**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ**

**ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Инженерная школа природных ресурсов

Направление подготовки Химическая технология

Отделение химической инженерии

**Итерационные методы решения нелинейных уравнений**

**Лабораторная работа по дисциплине «Углубленный курс информатики»**

Выполнил студент гр. 2Д91 А.В. Радионов

(Подпись)

\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2020 г.

Отчет принят:

Преподаватель

Доцент ОХИ ИШПР, к.т.н. В.А. Чузлов

(Подпись)

\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2020 г.

**Цель:** научиться составлять программы в Pascal для решения нелинейных уравнений с использованием итерационных методов (метод половинного деления, метод итераций и метод Ньютона).

**Теоретическая часть.**

Методы решения уравнений делятся на прямые и итерационные.   
Прямые методы позволяют записать решение в виде некоторого конечного   
соотношения (формулы). На практике данная группа методов не всегда   
применима.

Зачастую решить данные уравнения удается только с помощью   
универсальных вычислительных алгоритмов – итерационных методов или   
методов последовательных приближений.

***Итерационные методы*** - это методы последовательных приближений. В них необходимо задать некоторое приближённое решение – начальное приближение. После этого с помощью некоторого алгоритма проводится один цикл вычислений, называемый итерацией. В результате итерации находят новое приближение. Итерации проводятся до получения решения с требуемой точностью.

Мы изучим следующие методы:

1. *метод половинного деления;*
2. *метод итераций;*
3. *метод Ньютона;*

**Практическая часть.**

**Задание 1**

**Составьте программу для решения нелинейного уравнения методом половинного деления, простых итераций и методом Ньютона:**

***Интервал [1; 2], допустимая точность 10-2;***

**Программная реализация:**

**program** lab\_09\_pr\_1;

**const**

eps = 1e-2;

**function** f(x: real): real;

**begin**

result := exp(ln(x) \* 4) + 3 \* x - 20

**end**;

**function** f1(x: real): real;

**begin**

result := 4 \* exp(ln(x) \* 3) + 3

**end**;

**function** f2(x: real): real;

**begin**

result := 12 \* exp(ln(x) \* 2)

**end**;

**function** g(x: real): real;

**begin**

result := exp(ln(20 - 3 \* x) \* 1 / 4)

**end**;

**function** dihotomy(a, b: real; eps: real): real;

**var**

x: real;

**begin**

**repeat**

x := (a + b) / 2;

**if** f(a) \* f(x) > 0 **then**

a := x

**else**

b := x

**until** (abs(a - b) <= eps) **or** (f(x) = 0);

result := x

**end**;

**function** iterations(a, b: real; eps: real): real;

**var**

x: real;

**begin**

result := a;

**repeat**

x := g(result);

result := g(x)

**until** abs(result - x) <= eps;

**end**;

**function** newton(a, b: real; eps: real): real;

**var**

x: real;

**begin**

**if** f(a) \* f2(a) > 0 **then**

result := a

**else**

**if** f(b) \* f2(b) > 0 **then**

result := b

**else**

**begin**

writeln('Метод Ньютона, решений нет!');

**exit**

**end**;

**repeat**

x := result;

result := x - f(x) / f1(x)

**until** abs(result - x) <= eps;

**end**;

**begin**

writeln('Ответ, полученный методом деления отрезка пополам: ', dihotomy(1, 2, eps));

writeln('Ответ, полученный методом простых итераций: ', iterations(1, 2, eps));

writeln('Ответ, полученный методом Ньютона: ', newton(1, 2, eps))

**end**.

**Ответ:**

Ответ, полученный методом деления отрезка пополам: 1.9453125

Ответ, полученный методом простых итераций: 1.94037733840934

Ответ, полученный методом Ньютона: 1.94047935224908

**Задание 2**

**Составьте программу для решения нелинейного уравнения методом половинного деления, простых итераций и методом Ньютона:**

***Интервал [0; 1], допустимая точность 10-3;***

**Программная реализация:**

**program** lab\_09\_pr\_2;

**const**

eps = 1e-3;

**function** f(x: real): real;

**begin**

result := exp(ln(e) \* x) + x - 2

**end**;

**function** f1(x: real): real;

**begin**

result := exp(ln(e) \* x) + 1

**end**;

**function** f2(x: real): real;

**begin**

result := exp(ln(e) \* x)

**end**;

**function** g(x: real): real;

**begin**

result := ln(2 - x);

**end**;

**function** dihotomy(a, b: real; eps: real): real;

**var**

x: real;

**begin**

**repeat**

x := (a + b) / 2;

**if** f(a) \* f(x) > 0 **then**

a := x

**else**

b := x

**until** (abs(a - b) <= eps) **or** (f(x) = 0);

result := x

**end**;

**function** iterations(a, b: real; eps: real): real;

**var**

x: real;

**begin**

result := a;

**repeat**

x := g(result);

result := g(x)

**until** abs(result - x) <= eps;

**end**;

**function** newton(a, b: real; eps: real): real;

**var**

x: real;

**begin**

**if** f(a) \* f2(a) > 0 **then**

result := a

**else**

**if** f(b) \* f2(b) > 0 **then**

result := b

**else**

**begin**

writeln('Метод Ньютона, решений нет!');

**exit**

**end**;

**repeat**

x := result;

result := x - f(x) / f1(x)

**until** abs(result - x) <= eps;

**end**;

**begin**

writeln('Ответ, полученный методом деления отрезка пополам: ', dihotomy(0, 1, eps));

writeln('Ответ, полученный методом Ньютона: ', newton(0, 1, eps));

writeln('Ответ, полученный методом простых итераций: ', iterations(0, 1, eps))

**end**.

**Ответ:**

Ответ, полученный методом деления отрезка пополам: 0.4423828125

Ответ, полученный методом Ньютона: 0.442854401004033

Ответ, полученный методом простых итераций: 0.442509950010955

**Задание 3**

**Составьте программу для решения нелинейного уравнения методом половинного деления, простых итераций и методом Ньютона:**

***Интервал [0.5; 1.5], допустимая точность 0.2\*10-4;***

**Программная реализация:**

**program** lab\_09\_pr\_3;

**const**

eps = 0.2 \* 1e-4;

**function** f(x: real): real;

**begin**

result := ln(x) + x

**end**;

**function** f1(x: real): real;

**begin**

result := 1 + (1 / x)

**end**;

**function** f2(x: real): real;

**begin**

result := -1 / sqr(x)

**end**;

**function** g(x: real): real;

**begin**

result := 1 / exp(ln(e) \* x)

**end**;

**function** dihotomy(a, b: real; eps: real): real;

**var**

x: real;

**begin**

**repeat**

x := (a + b) / 2;

**if** f(a) \* f(x) > 0 **then**

a := x

**else**

b := x

**until** (abs(a - b) <= eps) **or** (f(x) = 0);

result := x

**end**;

**function** iterations(a, b: real; eps: real): real;

**var**

x: real;

**begin**

result := a;

**repeat**

x := g(result);

result := g(x)

**until** abs(result - x) <= eps;

**end**;

**function** newton(a, b: real; eps: real): real;

**var**

x: real;

**begin**

**if** f(a) \* f2(a) > 0 **then**

result := a

**else**

**if** f(b) \* f2(b) > 0 **then**

result := b

**else**

**begin**

writeln('Метод Ньютона, решений нет!');

**exit**

**end**;

**repeat**

x := result;

result := x - f(x) / f1(x)

**until** abs(result - x) <= eps;

**end**;

**begin**

writeln('Ответ, полученный методом деления отрезка пополам: ', dihotomy(0.5, 1.5, eps));

writeln('Ответ, полученный методом Ньютона: ', newton(0.5, 1.5, eps));

writeln('Ответ, полученный методом простых итераций: ', iterations(0.5, 1.5, eps))

**end**.**end**.

**Ответ:**

Ответ, полученный методом деления отрезка пополам: 0.567153930664063

Ответ, полученный методом Ньютона: 0.567143290399369

Ответ, полученный методом простых итераций: 0.567140763269807

**Задание 4**

**Составьте программу для решения нелинейного уравнения методом половинного деления, простых итераций и методом Ньютона:**

***Интервал [0.2; 1.5], допустимая точность 0.5\*10-4;***

**Программная реализация:**

**program** lab\_09\_pr\_4;

**const**

eps = 0.5 \* 1e-4;

**function** f(x: real): real;

**begin**

result := 2 \* x - exp(ln(e) \* -0.1 \* x)

**end**;

**function** f1(x: real): real;

**begin**

result := 0.1 \* exp(ln(e) \* -0.1 \* x) + 2

**end**;

**function** f2(x: real): real;

**begin**

result := -0.01 \* exp(ln(e) \* -0.1 \* x)

**end**;

**function** g(x: real): real;

**begin**

result := exp(ln(e) \* -0.1 \* x) / 2

**end**;

**function** dihotomy(a, b: real; eps: real): real;

**var**

x: real;

**begin**

**repeat**

x := (a + b) / 2;

**if** f(a) \* f(x) > 0 **then**

a := x

**else**

b := x

**until** (abs(a - b) <= eps) **or** (f(x) = 0);

result := x

**end**;

**function** iterations(a, b: real; eps: real): real;

**var**

x: real;

**begin**

result := a;

**repeat**

x := g(result);

result := g(x)

**until** abs(result - x) <= eps;

**end**;

**function** newton(a, b: real; eps: real): real;

**var**

x: real;

**begin**

**if** f(a) \* f2(a) > 0 **then**

result := a

**else**

**if** f(b) \* f2(b) > 0 **then**

result := b

**else**

**begin**

writeln('Метод Ньютона, решений нет!');

**exit**

**end**;

**repeat**

x := result;

result := x - f(x) / f1(x)

**until** abs(result - x) <= eps;

**end**;

**begin**

writeln('Ответ, полученный методом деления отрезка пополам: ', dihotomy(0.2, 1.5, eps));

writeln('Ответ, полученный методом Ньютона: ', newton(0.2, 1.5, eps));

writeln('Ответ, полученный методом простых итераций: ', iterations(0.2, 1.5, eps))

**end**.

**Ответ:**

Ответ, полученный методом деления отрезка пополам: 0.476718139648438

Ответ, полученный методом Ньютона: 0.476723086001294

Ответ, полученный методом простых итераций: 0.476721637710739

**Выводы:**

В ходе работы мною изучены итерационные методы решения нелинейных уравнений (метод половинного деления, метод итераций и метод Ньютона), которые были отработаны на практике - написаны программы на языке Паскаль