Nucléosynthèse

Commentaires, questions, doutes : joao.marques@ias.u-psud.fr

Caractéristiques des noyaux atomiques

Les noyaux atomiques sont constitués de deux types de particules (nucléons) : les protons (charge électrique +e, où e et la valeur absolue de la charge de l'électron) et les neutrons (charge électrique nulle). Les atomes ont une charge électrique nulle : ils ont donc autant de protons dans leurs noyaux que d'électrons au tour. Comme les caractéristiques chimiques des atomes sont déterminées par le nombre d'électrons, c'est le nombre de protons dans le noyau qu'identifient un atome. Ainsi, un noyau de carbone a 6 protons, un noyau d'oxygène a 8 protons. Le nombre de protons constitue le *nombre atomique* du noyau, Z. Comme la masse des neutrons est très proche de la masse des protons, la masse du noyau est proportionnel à son nombre de nucléons (protons + neutrons) : ce nombre constitue le *nombre de masse A*. Le nombre de neutrons est alors N = A - Z.

Un noyau avec nombre de masse A est noté AX , où X est le symbole chimique de l'élément. Comme tant le symbole chimique comme le nombre atomique Z identifient l'élément, nous n'avons pas besoin de expliciter Z. Par exemple, le noyau ${}^{14}C$ a 14 nucléons dont 6 protons (c'est le carbone) et 14-6=8 neutrons.

Les noyaux ont à peu près la même densité de nucléons. Cela veut dire que le volume occupé par un nucléon est le même dans tous les noyaux. Le volume d'un noyaux est alors proportionnel à son nombre de nucléons A. Son rayon vérifie

$$r = r_0 A^{1/3},\tag{1}$$

où $r_0 \simeq 1.3 \times 10^{-15}$ m.

Il y a un autre type de particules, insensibles au forces nucléaires : les leptons. Il y a deux types de leptons : les électrons, avec charge électrique -e, et les neutrinos, sans charge électrique. Comme les neutrinos n'interagissent que à travers la force faible, la matière est presque transparente pour eux.

Les neutrons et les protons peuvent se transformer les uns dans les autres. Cependant, certaines règles doivent être respectées :

- Conservation de la charge électrique ;
- Conservation du nombre de nucléons ;
- Conservations du nombre de leptons ;
- Conservation d'énergie (énergie en repos mc^2 + énergie cinétique);
- Conservation de la quantité de mouvement;
- Conservation de moment cinétique.

Chaque particule a une antiparticule correspondante, qui lui resemble en tout sauf en ce qui concerne la charge électrique : la charge d'une particule est l'opposée de la charge de l'antiparticule correspondante. Quelques exemples :

- L'antiproton \bar{p} a une charge -e, un proton p a une charge +e;
- Le positron e^+ (antielectron) a une charge +e, l'électron e^- a une charge -e.

Une caractéristique essentielle est que une particule et l'antiparticule correspondante s'annihilent quand elles se rencontrent, produisant des photons (aux énergies que nous étudions ici). Ceci explique qu'il y ait des antineutrinos \bar{v}_e qui n'ont pas de charge, tout comme les neutrinos v_e . Chaque nucléon compte +1 pour le nombre de nucléons, chaque antinucléon compte comme -1. La même règle s'applique pour le nombre de leptons : chaque lepton compte comme +1, chaque anti lepton compte -1. Exemple : la désintégration β du neutron $n \to p + e^- + \bar{v}_e$.

- Charge électrique q: avant, q = 0, après, q = +e + (-e) = 0.
- Nombre de nucléons : avant, $N_N = 1$, après $N_N = 1$.
- Nombre de leptons : avant, $N_L = 0$, après, $N_L = +1 + (-1) = 0$.
- Energie : Les neutrons ont une masse légèrement supérieur aux protons : $m_pc^2 = 938.23 \,\text{GeV}$ et $m_nc^2 = 939.57 \,\text{GeV}$. La masse des électrons est bien plus petite : $m_ec^2 = 0.511 \,\text{MeV}$, tandis que la masse des neutrinos est négligeable. L'énergie en repos après est inférieure à l'énergie en repos avant : la différence entre les deux est transformée en énergie cinétique des produits de la désintégration.

Cette désintégration vérifie donc les règles énoncées plus haut.

Les forces nucléaires

Les baryons sont des particules neutres par rapport à la force forte (qui est une force entre les quarks). Cependant, les nucléons peuvent échanger des *mesons* et ainsi interagir entre eux. La force qu'en résulte resemble un peu les forces de van der Waals entre les molécules : bien que les molécule soient électriquement neutres, elles interagissent. Le concept quantique de force est un peu différent du concept classique. Classiquement, il y a un champs produit par une particule auquel une autre particule réagit. Par exemple, considérons la force électrostatique exercée par un electron sur un autre. Le premier électron crée un champ électrique, au quel l'autre électron réagit. Dans le cadre de la théorie quantique des champs, par contre, les deux électrons interagissent en échangeant des particules (des *bosons de jauge*), des photons dans ce cas. O dit alors que les bosons de jauge transmettent l'interaction entre les deux particules. On peut montrer que le potentiel d'une interaction transmise par des bosons de jauge de masse *m* est de la forme

$$\phi(r) = K \frac{e^{-mcr/\hbar}}{r},\tag{2}$$

où K est une constante. Si la masse des bosons m=0, comme c'est le cas des photons qui transmettent l'interaction électromagnétique, nous avons

$$\phi(r) = K \frac{1}{r}.\tag{3}$$

Nous reconnaissons ici la forme du potentiel électrostatique. Il est clair que le terme en exponentiel présent dans le cas $m \neq 0$ fait que le potentiel décroisse plus rapidement que dans le cas m = 0. Une force transmise par des bosons massives a donc un rayon d'action court.

Quelles sont les mesons sont responsables par la transmissions des forces nucléaires? A des énergies relativement basses, ce sont les mesons de plus petite masse : les pions $(\pi^+, \pi^- \text{ et } \pi^0)$. Ce sont des particules de spin 0. On peut montrer que les forces transmises par des particules de spin pair sont des forces attractives ; les forces transmises par des particules de spin impair sont des forces répulsives. \(^1\) A basses énergies, les forces nucléaires sont donc attractives : ce sont les forces responsables par la cohésion des noyaux. A hautes énergies, d'autres mesons apparaissent, notamment des mesons de spin 1. La force nucléaire entre deux nucléons devient ainsi répulsive à courtes distances (voir Figure 1).

 C'est le cas de la force électromagnétique, transmise par des photons (spin 1). La force électromagnétique entre deux particules identiques est répulsive...

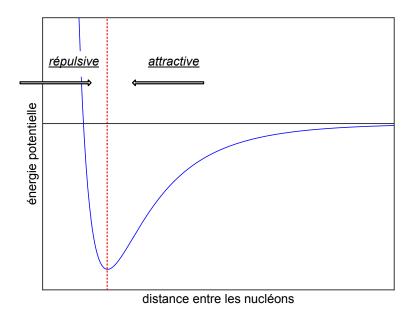


FIGURE 1: Energie potentielle pour l'interaction nucléaire entre deux nucléons. L'interaction est attractive à droite de la ligne rouge, et répulsive à courtes distances.

L'énergie de liaison

La masse d'un noyau est inférieure à la masse des nucléons constutuants. C'est à dire, pour un noyau ${}_{Z}^{A}X$,

$$m_{\rm X} < Zm_{\rm p} + (A - Z)m_{\rm n}. \tag{4}$$

La différence s'appelle l'excès de masse,

$$\Delta m_{\rm X} = Z m_{\rm p} + (A - Z) m_{\rm n} - m_{\rm X}. \tag{5}$$

L'énergie de liaison d'un noyau est l'énergie qu'il faut fournir au noyau pour séparer tous ses nucléons. L'énergie en repos d'un noyau X est $m_{\rm X}c^2$, et l'énergie en repos de ses nucléons (libres) est $(A-Z)m_{\rm n}c^2+Zm_{\rm p}c^2$. L'énergie de liaison B est alors la différence entre les deux

$$B = (A - Z)m_{\rm n}c^2 + Zm_{\rm p}c^2 - m_{\rm X}c^2.$$
 (6)

Nous voyons alors que l'excès de masse d'un noyau est du à l'énergie de liaison : $B = \Delta m_X c^2$.

Supposons maintenant que deux noyaux X et a réagissent pour former deux autres noyaux Y et b :

$$X + a \to Y + b. \tag{7}$$

Evidement le nombre total de nucléons ne change pas : $A_X + A_a = A_Y + A_b = A_{tot}$. Nous pous pouvons alors écrire, pour le bilan d'énergie,

$$A_{\rm X} m_{\rm p} c^2 - B_{\rm X} + A_{\rm a} m_{\rm p} c^2 - B_{\rm a} = A_{\rm Y} m_{\rm p} c^2 - B_{\rm Y} + A_{\rm b} m_{\rm p} c^2 - B_{\rm b} + Q, \quad (8)$$

où ${\it Q}$ est l'énergie produite par la réaction. Elle est donnée par

$$Q = B_{\rm Y} + B_{\rm b} - B_{\rm X} - B_{\rm a}. \tag{9}$$

L'énergie produite par la réaction est alors juste la difference entre l'énergie de liaison des noyaux finaux et l'énergie de liaison des noyaux initiaux. Si la différence est positive, la réaction produit de l'énergie, sinon elle absorb de l'énergie. Nous voyons que pour produire de l'énergie l'énergie de liaison doit augmenter après la réaction.

La Figure 2 montre l'énergie de liaison par nucléon en fonction du nombre de masse A. Nous remarquons que B/A est presque constante. Elle croit d'abord avec A jusqu'à attendre un maximum pour $A \simeq 56$ (Fe). Ensuite elle décroit avec A. Donc, les réactions qui produisent d'énergie sont les réactions que augmentent A quand A < 56 (des réactions de fusion) et les réaction qui diminuent A quand A > 56. Ce sont des réactions de fission d'éléments lourds (par exemple Uranium), ou des réactions de fusion d'éléments légers (comme l'hydrogène).

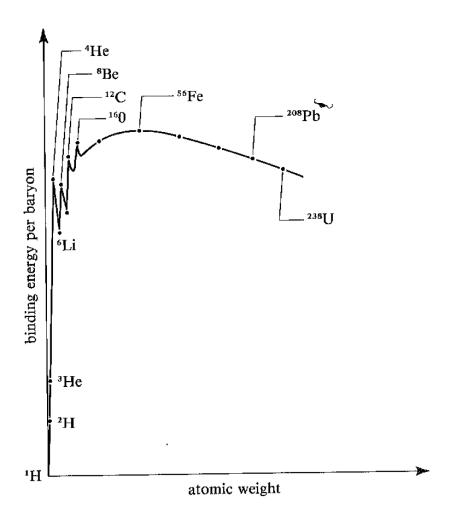


Figure 2: L'énergie de liaison par nucléon, B/A, en fonction de A. Cette quantité est maximale pour $A\sim 56$.

Le modèle de la goute liquide

En première approche, nous nous attendons à ce que l'énergie de liaison soit proportionnelle au nombre de pairs de nucléons (la force nucléaires traite les protons et les neutrons de la même façon) :

$$B \propto \frac{A(A-1)}{2}.\tag{10}$$

Cependant, nous avons vu le que rayon d'action de la force nucléaire est très court. Un nucléon interagit fortement juste avec ses voisins les plus proches. Le nombre de pairs de nucléons qu'interagissent est donc juste proportionnel à A, et l'énergie de liaison est, en première approximation,

$$B = a_{V}A, \tag{11}$$

où $a_{\rm V}$ est juste une constante.

L'équation (11) surestime B, car elle ne prend pas en compte le fait que les nucléons dans la surface du noyau ont moins de voisins. Les nucléons à la surface du noyaux contribuent moins pour l'énergie de liaison. Pour prendre en compte ce fait, sous retirons de l'équation (11) un terme proportionnel à la surface du noyau ($\sim r^2$). Utilisant le rayon donné par (), nous avons alors

$$B = a_{\rm V}A - a_{\rm S}A^{2/3},\tag{12}$$

où as est une autre constante.

Les protons ont une contribution électrostatique pour l'énergie de liaison. Comme ils ont une charge positive, ils se repoussent. La contribution électrostatique des protons est proportionnelle au nombre de pairs de protons, divisée par le rayon du noyau (comme l'énergie potentielle électrostatique d'une sphère chargée en volume!). Elle est négative, car elle diminue l'énergie de liaison. Avec ce nouveau terme, nous écrivons

$$B = a_{\rm V}A - a_{\rm S}A^{2/3} - a_{\rm C}\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}.$$
 (13)

Le dernier effet que nous allons prendre en compte est un effet de symétrie entre nombre de protons et nombre de neutrons. Les protons et les neutrons étant des fermions, il ne peut pas en avoir plus que deux (un avec spin positif, l'autre avec spin négatif) par état quantique. Il est alors énergetiquement favorable d'avoir un nombre égal de protons et de neutrons comme montré dans la Figure 3.

L'énergie de liaison dans ce modèle semi-empirique est alors donnée par

$$B = a_{\rm V}A - a_{\rm S}A^{2/3} - a_{\rm C}\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_{\rm Sy}\frac{(A-2Z)^2}{A}.$$
 (14)

Le premier terme (en a_V) est le terme de volume, le second (en a_S) est le terme de surface, le terme en a_C est le terme de Coulomb et le terme en a_{Sy} est le terme de symétrie.

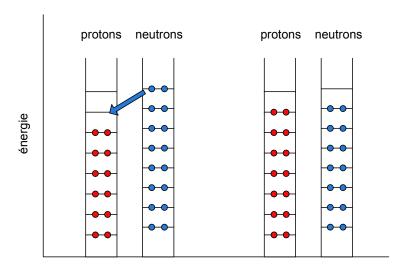


FIGURE 3: Niveaux d'énergie occupés par des protons et des neutrons dans un noyaux. A gauche, le noyaux n'a pas le même nombre de protons et de neutrons. La conversion de deux neutrons en protons permet que ces deux nouveaux protons occupent des niveaux de plus basse énergie (à droite dans la Figure). L'état montré à droite, avec le même nombre de protons et de neutrons, est donc energetiquement favorable.

L'énergie de liaison par nucléon, B/A, est donnée par

$$\frac{B}{A} = a_{\rm V} - a_{\rm S} A^{-1/3} - a_{\rm C} Z(Z-1) A^{-4/3} - a_{\rm Sy} (A-2Z)^2 A^{-2}.$$
 (15)

La courbe représentée dans la Figure 2 peut maintenant être interprétée avec l'aide de l'équation (15). Le fait qu'elle est presque constante est représenté par le terme constant a_V . Pour A < 56, le terme de surface devient moins important (la fraction de nucléons à la surface décroit), ce que fait augmenter B/A. Pour A > 56, le terme de Coulomb domine le terme de surface. La répulsion électrostatique entre les protons rend le noyau plus instable, avec un B/A plus petit.

Taux de réactions nucléaires

Nous allons étudier une réaction de fusion

$$X + a \to Y + b. \tag{16}$$

Les noyaux *X* et *a* ont bien sûr une charge positive. Comme la force nucléaire a un court rayon d'action, les noyaux sentent juste la répulsion électrostatique a grande distance. Pour qu'ils "collent" il faut qu'ils s'approchent assez pour que la force nucléaire domine la répulsion électrostatique. Nous pouvons aussi raisonner en termes d'énergie. A grande distance, l'énergie potentielle électrostatique est la seule source d'énergie potentielle. A courtes distances l'énergie potentielle de la force forte domine : elle a la forme montrée dans la

Figure 1. L'énergie potentielle totale (électrostatique + nucléaire) est montrée dans la Figure 4.

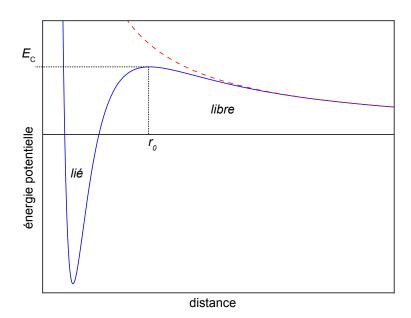


FIGURE 4: Energie potentielle totale (nucléaire + électrostatique) pour l'interaction nucléaire entre deux noyaux. La ligne rouge représente l'énergie potentielle électrostatique, la ligne bleue l'énergie potentielle totale. Les quantités E_C et r_0 répresentent l'hauteur de la barrière de Coulomb et la rayon du maximum, respectivement.

Nous remarquons qu'il y a une barrière de potentiel à dépasser pour achever la fusion des noyaux : la barrière de Coulomb. Si l'énergie cinétique du noyau "projectile" est inférieure à $E_{\rm C}$ (l'hauteur de la barrière de Coulomb), la réaction n'est pas possible. Nous appellerons X la cible, et a le "projectile". Evidement, ces définitions sont parfaitement arbitraires : nous aurions pu appeler X le projectile et a la cible. De même, Y est le produit de la réaction et b juste une (ou plus) particule qui produite avec.

Nous allons maintenant estimer la fraction de nucléons a qui ont un énergie cinétique supérieure à $E_{\rm C}$.

Les noyaux X et a ont un rayon $r_0A_X^{1/3}$ et $r_0A_a^{1/3}$. Quand ils sont "collés" leurs centres sont distants de $r_0\left(A_X^{1/3}+A_a^{1/3}\right)$. L'énergie potentielle électrostatique (égale à l'hauteur de la barrière de Coulomb) est alors

$$E_{\rm C} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Z_X Z_a e^2}{r_0 \left(A_X^{1/3} + A_a^{1/3} \right)}.$$
 (17)

Remplaçant les constantes par leurs valeurs,

$$E_{\rm C} = 1.4 \frac{Z_X Z_a}{A_X^{1/3} + A_a^{1/3}} \,\text{MeV}.$$
 (18)

Calculons maintenant le nombre de nucléons qui ont une énergie cinétique supérieure à $E_{\rm C}$. Le nombre de nucléons par unité de volume avec énergie

cinétique entre E et $E+\mathrm{d}E$ est noté n(E), et donné par la distribution de Maxwell-Boltzmann :

$$n(E) = \frac{2n}{(k_{\rm B}T)^{3/2}} \sqrt{\frac{E}{\pi}} e^{-E/k_{\rm B}T},$$
(19)

où n est le nombre total par unité de volume, T est la température, et $k_{\rm B}$ est la constante de Boltzmann. Le nombre de particules par unité de volume avec $E > E_{\rm C}$ est alors donné par

$$n(E > E_{\rm C}) = \int_{E_{\rm C}}^{\infty} n(E) \, \mathrm{d}E. \tag{20}$$

Pour une barrière de Coulomb de 1 MeV et des conditions typiques du centre du Soleil ($P = 1.5 \times 10^{16} \, \text{Pa}$, $T = 1.4 \times 10^7 \, \text{K}$ et $n = 7.8 \times 10^{31} \, \text{m}^{-3}$),

$$n(E > E_{\rm C}) = 6 \times 10^{-251} n = 5 \times 10^{-216} \,\mathrm{m}^{-3}.$$
 (21)

C'est un nombre extraordinairement petit! Ce qu'il nous dit c'est que les réactions nucléaires sont impossibles dans le centre du Soleil... Au moins classiquement. La solution de ce problème se trouve dans la mécanique quantique.

La mécanique quantique montre que une barrière de potentiel peut être pénétrée même dans les cas où c'est classiquement impossible, c'est à dire, quand l'énergie cinétique de la particule est inférieure à l'hauteur de la barrière. Dans ce cas, dans la limite $E << E_{\rm C}$ (barrière épaisse), la probabilité de pénétration de la barrière de Coulomb est donnée par

$$P_{\rm b} = e^{-2\pi\eta},\tag{22}$$

où η est donnée par

$$\eta = \frac{Z_X Z_a e^2}{\hbar v} = \frac{b}{2\pi\sqrt{E}},\tag{23}$$

où v est la vitesse du noyau projectile. On peut montrer que

$$b = 2\pi \frac{Z_X Z_a e^2}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{2}}. (24)$$

La probabilité $P_{\rm b}$ peut alors s'ecrire aussi comme

$$P_b = e^{-b/\sqrt{E}}. (25)$$

Nous remarquons que P_b est une fonction croissante de E, et que $\lim_{E\to 0} P_b = 0$ et $\lim_{E\to \infty} P_b = 1$.

La probabilité P_{reac} d'avoir la réaction $X+a\to Y+b$ est le produit de la probabilité de pénétrer la barrière P_{b} avec la probabilité P_c que les noyaux se "collent":

$$P_{\text{reac}} = P_{\text{b}}P_{\text{c}}.\tag{26}$$

Cette dernière est proportionnelle à la section efficace pour la réaction, $P_{\text{reac}} \propto \sigma_{X \to Y}$. Elle peut s'exprimer comme

$$\sigma_{X \to Y} \propto P_c e^{-b/\sqrt{E}} \propto \pi \lambda^2 e^{-b/\sqrt{E}},$$
 (27)

où \hbar^2 est la longueur d'onde de Broglie, $\hbar = \hbar/mv$ avec v la vitesse. Le facteur $\pi \hbar^2$ exprime le fait que le noyau peut se trouver dans un volume de rayon \hbar du fait de la dualité onde-particule (sa position n'est pas mieux définie que \hbar). Nous avons

$$\lambda = \frac{\hbar}{mv} = \frac{\hbar}{\sqrt{2mE}},\tag{28}$$

et le facteur $\pi \lambda^2 \propto 1/E$. Nous pouvons regrouper toutes les constantes présentes dans l'équation (27) dans un facteur S, obtenant

$$\sigma_{X \to Y}(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-b/\sqrt{E}}.$$
 (29)

Par construction, le facteur S(E) dépend faiblement de l'énergie.

Nous sommes maintenant en mesure de calculer le taux de réactions nucléaires, $r_{X \to Y}$, pour la réaction $X + a \to Y + b$, définie comme le nombre de réactions par unité de volume par unité de temps.

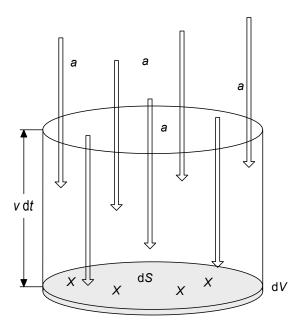


FIGURE 5: Schéma représentant un flux de noyaux a qui frappent une surface dS (volume dV) contenant des noyaux X.

Supposons que les noyaux projectiles a frappent une surface avec une petite épaisseur (volume $\mathrm{d}V$, surface $\mathrm{d}S$) contenant des noyaux cible X (voir Figure 5). Le nombre de a avec une énergie entre E et $E+\mathrm{d}E$ qui va frapper la surface $\mathrm{d}S$ pendant un temps $\mathrm{d}t$ va être le nombre de a avec énergie entre

E et $E+\mathrm{d}E$ présents dans le volume $=v\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}S$, où $v=\sqrt{2E/m}$ est la vitesse des a avec énergie E. Si le nombre de a par unité de volume avec énergie entre E et $E+\mathrm{d}E$ est $n_a(E)\mathrm{d}E$, alors le nombre de a qui va frapper la surface dS pendant un temps dt est $n_a(E)v\,\mathrm{d}E$ d $t\,\mathrm{d}S$. Le nombre de X dans la cible est juste $N_X=n_X\mathrm{d}V$. Par définition, la fraction de a qui vont réagir avec X est donnée par $f=\Sigma(E)/\mathrm{d}S$, où Σ est la section efficace totale $\Sigma(E)=N_X\sigma_{X\to Y}(E)=n_X\mathrm{d}V\sigma_{X\to Y}(E)$. Remplaçant dans f, nous avons

$$f = \frac{n_X dV \sigma_{X \to Y}(E)}{dS}.$$
 (30)

Le nombre de a qui vont réagir avec X pendant un temps dt est juste le produit de f avec le nombre de a qui va frapper la surface dS pendant un temps dt. Il est donné par

$$\frac{n_X dV \sigma_{X \to Y}(E)}{dS} n_a(E) v dE dt dS = n_X n_a(E) v \sigma_{X \to Y}(E) dE dt dV.$$
 (31)

Nous avons défini le taux de réaction comme le nombre de réactions par unité de volume par unité de temps : c'est juste la quantité dans (31) divisée par dV et par dt. Alors, prenant en compte toutes les énergies possibles E,

$$r_{X\to Y} = \int_0^\infty n_X n_a(E) v \sigma_{X\to Y}(E) \, \mathrm{d}E. \tag{32}$$

Les noyaux a suivent une distribution de Maxwell-Boltzmann :

$$n_a(E) = \frac{2n_a}{(k_{\rm B}T)^{3/2}} \sqrt{\frac{E}{\pi}} e^{-E/k_{\rm B}T},$$
 (33)

la vitesse des a est juste $v = \sqrt{2E/m_a}$, et la section efficace $\sigma_{X \to Y}$ est donnée par (27). Remplaçant dans (32), nous obtenons :

$$r_{X\to Y} = n_a n_X \sqrt{\frac{2}{\pi m_a}} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty S(E) e^{-E/k_B T} e^{-b/\sqrt{E}} dE.$$
 (34)

L'intégrant dans (34) est le produit de deux exponentielles : une qui décroit fortement avec l'énergie $(e^{-E/k_{\rm B}T})$, l'autre qui augmente fortement $(e^{-b/\sqrt{E}})$. La Figure 6 montre l'intégrant dans l'équation (27).

Nous voyons que la contribution plus importante pour l'intégrale est concentré au tour d'une énergie E_0 où les deux exponentielles ont une valeur non négligeable : c'est le pic de Gamow. L'intégrale est alors proportionnelle à l'hauteur du pic et à sa largeur ΔE_0 (voir Figure 6). L'énergie E_0 du centre du pic de Gamow est donc l'énergie typique à la quelle se effectuent les réactions nucléaires dans les étoiles à une température donnée. Nous remarquons que cette énergie est bien supérieure à l'énergie thermique moyenne des particules à la même température. Il y a donc une petite fraction de particules qui ont une énergie de l'ordre de E_0 ; ceci explique le faible taux de production d'énergie nucléaire dans les étoiles.

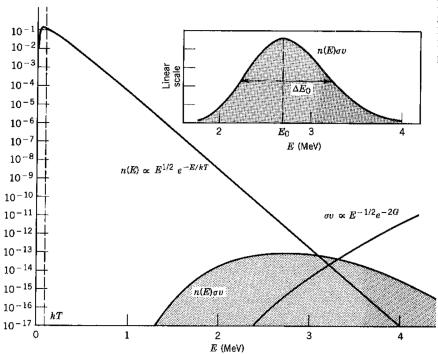


FIGURE 6: Le pic de Gamow. La ligne de gauche dans le panneau principal représente la distribution de Maxwell-Boltzmann, la ligne de droite représente la probabilité de pénétration de la barrière de Coulomb.

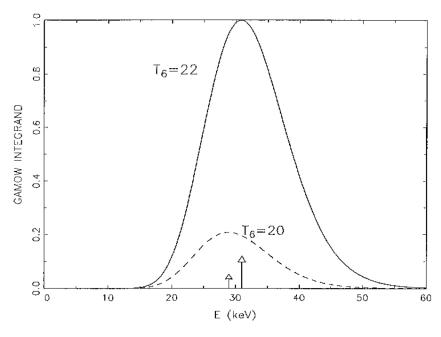


FIGURE 7: Le pic de Gamow pour deux températures différentes ($T_6=10^{-6}~{\rm K}^{-1}~T$: c'est la température en MK). Nous remarquons que le pic de Gamow se déplace vers des énergies (légèrement) plus élevées. Par contre, l'hauteur du pic de Gamow dépend très fortement de la température.

La Figure 7 montre le pic de Gamow à deux températures différentes mais proches : $T=20\times 10^6~{\rm K}$ et $T=22\times 10^6~{\rm K}$. Nous remarquons que l'hauteur du pic de Gamow (et donc le taux de réactions nucléaires) est extrêmement sensible à la température.

Une fois que nous avons $r_{X\to Y}$ (le nombre de réactions nucléaires par unité de temps par unité de volume), nous pouvons calculer facilement le taux de production d'énergie. Soit Q l'énergie produite par réaction. Elle est évidement donnée par la différence entre les mc^2 des produits de la réactions et des noyaux initiaux :

$$Q_{X\to Y} = m_X c^2 + m_a c^2 - m_Y c^2 - m_b c^2.$$
 (35)

L'énergie produite par unité de temps par unité de volume est : $\epsilon_{X \to Y} = Q_{X \to Y} r_{X \to Y}$. Nous avons défini le taux de production d'énergie nucléaire ϵ comme l'énergie produite par unité de masse par unité de temps. Alors,

$$\varepsilon_{X \to Y} = \frac{\epsilon_{X \to Y}}{\rho}.\tag{36}$$

Cet exercice nous a montré deux choses :

- L'inefficacité de la production d'énergie nucléaire;
- L'extrême sensibilité du taux de réactions nucléaires envers la température.

Les phases principales de la nucléosynthèse stellaire

Les réactions nucléaires se font dans plusieurs étapes. Les carburants de chaque phase sont les cendres des phases précédentes.

Brulage d'hydrogène

La première phase est naturellement la combustion d'hydrogène. C'est l'élément plus léger et abondant. Comme sa barrière de Coulomb est la plus baisse, la fusion d'hydrogène a la température d'ignition la plus baisse. Nous pouvons résumer les réaction de fusion d'hydrogène de la façon suivante : $4^1 \text{H} \rightarrow {}^4 \text{He} + 2 e^+ + 2 \nu_e$. La fusion de l'hydrogène se fait à travers deux processus :

- Les chaines PP, qui dominent pour $T < 20 \times 10^6 \,\mathrm{K}$;
- Les cycles CNO, qui dominent pour $T > 20 \times 10^6$ K.

Les chaines PP

Il y en a trois : PPI, PPII et PPIII. Le nom PP vient de proton-proton. En effet, ces chaines concernent l'absorption successive de protons, en commençant avec un. La chaine PPI est la plus importante :

$${}^{1}H + {}^{1}H \rightarrow {}^{2}H + e^{+} + \nu_{e}$$

$${}^{2}H + {}^{1}H \rightarrow {}^{3}He + \gamma$$

$${}^{3}He + {}^{3}He \rightarrow {}^{4}He + 2{}^{1}H.$$
(37)

Le taux de réactions nucléaires peut s'exprimer comme

$$\varepsilon_{\rm PP}(\rho, T) \sim \rho T^{\alpha},$$
 (38)

avec $\alpha \sim 4-5$.

Les chaines CNO

Les chaines CNO utilisent les éléments C, N et O comme éléments intermédiaires pour produire ${}^4\text{He}$ à partir d'hydrogène. Nous pouvons résumer ces réactions comme ${}^{12}\text{C} + 4{}^{1}\text{H} \rightarrow {}^{12}\text{C} + {}^4\text{He} + 2e^+ + 2\nu_e$. Voici comment ça se passe :

$${}^{12}C + {}^{1}H \rightarrow {}^{13}N + \gamma$$

$${}^{13}N \rightarrow {}^{13}C + e^{+} + \nu_{e}$$

$${}^{13}C + {}^{1}H \rightarrow {}^{14}N + \gamma$$

$${}^{14}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{15}O + \gamma$$

$${}^{15}O \rightarrow {}^{15}N + e^{+} + \nu_{e}$$

$${}^{15}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{12}C + {}^{4}He. \tag{39}$$

Le taux de réactions nucléaires peut s'exprimer comme

$$\varepsilon_{\text{CNO}}(\rho, T) \sim \rho T^{\alpha},$$
 (40)

avec $\alpha \sim 16-17$. Les barrières de Coulomb pour ces réactions étant plus élevées, la température d'ignition du cycle CNO est plus élevé. Cependant, nous remarquons ε_{CNO} dépend fortement de la température. Les étoiles plus massives, avec une température centrale plus élevé, brulent l'hydrogène à travers les cycles CNO. Les étoiles moins massives (comme le Soleil) utilisent plutôt les chaines PP.

Brulage d'hélium

Une fois l'hydrogène épuisé, l'hélium, les cendres du brulage d'hydrogène, est brulé à son tour. Nous aurions pu penser que le le brulage d'hélium se pourrait passer simplement :

$${}^{4}\text{He} + {}^{4}\text{He} \rightarrow {}^{8}\text{Be}.$$
 (41)

Cependant, nous voyons dans la Figure 2 que l'énergie de liaison par nucléon du Béryllium est inférieure à celle de l'hélium. Cela veut dire que cette réaction absorb de l'énergie au lieu d'en produire. Le béryllium formé par cette

réaction est presque tout de suite détruit car il est moins stable que l'hélium. Le temps de vie d'un noyau de 8 Be dans le centre des étoiles est d'environ 10^{-16} s. Ce n'est pas élevé, mais assez pour qu'une petite concentration de 8 Be se forme. Il se peut alors qu'un noyau d'hélium réagisse avec le 8 Be pour former un noyau de 12 C. Le 12 C a une énergie de liaison par nucléon supérieure à celle du 4 He ; la réaction 3^4 He \rightarrow 12 C produit de l'énergie. Le taux de production d'énergie est

$$\varepsilon_{3ff}(\rho, T) \sim \rho^2 T^{\alpha},$$
 (42)

avec $\alpha \sim 19$. Les réactions de brulage d'hélium s'appellent réactions 3α parce qu'elle utilisent trois particules α , des noyaux d'hélium. Sa température d'ignition est de environ 10^8 K.

Une fois une que le ¹²C accumule une abondance dans le centre des étoiles, un noyaux de ¹²C peut réagir avec un noyaux de ⁴He pour former ¹⁶O.

Brulage de C, O et phases avancées

Quand tout l'hélium est épuisée au centre d'une étoile le brulage de $^{12}\mathrm{C}$ commence. Le température d'ignition est de $T=6\times10^8$ K. Le produit de la réaction $^{12}\mathrm{C}+^{12}\mathrm{C}$ est un noyau $^{24}\mathrm{Mg}$ dans un état excité que se désintègre produisant plusieurs noyaux (par exemple, $^{24}\mathrm{Mg}$ $^{20}\mathrm{Ne}$ $^{23}\mathrm{Na}$), ainsi que des protons et des noyaux de $^4\mathrm{He}$. Ces particules réagissent avec les produits de la réaction $^{12}\mathrm{C}+^{12}\mathrm{C}$, générant ainsi une grande variété de noyaux proches du Ne, Na, Mg, et Al. Le taux de génération d'énergie de la réaction $^{12}\mathrm{C}+^{12}\mathrm{C}$ vérifie

$$\varepsilon \sim \rho T^{27}$$
. (43)

Une fois tout le 12 C brulé, les noyaux dans le centre des étoiles sont surtout 16 O, 20 Ne et 24 Mg . La réaction de fusion de 16 O + 16 O démarre à $T=1.9\times10^9$ K, produisant des noyaux 32 S dans un état excité. Le 32 S se désintègre alors en plusieurs noyaux comme 32 S, 28 Si et 31 P. Le taux de génération d'énergie de la réaction 16 O + 16 O vérifie

$$\varepsilon \sim \rho T^{33}$$
. (44)

La température est maintenant si élevée que beaucoup de noyaux sont photo-ionisés : les photons ont assez d'énergie pour désintégrer quelques noyaux. Quand la combustion de 16 O s'achève, le centre de l'étoile contient beaucoup de 28 Si. Le brulage de 28 Si ne se fait pas, cependant, à travers une réaction de fusion 28 Si + 28 Si. La température est maintenant tellement élevée que les photons détruiraient la plupart des produits de cette réaction. Le 28 Si se désintègre, formant d'autres noyaux, des protons et des noyaux de 4 He. Ces produits régissent les uns avec les autres (ainsi que avec le 28 Si) pour former d'autres noyaux plus lourds. Le centre de l'étoile est maintenant

un endroit où beaucoup de réactions (photodissociations, fusion, etc.) se passent dans tous les sens, créant et détruisant des éléments de plus en plus lourds. Les noyaux qui survivent sont les noyaux les plus stables, notamment ⁵⁶Fe. Le taux de génération d'énergie de toutes ces réactions qui aboutissent au fer est

$$\varepsilon \sim T^{47}$$
. (45)

Et là ce n'est plus possible d'obtenir d'énergie à partir de la génération d'éléments plus lourds. La Figure 2 nous montrent que le ⁵⁶Fe est l'élément le plus stable. C'est donc la fin de la possibilité de générer d'énergie nucléaire.

Capture de neutrons

Les éléments plus lourds que le fer sont synthétisés à partir de la capture de neutrons. En effet, il n'ay a pas de barrière de Coulomb pour les neutrons, ceux-ci étant neutres. Il faut juste avoir une bonne source de neutrons, car leur demi-vie est de just 900 s. Le ⁵⁶Fe (par exemple) absorb successivement des neutrons, augmentant ainsi son nombre de masse *A*. Une fois dans le noyaux, quelques de ces neutrons se désintègrent en protons, augmentant ainsi le nombre atomique *Z*. Nous avons deux possibilités :

- Soit le flux de neutrons est peu intense, et les noyaux ont le temps de transformer beaucoup de neutrons en protons avant d'en absorber d'autres.
 C'est un processus lent, d'où sont nom : s-process, de "slow".
- Soit le flux de neutrons est intense, et les noyaux n'ont pas le temps de transformer beaucoup de neutrons en protons avant d'en absorber d'autres.
 C'est un processus rapide, d'où sont nom : r-process, de "rapid".

La Figure 8 montre les noyaux produits par les deux processus d'absorption de neutrons à partir du fer.

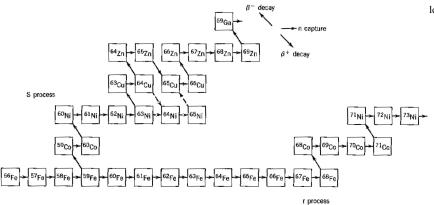


FIGURE 8: Noyaux produits à partir du fer par le s-process et le r-process.