

Углубленный курс информатики

Интерполяция экспериментальных данных

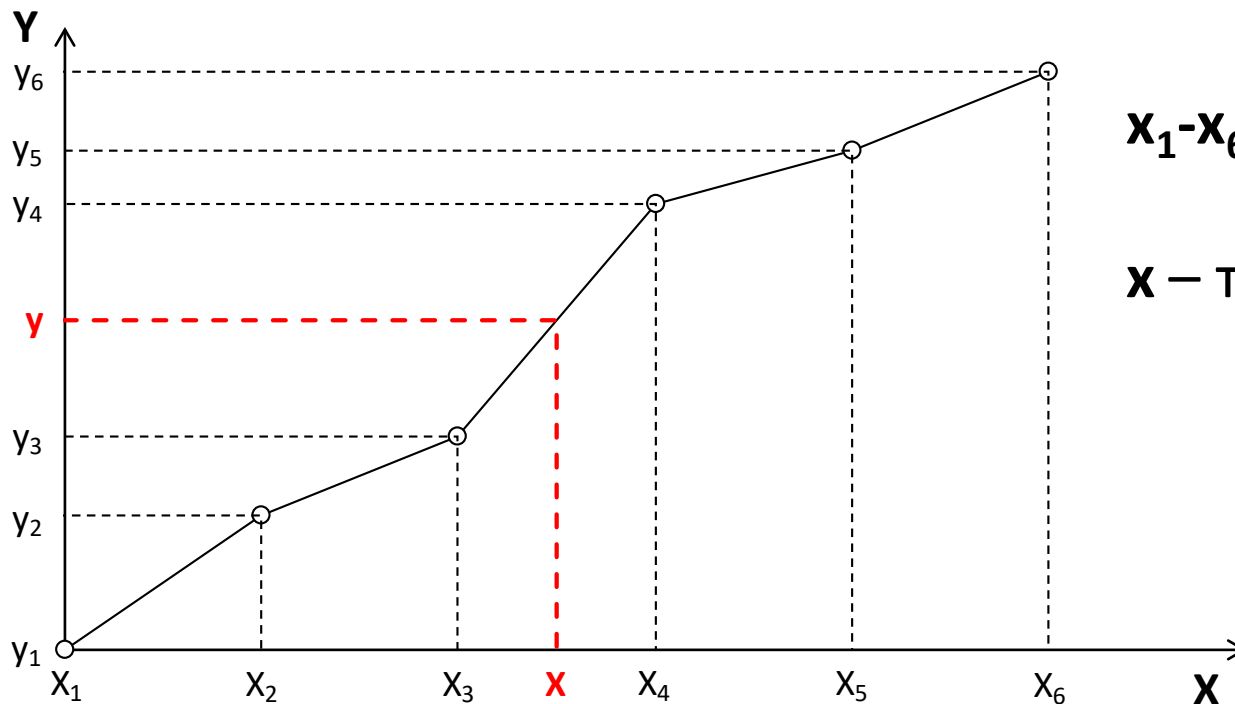


Чузлов Вячеслав Алексеевич

к.т.н.. доцент ОХИ ИШПР

ЗАДАЧА ИНТЕРПОЛЯЦИИ

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
Y	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6



x_1-x_6 – узлы интерполирования;

x – текущая точка для интерполирования.

- Задача интерполирования заключается в том, чтобы построить такую интерполирующую функцию, которая бы проходила через все узлы интерполирования.

ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЙ ПОЛИНОМ ЛАГРАНЖА

- Это полином минимальной степени, принимающий данные значения в данном наборе точек.
- Для $n+1$ пар чисел $(x_0, y_0), (x_1, y_1) \dots (x_n, y_n)$, где все x_i различны, существует единственный полином $L(x)$ степени n , для которого $L(x_i) = y_i$.

$$P_n(x) = \sum_{i=1}^n Y_i \cdot L_i(x)$$

$$L_i(x) = \frac{(x - x_0) \dots (x - x_{i-1}) \cdot (x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0) \dots (x_i - x_{i-1}) \cdot (x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)} = \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{(x - x_k)}{(x_i - x_k)}$$

где $L_i(x)$ – множитель Лагранжа,
 x – текущая точка для интерполирования

ПРИМЕР

Дана таблица значений теплоёмкости вещества в зависимости от температуры $C_p = f(T)$:

$x (T)$	300	400	500	600
$y (C_p)$	52.89	65.61	78.07	99.24

Вычислить значение теплоёмкости в точке $T = 450$ К.

РЕШЕНИЕ

$x (T)$	300	400	500	600
$y (C_p)$	52.89	65.61	78.07	99.24

$$P_n(x) = \sum_{i=1}^n Y_i \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{(x - x_k)}{(x_i - x_k)}$$

$$\begin{aligned} f(450) = & 52.89 \cdot \frac{(450 - 400) \cdot (450 - 500) \cdot (450 - 600)}{(300 - 400) \cdot (300 - 500) \cdot (300 - 600)} + \\ & + 65.61 \cdot \frac{(450 - 300) \cdot (450 - 500) \cdot (450 - 600)}{(400 - 300) \cdot (400 - 500) \cdot (400 - 600)} + \\ & + 78.07 \cdot \frac{(450 - 300) \cdot (450 - 400) \cdot (450 - 600)}{(500 - 300) \cdot (500 - 400) \cdot (500 - 600)} + \\ & + 99.24 \cdot \frac{(450 - 300) \cdot (450 - 400) \cdot (450 - 500)}{(600 - 300) \cdot (600 - 400) \cdot (600 - 500)} = 71.3119 \end{aligned}$$

РЕАЛИЗАЦИЯ

```
function interpolate(x, y: array of real; x_: real): real;
begin
    var product := 1.0;
    result := 0.0;

    for var i := 0 to x.High do
    begin

        for var j := 0 to x.High do
            if j <> i then
                product *= (x_ - x[j]) / (x[i] - x[j]);

            result += y[i] * product;
            product := 1.0
        end
    end;

begin
    var x: array of real = (300, 400, 500, 600);
    var y: array of real = (52.89, 65.61, 78.07, 99.24);

    var y_ := interpolate(x, y, 450);
    println('$При x = 450 y = {y_}')
end.
```

При x = 450 y = 71.311875

Задание 1

Используя интерполяционный полином Лагранжа определите значения переменной Y при следующих значениях переменной X :

- 1. $X = 0.85$*
- 2. $X = 1.27$*

X	0.71	0.81	0.91	1.01	1.11	1.21	1.31	1.41	1.51	1.61
Y	2.03	2.25	2.48	2.75	3.03	3.35	3.71	4.10	4.53	5.00

Задание 2

Дана зависимость теплоемкости от температуры:


T, K	100	200	300	400	500	600
$C_p, Дж/(моль \cdot K)$	6.95	7.05	7.17	7.25	7.46	7.69


- С использованием формулы Лагранжа определить значение теплоемкости при изменении T в интервале от 100 до 600 с шагом 50 K.
- Построить график в Excel по исходным данным и результатам интерполяции.


КОНТАКТНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

ЧУЗЛОВ ВЯЧЕСЛАВ АЛЕКСЕЕВИЧ

к.т.н., доцент ОХИ ИШПР

 Учебный корпус №2, ауд. 136

 +7-962-782-66-15

 chuva@tpu.ru