\frac{1}{2}\underbrace{\cancel{\int_0^a \frac{a}{2\pi}\sin\frac{2\pi x}{a}\,dx}}_{=0}$$

$= 0$ (intégration du sinus sur 1 période

$$\Delta E^{(1)} = \frac{1}{2} V_0\, a.$$