

Phénomènes de transport

Jean-Baptiste Manneville

Prépa Agreg ENS Paris-Saclay 2020-2021

Contents

1	Généralités sur les phénomènes de transport	3
1.1	Définition d'un phénomène de transport	3
1.1.1	Equilibre thermodynamique et perturbations de l'équilibre	3
1.1.2	Equilibre thermodynamique local (ETL)	4
1.1.3	Réponse linéaire, relation flux-affinités et coefficients cinétiques	5
1.2	Lois phénoménologiques	5
1.2.1	Exemples de phénomènes de transport	6
1.2.2	Historique des lois phénoménologiques	7
1.2.3	Ordres de grandeur des coefficients de transport	7
1.3	Lois de conservation et bilans	7
1.3.1	Forme générale d'une loi de conservation	7
1.3.2	Approche générale d'un phénomène de transport	8
1.4	Classification des phénomènes de transport	10
2	Phénoménologie des phénomènes de transport	11
2.1	Aspects microscopiques	11
2.1.1	Notions de temps de collision et de libre parcours moyen	11
2.1.2	Section efficace de collision	11
2.2	Transport de chaleur, conduction thermique	12
2.2.1	Aspects microscopiques, conductivité thermique	12
2.2.2	Loi de Fourier	12
2.2.3	Conservation de l'énergie	13
2.2.4	Coefficients cinétiques et coefficients de transport associés	13
2.2.5	Equation de la chaleur	13
2.2.6	[Rayonnement : corps noir, applications]	14
2.3	Transport de matière, diffusion	14
2.3.1	Aspects microscopiques, coefficient de diffusion	14
2.3.2	Loi de Fick	15
2.3.3	Conservation du nombre de particules	15

2.3.4	Coefficients cinétiques et coefficients de transport associés	15
2.3.5	Equation de la diffusion	16
2.4	Transport de quantité de mouvement dans un fluide	16
2.4.1	Aspects microscopiques, viscosité	16
2.4.2	Loi de Newton	17
2.4.3	Conservation de la quantité de mouvement	17
2.4.4	Equation de diffusion de la quantité de mouvement	17
2.4.5	Equation de Navier-Stokes	18
2.4.6	Couplage avec la chaleur, thermo-convection, applications	18
2.5	Transport dans un conducteur, conduction électrique	19
2.5.1	Aspects microscopiques, conductivité électrique	19
2.5.2	Loi d'Ohm	20
2.5.3	Conservation de la densité de charge	20
2.5.4	Coefficients cinétiques et coefficients de transport associés	20
2.5.5	Effets thermoélectriques	20
2.6	Récapitulatif	22

Chapter 1

Généralités sur les phénomènes de transport

On s'intéresse ici aux phénomènes de transport classique (non quantique, non relativiste) par diffusion et convection dans un milieu matériel (on ne considèrera donc pas les phénomènes de rayonnement). Après avoir défini un phénomène de transport, nous illustrerons les notions de réponse linéaire et de relation flux-affinité à l'aide de quatre exemples (qui seront détaillé au Chapitre 2) : transports de chaleur, de matière, de quantité de mouvement dans un fluide et de charge dans un conducteur. Puis nous introduirons de manière générale les lois de conservation et le bilan d'entropie pour arriver aux coefficients cinétiques dans le cadre de la réponse linéaire.

1.1 Définition d'un phénomène de transport

1.1.1 Equilibre thermodynamique et perturbations de l'équilibre

Appartition de **flux** pour permettre le retour à l'équilibre = phénomènes de **transport hors équilibre**

- Deux descriptions de l'équilibre thermique

- Description **thermodynamique** : principe 'zéro' de la thermodynamique, mise en contact thermique de deux systèmes = équilibre thermique atteint au bout d'un certain **temps de relaxation**; Premier et second principes = pour des états d'équilibre.

- Description **statistique** : microétats, distribution de probabilités, grandeurs moyennes + fluctuations

→ Thermo et mécanique statistique (classique ou quantique) décrivent les **états d'équilibre**, les changements entre un état d'équilibre initial et un état d'équilibre final (en terme de variation d'énergie ou d'entropie ΔU , ΔS) et prévoient le sens d'évolution.

→ Phénomènes de transport décrivent la **dynamique hors équilibre** lors du passage d'un état d'équilibre à un autre (le but est de répondre à la question 'comment passe-t-on d'un état d'équilibre à un autre' par un phénomène irréversible).

- Notions d'affinité et de flux

- Le déséquilibre d'une variable extensive X est associé à une **affinité** \mathcal{A} et à un **flux** de la quantité X noté $J_X = \frac{dX}{dt}$: à l'équilibre $\mathcal{A} = 0$ et $J_X = 0$; hors équilibre $\mathcal{A} \neq 0$ et $J_X \neq 0$. La **relation**

entre l'affinité \mathcal{A} et le flux J_X (appelée 'relation flux-affinité') caractérise les **transports irréversibles** mis en jeu lors du passage de l'état d'équilibre initial à l'état d'équilibre final.

- Transformation réversible (suite d'états d'équilibre infiniment proches, inversion du temps $t \rightarrow -t$ possible) vs. irréversible (hors équilibre, apport d'énergie, inversion du temps impossible)
- Relaxation (une perturbation de l'état d'équilibre localisée dans le temps induit un régime **transitoire** hors équilibre, flux $\rightarrow 0$ aux temps longs) vs. transport maintenu hors équilibre (une perturbation continue de l'état d'équilibre induit un régime **permanent**, flux constants non nuls).
- Exemples : mise en contact thermique de deux systèmes, mise en contact d'un système avec un thermostat réservoir de particules.

→ Deux hypothèses dans la suite : 1) Equilibre thermodynamique local; 2) Réponse linéaire flux/affinité

1.1.2 Equilibre thermodynamique local (ETL)

Condition d'équilibre thermodynamique local = les échanges entre systèmes et sous-systèmes sont suffisamment **lents** pour qu'on puisse définir des échelles de temps et d'espace sur lesquelles les variables ont **localement une valeur d'équilibre**.

Exemples :

- Mise en contact thermique de deux systèmes S_1 et S_2 : l'ETL implique que l'échelle de temps considérée corresponde à des temps longs devant le temps de mise à l'équilibre de S_1 ou de S_2 mais courts devant le temps d'évolution de $S_1 \cup S_2$.

- Cas d'un système continu : on considère un volume dV de fluide hors équilibre. On suppose que le volume dV retourne à l'équilibre en un temps typique τ_{eq} de l'ordre de quelques fois le temps de collision (= temps entre deux collisions pour une particule donnée). Sur des échelles de temps longues devant τ_{eq} , l'ETL permet de définir une température locale $T(\vec{r}, t)$ et un potentiel chimique local $\mu(\vec{r}, t)$ à partir de l'entropie d'équilibre local de dV $s_{eq}(u(\vec{r}, t), n(\vec{r}, t))$, où $u(\vec{r}, t)$ est la densité locale d'énergie et $n(\vec{r}, t)$ est la densité locale de particules, à l'aide de : $\frac{\partial s}{\partial u} = \frac{1}{T(\vec{r}, t)}$ et $\frac{\partial s}{\partial n} = \frac{\mu(\vec{r}, t)}{T(\vec{r}, t)}$.

⇒ Echelles temporelles Δt telles $\tau_{eq} \ll \Delta t \ll \tau_{evol}$, où τ_{eq} est le **temps de retour à l'équilibre** à l'échelle microscopique/moléculaire de l'ordre de quelques fois le temps de collision τ_{evol} ($\tau_{eq} \sim \tau_{coll}$, cf §2.1.1) et τ_{evol} est le **temps d'évolution macroscopique** de $u(t)$, $n(t)$ et $T(t)$.

⇒ Echelles spatiales Δx telles $a \ll l \ll \Delta x \ll L$, où l est le **libre parcours moyen** (= distance moyenne parcourue entre deux collisions, voir §2.1.1), a est l'échelle microscopique (taille d'une molécule) et L est l'échelle macroscopique (taille du système). Nombres adimensionnés : on définit le nombre de Knudsen $Kn = l/\Delta x$ où l est le libre parcours moyen et Δx est l'échelle spatiale caractéristique. L'ETL impose $Kn \ll 1$ et valide l'hypothèse des milieux continus (remarque : pour un gaz adiabatique, on peut montrer que $Kn = \frac{Ma}{Re} \sqrt{\frac{\gamma\pi}{2}}$ où $Re = \rho V \Delta x / \eta$ est le nombre de Rayleigh et $Ma = V/c$ est le nombre de Mach, avec V la vitesse typique de l'écoulement, $c = \sqrt{\gamma RT/M} = \sqrt{\gamma kT/m}$ la vitesse du son, $v = \sqrt{8kT/m\pi}$ la vitesse moyenne des particules, $\eta = \rho v l / 2$ la viscosité, m la masse d'une particule et ρ la densité, cf aussi §2.4.1).

- Exemple : validité de la loi de Fourier (cf §2.2.2). On applique un gradient de température ΔT sur une distance L . L'ETL impose que les perturbations locales (à l'échelle δr) de température dues au gradient, notées $\delta T = \frac{\Delta T}{L} \delta r$, soient petites devant les fluctuations locales de température dans le volume δr^3 par rapport à sa température d'équilibre T caractérisées par la variance $\sigma_T = \sqrt{\frac{kT^2}{c_V \delta r^3}}$. On a donc $\delta T \ll \sigma_T$, soit $\frac{\Delta T}{L} \ll \sqrt{\frac{k}{c_V} \frac{T}{\delta r^5/2}}$: le gradient de température ne peut pas être 'trop grand'.

1.1.3 Réponse linéaire, relation flux-affinités et coefficients cinétiques

- Cas où le système est soumis à un flux unique

- Une seule variable extensive X est hors équilibre, il existe donc un seul flux et une affinité non nuls associés à X . On suppose que la réponse à la perturbation est **locale** et **instantanée**, et que les grandeurs varient **lentement** dans le temps et l'espace. On suppose de plus que la réponse du système à la perturbation est **linéaire** : le **flux** $J = \frac{dX}{dt}$ est une **fonction linéaire** de l'**affinité** \mathcal{A} : $J = L\mathcal{A}$. J et \mathcal{A} sont des tenseurs d'ordre n , L est un tenseur d'ordre $n+1$ appelé **tenseur des coefficients cinétiques**. Si $n = 1$, J et \mathcal{A} sont des vecteurs et L est appelée **matrice des coefficients cinétiques**.

- Les coefficients cinétiques sont les termes de la matrice L et peuvent être calculé théoriquement dans le cadre d'une **approche statistique** des phénomènes de transport (qu'on ne fera pas ici) ou bien mesurés par l'expérience dans le cadre d'une **approche phénoménologique** des phénomènes de transport (voir chapitre 2).

- Cas où le système est soumis à plusieurs flux

- Plusieurs variables extensives (quantités X_i) sont maintenant hors équilibre. La réponse linéaire suppose que le **flux** $J_i = \frac{dX_i}{dt}$ de la quantité i dépend linéairement des **affinités** \mathcal{A}_k : $J_i(\vec{r}, t) = \sum_k L_{ik} \mathcal{A}_k(\vec{r}, t)$.

- Les **coefficients cinétiques** L_{ik} dépendent des paramètres intensifs conjugués des quantités X_i (voir 1.3). Les coefficients diagonaux L_{ii} représentent les **effets directs** (relation entre le flux de X_i , l'affinité \mathcal{A}_i et le paramètre intensif conjugué de X_i ; exemples : lois d'Ohm, de Fourier, de Fick) et les coefficients non diagonaux L_{ik} (pour $k \neq i$) représentent les **effets indirects** (ou effets croisés) (exemples : effet Peltier, effet Seebeck).

- Termes non linéaires

De manière plus générale, on peut développer J en fonction de

$J = 0 + L\mathcal{A} + L'\mathcal{A}^2 + \dots$, les termes d'ordres supérieurs sont à l'origine des **non linéarités** (exemples : instabilités, structures dissipatives, turbulence).

1.2 Lois phénoménologiques

Il existe deux approches pour obtenir le tenseur des coefficients cinétiques :

- l'approche **phénoménologique** dans laquelle les coefficients cinétiques sont mesurés par l'expérience à partir d'une loi phénoménologique liant flux et affinité
- l'approche **statistique** dans laquelle les coefficients cinétiques sont calculés par la théorie. On ne s'intéressera ici qu'à l'approche phénoménologique.

Les lois phénoménologiques (lois linéaires) sont des lois reliant flux et affinité lors d'un phénomène de transport qui permettent de définir et mesurer les coefficients cinétiques (aussi appelés 'constantes cinétiques de transport'). De manière générale, ces lois peuvent être écrites localement ou globalement et on caractérise l'irréversibilité du phénomène de transport à l'aide d'un bilan d'entropie (voir §1.3.2).

1.2.1 Exemples de phénomènes de transport

- Transport de chaleur (ou d'entropie), loi de Fourier (voir 2.2)

Loi de Fourier locale : $\vec{j}_Q = -\kappa \overrightarrow{\text{grad}T}$ où \vec{j}_Q est la densité de **flux de chaleur** ($j_Q = \frac{1}{S} \frac{\delta Q}{dt}$ en W.m^{-2}) et κ est la conductivité thermique (en $\text{W.K}^{-1}\text{m}^{-1}$).

Loi de Fourier globale : $\mathcal{P} = \int_S \vec{j}_Q \cdot \vec{dS} = \Lambda \Delta T$ où \mathcal{P} est la puissance thermique (en W) et $\Lambda = \kappa \frac{S}{l}$ est la conductance thermique (en W.m^{-1}) d'un conducteur de longueur l et de section S soumis à un gradient de température uniforme $\Delta T/l$.

Densité de **flux d'entropie** : $\vec{j}_S = \frac{\vec{j}_Q}{T} = -\frac{\kappa}{T} \overrightarrow{\text{grad}T}$

→ entropie ΔS_{12} échangée entre deux systèmes S_1 et S_2 en contact sur une surface S telle que $\frac{d(\Delta S_{12})}{dt} = \int_S \vec{j}_S \cdot \vec{dS}$

→ production locale d'entropie : $\sigma_S = -\vec{j}_Q \cdot \overrightarrow{\text{grad}T} = -T \vec{j}_S \cdot \overrightarrow{\text{grad}T}$ (irréversibilité de la conduction thermique, voir 1.3.2, analogue à l'effet Joule)

- Transport de particules, loi de Fick (voir 2.3)

Loi de Fick : $\vec{j}_N = -D \overrightarrow{\text{grad}n}$ où \vec{j}_N est la densité de **flux de particules** ($j_N = \frac{1}{S} \frac{dN}{dt}$ en $\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1}$), $n(\vec{r}, t) = \frac{dN}{dV}$ est la densité de particules (en m^{-3}), et D est le coefficient de diffusion (en $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$)

- Transport de quantité de mouvement, loi de Newton (voir 2.4)

Grandeur transportée = quantité de mouvement (vectorielle) \Rightarrow densité de **flux de quantité de mouvement** = **tenseur des efforts visqueux** $\overline{\overline{T'}}$ ($\frac{d^2 \vec{p}}{dt^2} = d\vec{F} = \overline{\overline{T'}} \cdot \vec{dS}, d^2 \vec{p} = \overline{\overline{T'}} \cdot \vec{dS} dt$ et $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = \int_S \overline{\overline{T'}} \cdot \vec{dS}$)

Fluide newtonien = **relation linéaire** entre le tenseur des efforts visqueux $\overline{\overline{T'}}$ et le tenseur des taux de déformation $\overline{\overline{S}}$ tel que $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \Rightarrow$ **loi de Newton** (généralisée) : $T'_{ij} = -[L] \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$ où $[L]$ est la matrice des **coefficients de viscosité** (se réduit à deux coefficients : viscosité dynamique η et seconde viscosité ξ).

Cas particulier de l'écoulement de Couette plan incompressible (écoulement le long de l'axe x , cisaillement dans la direction z) : $T'_{xz} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial z}$ (loi de Newton).

- Transport de charges, loi d'Ohm

Loi d'Ohm locale : $\vec{j}_E = \sigma \vec{E} = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}V}$ où \vec{j}_E est la densité de **flux de charges** (densité de courant électrique) ($j_E = \frac{1}{S} \frac{\delta q}{dt} = \frac{I}{S}$ en $\text{C.s}^{-1}.\text{m}^{-2} = \text{A.m}^{-2}$) et σ est la conductivité électrique (en $\text{S.m}^{-1} = \Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$).

Loi d'Ohm globale : $I = \int_S \vec{j}_E \cdot \vec{dS} = \frac{1}{R} \Delta V$ où $1/R = \sigma \frac{S}{l}$ est la conductance électrique (en S) (ou bien $R = \rho \frac{l}{S}$ est la résistance électrique en Ω , avec ρ = résistivité électrique en $\Omega.\text{m}$) d'un conducteur de longueur l et de section S soumis à une différence de potentiel ΔV .

Production de chaleur par effet Joule : $\mathcal{P} = RI^2$ où est la puissance dissipée par effet Joule (en W) (irréversibilité de la conduction électrique, production locale d'entropie : $-\vec{j}_E \cdot \overrightarrow{\text{grad}V} = \vec{j}_E \cdot \vec{E}$ en W.m^{-3})

Remarques :

- Cas des supraconducteurs (pas de dissipation)
- Conduction de la chaleur ($\vec{j}_S \cdot \vec{\text{grad}} T = -\frac{\kappa}{T}(\vec{\text{grad}} T)^2 \text{ en W.m}^{-3}$) et de la charge ($\vec{j}_E \cdot \vec{E} = -\sigma(\vec{\text{grad}} V)^2 \text{ en W.m}^{-3}$) dans un métal \Rightarrow argument dimensionnel pour la loi de Wiedmann-Franz : la quantité $\mathcal{L} = \frac{\kappa/T}{\sigma} = \frac{\pi k_B^2}{3e^2} \simeq 2.4 \cdot 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{K}^{-2}$ appelée constante de Lorentz est indépendante de T).

- Réactions chimiques

L'**affinité chimique** est définie par $\mathcal{A} = -(\frac{\partial G}{\partial \xi})_{P,T} = -\sum_i \nu_i \mu_i$ où $d\xi = \frac{dn_i}{\nu_i}$ est l'avancement de la réaction chimique $\sum_i \nu_i A_i = 0$ entre espèces A_i de concentrations $C_i(t)$, de potentiels chimiques μ_i et avec les coefficients stoechiométriques ν_i . On a : $\mathcal{A} = 0$ à l'équilibre et $\mathcal{A} \neq 0$ hors équilibre. Le flux défini par $J = \frac{1}{\nu_i} \frac{dC_i}{dt}$ s'écrit $J_i = \frac{d\xi}{dV}$, où V est le volume où se passe la réaction. Pour une réaction très lente ou très près de l'équilibre chimique, le flux J varie **linéairement** avec \mathcal{A} : $J = -\gamma \mathcal{A}$.

1.2.2 Historique des lois phénoménologiques

Approche phénoménologique (Fourier 1822, Ohm 1827, Fick 1855, Onsager 1931) et approche statistique (Boltzmann 1872, Drude 1900)

1.2.3 Ordres de grandeur des coefficients de transport

Valeurs de la résistivité ($\rho = 1/\sigma$) et de la conductivité thermique κ de quelques métaux.

1.3 Lois de conservation et bilans

1.3.1 Forme générale d'une loi de conservation

- Cas d'un milieu indéformable

➤ Soit une grandeur extensive (additive) $X(t)$ et sa densité volumique $x(\vec{r}, t)$ telle que $X(t) = \int_V x(\vec{r}, t) dV$. Le volume \mathcal{V} contenant la quantité $X(t)$ et la surface \mathcal{S} délimitant \mathcal{V} sont fixes (indépendants du temps).

Bilan global de $X(t)$: $\frac{dX}{dt} + \int_S \vec{j}_X \cdot d\vec{S} = \int_V \sigma_X dV$ où \vec{j}_X est la **densité de flux** de X travers \mathcal{S} , et σ_X est la **densité de sources** (ou puits) de X dans \mathcal{V} (taux de production de X)

Bilan local de $X(t)$: $\frac{\partial x}{\partial t} + \text{div } \vec{j}_X = \sigma_X$

➤ Remarques :

- Densité volumique $x(\vec{r}, t)$ vs. densité massique $x_m(\vec{r}, t)$ de X : $x(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, t)x_m(\vec{r}, t)$. On peut alors écrire : $X(t) = \int_V x(\vec{r}, t) dV = \int_V \rho(\vec{r}, t)x_m(\vec{r}, t) dV = \int_V x_m(\vec{r}, t) dm$.
- **Grandeur conservée** = il n'y a pas de production de X dans le volume \mathcal{V} , $\sigma_X = 0 \Rightarrow \frac{\partial x}{\partial t} + \text{div } \vec{j}_X = 0$

- Cas des fluides

➤ Le volume \mathcal{V} contenant la quantité $X(t)$ et la surface \mathcal{S} délimitant \mathcal{V} sont déformables et en mouvement (dépendent du temps) donc $X(t) = \int_{\mathcal{V}(t)} x(\vec{r}(t), t) dV = \int_{\mathcal{V}(t)} x_m(\vec{r}(t), t) \rho(\vec{r}(t), t) dV$. $X(t)$ varie à cause du **flux** \vec{j}_X de X à travers \mathcal{S} en mouvement avec le fluide et à cause des sources σ_X de X dans \mathcal{V} donc : $\frac{dX}{dt} = - \int_{\mathcal{S}(t)} \vec{j}_X \cdot \vec{dS} + \int_{\mathcal{V}(t)} \sigma_X dV$.

En utilisant le **théorème de transport**, la notion de **dérivée particulaire** et la **conservation de la masse** (voir cours d'acoustique, 2ème version du théorème de transport), on obtient : $\frac{dX}{dt} = \int_{\mathcal{V}(t)} \rho \frac{dx_m}{dt} dV = \int_{\mathcal{V}(t)} \rho \left(\frac{\partial x_m}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}) x_m \right) dV$ (sans source)

Bilan global de $X(t)$ pour un fluide (avec sources σ_X) :

$$\frac{dX}{dt} = \int_{\mathcal{V}(t)} \rho \frac{dx_m}{dt} dV = \int_{\mathcal{V}(t)} \rho \left(\frac{\partial x_m}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}) x_m \right) dV = - \int_{\mathcal{S}} \vec{j}_X \cdot \vec{dS} + \int_{\mathcal{V}} \sigma_X dV.$$

Bilan local de $X(t)$ pour un fluide (avec sources σ_X , et ρ varie peu localement) :

$\rho \frac{\partial x_m}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_X^{tot} = \sigma_X$ avec $\vec{j}_X^{tot} = \vec{j}_X + \rho x_m \vec{v}$ donc le flux total est la somme du flux **diffusif** de X travers $\mathcal{S}(t)$ mobile et du flux **convectif d'entraînement** par le fluide à la vitesse \vec{v}

➤ Remarque : interprétation de la divergence. On considère un élément de volume dV à l'instant t qui se déforme en un volume dV' à l'instant $t + dt$ sous l'effet de la transformation $\vec{r} \rightarrow \vec{r}' = \vec{r} + \vec{v} dt$. On a alors : $dV' = |J| dV$ où $|J| = \det \left(\frac{\partial x'_i}{\partial x_j} \right)_{i,j}$ est le jacobien de la transformation $\vec{r} \rightarrow \vec{r}' = \vec{r} + \vec{v} dt$. On a donc $|J| = 1 + \text{div} \vec{v} dt$ (au premier ordre en dt) et donc $\text{div} \vec{v} = \frac{1}{dV} \frac{d(dV)}{dt}$. Pour un fluide **incompressible** : $\text{div} \vec{v} = \frac{1}{dV} \frac{d(dV)}{dt} = 0$.

1.3.2 Approche générale d'un phénomène de transport

- Lois de conservations, bilan global, bilan local

$X = \int_{\mathcal{V}} x dV$ grandeur extensive; bilan **local** : $\frac{\partial x}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_X = \sigma_X$ (0 si grandeur conservée); bilan **global** : $\frac{dX}{dt} = - \int_{\mathcal{S}} \vec{j}_X \cdot \vec{dS} + \int_{\mathcal{V}} \sigma_X dV$.

- Bilan d'entropie

Entropie S = grandeur extensive, non conservée

Bilan global d'entropie : $\frac{dS}{dt} = - \int_{\mathcal{S}} \vec{j}_S \cdot \vec{dS} + \int_{\mathcal{V}} \sigma_S dV = \frac{dS_{ech}}{dt} + \frac{dS_{irr}}{dt}$ où $\frac{dS_{ech}}{dt} = - \int_{\mathcal{S}} \vec{j}_S \cdot \vec{dS}$ représente l'**échange** d'entropie entre le système et l'extérieur et $\frac{dS_{irr}}{dt} = \int_{\mathcal{V}} \sigma_S dV$ représente la **production** d'entropie ($\sigma_S \geq 0$, $\frac{dS_{irr}}{dt} \geq 0$, si > 0 alors il existe des **phénomènes dissipatifs**).

Bilan local d'entropie : $\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_S = \sigma_S$ où s est l'entropie massique.

- Relation entre flux et affinité et la production d'entropie

➤ Cas d'un **système discret** :

- On considère deux sous-systèmes \mathcal{S} et \mathcal{S}' qui échangent les quantités extensives **conservées** X_i ($X_i + X'_i = X_{i,tot} = \text{cte}$). On définit l'**affinité** \mathcal{A}_i associée aux échanges de X_i par $\mathcal{A}_i = \left. \frac{\partial S_{tot}}{\partial X_i} \right|_{X_{i,tot}=\text{cte}} = \frac{\partial S}{\partial X_i} - \frac{\partial S'}{\partial X'_i} = F_i - F'_i$ où $F_i = \frac{\partial S}{\partial X_i}$ est la **force** (grandeur intensive conjuguée de X_i).

- A l'équilibre : $\mathcal{A}_i = 0$ et $\frac{\partial S}{\partial X_i} = \frac{\partial S'}{\partial X'_i}$ (ou de façon équivalente, $F_i = F'_i$) et S_{tot} est maximale.

- Remarque : \mathcal{A}_i est ici un scalaire.

- Exemples : $X_i = U \Rightarrow F_i = \frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T} \Rightarrow T = T'$ à l'équilibre (pas de flux de chaleur); $X_i = V \Rightarrow F_i = \frac{\partial S}{\partial V} = \frac{p}{T} \Rightarrow p/T = p'/T'$ à l'équilibre (pas d'échanges de volume); $X_i = n \Rightarrow F_i = \frac{\partial S}{\partial n} = \frac{\mu}{T} \Rightarrow \mu/T = \mu'/T'$ à l'équilibre (pas de flux de particules).

- Production d'entropie : le flux de X_i étant défini par $J_i = \frac{dX_i}{dt}$, la **production d'entropie** est $\frac{dS_{tot}}{dt} = \sum_i \frac{\partial S_{tot}}{\partial X_i} \frac{\partial X_i}{\partial t} = \sum_i \mathcal{A}_i J_i$.

➤ Cas d'un **système continu** :

- L'entropie du système dépend des quantités extensives **conservées** X_i : $dS = \sum_i F_i dX_i$ (ici, $X_i = U$ ou n) où $S = \int_V \rho s dV$ et $X_i = \int_V \rho x_{im} dV$ et $F_i = \frac{\partial S}{\partial X_i}$ sont les grandeurs intensives conjuguées des quantités X_i .

- L'hypothèse d'ETL (les quantités F_i ont localement leurs valeurs d'équilibre) permet d'écrire $d(\rho s) = \sum_i F_i d(\rho x_{im})$. On définit alors la **densité de flux d'entropie** comme $\vec{j}_S = \sum_i F_i \vec{j}_i$ où \vec{j}_i est la **densité de flux** de X_i (supposée quantité conservée) F_i est la **grandeur intensive conjuguée** de X_i .

- **Bilan d'entropie** : $\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_S = \sigma_S \Rightarrow$ **production d'entropie** $\sigma_S = \sum_i \vec{A}_i \cdot \vec{j}_i$ où $\vec{A}_i = \overrightarrow{\text{grad}} F_i$ est l'**affinité**.

Remarques:

1) La démonstration utilise l'hypothèse que la quantité X_i est conservée.

2) \vec{A}_i est ici un vecteur. Le vecteur gradient qui apparait dans le cas du système continu ($\vec{A}_i = \overrightarrow{\text{grad}} F_i$) est l'équivalent de la différence $\mathcal{A}_i = F_i - F'_i$ qui apparaissait dans le cas d'un système discret formé de deux sous-systèmes.

- Exemple : cas d'un **flux d'énergie** U et de **particules** N_i . On a $dS = \frac{dU}{T} - \sum_i \frac{\mu_i}{T} dN_i$ donc $F_U = \partial S / \partial U = 1/T$ et $F_{N_i} = \partial S / \partial N_i = -\mu_i/T$. La densité de flux d'entropie est $\vec{j}_S = \frac{1}{T} \vec{j}_U - \sum_i \frac{\mu_i}{T} \vec{j}_{N_i}$ et la production d'entropie est $\sigma_S = \vec{j}_U \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{1}{T} \right) - \sum_i \vec{j}_{N_i} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{\mu_i}{T} \right)$.

En utilisant, \vec{j}_S à la place de \vec{j}_U , on peut réécrire la production d'entropie comme $\sigma_S = -\frac{1}{T} \vec{j}_S \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T - \frac{1}{T} \sum_i \vec{j}_{N_i} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \mu_i$

• Réponse linéaire et matrice des coefficients cinétiques, relations d'Onsager

- Relation flux/affinité (voir 1.1.3) : avec l'hypothèse d'un milieu continu en ETL, les flux J_i des grandeurs extensives X_i dépendent **linéairement** des affinités $\mathcal{A}_k \Rightarrow J_i(\vec{r}, t) = \sum_k L_{ik} \mathcal{A}_k(\vec{r}, t)$ où les coefficients cinétiques L_{ik} dépendent des grandeurs conjuguées F_i conjuguées des X_i et $\mathcal{A}_k(\vec{r}, t) = \overrightarrow{\text{grad}} F_k$. On rappelle que si J_i et \mathcal{A}_k sont des tenseurs d'ordre n alors $[L_{ik}] = L$ est un tenseur d'ordre $n+1$ appelé tenseur des coefficients cinétiques.

- **Production d'entropie** : en généralisant la relation vectorielle $\sigma_S = \sum_i \vec{A}_i \cdot \vec{j}_i$ vue ci-dessus, la production d'entropie est $\sigma_S = \sum_i \mathcal{A}_i J_i = \sum_{i,k} L_{ik} \mathcal{A}_i \mathcal{A}_k$. Puisque $\sigma_S \geq 0$, cela impose que $L_{ii} \geq 0$ (condition pour les effets directs : **coefficients diagonaux positifs**) et $L_{ii} L_{kk} \geq \frac{1}{4} (L_{ik} + L_{ki})$.

- Remarque : on peut décomposer le tenseur L en parties symétrique et antisymétrique $L = L^{sym} + L^{antisym}$ et seule la partie symétrique L^{sym} de L contribue à la production d'entropie de sorte que $\sigma_S = \sum_{i,k} L_{ik}^{sym} \mathcal{A}_i \mathcal{A}_k$.

- **Relations d'Onsager** (1931) : symétrie temporelle (réversibilité des équations microscopiques du mouvement) $\Rightarrow L_{ik} = L_{ki}$ (condition pour les effets indirects/croisés : **coefficients non diagonaux symétriques**). Ces relations permettent de simplifier la détermination des coefficients cinétiques.

- **Réponse linéaire** dans le cas de flux d'énergie U et de particules N (un seul type de particules) :

$$\begin{cases} \vec{j}_N = L_{NN} \overrightarrow{\text{grad}}(-\frac{\mu}{T}) + L_{NU} \overrightarrow{\text{grad}}(\frac{1}{T}) \\ \vec{j}_U = L_{UN} \overrightarrow{\text{grad}}(-\frac{\mu}{T}) + L_{UU} \overrightarrow{\text{grad}}(\frac{1}{T}) \end{cases} \text{ Onsager } \Rightarrow L_{NU} = L_{UN}$$

1.4 Classification des phénomènes de transport

- En fonction du mécanisme de transport et du milieu : **diffusion** (milieu matériel), **convection** (milieu matériel), **rayonnement** (pas de milieu matériel).

- En fonction des quantités transportées (grandeurs extensives, conservées ou non) : grandeurs **conservées** (énergie/chaleur, nombre de particules, quantité de mouvement, charge électrique) \Rightarrow grandeurs inchangées par les collisions microscopiques, nécessité de flux pour le retour à l'équilibre, loi de conservation locale ($\frac{\partial x}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_X = 0$ où x est la densité locale de X , quantité conservée, et $\text{div} \vec{j}_X$ représente les échanges de la quantité X avec le voisinage); grandeurs **non conservées** (entropie, nombre de neutrons en physique atomique) \Rightarrow bilan global ($\frac{dX}{dt} + \Phi_{X \text{ Syst} \rightarrow \text{ext}} = \Phi_{X \text{ source}}$ où $\Phi_{X \text{ Syst} \rightarrow \text{ext}}$ représente le flux de X échangé avec l'extérieur et $\Phi_{X \text{ source}}$ représente les sources de X dans le système).

Chapter 2

Phénoménologie des phénomènes de transport

2.1 Aspects microscopiques

2.1.1 Notions de temps de collision et de libre parcours moyen

Equilibre thermodynamique local (ETL, voir 1.1.2) \Rightarrow conditions sur les échelles spatiales Δx et temporelles Δt :

- domaine temporel : $\tau_{coll} \ll \Delta t$ où τ_{coll} est le temps moyen entre deux collisions (= **temps de collision** ou **temps de choc**)
- domaine spatial : $l \ll \Delta x$ où l est la distance moyenne parcourue entre deux collisions (= **libre parcours moyen**)

Relation entre temps de collision et libre parcours moyen : $l = v\tau_{coll}$ où v est la vitesse moyenne des particules

2.1.2 Section efficace de collision

- Modèles des sphères dures

Potentiel d'interaction entre deux particules $\varphi_{int}(r)$ où r est la distance entre les deux particules (particules de rayon r_p) : modèle du potentiel tel que $r < 2r_p$ impossible, $r = 2r_p$ répulsion, $r > 2r_p$ interaction $\rightarrow 0$

Section efficace de choc : $\sigma = 4\pi r_p^2$

- Relation entre section efficace et libre parcours moyen

On trouve une seule particule (un seul choc) dans le volume $V_\sigma = \sigma v_r \tau_{coll}$ où $v_r = \sqrt{\langle (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)^2 \rangle} = \sqrt{2}v$ est la vitesse relative moyenne des particules, donc $n\sigma v_r \tau_{coll} = 1$ où $n = N/V$ est la densité de particules

$$\Rightarrow l = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}$$

- Relation entre section efficace et flux

Définitions et notations pour les flux et densité de flux travers une surface \mathcal{S} : $\Phi_X = \frac{dX}{dt}$ et $\|\vec{j}_X\| = \frac{d^2X}{dt dS}$; $d\Phi_X = \vec{j}_X \cdot d\vec{S}$ et $\Phi_X = \int_{\mathcal{S}} \vec{j}_X \cdot d\vec{S}$

Section efficace : $\sigma = \frac{N_d}{\Phi_{inc}}$ où N_d est le nombre de particules diffusées par unité de temps et Φ_{inc} est le flux de particules incidentes

- Ordres de grandeur : $l_{gaz} \sim 0.1 \mu\text{m}$ et $l_{liq} \sim 0.1 \text{nm}$

2.2 Transport de chaleur, conduction thermique

Quantité transportée : énergie

Modes de transport de l'énergie : diffusion, convection, rayonnement

2.2.1 Aspects microscopiques, conductivité thermique

- Modèle 1D

Particules de masse m , de vitesse moyenne v , et de densité n dans un cylindre de longueur $2l$ et de section σ (l est le libre parcours moyen et σ est la section efficace) avec déséquilibre de température $T(x-l) \neq T(x+l)$.

Flux d'énergie par unité de surface entrant en $x-l$: $\phi_e = \frac{1}{6}n v k T(x-l)$

Flux d'énergie par unité de surface sortant en $x+l$: $\phi_s = \frac{1}{6}n v k T(x+l)$

- Bilan d'énergie

Flux total d'énergie par unité de surface : $\phi = \phi_e - \phi_s = -\frac{1}{3}n v k \frac{\partial T}{\partial x}$ (proportionnel au gradient de température = loi de Fourier)

- Expression de la conductivité thermique en fonction des paramètres microscopiques

$\phi = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$ (loi de Fourier) \Rightarrow conductivité thermique en fonction du **libre parcours moyen**
 $\kappa = \frac{n v k}{3}$

Conductivité thermique en fonction de la **section efficace** : $\kappa = \frac{v k}{3\sqrt{2}\sigma} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \frac{k}{3\sqrt{2}\sigma} \Rightarrow \kappa \propto \sqrt{T}$

Conductivité thermique en fonction du **temps de collision** : $\kappa = \frac{n \tau_{coll} k^2 T}{m}$

2.2.2 Loi de Fourier

Chocs \Rightarrow conservation de l'énergie; inhomogénéités de température \Rightarrow flux de chaleur du chaud vers le froid (ETL, température locale)

- Loi de Fourier

Densité de flux de chaleur \vec{j}_Q tel que $d^2Q = \vec{j}_Q \cdot d\vec{S} dt$

En régime linéaire, **loi de Fourier** : $\vec{j}_Q = -\kappa \overrightarrow{\text{grad}} T$ où κ est la conductivité thermique

Conditions de validité : hypothèses d'ETL et de linéarité ($\overrightarrow{\text{grad}} T$ pas trop grand)

- Dimensions et ordres de grandeur

$$[\kappa] = MLT^{-3}\theta^{-1} \text{ en } W.m^{-1}.K^{-1}$$

Pour des solides métalliques : $\kappa \simeq 10 - 100 W.m^{-1}.K^{-1}$

Pour des solides non métalliques : $\kappa \simeq 0.1 - 10 W.m^{-1}.K^{-1}$

Eau : $\kappa \simeq 0.55 W.m^{-1}.K^{-1}$

Air sec : $\kappa \simeq 0.024 W.m^{-1}.K^{-1}$

2.2.3 Conservation de l'énergie

En notant $e(T(\vec{r}, t), n)$ l'énergie thermique volumique (de = du (énergie interne volumique) si $V = \text{cte}$ ou de = dh (enthalpie volumique) si $P = \text{cte}$), on a : $\frac{\partial e}{\partial t} + \text{div } \vec{j}_Q = 0$

Cas d'un **solide** : $V = \text{cte} \Rightarrow dU = \delta Q = C_V dT$ et de = du = $\rho c_V dT$ avec $c_V = C_V/m$ (C_V est la capacité calorifique à volume constant, c_V est la chaleur spécifique massique à volume constant) donc $\rho c_V \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div } \vec{j}_Q = 0$

Cas d'un **fluide** : $P = \text{cte} \Rightarrow dH = \delta Q = C_P dT$ et de = dh = $\rho c_P dT$ avec $c_P = C_P/m$ (C_P est la capacité calorifique à pression constante, c_P est la chaleur spécifique massique à pression constants) donc $\rho c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div } \vec{j}_Q = 0$

2.2.4 Coefficients cinétiques et coefficients de transport associés

Solide isolant : la conduction de la chaleur s'effectue uniquement via les phonons

Conducteur : la conduction de la chaleur s'effectue via les phonons et les électrons de conduction

Approche générale du transport (voir 1.3.2) $\Rightarrow \vec{j}_U = L_{UN} \overrightarrow{\text{grad}}(-\frac{\mu}{T}) + L_{UU} \overrightarrow{\text{grad}}(\frac{1}{T}) = L_{UU} \overrightarrow{\text{grad}}(\frac{1}{T})$
(nombre de phonons = grandeur non conservée) d'où $\vec{j}_U = -\frac{L_{UU}}{T^2} \overrightarrow{\text{grad}} T$ et $k = \frac{L_{UU}}{T^2}$

2.2.5 Equation de la chaleur

- Equation de diffusion de la chaleur

$$\begin{cases} \rho c_V \text{ ou } P \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div } \vec{j}_Q = 0 \\ \vec{j}_Q = -\kappa \overrightarrow{\text{grad}} T \end{cases} \Rightarrow \text{Equation de la chaleur : } \frac{\partial T}{\partial t} = D_{Th} \Delta T \text{ où } D_{Th} = \frac{\kappa}{\rho c_V} \text{ est le} \\ \text{coefficient de diffusion thermique; temps caractéristique de diffusion de la chaleur } T_{diff Q} = L^2/D_{Th}$$

- Dimensions et ordres de grandeur

$$[\kappa] = MLT^{-3}\theta^{-1} \text{ en } W.m^{-1}.K^{-1}$$

$$[D_{Th}] = L^2 T^{-1} \text{ en } m^2.s^{-1}$$

Pour des solides métalliques : $\kappa \simeq 10 - 100 W.m^{-1}.K^{-1}$ et $D_{Th} \simeq 10^{-5} m^2.s^{-1}$

Pour des solides non métalliques : $\kappa \simeq 0.1 - 10 W.m^{-1}.K^{-1}$ et $D_{Th} \simeq 10^{-7} m^2.s^{-1}$

Eau : $\kappa \simeq 0.55 W.m^{-1}.K^{-1}$

Air sec : $\kappa \simeq 0.024 W.m^{-1}.K^{-1}$

- Exemples de résolutions de l'équation de la chaleur et applications

- Régime **stationnaire 1D** : conducteur de longueur l de section \mathcal{S} , $\Delta T(x) = 0$ + conditions aux limites $\Rightarrow T(x) = T_1 + (T_2 - T_1)\frac{x}{l}$ et $\Delta T = T_1 - T_2 = R_{Th}I_Q$ (analogue de la loi d'Ohm) où $R_{Th} = \frac{l}{S\kappa}$ est la résistance thermique et $I_Q = S j_Q$

- **Résistance thermique** : plaque de surface \mathcal{S} et de longueur $l \Rightarrow R_{Th} = \frac{l}{S\kappa}$, cylindre creux de longueur L et rayons interne R_1 et externe $R_2 \Rightarrow R_{Th} = \frac{\ln(R_2/R_1)}{2\pi L\kappa}$

- Régime **stationnaire pour une plaque rectangulaire** de largeur l suivant (Ox) et semi-infinie suivant (Oy) , $\Delta T(x) = 0$ + conditions aux limites $T(x=0, l) = T_0 = 0 \Rightarrow T(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n e^{-n\pi \frac{y}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l}$. Si on impose $T(y=0) = T_1$, $b_n = \frac{4T_1}{n\pi}$ si n est impair, $b_n = 0$ si n est pair

- Régime **sinusoïdal forcé** : $\frac{\partial T}{\partial t} = D_{Th} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ avec $T(z=0, t) = T_m + T \cos(\omega t) \Rightarrow T(z, t) = T_m + T_0 \cos(\omega t - k_z z) e^{-z/\Lambda}$ où $\Lambda = \sqrt{\frac{2D_{Th}}{\omega}}$ est la **profondeur de pénétration** (ou longueur de diffusion thermique) et $\lambda_{Th} = 2\pi\Lambda = 2\pi/k_z$ est la longueur d'onde de modulation (applications numériques pour le sol), analogie avec l'**effet de peau** en électromagnétisme $v_\varphi = \omega/k_z = \sqrt{2D_{Th}\omega}$

- Autres exemples et applications : fusible, barre de cuivre en régime permanent, conduite d'eau, mur, choc thermique, température de contact et sensation de chaud/froid

2.2.6 [Rayonnement : corps noir, applications]

2.3 Transport de matière, diffusion

Quantité transportée : particules (= soluté, dans un milieu continu = solvant)

Modes de transport de particules : diffusion, convection (libre ou forcée), pas de convection dans la suite de ce paragraphe (voir 2.4)

2.3.1 Aspects microscopiques, coefficient de diffusion

Particules de masse m , de vitesse moyenne v , et de densité $n(x)$ dans un cylindre de longueur $2l$ et de section σ (l est le libre parcours moyen et σ est la section efficace) avec déséquilibre de densité de particules $n(x-l) \neq n(x+l)$.

Flux de particules par unité de surface entrant en $x-l$: $\phi_e = \frac{1}{6}vn(x-l)$

Flux de particules par unité de surface sortant en $x+l$: $\phi_s = \frac{1}{6}vn(x+l)$

- Bilan de particules

Flux total par unité de surface : $\phi = \phi_e - \phi_s = -\frac{1}{3}vl \frac{\partial n}{\partial x}$ (proportionnel au gradient de densité = loi de Fick)

- Expression du coefficient de diffusion en fonction des paramètres microscopiques

$\phi = -D \frac{\partial n}{\partial x}$ (loi de Fick) \Rightarrow conductivité thermique en fonction du **libre parcours moyen**
 $D = \frac{1}{3}vl$

Coefficient de diffusion en fonction de la **section efficace** : $D = \frac{1}{3\sqrt{2}} \frac{v}{n\sigma}$

Coefficient de diffusion en fonction du **temps de collision** : $D = \frac{kT}{m} \tau_{coll}$

Remarques :

- Pour un gaz parfait : $D = \frac{(kT)^{3/2}}{\sqrt{3}mp\sigma}$
- Pour un fluide, relation entre coefficient de diffusion et viscosité = **relation d'Einstein** : $D = \mu kT = \frac{kT}{\alpha}$ où $\alpha = 6\pi\eta r_P$ est le coefficient de **friction** visqueuse (viscosité dynamique η et rayon des particules r_P) et $\mu = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{6T\pi\eta r_P}$ est la **mobilité**
- Pour un gaz parfait d'électrons, relation entre coefficient de diffusion et conductivité : $D = \mu_D \frac{kT}{-e}$ où $\mu_D = \sigma / (-ne)$ où σ est la conductivité électrique

2.3.2 Loi de Fick

- Densité de particules et loi de Fick

Densité locale de particules $n(\vec{r}, t)$ = grandeur conservée, inhomogénéités de densité \Rightarrow flux de particules

Densité de flux de particules (densité de courant) : \vec{j}_N tel que $d^2N = \vec{j}_N \cdot \vec{dS} dt$

En régime linéaire, **loi de Fick** : $\vec{j}_N = -D \overrightarrow{\text{grad}} n(\vec{r}, t)$ où D est le **coefficient de diffusion**

Conditions de validité : hypothèses d'ETL ($n(t)$ évolue lentement) et de linéarité ($\overrightarrow{\text{grad}} n$ pas trop grand), température uniforme, pas de convection

- Dimensions et ordres de grandeur

$$[D] = L^2 T^{-1} \text{ en } \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Pour des gaz : $D \simeq 10^{-5} - 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Pour des liquides : $D \simeq 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

- Potentiel chimique

Ecriture de la loi de Fick avec le **potentiel chimique** $\mu(\vec{r}, t) = \mu(T, n(\vec{r}, t))$: $\vec{j}_N = -\alpha \overrightarrow{\text{grad}} \mu(\vec{r}, t)$ où $\alpha(T, n)$ correspond au coefficient de transport (voir ci-dessous) et $D = \alpha \left. \frac{\partial \mu}{\partial n} \right|_T$

Conditions de validité : hypothèses d'ETL ($\mu(t)$ évolue lentement) et de linéarité ($\overrightarrow{\text{grad}} \mu$ pas trop grand), température T uniforme, pas de convection

2.3.3 Conservation du nombre de particules

Loi de **conservation** en absence de sources/puits de particules et si la température est uniforme : $\frac{\partial n(\vec{r}, t)}{\partial t} + \text{div } \vec{j}_N = 0$

2.3.4 Coefficients cinétiques et coefficients de transport associés

Approche générale du transport (voir 1.3.2) $\Rightarrow \vec{j}_N = L_{NN} \overrightarrow{\text{grad}} \left(-\frac{\mu}{T}\right)$ d'où, si la température T est uniforme, $\vec{j}_N = -\frac{L_{NN}}{T} \overrightarrow{\text{grad}} \mu \Rightarrow \alpha = \frac{L_{NN}}{T}$ et $D = \frac{L_{NN}}{T} \left. \frac{\partial \mu}{\partial n} \right|_T$

2.3.5 Equation de la diffusion

- Equation de la diffusion

$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial n}{\partial t} + \text{div } \vec{j}_N = 0 \\ \vec{j}_N = -D \vec{\text{grad}} n \end{array} \right. \Rightarrow \text{Equation de la diffusion : } \frac{\partial n}{\partial t} = D \Delta n \text{ où } D \text{ est le coefficient de diffusion } (D > 0); \text{ temps caractéristique de la diffusion de particules } T_{diff N} = L^2/D$

- Exemples de résolutions de l'équation de la diffusion et applications

- Régime **stationnaire 1D** : profil linéaire $n(x) = n_0(1 - x/L)$
- Régime **transitoire** d'étalement d'une distribution concentrée à $t=0$: $n(x, t) = \frac{N}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-x^2/4Dt}$, déplacement du front de diffusion $\Delta x = \sqrt{2Dt}$
- Compétition diffusion/convection, ordres de grandeur pour l'oxygénation du sang
- Autres exemples et applications

2.4 Transport de quantité de mouvement dans un fluide

Quantité transportée : densité volumique de quantité de mouvement $p = \rho \vec{v}$ de la particule fluide

Modes de transport des particules fluides : diffusion et convection

2.4.1 Aspects microscopiques, viscosité

Particules fluides de vitesse moyenne v et de densité $\rho(x)$ dans un cylindre de longueur $2l$ et de section σ (l est le libre parcours moyen et σ est la section efficace) avec déséquilibre de vitesse $v(x-l) \neq v(x+l)$.

Flux de quantité de mouvement par unité de surface entrant en $x-l$: $\phi_e = \frac{1}{6} \rho v(x-l) \times v(x-l)$

Flux de quantité de mouvement par unité de surface sortant en $x+l$: $\phi_s = \frac{1}{6} \rho v(x+l) \times v(x+l)$

- Bilan de quantité de mouvement

Flux total par unité de surface : $\phi = \phi_e - \phi_s = -\frac{1}{3} \rho l v \frac{\partial v}{\partial x}$ (proportionnel au gradient de vitesse = loi de Newton)

- Expression de la viscosité en fonction des paramètres microscopiques

$\phi = -\eta \frac{\partial v}{\partial x}$ (loi de Newton) \Rightarrow viscosité dynamique en fonction du **libre parcours moyen**
 $\eta = \frac{1}{3} \rho l v$

Viscosité dynamique en fonction de la **section efficace** : $\eta = \frac{1}{3\sqrt{2}} \frac{\rho v}{n\sigma} = \frac{1}{3\sqrt{2}} m \frac{v}{\sigma}$

Viscosité dynamique en fonction du **temps de collision** : $\eta = nkT\tau_{coll}$

Remarques :

- Modèles sphères dures et distribution des vitesses de Maxwell-Boltzmann $\Rightarrow \eta \propto \frac{\sqrt{mkT}}{r_P^2}$
- Aspects microscopiques pour la diffusion et la viscosité $\Rightarrow D = \eta/\rho$
- **Relation d'Einstein** : $D = \frac{kT}{6\pi\eta r_P} \Rightarrow \eta \propto \frac{\sqrt{mkT}}{r_P^2}$

2.4.2 Loi de Newton

- Cas de l'écoulement de Couette plan (cisaillement) en régime permanent

Géométrie : écoulement entre deux plans $z = 0$ fixe et $z = L$ se déplaçant à la vitesse $\vec{V} = V_x \vec{e}_x$
 \Rightarrow mise en mouvement du fluide selon \vec{e}_x à la vitesse $\vec{v}_x(z, t) = \vec{v}_x(z) = v_x(z) \vec{e}_x$ en régime permanent

Densité de flux d'entraînement de particules $\vec{j}_N = n \vec{v}(\vec{r}, t) = n \vec{v}_x(z)$, $\text{div} \vec{j}_N = 0$ donc $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$

Densité de flux de quantité de mouvement : \vec{j}_{p_x} tel que $d^2 P_x = \vec{j}_{p_x} \cdot d\vec{S} dt$ où P_x est la composante de la quantité de mouvement \vec{P} sur \vec{e}_x ; \vec{j}_{p_x} est une contrainte = force/surface (en Pa).

- Loi de Newton

En régime linéaire, **loi de Newton** : la composante suivant \vec{e}_z de \vec{j}_{p_x} vérifie $j_{p_x}^z = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial z}$ où η est le coefficient de viscosité dynamique (1^{er} coefficient de viscosité), $\eta > 0 \Rightarrow$ transport de P_x dans le sens de cas particulier de $T'_{ij} = -[L] \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$ où $[L]$ est la matrice des **coefficients de viscosité**

Conditions de validité : hypothèses d'ETL ($v_x(t)$ évolue lentement) et de linéarité ($\frac{\partial v_x}{\partial z}$ pas trop grand), température uniforme, pas de convection

- Dimensions et ordres de grandeur

$[\eta] = ML^{-1}T^{-1}$ en $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1} = \text{Pa.s}$ (1 Pa.S=1 Pl (Poiseuille) et 1 Po (Poise) = 0.1 Pl

Pour des gaz : $\eta_{N_2} \simeq 2.10^{-5} \text{ Pa.s}$

Pour des liquides : $\eta_{eau} \simeq 10^{-3} \text{ Pa.s} = 1 \text{ cPo}$

2.4.3 Conservation de la quantité de mouvement

Loi de **conservation** dans le cas du cisaillement (Couette plan) : $\frac{\partial p_x}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_{p_x} = 0$ où p_x est la composante de la densité volumique de quantité de mouvement $\vec{p} = \frac{\vec{P}}{V} = \rho \vec{v}$ sur $\vec{e}_x \Rightarrow \frac{\partial p_x}{\partial t} + \frac{\partial j_{p_x}^z}{\partial z} = 0$

2.4.4 Equation de diffusion de la quantité de mouvement

- Equation de diffusion de la quantité de mouvement

$\begin{cases} \frac{\partial p_x}{\partial t} + \frac{\partial j_{p_x}^z}{\partial z} = 0 \\ j_{p_x}^z = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial z} \end{cases} \Rightarrow$ Equation de la diffusion : $\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \Rightarrow$ généralisation à 3D : $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \nu \Delta \vec{v}$
 où $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ est la **viscosité cinématique** (coefficient de diffusion de la quantité de mouvement),
 temps caractéristique de diffusion de la quantité de mouvement $T_{diff} \vec{p} = L^2/\nu$

- Dimensions et ordres de grandeur

$$[\nu] = L^2 T^{-1} \text{ en } \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Pour des gaz : } \nu_{\text{air}} \simeq 15.6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Pour des liquides : } \nu_{\text{eau}} \simeq 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

- Application de la diffusion de la quantité de mouvement : mise en mouvement oscillatoire

Régime **sinusoïdal forcé** : $\vec{v} = v_x \vec{e}_x$ et $v_x(z=0, t) = v_0 e^{j\omega t} \Rightarrow v_x(z, t) = v_0 e^{j(\omega t - kz)} e^{-z/\delta}$ où $\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$ est l'**épaisseur de peau** ou **profondeur de pénétration** ($\delta \sim \xi$ où ξ est l'épaisseur de la **couche limite**) et $k = 1/\delta$, analogue à l'**effet de peau thermique** (voir 2.2.5).

2.4.5 Equation de Navier-Stokes

- Terme convectif, équation de Navier-Stokes

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} \right) = \vec{f} - \overrightarrow{\text{grad}} p + \eta \Delta \vec{v} + \left(\xi + \frac{\eta}{3} \right) \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div } \vec{v}) \text{ où } p \text{ est la pression,}$$

$$\vec{f} = \rho \vec{F} \text{ sont les forces volumiques externes et } (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} \text{ est le terme convectif}$$

- Nombres adimensionnés, régime de Stokes

U = vitesse caractéristique, L = distance caractéristique

$$\text{Nombre de Reynolds : } Re = \frac{|(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}|}{|\eta \Delta \vec{v}|} = \frac{T_{diff} \vec{v}}{T_{convection}} = \frac{UL}{\nu}$$

$$\text{Nombre de Strouhal : } St = \frac{\left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right|}{|(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}|}$$

Écoulement de Stokes = si $Re \ll 1$ (la diffusion de \vec{p} domine la convection) et $N = Re \times St = \frac{\left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right|}{|\eta \Delta \vec{v}|} \ll 1$ (écoulement stationnaire), alors $\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} p = \eta \Delta \vec{v}$

Application : écoulement de Poiseuille et **loi de Poiseuille** (cylindre de rayon r , de longueur L , soumis à une différence de pression $\Delta P = P_e - P_s$, débit du fluide Q_V) $\Rightarrow \Delta P = R_h Q_V$ où $R_h = \frac{8\eta L}{\pi r^4}$ est la **résistance hydraulique** (analogie avec la loi d'Ohm, perte de charge du fluide par frottements visqueux).

- Notions de turbulence et de couche limite

Exemple de l'écoulement autour d'un cylindre : bas nombre de Reynolds $Re \Rightarrow$ écoulement **laminaire**; Re augmente \Rightarrow écoulement laminaire dans la **couche limite** autour du cylindre, **turbulent** autour

Transport convectif (**convection forcée**) : $d^2 N = \vec{j}_N \cdot dS dt$ avec $\vec{j}_N = n \vec{v}$

2.4.6 Couplage avec la chaleur, thermo-convection, applications

- Convection forcée

Temps caractéristique de diffusion de la chaleur : $T_{diff} Q = \frac{L^2}{D_{Th}}$ où $D_{Th} = \frac{\kappa}{\rho c_V}$ (voir 2.2.5)

Deux nombres adimensionnés pour caractériser la convection forcée :

→ nombre de **Peclet** : $Pe = \frac{T_{diff} Q}{T_{convection}} = \frac{UL}{D_{Th}}$ ($Pr \ll 1$ = la diffusion de la chaleur domine la convection)

→ nombre de Prandtl : $Pr = \frac{T_{diff} Q}{T_{diff} \vec{p}} = \frac{\nu}{D_{Th}}$ ($Pr \ll 1$ = peu d'effet de la vitesse de l'écoulement sur le profil de température)

- Convection naturelle, instabilité convective

Temps caractéristique de montée du fluide (Archimède) sous l'effet d'une différence de température $\Delta T = T(z_1) - T(z_2) > 0$ avec $z_2 - z_1 = h > 0$: $T_{montée}$ tel que $\rho \frac{h}{T_{montée}^2} = \delta \rho g = \alpha \rho \Delta T g$ où $\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$ est le coefficient de dilatation thermique

Nombre sans dimension pour caractériser la convection naturelle :

→ nombre de **Rayleigh** : $Ra = \frac{T_{diff} Q}{T_{montée}^2} = \frac{h^3 \alpha \Delta T g}{D_{Th} \nu}$ ($Pr \ll 1$ = la diffusion de la chaleur domine la convection)

Exemple : rouleaux de convection stationnaires dans une casserole, profils de $T(z)$ et $v(z)$

- pour $z < 0$, conduction dans le solide (métal de la casserole) : $j_Q^z = -\kappa_{solide} \frac{dT}{dz} \Big|_{z=0^-}$, $T(z=0) = T_p$

- pour $0 < z < \xi$ avec ξ l'épaisseur de la **couche limite laminaire**, conduction dans le fluide : $j_Q^z = -\kappa_{fluide} \frac{dT}{dz} \Big|_{z=0^+} = h(T_p - T_m)$ où $h = \frac{\kappa_{fluide}}{\xi}$ est le coefficient de transport convectif et $T(z=\xi) = T_m$

- pour $z > \xi$, écoulement turbulent \Rightarrow mélange et température homogène ($T = T_m$)

2.5 Transport dans un conducteur, conduction électrique

Quantité transportée : porteurs de charges (ici : électrons)

Modes de transport des charges : diffusion/conduction, entraînement par le champ électrique

2.5.1 Aspects microscopiques, conductivité électrique

Modèle de **Drude** (gaz classique d'électrons) \Rightarrow conductivité thermique $\kappa = \frac{1}{3} C_V v^2 \tau_{coll}$ avec $v^2 = \frac{3kT}{m}$ et $C_V = \frac{3}{2} nk$ ($\kappa = \frac{lnvk}{3}$ voir 2.2.1)

- Bilan de charges :

Flux total de charges par unité de surface : $\phi = \frac{1}{S} \frac{dq}{dt} = (-e)n \frac{dx}{dt}$ (proportionnel à la vitesse des charges)

Densité de courant électrique $\vec{j} = -ne \vec{v}$

- Expression de la conductivité électrique en fonction des paramètres microscopiques : $\vec{v} = -\frac{e\tau_{coll}}{m} \vec{E}$ (modèle de Drude) et $\vec{j} = -ne \vec{v} = \sigma \vec{E}$ (loi d'Ohm) d'où l'expression de la **conductivité électrique** $\sigma = \frac{ne^2 \tau_{coll}}{m}$

2.5.2 Loi d'Ohm

- Loi d'Ohm locale

Densité de courant électrique : $\vec{j} = -e \vec{j}_N$ où \vec{j}_N est la densité de courant de porteurs de charges (électrons), avec $d^2N = \vec{j}_N \cdot d\vec{S} \cdot dt$ (N nombre d'électrons) et $d^2q = \vec{j} \cdot d\vec{S} \cdot dt$ ($q = -eN$ charge électrique)

Loi d'Ohm locale : $\vec{j} = \sigma \vec{E} = -\sigma \overrightarrow{grad} V$ où σ est la conductivité électrique

- Potentiel électro-chimique : $\bar{\mu} = \mu(T, n) - eV$

Ecriture de la loi d'Ohm avec le **potentiel électro-chimique** : $\vec{j}_N = -\alpha \overrightarrow{grad} \bar{\mu}(\vec{r}, t)$ (voir 2.3.2)

\Rightarrow si T et n sont uniformes, $\vec{j} = -e \vec{j}_N = e^2 \alpha \vec{E}$ et $\sigma = e^2 \alpha$

Conditions de validité : hypothèses d'ETL ($\bar{\mu}(t)$ évolue lentement) et de linéarité (champ $\vec{E} = -\overrightarrow{grad} V$ n'est pas trop grand)

2.5.3 Conservation de la densité de charge

- Equation de conservation : $\frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0$ où $\rho = -en$ est la densité de charge électrique et n est la densité de porteurs de charges
- Mobilité : $\vec{j} = -ne \vec{v} = \sigma \vec{E}$ et $\vec{v} = \mu_D \vec{E}$ d'où $\sigma = -ne\mu_D$ avec $\mu_D =$ **mobilité de dérive** des électrons
- Relation d'Einstein, relation entre coefficient de diffusion et mobilité

$D = \alpha \frac{\partial \mu}{\partial n} \Big|_T$ (voir 2.3.2) et $\sigma = e^2 \alpha \Rightarrow D = -\frac{n}{e} \mu_D \frac{\partial \mu}{\partial n} \Big|_T$ soit, pour un gaz parfait classique : $D = \frac{kT}{-e} \mu_D$ (**relation d'Einstein** : proportionnalité entre le coefficient de diffusion D et la mobilité μ_D)

2.5.4 Coefficients cinétiques et coefficients de transport associés

Approche générale du transport (voir 1.3.2) $\Rightarrow \vec{j}_N = L_{NN} \overrightarrow{grad}(-\frac{\bar{\mu}}{T})$ avec $\bar{\mu} = \mu(T, n) - eV$ (potentiel électrochimique) d'où, si la température T et n sont uniformes, $\vec{j}_N = -\frac{e}{T} L_{NN} \vec{E}$ et $\vec{j} = \frac{e^2}{T} L_{NN} \vec{E} \Rightarrow \sigma = \frac{e^2}{T} L_{NN}$

2.5.5 Effets thermoélectriques

- Réponse linéaire (voir 1.3.2)

Présence d'un flux d'électrons (courant électrique) et d'un flux de chaleur dans un conducteur :

$$\begin{cases} \vec{j}_N = L_{NN} \overrightarrow{grad}(-\frac{\bar{\mu}}{T}) + L_{NU} \overrightarrow{grad}(\frac{1}{T}) \\ \vec{j}_U = L_{UN} \overrightarrow{grad}(-\frac{\bar{\mu}}{T}) + L_{UU} \overrightarrow{grad}(\frac{1}{T}) \end{cases} \text{ avec } \bar{\mu} = \mu(T(\vec{r})) - eV(\vec{r}) \text{ (potentiel électrochimique)}$$

Relations d'Onsager $\Rightarrow L_{NU} = L_{UN}$

Source d'entropie : $\sigma_S = \vec{j}_U \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \frac{1}{T} + \vec{j}_N \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \left(-\frac{\bar{\mu}}{T} \right)$

Changement de variables ($\vec{j}_N, \vec{j}_U \rightarrow \vec{j}_N, \vec{j}_Q^*$) : on introduit le flux de chaleur $\vec{j}_Q^* = T \vec{j}_S = \vec{j}_U - \bar{\mu} \vec{j}_N$, on a alors :

$$\sigma_S = \vec{j}_Q^* \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \frac{1}{T} - \frac{1}{T} \vec{j}_N \cdot \overrightarrow{\text{grad}} (\bar{\mu}) \text{ et } \begin{cases} \vec{j}_N = -L_{11} \frac{1}{T} \overrightarrow{\text{grad}} \bar{\mu} + L_{12} \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{1}{T} \right) \\ \vec{j}_Q^* = -L_{21} \frac{1}{T} \overrightarrow{\text{grad}} \bar{\mu} + L_{22} \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{1}{T} \right) \end{cases} \text{ avec } L_{12} = L_{21}$$

(Onsager)

- Conduction électrique isotherme, loi d'Ohm et effet Joule

Si T est uniforme, on a $\vec{j}_N = -L_{11} \frac{1}{T} \overrightarrow{\text{grad}} \bar{\mu}$ avec $\overrightarrow{\text{grad}} \bar{\mu} = e \vec{E}$ et on retrouve la **loi d'Ohm** : $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ avec $\sigma = \frac{e^2}{T} L_{11}$ où est la conductivité électrique.

Puissance volumique dissipée par effet Joule : $\left. \frac{dQ_{\text{vol}}}{dt} \right|_{\text{Joule}} = -\text{div } \vec{j}_U = \vec{j} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\sigma} j^2$ (toujours > 0)

Production d'entropie : $\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} = \frac{1}{\sigma T} j^2$

- Conduction thermique en circuit ouvert, loi de Fourier

En circuit ouvert, pas de flux de particules $\vec{j}_N = \vec{0}$ et on retrouve la **loi de Fourier** $\vec{j}_Q^* = -\kappa \overrightarrow{\text{grad}} T$ avec $\kappa = \frac{1}{T^2} \frac{L_{11} L_{22} - L_{12} L_{21}}{L_{11}}$ où est la conductivité thermique.

- Effet Seebeck, pouvoir thermoélectrique

En circuit ouvert, $\vec{j}_N = \vec{0} \Rightarrow$ apparition d'un gradient de température et d'un gradient de potentiel électrochimique tels que $\frac{1}{-e} \overrightarrow{\text{grad}} \bar{\mu} = -Q \overrightarrow{\text{grad}} T$ où $Q = \frac{1}{-eT} \frac{L_{12}}{L_{11}}$ est le **coefficient Seebeck** ou **pouvoir thermoélectrique** (en V.K^{-1} , $Q \neq 0$ si $L_{12} \neq 0$: effet croisé/indirect)

Observation expérimentale de l'effet Seebeck : apparition d'une différence de potentiel en circuit ouvert aux jonctions de deux conducteurs de pouvoirs thermoélectriques différents Q et Q' et de températures différentes T_1 et T_2 , $\Delta V = V_2 - V_1 = \int_{T_1}^{T_2} (Q' - Q) dT$

Applications : thermocouples, effet thermoélectrique

Remarque : $\vec{j}_Q^* = -\kappa \overrightarrow{\text{grad}} T - Q e T \vec{j}_N$ (terme de conduction thermique + terme de convection lié à l'entraînement des charges, $s_P = -Qe$ est l'entropie transportée par les porteurs de charges)

- Effet Peltier, coefficient Peltier

Si T est uniforme, le courant électrique \vec{j} s'accompagne d'un flux de chaleur \vec{j}_Q^* tel que $\vec{j}_Q^* = \Pi \vec{j}$ où $\Pi = \frac{1}{-e} \frac{L_{21}}{L_{11}}$ est le **coefficient Peltier** (en V , $\Pi \neq 0$ si $L_{21} \neq 0$: effet croisé/indirect)

Observation expérimentale de l'effet Peltier : absorption ou dégagement de chaleur à la jonction isotherme de deux conducteurs de coefficients Peltier différents Π et Π' , $\left. \frac{dQ}{dt} \right|_{\text{Peltier}} = (\Pi - \Pi') J$ (> 0 ou < 0 en fonction du sens du courant $J = S j$)

Applications : systèmes réfrigérants

Remarque : 2^{ème} **relation de Kelvin** : $\Pi = QT$ (relation entre les coefficients Seebeck et Peltier)

- Effet Thomson, coefficient Thomson

Si T n'est pas uniforme, $T(\vec{r}) \Rightarrow$ échanges de chaleur avec l'extérieur, puissance volumique dégagée l'extérieur $\mathcal{P} = \left. \frac{dQ_{vol}}{dt} \right|_{tot} = \left. \frac{dQ_{vol}}{dt} \right|_{conduction} + \left. \frac{dQ_{vol}}{dt} \right|_{Thomson} + \left. \frac{dQ_{vol}}{dt} \right|_{Joule}$ où le terme $\left. \frac{dQ_{vol}}{dt} \right|_{conduction} = \text{div}^2(\kappa \vec{\text{grad}} T)$ correspond à la **conduction thermique**, le terme $\left. \frac{dQ_{vol}}{dt} \right|_{Thomson} = -T \frac{\partial Q}{\partial T} \vec{j} \cdot \vec{\text{grad}} T$ correspond à l'**effet Thomson** et le terme $\left. \frac{dQ_{vol}}{dt} \right|_{Joule} = \frac{1}{\sigma} j^2$ correspond à l'**effet Joule**.

Effet Thomson : $\left. \frac{dQ_{vol}}{dt} \right|_{Thomson} = -\alpha_{Th} \vec{j} \cdot \vec{\text{grad}} T$ où $\alpha_{Th} = T \frac{\partial Q}{\partial T}$ est le coefficient Thomson, linéaire en \vec{j} , absorption ou dégagement de chaleur (> 0 ou < 0)

Remarque : 1^{ère} **relation de Kelvin** : $\alpha_{Th} = \frac{\partial \Pi}{\partial T} - Q$ (relation entre les coefficients Seebeck, Peltier et Thomson)

2.6 Récapitulatif

➤ Tableau des analogies entre phénomènes de transport

Bibliographie

- Physique statistique – B. Diu, C. Guthmann, D. Lederer, B. Roulet (Hermann 1997)
- Thermodynamique – B. Diu, C. Guthmann, D. Lederer, B. Roulet (Hermann 2007)
- Thermodynamique statistique, Equilibre et hors équilibre - M. Le Bellac, F. Mortessagne (Dunod 2001)
- Fundamentals of statistical and thermal physics - F. Reif (McGraw-Hill 1965)
- Au-delà de l'équilibre - C. Vidal, G. Dewel, P. Borckmans (Hermann 1994)
- Transferts thermiques, Introduction aux transferts d'énergie, 5e édition – J. Taine, F. Enguehard, E. Iacona (Dunod 2014)
- Transferts thermiques – J. Ouin (Casteilla 1998)
- Physique pour les sciences de la vie – A. Bouyssy, M. Davier, B. Gatty (Belin 1987)
- Transport Phenomena – R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot (John Wiley & Sons 1960)
- Hydrodynamique physique – E. Guyon, J-P. Hulin, L. Petit (EDP Sciences 2012)
- Ondes mécaniques et diffusion - C. Garing (Ellipses 1998)
- Dictionnaire de physique expérimentale tome 2 Thermo – L. Quaranta, J.M. Donnini (Pierron 2002)
- Dictionnaire de physique – R. Taillet, L. Villain, P. Fevbre (de Boeck 2018)
- Physique des solides – N.W. Ashcroft, N.D. Mermin (EDP Sciences 2002)
- La physique en applications – R. Carpentier, B. Dépret (Ellipses 2014)
- La physique par la pratique – B. Portelli, J. Barthes (H& K 2005)
- [+ Feynman, L Landau & E Lipschitz]
- + cours de Thierry Hocquet, Luc Mieussens (aspects statistiques), cours de Noëlle Pottier (hors équilibre), cours de Jean Bellissard (hors équilibre), cours de Sophie Mergui, Philippe Marty, Yves Jannot (transferts thermiques), cours de D. Flick (milieux continus), cours de Guillaume Penelet (viscothermie et acoustique)
- Livres de prépa*
- Toute la Thermodynamique et la mécanique des fluides - MPSI-PCSI, MP-PC-PSI – L. Bocquet, J.P. Faroux, J. Renault (Dunod 2002)
- Thermodynamique – M. Bertin, J.P. Faroux, J. Renault (Dunod 1998)
- HPrépa Thermodynamique 2ème Année – Brébec et al. (Hachette 2004)
- Physique Spé – H. Gié, J.P. Sarmant, S. Olivier, C. More (Tec & Doc 2000)
- Thermodynamique – J.P. Pérez (Dunod Masson 2001)
- Thermodynamique PC-PSI – N. Choimet (Bréal 2004)
- Thermodynamique, 1ère et 2ème année – S. Olivier, H. Gié (Tec& Doc Lavoisier 1998)
- Physique 1^{ère} année PCSI – P. Grécias, J-P. Migeon (Coll. Référence Prépas Tec& Doc Lavoisier 2009)
- Physique 2^{ème} année MP MP* - PT PT* – D. Augier, C. More (Coll. Référence Prépas Tec& Doc Lavoisier 2009)
- MP-MP* , PC-PC* - M.N. Sanz (Dunod)

1001 questions en prépa Physique – C. Garing (Ellipses 2013,2014)

BUPs

962 - Approche expérimentale de l'équation de diffusion – R. Mathevet (2014)

944 - Diffusion de charge électrique à une dimension – W. Toutain et al. (2012)

929(2) - Un exemple de diffusion en électrocinétique sur une chaîne RC – A. Deiber, F. Paviet-Salomon (2010)

929(2) - Transitoire thermique dans une barre calorifugée – C. Jai, R. Wunenburger (2010)

827 - Lampe à incandescence, corps noir, loi de Stefan et filtre passe-bas thermique – A. Deiber, O. Kemp, GRESEP (2000)

827 – Etude d'une lampe à incandescence – F. Durand (2000)

845 – Marches aléatoires – J. Roussel (2002)

819 – Mesure du coefficient de diffusion du glycérol dans l'eau – ENS Montrouge (1999)

550 – Propriétés électroniques des solides - A. Guinier et al. (1972)

930 – Transport et dessalement de l'eau de mer : aqueduc dessalinisateur solaire à gradient thermique – G. Olive (2011)

899(2) – Transport diffusionnel de l'ion permanganate à travers une pseudo-membrane organique – R.E Eastes, F. Daumarie-Vedrenne (2007)

849 (1) – Cellules électrochimiques : aspects thermodynamiques et cinétiques – D. Devilliers, E. Mahé (2002)

841(2) – Chronoampérométrie et transport de matière par diffusion – F. Maquere, C. Frappart (2002)

797 - Le transfert et le transport d'électron à l'échelle du nanomètre – J.P. Launay, C. Joachim (1997)

793 - Diffusion dans une membrane liquide – M. Burgard, M. Deluzarche (1997)

Sujets

2017 Composition 'Autour de la diffusion'

2013 Problème (électro-osmose)

2011 Problème (propagation dans les métaux)

2010 Composition (convection)

2008 Problème (conduction, effet Hall)

2007 Problème (magnétohydrodynamique, plasmas)

2004 Problème (conducteurs quantiques)

2002 Composition (transport)

Leçons 2018-2019

- 17. Rayonnement d'équilibre thermique. Corps noir.
- 18. Phénomènes de transport.
- 19. Bilans thermiques : flux conductifs, convectifs et radiatifs.
- 44. Capacités thermiques : description, interprétations microscopiques.
- ? 45. Paramagnétisme, ferromagnétisme : approximation du champ moyen.
- ? 46. Propriétés macroscopiques des corps ferromagnétiques.
- 47. Mécanismes de la conduction électrique dans les solides.
- 48. Phénomènes de résonance dans différents domaines de la physique.
- 49. Oscillateurs ; portraits de phase et non-linéarités.

Montages 2018-2019

- 5. Mesure de température.
- ? 17. Métaux.
- ? 18. Matériaux semi-conducteurs.
- ? 19. Effets capacitifs.
- 28. Instabilités et phénomènes non-linéaires.
- 31. Résonance.
- 32. Couplage des oscillateurs.
- 33. Régimes transitoires.
- 34. Phénomènes de transport.

Sites Internet

<https://cpinettes.u-cergy.fr/S3-Transport.html>

<http://www.agregation-physique.org/>

<http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/selections.php>

<http://www.physagreg.fr/>

<http://www.physagreg.fr/video.php>

<https://www.ph-suet.fr/agrégation/>

Site Labo FAST UPMC : http://www.fast.u-psud.fr/index_en.php

Videos et exemples

- Vidéos diffusion, mouvement brownien

<https://www.dailymotion.com/video/x8x1dn>

<https://www.youtube.com/watch?v=qGIDz20hvKs>

<https://www.youtube.com/watch?v=H7QsDs8ZRMI&feature=related>

- Convection

<https://www.youtube.com/watch?v=BVM5WZimH0Y>

https://www.youtube.com/watch?v=yt_K_bfKxTc&feature=related

<https://www.youtube.com/watch?v=0BdRaWFR2IM>

<https://www.youtube.com/watch?v=LPvn9qhVFbM&NR=1>

- Dialyse, membranes

<https://www.youtube.com/watch?v=2Th0PuORsWY>

- Chaleur, conduction

<https://www.youtube.com/watch?v=Fw-xwWI06dg&feature=related>

<https://www.youtube.com/watch?v=oWjDnNr5T6A&feature=related>

<https://www.youtube.com/watch?v=pDuJFJB190k>

<https://www.youtube.com/watch?v=V7MacKjb670&feature=related>

<https://www.youtube.com/watch?v=qeDZQ9-gsjY&feature=related>

<http://phymain.unisciel.fr/la-flamme-suspendue/>

<http://phymain.unisciel.fr/leau-est-un-mauvais-conducteur-thermique/>

- Rayonnement

<https://www.youtube.com/watch?v=gNa0zjtGmN8&index=4&list=PL5ni4iEf8Z6WaBn5WgIa03NUOrUDyvtvz>

- Compléments : convection en milieu poreux, magnetoconvection, geodynamo, réaction-diffusion

<https://www.youtube.com/watch?v=saaE9FRiZ5U>

https://www.youtube.com/watch?v=psxi_WZnkYg

<https://www.youtube.com/watch?v=9AVy9weN8Oo>

<https://www.youtube.com/watch?v=O5CXGTqbU8g>

<https://vimeo.com/187117379>

<https://www.youtube.com/watch?v=mr9nIifM0Y0>

<https://www.youtube.com/watch?v=gNGFtNt16Sk>

<https://www.youtube.com/watch?v=SJDcyyY01p4>

<https://www.youtube.com/watch?v=PnOy1fSxBdI>

- Simulations de systèmes d'EDP, turbulence, vorticité

<https://www.youtube.com/watch?v=AYUvo9kxAr4&list=PLsx0IxD0u9vJh68wkdTgyK8VtSELqdCoq&index=1>

https://www.youtube.com/watch?v=PUsQ_NgMl1w

<https://www.youtube.com/watch?v=6rPL-QkUFf8>

<https://www.youtube.com/watch?v=9MAs4yHeZyk>