

Oscillateurs

Sommaire

4.1 Oscillateur quasi-sinusoïdal	2
4.1.1 Principes généraux	2
4.1.2 Exemple de l'oscillateur à pont de Wien	3
4.2 Oscillateurs de relaxation	5
4.2.1 Généralités	5
4.2.2 Exemple	5

Questions de cours :

- Présenter la structure d'un oscillateur quasi-sinusoïdal, le critère de Barkhausen, et l'appliquer à l'oscillateur à pont de Wien (la structure pourra être donnée) pour trouver la condition et la fréquence d'oscillation.
- Présenter la structure d'un oscillateur de relaxation, donner le montage classique, présenter l'allure des signaux et déterminer la période de ces signaux.

Capacités exigibles du BO :

- Exprimer les conditions théoriques (gain et fréquence) d'auto-oscillation sinusoïdale d'un système linéaire bouclé.
- Analyser sur l'équation différentielle l'inégalité que doit vérifier le gain de l'amplificateur afin d'assurer le démarrage des oscillations.
- Interpréter le rôle des non linéarités dans la stabilisation de l'amplitude des oscillations.
- Réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal et mettre en évidence la distorsion harmonique des signaux par une analyse spectrale.
- Décrire les différentes séquences de fonctionnement d'un oscillateur de relaxation associant un intégrateur et un comparateur à hystérésis. Exprimer les conditions de basculement. Déterminer la période d'oscillation.
- Réaliser un oscillateur de relaxation et effectuer l'analyse spectrale des signaux générés.

Dans le chapitre E1, nous avons étudié les critères de stabilité pour les systèmes linéaires. Dans ce chapitre, nous allons exploiter l'instabilité afin de construire des oscillateurs, circuits qui oscillent spontanément à partir d'une source d'énergie continue. L'un des premiers oscillateurs de la sorte a été construit par Hewlett et Packard (HP), avec comme application les horloges d'ordinateur.

I. Oscillateur quasi-sinusoidal

I.1 Principes généraux

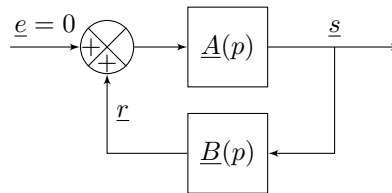
a) Structure



Manipulation

Effet Larsen avec un micro proche du HP. Panneau de config > Matériel et audio > Son > Enregistrement > Micro > Propriétés > cocher la case "écouter le périphérique"

* La structure principale d'un oscillateur comprend un amplificateur et un passe-bande, de schéma fonctionnel :



avec \underline{A} la fonction de transfert d'un amplificateur et \underline{B} celle d'un passe-bande. Notons quelques éléments importants :

- un tel système est capable, sous certaines conditions, de générer spontanément un signal oscillant, et même un signal quasi-sinusoidal ;
- il nécessite forcément une source d'énergie ;
- bien que l'amplificateur comme le passe-bande constituent généralement des systèmes linéaires stables, leur association dans une boucle de rétroaction peut permettre de le rendre instable.

b) Condition d'oscillation

* D'après la structure, on a la relation suivante :

$$\underline{s} = \underline{A} \cdot \underline{B} \underline{s} \quad (4.1)$$

c'est-à-dire que si on souhaite $\underline{s} \neq 0$, il faut vérifier le critère de Barkhausen :

Critère de Barkhausen

* Pour un oscillateur quasi-sinusoidal avec \underline{A} la fonction de transfert de la chaîne directe et \underline{B} celle de retour, il faut vérifier :

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = 1 \quad (4.2)$$

ce qui se traduit par deux équations :

- $|\underline{A} \cdot \underline{B}| = 1$;
- $\arg(\underline{A} \cdot \underline{B}) = 0$.

Pour faire le lien avec le chapitre E1, comme $\underline{s} = \underline{A}e + \underline{A} \cdot \underline{B}s$, la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(p) = \frac{\underline{s}}{e} = \frac{\underline{A}(p)}{1 - \underline{A}(p)\underline{B}(p)} \quad (4.3)$$

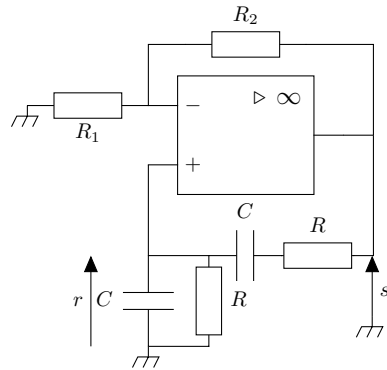
et les pôles de \underline{H} vérifient alors justement le critère de Barkhausen $\underline{A}(p)\underline{B}(p) = 1$. On est donc à la limite de stabilité.

I.2 Exemple de l'oscillateur à pont de Wien

a) Description

Manipulation

Réaliser l'oscillateur à pont de Wien et montrer le démarrage des oscillations en faisant varier la résistance R_2



Il est composé d'un amplificateur non inverseur réalisé à l'aide d'un ALI, et d'un pont de Wien, passe-bande de pulsation de coupure $\omega_c = 1/RC$ (l'entrée est en s , la sortie en r est rebouclée sur l'entrée non inverseuse de l'ALI).

b) Fonctions de transfert

Pour l'amplificateur non inverseur, $\underline{A} = \frac{s}{r} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ (cf. CHAP. E2).

Pour le pont de Wien, on regroupe les impédances en série et parallèle : $\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{Cp}$ et $1/\underline{Z}_2 = 1/R + Cp$. On a donc un pont diviseur de tension, avec

$$\underline{B} = \frac{r}{s} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{1}{1 + \underline{Z}_1/\underline{Z}_2} = \frac{1}{1 + (R + \frac{1}{Cp})(\frac{1}{R} + cp)} \quad (4.4)$$

soit en simplifiant :

$$\underline{B}(p) = \frac{1}{3 + \frac{1}{RCp} + Rcp} = \frac{1/3}{1 + 1/3 \left(\tau p + \frac{1}{\tau p} \right)} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (4.5)$$

en posant $\omega_0 = 1/\tau = 1/RC$, $Q = 1/3$ et $H_0 = 1/3$. C'est donc bien un passe-bande de pulsation centrale ω_0 et de facteur de qualité Q : le circuit est peu sélectif.

c) Condition d'oscillation

i) Critère de Barkhausen

Exercice

Appliquer le critère de Barkhausen pour déterminer la valeur de A et la pulsation des oscillations.

Appliquons le critère de Barkhausen :

$$\underline{AB} = 1 \iff \frac{\underline{AH}_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = 1 \iff \underline{AH}_0 = 1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (4.6)$$

soit en multipliant par $j\omega/\omega_0$ et en réarrangeant les termes :

$$j \frac{\omega}{\omega_0} (\underline{AH}_0 - 1) + Q \left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 \right) = 0 \quad (4.7)$$

conduisant à

$$\underline{A} = \frac{1}{H_0} = 3 \quad \text{et} \quad \omega = \omega_0 = \frac{1}{RC} \quad (4.8)$$

Un autre exemple d'oscillateur quasi-sinusoïdal a été rencontré en exercice au CHAP. E2, à l'aide d'un montage à résistance négative.

- * Le montage oscille donc à la pulsation caractéristique du passe-bande : c'est logique car c'est celle la moins atténuée par le filtre. On constate également que l'amplificateur, de gain 3, doit exactement compenser l'atténuation pour la pulsation ω_0 induite par le filtre passe-bande, de gain $1/3$. On trouve alors $R_2 = 2R_1$ pour réaliser expérimentalement l'instabilité.

ii) Équation différentielle et étude de stabilité



Exercice

Déterminer l'équation différentielle sur s en en déduire le comportement du système selon la valeur de A .

Afin de retrouver le critère d'instabilité, utilisons l'équation différentielle sur la sortie s :

$$\underline{s} = A B \underline{s} \iff s = \frac{A}{3 + j\omega\tau + \frac{1}{j\omega\tau}} \iff j\omega\tau A \underline{s} = \underline{s} (1 + 3j\omega\tau + (j\omega)^2\tau^2) \quad (4.9)$$

d'où en repassant en notations réelles, avec $\underline{A} = A = 1 + R_2/R_1$:

$$\tau^2 \frac{d^2 s}{dt^2} + (3 - A)\tau \frac{ds}{dt} + s = 0 \quad (4.10)$$

Ainsi, selon la valeur de A :

- si $A < 3$, le système est stable et quelle que soit la condition initiale $s(t) \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 0$;
- si $A > 3$, le système est instable, donc $s(t)$ diverge, en oscillant pour $\Delta < 0$ (c'est-à-dire pour $3 < A < 5$), et initialement sans osciller pour $\Delta > 0 \iff A > 5$ (mais avec la saturation de l'ALI, il se produira quand même des oscillations, cf. plus loin) ;
- si $A = 3$, on a l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique de pulsation $\omega_0 = 1/\tau$.

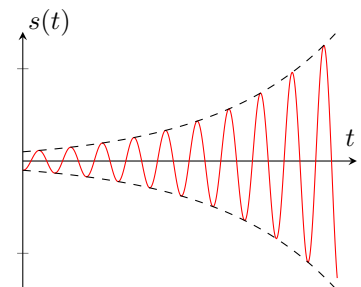
Cependant en pratique, on ne pas avoir exactement $A = 3$, et si $A < 3$ la solution tend vers 0. On prend donc A proche de 3 mais supérieur à 3 pour s'assurer d'obtenir des oscillations.

iii) Démarrage des oscillations

L'allure de $s(t)$ en cas d'instabilité est rappelée ci-contre et a déjà été rencontrée au CHAP. E1, .

Même si initialement $s(0) = 0$ et $\dot{s}(0) = 0$, les imperfections de l'ALI (tension de décalage par exemple) ou dans une moindre mesure des bruits électroniques ou signaux radios captés par les fils permettent le démarrage des oscillations.

Cependant, $s(t)$ finit par atteindre $\pm V_{\text{sat}}$, on sort donc du régime linéaire de l'ALI.



iv) Importance des non-linéarités

Le fait que l'ALI soit un composant non-linéaire va permettre justement d'obtenir un signal quasi-sinusoidal. En effet, si $s(t) = +V_{\text{sat}}$, $V_- = \frac{V_{\text{sat}}}{A} = \text{cste}$ et $V_+ > V_-$. Comme l'entrée du passe-bande est alors constante, $r(t) \rightarrow 0$, on retourne donc ensuite dans le domaine linéaire.

- * On peut montrer (calcul long et HP) que $r(t)$ change ensuite de signe et tend alors vers $-V_{\text{sat}}$, le même raisonnement peut s'appliquer et la non-linéarité permet de retourner en régime linéaire. Ainsi si $A > 3$ mais proche de 3, on obtient un signal quasi-sinusoidal. L'expérience réalisée en classe montre même qu'il est préférable de prendre $r(t)$ à $s(t)$, plus proche d'une sinusoïde puisque s a été partiellement filtré en sortie du passe-bande.

Cf. Fig. 1 Simulation

Notons qu'avec $A > 5$, l'allure de la sortie $s(t)$ se rapproche de celle d'un signal créneau, et la sortie du passe-bande est de plus en plus déformée.

Cf. Fig. 2 Simulation

- * On peut également observer le portrait de phase, à partir du démarrage des oscillations. Étant donné l'instabilité du système, on observe initialement une trajectoire en spirale croissante dans l'espace des phases. Dans un deuxième temps, le système se stabilise (régime permanent) et suit un cycle limite. On constate que plus la valeur de A augmente, plus on s'éloigne d'une ellipse en régime permanent.

Cf. Fig. 3 Simulation

- * Sur les portraits de phase précédents on observe les limites où l'on passe d'un comportement linéaire à non-linéaire de l'ALI (indiquées FIG. 3 via les droites verticales en pointillés). La transition s'effectue lorsque $r = \pm \frac{V_{\text{sat}}}{A}$. Ces droites sont appelées **commutatrices**.

v) Influence des non-linéarités sur le spectre

- * On l'a déjà vu au CHAP. E1, mais rappelons que les non-linéarités induisent nécessairement une **distorsion harmonique**, c'est-à-dire que le spectre du signal quasi-sinusoïdal n'est pas pur et possède des harmoniques. L'effet est d'autant plus marqué que l'amplificateur non inverseur est de gain élevé.

Cf. Fig. 4 Simulation

On constate également que la fréquence du signal diminue à mesure que le gain de l'amplificateur augmente, du fait du temps passé dans la zone non-linéaire, tandis que l'on peut vérifier expérimentalement que le signal à faible gain d'amplificateur a une fréquence de $f = \frac{1}{2\pi RC}$.

II. Oscillateurs de relaxation

II.1 Généralités

Un oscillateur de relaxation est un système générant des oscillations obtenues par augmentation continue d'une contrainte, puis relâchement de celle-ci. Une partie de l'énergie est ainsi évacuée, la contrainte croît à nouveau, etc. Citons par exemple :

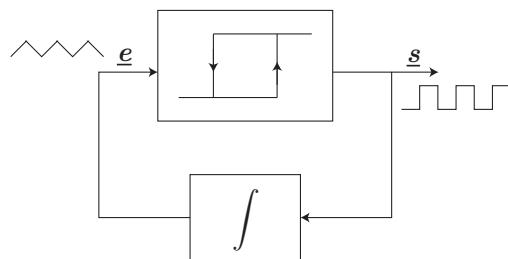
- le vase de Tantale, siphon qui s'enclenche à partir d'un certain niveau d'eau, se vide jusqu'à l'orifice, puis se remplit à nouveau ;
- le phénomène de slip-stick (par exemple avec une règle)



Manipulation

Réaliser les deux manipulations pré-citées.

Pour un oscillateur de relaxation électronique, le schéma fonctionnel est le suivant :



*

Il est composé généralement :

- d'un **comparateur à hystérésis** (réalisé à l'aide d'un ALI), tout comme le vase de Tantale, il faut pouvoir agir différemment selon deux niveaux, tout comme le vase de Tantale ;
- d'un **intégrateur** (intégrateur idéal à l'aide d'un ALI).

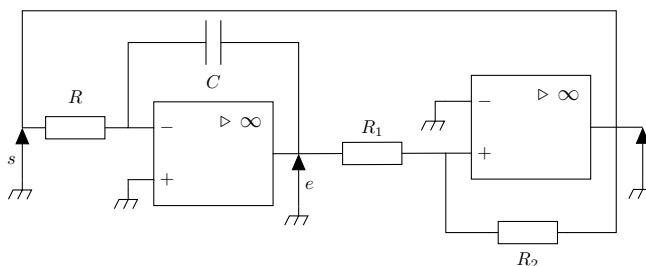
On appelle également ce type de système un **multivibrateur astable**.

II.2 Exemple

Ci-dessous est représenté le circuit utilisant un comparateur à hystérésis non inverseur et un intégrateur inverseur, les deux étant bouclés.

On peut utiliser un comparateur simple et en entrée un signal sinusoïdal, mais là n'est pas l'idée, on veut pouvoir se servir uniquement d'une source continue de tension, celle d'alimentation des ALI.

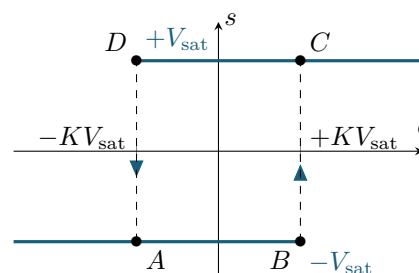
On peut aussi utiliser un circuit RC comme intégrateur, mais le résultat en sortie de l'intégrateur ne sera pas forcément une droite croissante mais des portions d'exponentielles, selon la fréquence des commutations du comparateur.



On peut également utiliser un comparateur à hystérésis inverseur, mais alors il faudra prendre un intégrateur non inverseur. En effet si le comparateur est inverseur, le basculement de $+V_{\text{sat}}$ à $-V_{\text{sat}}$ se fait lorsque e croît. Donc si initialement la sortie s est sur $+V_{\text{sat}}$, il faut que e soit une fonction croissante du temps pour espérer le basculement, donc l'intégrateur doit être non inverseur.

La caractéristique du comparateur à hystérésis non inverseur est rappelée ci-contre, dans le cas où l'entrée $-$ est à la masse.

La bascule s'effectue pour $e = \pm KV_{\text{sat}}$ avec $K = \frac{R_1}{R_2}$. L'intégrateur réalise quant à lui l'opération :



$$e(t) = e(t_0) - \frac{1}{RC} \int_{t_0}^t s(t) dt \quad (4.11)$$

Supposons qu'initialement on parte du point A, où $s = -V_{\text{sat}}$ et $e = -KV_{\text{sat}}$. Alors en sortie de l'intégrateur,

$$e(t) = -KV_{\text{sat}} - \frac{1}{RC} \int_0^t (-V_{\text{sat}}) dt = -KV_{\text{sat}} + V_{\text{sat}} \frac{t}{\tau} \quad (4.12)$$

c'est-à-dire que e est croissante. À l'instant t_1 (point B), $e = KV_{\text{sat}}$, soit $t_1 = 2K\tau$ et le comparateur bascule ($B \rightarrow C$), d'où $s(t_1^+) = +V_{\text{sat}}$.

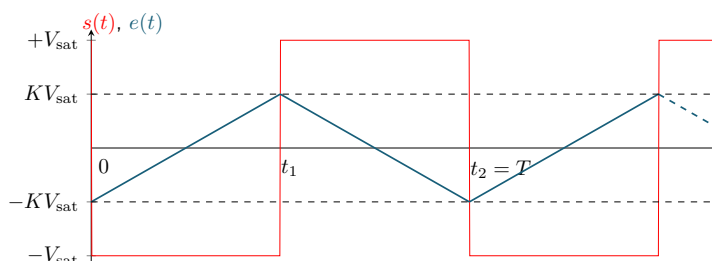
Par continuité de la tension aux bornes du condensateur, e est inchangé : $e(t_1^-) = e(t_1^+) = KV_{\text{sat}}$, on est au point C. Ensuite :

*

$$e(t) = e(t_1) - \frac{1}{\tau} \int_{t_1}^t V_{\text{sat}} dt = KV_{\text{sat}} - \frac{1}{\tau} V_{\text{sat}} (t - t_1) = 3KV_{\text{sat}} - V_{\text{sat}} \frac{t}{\tau} \quad (4.13)$$

e décroît, on parcourt CD, et à l'instant t_2 , $e(t_2) = -KV_{\text{sat}}$, c'est-à-dire pour $t_2 = 4K\tau = 4 \frac{R_1}{R_2} RC = T$. s bascule à $-V_{\text{sat}}$, on se retrouve en A. Le système est alors périodique, de période T .

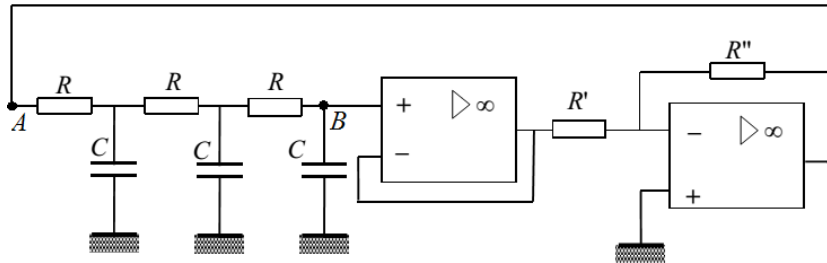
Les signaux e et s sont alors représentés ci-dessous : on génère un signal triangulaire en sortie de l'intégrateur, et en créneaux en sortie du comparateur.



On peut ensuite obtenir un signal sinusoïdal soit à l'aide d'un filtre passe-bande (dont la fréquence doit être réglée à la fréquence du signal triangulaire), ou utiliser un conformateur à diodes (composé de diodes et de résistances, transformant le signal triangulaire en une succession de segments s'approchant d'un sinus). C'est ce qui est utilisé dans les GBF analogiques, les GBF numériques utilisant une fonction sinusoïdale tabulée !

<http://subaru.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/electro/conforme.html>

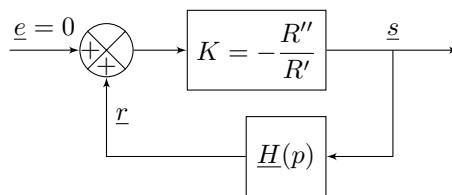
4.1 Oscillateur à réseau déphaseur



On donne la fonction de transfert du réseau à 3 cellules RC : $\underline{H}(p) = \frac{V_B}{V_A} = \frac{1}{1 + 6p\tau + 5p^2\tau^2 + p^3\tau^3}$, avec $\tau = RC$.

À quelle(s) condition(s) sur la valeur des composants le système est-il un oscillateur sinusoïdal ? Quelle est alors la pulsation des oscillations ?

Le circuit est équivalent à celui d'un oscillateur quasi-sinusoïdal, à ceci près qu'il boucle un amplificateur non inverseur à un passe-bas d'ordre 3 (plutôt qu'un passe-bande). On peut donc s'attendre à un signal assez peu sinusoïdal. Le schéma-bloc est représenté ci-dessous, sachant que le premier ALI joue le rôle de suiveur et permet donc la mise en série de deux blocs sans perturbations :



En appliquant le critère de Barkhausen, il vient :

$$\underline{H}K = 1 \iff \frac{K}{1 + 6j\omega\tau - 5\omega^2\tau^2 - j\omega^3\tau^3} = 1 \quad (4.14)$$

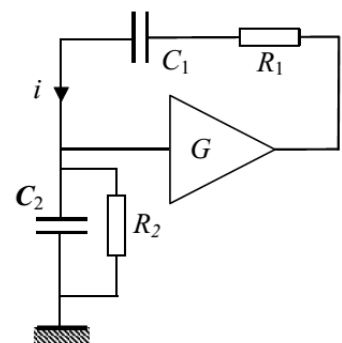
soit en séparant partie réelle et imaginaire :

$$5\omega^2\tau^2 + K - 1 + j\omega\tau(\omega^2\tau^2 - 6) = 0 \quad (4.15)$$

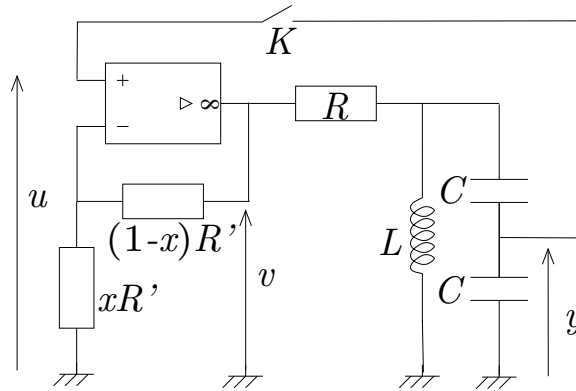
conduisant à $\omega = \frac{\sqrt{6}}{\tau}$ et $K = -29$, soit $R'' = 29R'$. Néanmoins notons qu'il s'agit d'un système du 3e ordre, donc le critère d'instabilité est plus complexe, nous n'avons ici cherché que la valeur des pôles et supposé qu'il y avait oscillation.

4.2 Oscillateur de courant

1. Le gain G est réalisé par un amplificateur d'impédance d'entrée infinie. Que peut-on en déduire sur son courant d'entrée ?
2. Quelle équation différentielle régit l'évolution du courant d'intensité $i(t)$?
3. Pour quelles valeurs de G le système oscille-t-il naturellement ?
4. Dans quel cas a-t-on des oscillations sinusoïdales ? On précisera leur fréquence.



4. 3 Oscillateur Colpitts pour émission radio-fréquence



On considère le montage de la figure ci-dessus utilisant un potentiomètre de résistance totale R' et de coefficient $0 \leq x \leq 1$, une résistance R , une inductance L , deux condensateurs de capacité C et un ALI considéré comme idéal et fonctionnant en régime linéaire.

1. Lorsque l'interrupteur K est ouvert, calculer en régime sinusoïdal de pulsation ω la fonction de transfert $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{y}}{\underline{u}}$. Montrer en particulier que H s'écrit sous la forme

$$\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\Omega} - \frac{\Omega}{\omega}\right)} \quad (4.16)$$

avec $H_0 = \frac{1}{2x}$, $Q = R\sqrt{\frac{C}{2L}}$ et $\Omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}$

2. En déduire l'équation différentielle liant $u(t)$ et $y(t)$ sous la forme $\ddot{y} + a\dot{y} + by = c\dot{u}$ où on exprimera les coefficients a , b et c en fonction de Ω , H_0 et Q .
3. On ferme l'interrupteur afin de boucler le système. Montrer que le circuit peut être le siège d'une tension y sinusoïdale pour une valeur particulière x_0 de x . Exprimer la pulsation ω_0 des oscillations en fonction de L et C .
4. En pratique, il est impossible de réaliser exactement la condition $x = x_0$. Observe-t-on l'apparition des oscillations pour x légèrement inférieur ou supérieur à x_0 ? Quel phénomène limite l'amplitude des oscillations?

1. L'ALI ne possède qu'une rétroaction négative, on peut supposer qu'il fonctionne en régime linéaire, où $V_+ = u = V_- = \frac{v/(1-x)R'}{1/(1-x)R' + 1/xR'} = xv$. D'autre part, on étudie la portion de droite du circuit :

$$\underline{V}_A = \frac{\frac{v}{R} + \underline{y}jC\omega}{\frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega} \quad \text{et} \quad \underline{V}_B = \frac{\underline{V}_A}{2} \quad (4.17)$$

En combinant ces équations, avec $\underline{V}_B = \underline{y}$ et $\underline{u} = x\underline{v}$, on aboutit à

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\frac{1}{2x}}{1 + \frac{R}{jL\omega} + \frac{jRC\omega}{2}} \quad (4.18)$$

d'où la forme canonique proposée en posant $H_0 = \frac{1}{2x}$, $Q = R\sqrt{\frac{C}{2L}}$ et $\Omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}$.

2. En multipliant en haut et en bas de la fonction de transfert par $\frac{j\omega}{Q\Omega}$, puis en séparant ce qui dépend de \underline{u} et y :

$$\left(1 + \frac{j\omega}{Q\Omega} + \frac{(j\omega)^2}{\Omega^2}\right)\underline{y} = \frac{j\omega}{Q\Omega}\underline{u} \quad (4.19)$$

soit après multiplication par Ω^2 et passage en notations réelles :

$$\ddot{y} + \frac{\Omega}{Q}\dot{y} + \Omega^2 y = \frac{H_0 \Omega}{Q} \dot{u} \quad (4.20)$$

3. En fermant l'interrupteur, on impose alors $u = w$, d'où :

$$\ddot{y} + \frac{\Omega}{Q}(1 - H_0)\dot{y} + \Omega^2 y = 0 \quad (4.21)$$

On obtient l'équation d'un oscillateur harmonique pour $H_0 = 1$, soit $x = x_0 = 1/2$.

4. Pour obtenir des oscillations, il faut nécessairement que l'on soit en régime instable, donc $1 - H_0 < 0$, soit $x < x_0$. L'instabilité fait que les oscillations sont d'amplitude de plus en plus importante, jusqu'à ce que $v = \pm V_{\text{sat}}$. Dans ce cas, l'ALI est en régime saturé, et en écrivant l'équation entre v et y en notation réelle, on a simplement :

$$\ddot{y} + \frac{\Omega}{Q}\dot{y} + \Omega^2 y = \frac{\Omega}{2Q} \dot{v} = 0 \quad (4.22)$$

c'est-à-dire une équation induisant un régime stable, et donc $y \rightarrow 0$. Ainsi on décroît, et on retourne ensuite dans un régime linéaire.

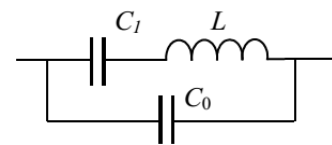
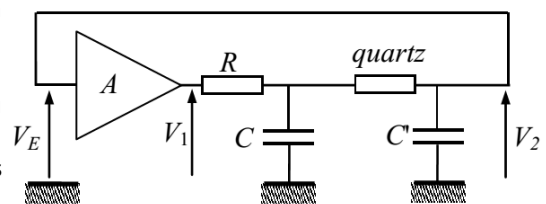
4. 4 Oscillateur à quartz

On considère le montage suivant, dans lequel le gain A est réalisé par un amplificateur de tension d'impédance d'entrée infinie. Il est réalisé par un montage à transistor qui présente un gain constant pour toutes les fréquences de travail. Soit $\underline{B}(p) = V_2(p)/V_1(p)$ la transmittance du reste du montage.

L'impédance \underline{Z} du quartz est purement réactive $\underline{Z} = jX_0$. Les impédances des condensateurs sont notées $\underline{Z}_C = jX$ et $\underline{Z}_{C'} = jX'$

1. En régime sinusoïdal, à quelle condition sur X , X' et X_0 , $\underline{B}(\omega)$ est-il réel ? Quelle est alors sa valeur B_0 en fonction de X et de X' ?

2. Le quartz est modélisé par le schéma ci-contre. $C_0 = 4,0 \cdot 10^{-12}$ F représente la capacité entre les deux armatures tenant le quartz, $L = 7,0 \cdot 10^{-2}$ H et $C_1 = 4,5 \cdot 10^{-14}$ F représentent les caractéristiques de vibration mécanique du quartz. Les valeurs numériques de ces impédances cinétiques sont donc inhabituelles.



Exprimer la réactance X_0 et la mettre sous la forme $X_0 = -\frac{1}{C_0 \omega} \frac{\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_2^2 - \omega^2}$ où on donnera les expressions de ω_1 et ω_2 .

Tracer X_0 en fonction de ω et préciser le comportement (capacitif ou inductif) du quartz.

3. Quelle est la condition d'oscillation ? Calculer la pulsation d'oscillation ω_0 et la mettre sous la forme suivante en explicitant α :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \alpha \omega_2^2}{1 + \alpha}} \quad (4.23)$$

Application numérique : pour $C = C' = 100$ nF puis $C = C' = 10$ nF puis $C = C' = 1$ nF. Conclusion ?

Calculer numériquement $\sigma = \frac{C}{\omega_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial C}$ pour $C = C' = 10$ nF. Conclusion ?

4. Comparer ω_0 à ω_1 et ω_2 . Expliquer pourquoi les quartz sont si répandus dans la fabrication des oscillateurs.

4. 5 Multivibrateur astable

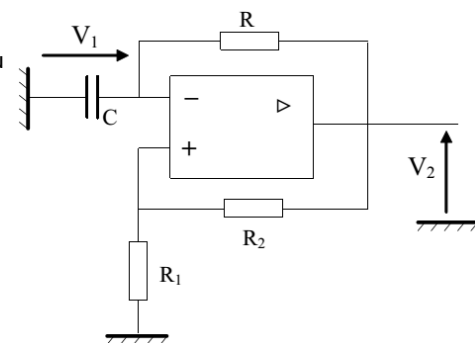
1. Identifier dans le montage ci-contre le bloc correspondant au comparateur à hystérésis.

2. Donner la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{V_1}{V_2}$ du deuxième bloc.

En déduire l'équation différentielle liant $V_1(t)$ à $V_2(t)$.

3. Décrire qualitativement l'évolution des tensions V_1 et V_2 .

4. Déterminer la période des oscillations.



1. Tout sauf R et C . L'entrée est V_1 , la sortie V_2 . Il s'agit d'un comparateur inverseur.
2. Comme $i_- = 0$, on a un pont diviseur :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \quad (4.24)$$

On a ainsi l'équation différentielle :

$$\tau \frac{dV_1}{dt} + V_1 = V_2 \quad (4.25)$$

en posant $\tau = RC$.

3. $V_2 = \pm V_{\text{sat}}$, selon la valeur de V_1 , d'après le cycle d'hystérésis. On aura alors pour V_1 , d'après l'équation différentielle, des portions d'exponentielle croissante ou décroissante.
4. Supposons qu'on parte à $t = 0$ de $V_2 = +V_{\text{sat}}$ et $V_1(0) = -KV_{\text{sat}}$ ($K = R_1/(R_1 + R_2)$) :

$$V_1(t) = Ae^{-t/\tau} + V_{\text{sat}} \quad \text{soit } V_1(t) = -(K+1)V_{\text{sat}}e^{-t/\tau} + V_{\text{sat}} \quad (4.26)$$

On bascule en $-V_{\text{sat}}$ lorsque $V_1(t_1) = +KV_{\text{sat}}$, c'est-à-dire pour

$$(K-1)V_{\text{sat}} = -(K+1)V_{\text{sat}}e^{-t_1/\tau} \iff t_1 = \tau \ln \left(\frac{1+K}{1-K} \right) \quad (4.27)$$

On peut refaire le raisonnement après ce basculement, on trouvera $t_2 = 2t_1 = T$, d'où une période

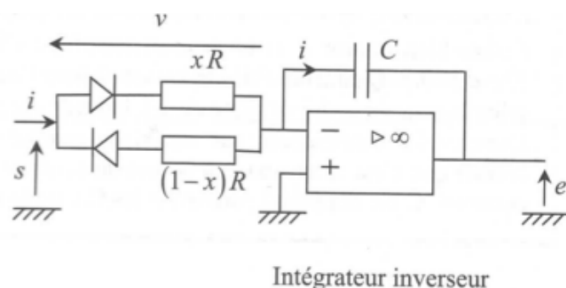
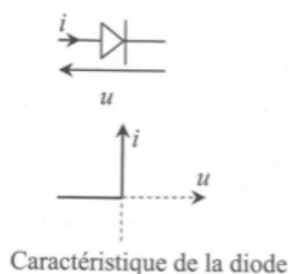
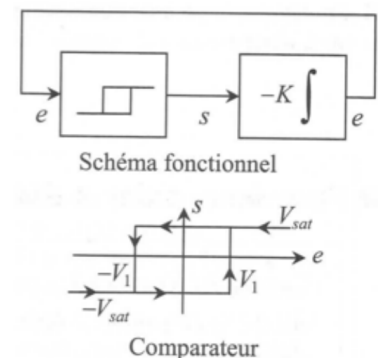
$$T = 2RC \ln \left(\frac{1+K}{1-K} \right) = 2RC \ln \left(1 + 2\frac{R_1}{R_2} \right) \quad (4.28)$$

4. 6 Génération de signaux rectangulaires à paramètres ajustables

On cherche à générer un signal rectangulaire dont on peut modifier la fréquence et le rapport cyclique. On utilise pour cela l'oscillateur astable dont le schéma-bloc est présenté ci-contre. Il est composé d'un système bouclé comprenant :

- un comparateur à hystérésis non-inverseur dont la caractéristique est donnée ci-contre et dont le seuil de basculement est donné par $V_1 = \frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}}$.
- d'un intégrateur inverseur.

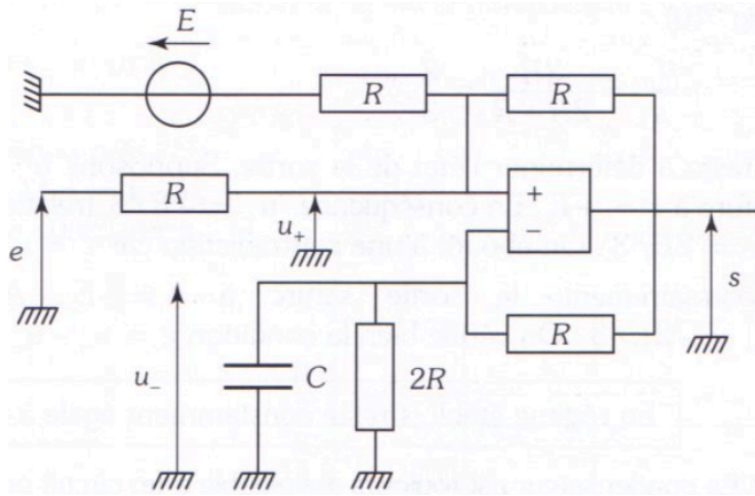
Un potentiomètre permet de régler la valeur des résistances xR et $(1-x)R$. On donne également la caractéristique d'une diode, qui contient 2 modes de fonctionnement : passante ($i > 0$ et $u = 0$) ou bloquée ($i = 0$ et $u < 0$).



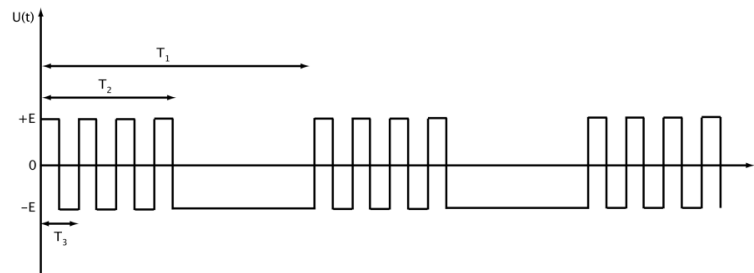
1. Représenter l'évolution de $e(t)$ et $s(t)$.
2. Calculer le rapport cyclique $\alpha = \tau/T$ de $s(t)$, avec τ la durée de l'état $+V_{\text{sat}}$ et T la période du signal.
3. Que proposez-vous afin que l'expérimentateur puisse régler indépendamment la fréquence f de l'oscillateur et le rapport cyclique ?

4. 7 Générateur de salves

On considère l'oscillateur ci-dessous, dont le but est de produire des salves d'oscillations, par exemple pour alimenter un émetteur à ultrasons. L'amplificateur opérationnel utilisé est idéal et fonctionne à tout instant en régime de saturation. Les tensions de saturation en sortie sont notées $+E$ et $-E$ ($E > 0$).



1. On suppose $e(t) = -E$. Montrer qu'en régime permanent la tension de sortie $s(t)$ conserve toujours une même valeur à déterminer.
2. On suppose $e(t) = +E$. Montrer qu'en régime permanent la tension de sortie $s(t)$ ne peut pas conserver toujours une même valeur. En déduire que $s(t)$ va osciller entre les valeurs $\pm E$.
3. On suppose $e(t) = +E$ et on étudie le régime transitoire de l'oscillateur. On suppose $u_-(0) = -\frac{E}{3}$ et $s(0) = +E$. Déterminer $u_-(t)$ et tracer les graphes de $u_-(t)$ et $s(t)$ sur une période T que l'on déterminera en fonction de $\tau = \frac{2}{3}RC$.
4. Comment choisir la tension de commande $e(t)$ pour engendrer un signal de sortie tel que celui de la figure ci-dessous ?



1. Calculons déjà les différentes relations liées à l'ALI :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_+ = \frac{\frac{e}{R} - \frac{E}{R} + \frac{s}{R}}{\frac{3}{R}} = \frac{1}{3}(e - E + s) \end{array} \right. \quad (4.29)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_- = \frac{\frac{s}{R}}{jC\omega + \frac{2}{R}} \iff \frac{2}{3}RC \frac{dV_-}{dt} + V_- = \frac{2}{3}s(t) \end{array} \right. \quad (4.30)$$

Si on suppose $e(t) = -E$, en régime permanent $V_+ = \frac{1}{3}(-2E + s)$ et $V_- = \frac{2}{3}s$. Testons s'il est possible que $V_+ < V_-$:

$$V_+ < V_- \iff -\frac{2}{3}E + \frac{1}{3}s < \frac{2}{3}s \iff s > -2E \quad (4.31)$$

possible car $V_+ < V_-$ implique $s = -E$. L'autre cas d'égalité n'est pas possible ($s < -2E$ tout en ayant $V_+ > V_-$ impliquant $s = +E > 0$).

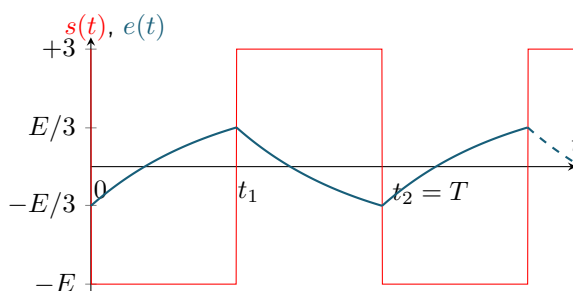
2. Si maintenant $e(t) = +E$, $V_+ = \frac{s}{3}$ et en régime permanent $V_- = \frac{2s}{3}$. Il y a donc un problème : si $V_+ > V_-$, on doit avoir $s = E$ mais l'inégalité conduit à $s < 0$, et inversement si $V_+ < V_-$. Il y a donc basculement et oscillation.
3. La résolution de l'équation différentielle conduit à

$$V_-(t) = \frac{2E}{3} - Ee^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4.32)$$

Le basculement à $s = -E$ se produit lorsque

$$V_+ < V_- \iff \frac{E}{3} < \frac{2E}{3} - \frac{E}{3}e^{-\frac{t}{\tau}} \iff t > \tau \ln 3 = t_1 \quad (4.33)$$

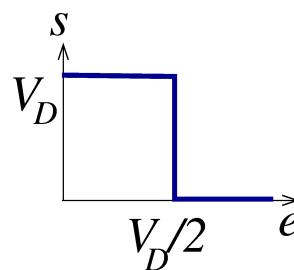
Dans un deuxième temps, $s(t) = -E$, $V_-(t_1^+) = \frac{E}{3}$, et la résolution conduit à $V_-(t) = -\frac{2E}{3} + Ee^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}}$, et un basculement pour $t_2 = 2\tau \ln 3 = T$. Le phénomène est bien périodique.



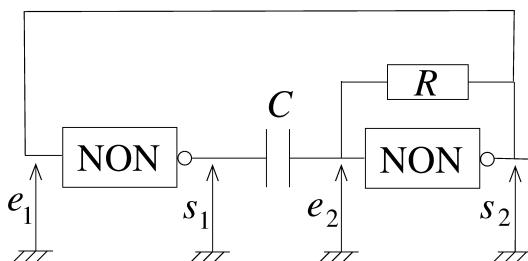
4. Si on choisit pour e un signal en crête (celui obtenu en sortie de l'exercice précédent !), de valeur $\pm E$, de période T_1 , de rapport cyclique $\alpha = \frac{T_2}{T_1}$, et $T_3 = T$, on obtiendra bien ce signal-là en sortie.

4. 8 Oscillateur numérique à portes logiques NON

Les portes logiques sont utilisées en électronique numérique. Elles donnent en sortie un signal binaire « 1 » ou « 0 » suivant la valeur de la tension d'entrée. Le « 1 » correspond à une tension $+V_D$ et le « 0 » à une tension nulle. Parmi ces portes logiques, la porte NON donne un signal s « opposé » au signal d'entrée e : si e est proche de sa valeur nulle, la sortie vaut V_D et si e est proche de V_D alors la sortie vaut 0. On idéalise la caractéristique (ci-contre) avec une séparation à $\frac{V_D}{2}$ pour e .



On réalise le montage ci-dessous avec 2 portes NON, une résistance R et un condensateur C . La résistance d'entrée de ces portes est supposée très grande, et l'impédance de sortie petite (courant de sortie non nul !).



1. On suppose qu'à $t = 0$, la porte 1 vient de basculer à $s_1 = 0$ et la porte 2 à $s_2 = V_D$. Décrire qualitativement l'évolution ultérieure de $s_1(t)$, $e_2(t)$ et $s_2(t)$.
2. Déterminer $s_1(t)$, $e_2(t)$ et $s_2(t)$ lors des 2 phases identifiées dans la question précédente, et en déduire la période de l'oscillateur ainsi obtenu.
3. Tracer l'allure de e_2 , s_1 et s_2 au cours du temps.