

# LPOB23 : Aspects classiques et quantique de l'interaction lumière - matière

Louis Heitz et Vincent Brémaud



# Sommaire

<b>Rapport du jury</b>	<b>3</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>3</b>
<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>I Onde électromagnétique dans un milieu diélectrique, traité classiquement</b>	<b>4</b>
I.1 Position du problème . . . . .	4
I.2 Mise en équation . . . . .	4
I.3 Rétroaction sur l'onde . . . . .	5
<b>II Traitement quantique de la réponse de la matière</b>	<b>5</b>
II.1 Mise en forme du problème . . . . .	5
II.2 Analyse des résultats . . . . .	6
<b>Conclusion</b>	<b>6</b>
<b>A Correction</b>	<b>6</b>
<b>B Commentaires</b>	<b>7</b>

Le code couleur utilisé dans ce document est le suivant :

- → Pour des éléments de correction / des questions posées par le correcteur
- Pour les renvois vers la bibliographie
- Pour des remarques diverses des auteurs
- ⚠ Pour des points particulièrement délicats, des erreurs à ne pas commettre
- Pour des liens cliquables

## Rapports du jury

## Bibliographie

- [1] *Electromagnétisme*, Roux, chapitre 11. Utile pour le calcul de la susceptibilité pour le modèle de l'électron élastiquement lié
- [2] *Poly de cours interaction lumière-matière*, Aspect. Une bible. Surtout pour le calcul de la susceptibilité électrique dans le cas quantique.
- [3] *Electromagnétisme*, BFR Pour les ordres de grandeur de  $\omega_0$  et  $\tau$ .
- [4] *Diélectriques*, Gignoux Pour les applications des diélectriques et pour les diélectriques en statique.
- [5] *Ondes EM dans les diélectriques* Pour les applications des ondes EM dans les diélectriques.

## Introduction

**Niveau :** L3

**PR :** Equations de Maxwell dans les milieux, calcul d'une relation de dispersion, éléments de mécanique quantique, émission spontanée.

Comment une onde interagit avec la matière ?

## I Onde électromagnétique dans un milieu diélectrique, traité classiquement

### I.1 Position du problème

On s'intéresse à un solide soumis à une onde électromagnétique. On suppose le solide isolant (les électrons restent fixés aux atomes).

Quelle est l'influence réciproque de la matière sur l'onde et de l'onde sur la matière ?

Analyse qualitative :

Schéma :

-noyau de l'atome en  $\vec{r}_0$

-électron à  $\vec{r}$  de l'électron de charge  $-e$  et de masse  $m$ .

Sous l'action d'un champ électrique, il se crée un moment dipolaire noté  $\vec{p}$ . Celui-ci va alors rétroagir sur le champ électrique.

### I.2 Mise en équation

On considère un électron soumis au champ électrique  $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ .

On va supposer :

$-\lambda \gg a_0$  (rayon de Bohr),  $\vec{E}(\vec{r}, t) \simeq \vec{E}(\vec{r}_0, t)$

Odg :  $f < 10^{19}$  Hz

Inventaire des forces mises en jeu :

- Force de rappel :  $\vec{F}_r = -k\vec{r}$
- Dissipation :  $\vec{f}_f = -\frac{m}{\tau}\dot{\vec{r}}$
- Champ électrique :  $f = -e\vec{E}(\vec{r}_0, t)$

Appliquons le principe fondamental de la dynamique à l'électron :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\ddot{\vec{r}} = -k\vec{r} - \frac{m}{\tau}\dot{\vec{r}} - e\vec{E}$$

On a  $\vec{p} = -e\vec{r}$ ,

$$\vec{p} = -e\vec{r} = \frac{e^2}{\omega^2 m} \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{\omega}{\tau}} \vec{E}$$

Odg :  $\omega \sim 10^{16}$  rad/s et  $\tau \dots$

On défini  $\vec{P} = n\vec{p} = \epsilon_0 \chi_e(\omega) \vec{E}$

### I.3 Rétroaction sur l'onde

Diapo rappel Maxwell

Les équations de Maxwell aboutissent à la relation de dispersion suivante :

$$\vec{k}^2 = (1 + \chi_e(\omega)) \frac{\omega^2}{c^2}$$

On écrit :

$$\chi_e = \chi_e' + i \chi_e''$$

Détail de chacun des termes...

Diapo tracé des courbes.

*Attention, pour discuter absorption/dispersion, il faut regarder  $n'$  et  $n''$ , car  $\chi$  est relié au carré de  $k$ , il faut encore prendre une racine pour avoir partie réelle et imaginaire de  $k$*

## II Traitement quantique de la réponse de la matière

### II.1 Mise en forme du problème

Diapo traitement quantique.

On considère un système à 2 niveaux  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$  (énergies de l'électron dans l'atome).

Objectif : calculer le moment dipolaire induit par le champ électrique.

On suppose que l'on peut modéliser le phénomène d'émission spontanée en introduisant une probabilité de survie, tel que la probabilité de rester dans l'état considéré pendant  $\Delta t$  est  $e^{-\Delta t \Gamma}$ .

$dN_a = \Lambda_a dt$  avec  $\Lambda_a > 0$ , notations ?

Il s'agit maintenant de calculer le moment dipolaire induit :

$$\langle \vec{p} \rangle = \langle \psi(t) | \vec{p} | \psi(t) \rangle$$

Il faut calculer l'état  $\psi$  avec l'équation de Schrödinger. Ensuite on effectuera la moyenne sur tous les atomes dans un volume donné pour avoir  $\vec{P}$ .

Diapo solution de l'équation de Schrödinger.

L'Hamiltonien est ici :

$$H = H_0 - \vec{p} \cdot \vec{E}(\vec{r}_0, t)$$

## II.2 Analyse des résultats

On aboutit à :

$$\chi_e' \cdots$$

$$\chi_e'' \cdots$$

$$\chi_e \cdots$$

$s$  est le terme de saturation.

On retrouve les résultats classique avec en plus la saturation qui est utile pour traiter les lasers.

## Conclusion

On a traité la matière de manière classique et quantique, émission spontanée possible à faire en quantifiant le champ.

## A Correction

→ Que se passe t-il avec un champ trop fort ? On va avoir des effets non linéaires et on peut même aller jusqu'à ioniser la matière. Attention à pas dire qu'on traite les champs intense on est ici en théorie linéaire.

→ Que se passe t-il quand il y a des effets non linéaires en méca Q? Interaction à plusieurs photons et entre les photons (avec les non linéarités).

→ Les atomes ont une durée de vie ? C'est les états excités qui ont une durée de vie finie.

→ Dans l'Hamiltonien, qu'est ce qui justifie l'énergie d'interaction ? Le principe de correspondance en terme d'énergie + chapeau ?

→ Comment on crée le champ quantiquement Avec les opérateurs  $a$  et  $a^\dagger$ .

→ Qu'est ce qu'on utilise ? L'oscillateur harmonique.

→ Qu'est ce qu'il y a comme état du champ ? Etat cohérent, il perdure dans le temps, il est stable vis à vis de la dissipation car c'est un état propre de l'opérateur d'annihilation.

→ Quel est leur intérêt ? Intéressant d'un point de vue pratique, ça crée des spectres très piqué. L'état respecte les cohérences temporelles et spatiales.

→ Si c'est un état semi classique, il doit vérifier quoi l'état cohérent ? Le paramètre de l'état cohérent vérifie les équations de Maxwell.

→ Pourquoi on a pas besoin de prendre plus que 2 niveaux ? C'est le minimum pour avoir une transition.

Ce qui compte c'est la largeur relative des états et lié à l'interaction.

→ Que vérifie les états utilisés dans cette leçon ? C'est des états liés, c'est pour ça qu'on peut utiliser des systèmes à 2 niveaux.

→ A quoi correspond  $\Gamma$  ? Couplage avec l'extérieur, représente l'émission spontanée. Tout les atomes autour l'influence. Le  $\Gamma$  représente tout ce qui concerne la dissipation.

→ Les électrons sont fixés (partie 1) ? Non c'est les atomes.

→ Qu'est ce qu'on néglige en disant que le diélectrique est isolant ? Courant résiduel.

→ Au niveau du condensateur ça donne quoi ? C'est la résistance de fuite.

→ Qu'est ce qu'il se passe dans un métal ? Phénomène de conduction, pulsation plasma à  $10^{16}$  rad/s.

→ Noyau +e et l'électron -e ? En vrai il faut considérer le barycentre des charges à chaque fois.

→ Pourquoi on peut se limiter à l'onde plane ? Base de fourier, on suppose la linéarité de la réponse. Sinon c'est baiser.

→ Dans un solide faut faire gaffe à quoi comme échelle de longueur ? Il faut faire attention à la maille cristalline.

→ Comment prendre en compte une certaine anisotropie ? On pourrait mettre une force de rappel qui dépend des 3 directions de l'espace.

→ La dissipation c'est un terme de frottement fluide ? L'atome n'est pas tout seul il a un environnement qui va dissiper de l'énergie, des phénomènes de rayonnement.

→ De quoi dépend le rayonnement ? La puissance de Larmor. La formule de Larmor dit que la puissance perdue par rayonnement est proportionnel à l'accélération au carré. En intégrant par partie on peut l'interpréter comme étant  $\dot{v}$  avec  $\dot{v}$  un terme de dérivé  $\dot{v}$ , on peut réussir à mettre ce terme en tant que préfacteur ( $\dot{v}$ ), c'est fait dans le cours de Jean Michel Reynaud ?

→ Comment relier les courbes de  $\chi$  avec l'hypothèse initial ? On décrit mal ce qui se passe au niveau de l'absorption.

→ Comment relier les parties réelles et imaginaires ? Par le théorème de Kramers König.

→ Un capteur optique sera sensible à quoi ? A l'intensité, plus précisément sa valeur moyenne.

→ Comment on modélise le comportement du champ ? Fonction d'auto-corrélation du champ avec lui même pendant la durée de réponse du capteur.

→ Quels type de polarisation dans les milieux ? Polarisation ionique, électronique, orientation.

→ Pour les fonctions  $g_1$  et  $g_2$  dans lequel on rencontre  $g_2$  ? Il faut regarder les fluctuations du champ. Une corrélation entre 2 intensités. Interféromètre Hanbury Brown et Twiss.

## B Commentaires

Sur la forme, c'est dynamique, c'est clair, bien tenu. Le plan est logique, guidé par le titre. Pas faire toutes les approximations. C'était bien là.

- Frontière entre les différents régimes ?
- Zoologie des fluides non newtoniens
- Fluide dit newtonien si la viscosité est une constante ? Attention constante par rapport à la contrainte

- Variations de viscosité avec la température ? facteur de Boltzmann cf leçon avec Manu
- Variation de viscosité avec le temps ? Quand on parle de domaine caoutchoutique il faut toujours préciser les échelles de temps.
- Dans la première partie on a parlé que de solides et dans la deuxième partie que de fluides... Est-ce que c'est vraiment catégorisé/dichotomique comme ça ? Outils pour décrire milieux continus qui ont des propriétés qui les rattachent à la fois aux solides et aux liquides ? Modèles ?
- Silly-putty ? Deux régimes qu'on peut distinguer. Viscoélasticité.
- Est-ce que le fait d'avoir deux régimes temporels différents séparés par prédominance de l'effet de viscosité sur l'effet d'élasticité et vice versa est tjrs vrai ? Est-ce que pour n'importe quel milieu continu on peut considérer qu'on a deux échelles de temps ? Exemple : l'eau, il faut monter dans des échelles de temps très très élevées pour voir qu'elle se comporte comme un solide.
- Comment on pourrait faire apparaître un temps caractéristique avec les deux paramètres introduits ? Rapport du module d'Young et de la viscosité dynamique. Application numérique possible ? Pour l'eau par ex
- Flambage ? Quand on a une tige, on met une contrainte dessus, elle peut se tordre dans un sens ou dans l'autre. En terme de contrainte ? Contrainte longitudinale. Elle cherche à conserver sa longueur... Deflexion qui évolue continument avec le temps ou non ? Non il doit y a un seuil.
- Saucisses ou boudins qui craquent au barbecue, pourquoi ou comment ? Dilatation, volume augmente quand la température augmente, et ensuite ? Ca craque toujours longitudinalement et jamais transversalement. Pourquoi ??? Boyaux = polymères étirés dans le sens de la saucisse. Il va donc falloir remettre en cause l'hypothèse d'isotropie qu'on a faite dans la leçon !
- Modèle microscopique pour les solides : pourquoi chaque liaison s'allonge d'autant ? On considère que c'est instantané ? Phénomène de propagation ? Non on oublie tout le régime transitoire, on ne parle pas de dynamique mais on regarde ce qu'il se passe à l'équilibre. Régime quasi-statique ? En vérité il y a propagation d'ondes longitudinales (ondes sonores) dans le barreau
- Pourquoi un ressort modélise bien une liaison ? Quand on est proche de la position au repos des liaisons on peut modéliser par un OH.
- Attention quand on a défini une énergie.... Energie tjrs définie à une constante près. Pourquoi on a pris ça pour l'énergie ? Calcul à reprendre
- Lien entre linéarité et réversibilité ? C'est pas forcément équivalent. Il faut préciser. On peut avoir une déformation réversible mais pas forcément linéaire. Linéaire et élastique vont pas forcément de pair
- Dans la partie élasticité on n'a parlé que de module d'Young. D'autre modules élastiques ? Quand on force en rotation un cylindre, module de cisaillement noté  $G$  (attention c'est pas pareil que la viscosité parce que pour la viscosité c'est proportionnel à la dérivée de la vitesse)



- Concrètement quelle expérience à réalisé Newton historiquement ?
- Viscosimètre rotation
- Nathan aurait plutôt mis la leçon niveau L3 en faisant l'élasticité des solides déformables à la manière des milieux continus. A voir
- Dernière partie : tracés de  $\eta$  en fonction de la contrainte et placer les différents types de fluides etc, juste après avoir dit quand c'est newtonien c'est constant par rapport à la contrainte. Pour rendre la zoologie plus visuelle. En tout cas mettre la dernière partie en lien avec tout ce qu'on a fait avant, en continuant à utiliser les mêmes outils.
- Attention aux slides éviter de mettre des phrases entières : juste des mots clés pour que l'attention décroche pas du discours.
- Idées générales/messages de la leçon : aucun fluide n'est réellement newtonien, et tout le monde présente des propriétés d'élasticité ET de viscosité, tout est une question d'échelle de temps à laquelle on regarde. Exemple : glace solide donc on peut définir un  $E 10^9 Pa$  et pour l'eau  $10^{-3} Pa.s$  et quand on fait le rapport  $10^{12}s$  échelle de temps qu'on regarde pas
- Modèle de Maxwell ou de Kelvin-Boyle : Idée pour modéliser un liquide viscoélastique : amortisseur + ressort, en fonction de la fréquence, qui domine ?  $\sigma = F\gamma$  et  $\sigma = \eta\dot{\gamma}$
- Proposition de biblio : Rhéophysique d'Ostwald / Méca des milieux continus de Polytechnique