Universidade Estadual de Maringá – Centro de Ciências Exatas

Movimento Circular Uniforme (MCU)

Relatório de Física Experimental I

Acadêmicos:

1. Giovanna Nogueira, RA 112491 – Física, turma F
2. João Vitor Fumante, RA 112451 – Física, turma F
3. Vitor Hugo Ferrari, RA 112481 – Física, Turma F

Maringá, 04 de Setembro de 2019

Movimento Circular Uniforme (MCU)

Relatório de Física Experimental I

Resumo

A prática experimental teve como objetivo a determinação das características do movimento de uma massa M em trajetória circular em que o módulo do vetor velocidade se mantém constante; essa massa M em movimento circular possui o vetor aceleração dado por duas componentes; uma tangencial e a outra radial. Utilizando um conjunto experimental (Pasco) contendo uma plataforma rotatória. Tivemos como objetivo determinar a equação de movimento de um corpo de massa M em trajetória circular, relacionando a segunda lei de newton com a equação da aceleração centrípeta e caracterizar esse o tipo de movimento.

Introdução

Um tipo de movimento plano de grande importância na física é o movimento circular uniforme, em que a trajetória é um círculo e o módulo da velocidade instantânea é constante, de modo que a partícula descreve arcos de círculo iguais em tempos iguais. Temos assim um movimento periódico, em que o período corresponde ao tempo levado para descrever uma volta completa, o que define um "relógio". De fato, o movimento da extremidade dos ponteiros de um relógio é deste tipo. O movimento da Lua em torno da Terra também pode ser aproximado por um movimento circular uniforme. Outro exemplo são as órbitas de partículas carregadas em aceleradores de tipo circular. Seja r o raio da trajetória circular. A posição instantânea P da partícula fica definida pelo ângulo θentre o vetor deslocamento $r = OP$ correspondente e o eixo Ox de um sistema cartesiano com origem no centro do círculo (Fig. 1), onde O é positivo no sentido anti-horário. O arco s correspondente ao ângulo θ sobre o círculo é dado por:

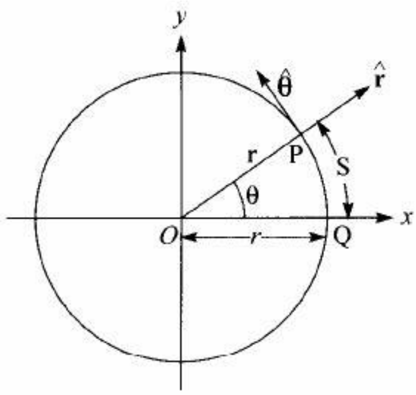

Figura 1 - Movimento Circular

$$S = r \cdot \theta$$

Onde θ é medido em radianos ($2 \cdot \pi\, rad = 360°$). Vamos introduzir $\hat{r}$, o vetor unitário na direção de r, que aponta radialmente para fora, e $\hat{\theta}$, o vetor unitário tangente ao círculo (portanto perpendicular a r) em P, orientado no sentido de θ crescente (anti-horário). Note que ao contrário de i e j, que são vetores fixos nas direções dos eixos, as direções de $\hat{r}$ e $\hat{\theta}$ variam com a posição P ocupada pela partícula ao longo do círculo.

Pela definição de movimento circular uniforme, a lei horária é $s = s_o + v \cdot (t - to)$ onde s_o é o valor do arco no instante inicial t_o e v é a "velocidade linear" com que o arco s é descrito. Lembrando a definição da velocidade instantânea e o fato de que $|\Delta r|$ se confunde com Δs (corda e arco se confundem) quando $\Delta t \to 0$, vemos que $|v|$ dá o módulo da velocidade instantânea $v(t)$, que é tangente ao círculo em P. A velocidade instantânea $v(t)$ é dada por:

$$v = v \cdot \hat{\theta}$$

(note que isto continua valendo quando o círculo é descrito no sentido horário e v < 0). Temos ainda

$$v = ds/dt$$

O período T do movimento é o tempo para dar uma volta completa, ou seja,

$$T = 2 \cdot \pi \cdot r/|v|$$

Chama-se *frequência*. v o inverso do período:

$$v = 1/T$$

A frequência dá portanto o *número de rotações por unidade de tempo*. Assim, um disco LP tem 33 ${}^{1}/_{3}\ rpm$ (rotações por minuto), o que corresponde a $v \approx 0{,}5\ s^{-1}$ e $T \approx 2\ s$.

Podemos empregar a lei horária em termos do ângulo θ descrito em função do tempo:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot (t - t_0)$$

Onde:

$$\omega = V/r$$

Chama-se Velocidade Angular. Temos analogamente à:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad , \quad |\omega| = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot v$$

A velocidade angular se mede em rad/s, ou simplesmente em s^{-1}. Assim, por exemplo, a velocidade angular do ponteiro dos segundos de um relógio, para qual $T = 1\ min$, é:

$$\omega = (2 \cdot \pi/60)s^{-1} \approx 0{,}1\ s^{-1} \quad (0{,}1\ rad/s)$$

A $\omega = v/r$, escrita sob a forma $V = \omega \cdot r$, nos mostra ainda que, num disco em rotação uniforme (por exemplo, um disco LP num toca-discos), a velocidade linear cresce literalmente com a distância ao centro, sendo nula no centro e máxima na periferia.

Fundamentação teórica

Embora o movimento circular uniforme tenha uma velocidade de módulo constante, a direção da velocidade v varia de ponto a ponto da trajetória. O movimento circular também acaba sendo um movimento acelerado, ou seja, a aceleração é $\neq 0$. Vamos agora ver como se obtém a aceleração a.

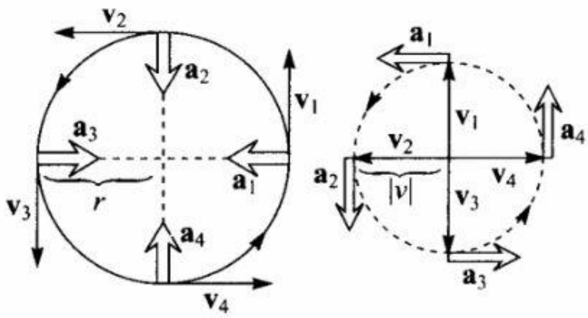

Figura 2 - Hodógrafo do movimento circular uniforme

Uma forma possível de determinar a é pelo processo geométrico do hodógrafo. O hodógrafo de um movimento circular uniforme também é um movimento circular uniforme, sobre um círculo de raio $|v|$ (em linha interrompida na Fig. 2). Sabemos que a velocidade do movimento sobre o hodógrafo ("velocidade de variação da velocidade") é a aceleração a. Como a velocidade angular com que é descrito o hodógrafo é a mesma do movimento circular uniforme, mas o raio do hodógrafo é $|v|$, em lugar de r, obtemos da $\omega = v/r$, aplicada ao hodógrafo, o módulo da aceleração:

$$|a| = \omega \cdot v = \omega^2 \cdot r = v^2/r$$

Por outro lado, o exame da (Fig. 2) mostra que o vetor a, tangente ao hodógrafo, está dirigido radialmente para dentro do círculo original (trajetória). Logo:

$$a = -|a| \cdot \hat{r} = -\omega^2 \cdot r \cdot \hat{r} = \frac{v^2}{r} \cdot \hat{r}$$

Esta é a chamada aceleração centrípeta (porque aponta para o centro do círculo).

A Fig. 3 (a) ao lado mostra os vetores $v(t)$ e $v(t\ +\ At)$, onde At corresponde a um incremento $\Delta\theta$. A (b) ilustra a construção de Δv, mostrando que, no limite em que $\Delta t \to 0$, Δv tende a apontar na direção de $-\hat{r}$. Além disto, o ângulo entre $v(t)$ e $v(t\ +\ At)$ é também $\Delta\theta$, e, no limite em que $\Delta t \to 0$, podemos confundir o comprimento de Δv (corda) com o do arco de círculo de raio $|v|$ que subentende o ângulo |Δθ|

$$|\Delta v| = |v| \cdot |\Delta\theta| \left\{ \frac{|\Delta v|}{\Delta t} \approx |v| = \frac{|\Delta\theta|}{\Delta t} \right.$$

Para a análise dos dados;

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad , \quad F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot \left(\frac{v^2}{r}\right) \therefore F = \frac{m}{r} \cdot v^2$$

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \quad , \quad F = m \cdot g$$

Procedimento e dados experimentais

Materiais Utilizados

- Conjunto experimental (Pasco) contendo uma plataforma rotatória com seus componentes (roldanas/polia, massas, suportes, mola);
- Fio inextensível;
- Cronômetro digital manual;
- Nível;
- Régua ou trena.

Montagem Experimental

Este consiste de uma plataforma rotatória com uma base de alumínio que pode girar em torno de um eixo (Fig. 3). Acoplados à base estão dois suportes, o central e o lateral. A massa do corpo em estudo (M) possui três ganchos: uma em cada lateral e uma na parte superior.

O suporte central possui uma ranhura pela qual podem se mover uma presilha e um anel. A presilha suporta uma mola e um disco indicador. No disco indicador é preso um fio que passa através do anel e por uma pequena polia fixa no suporte. A outra extremidade do fio é amarrada na massa M.

O suporte lateral possui uma linha vertical que indica a distância da massa M ao centro de rotação. Da sua extremidade superior sai um fio que sustenta a massa M. Na outra extremidade da massa M amarra-se um fio que passa por uma roldana e suspenderá uma massa m (massa que ao ser multiplicado pela aceleração gravitacional indicará a força atuante no sistema).

A plataforma rotatória permite que a massa M gire com velocidade angular constante em torno do eixo.

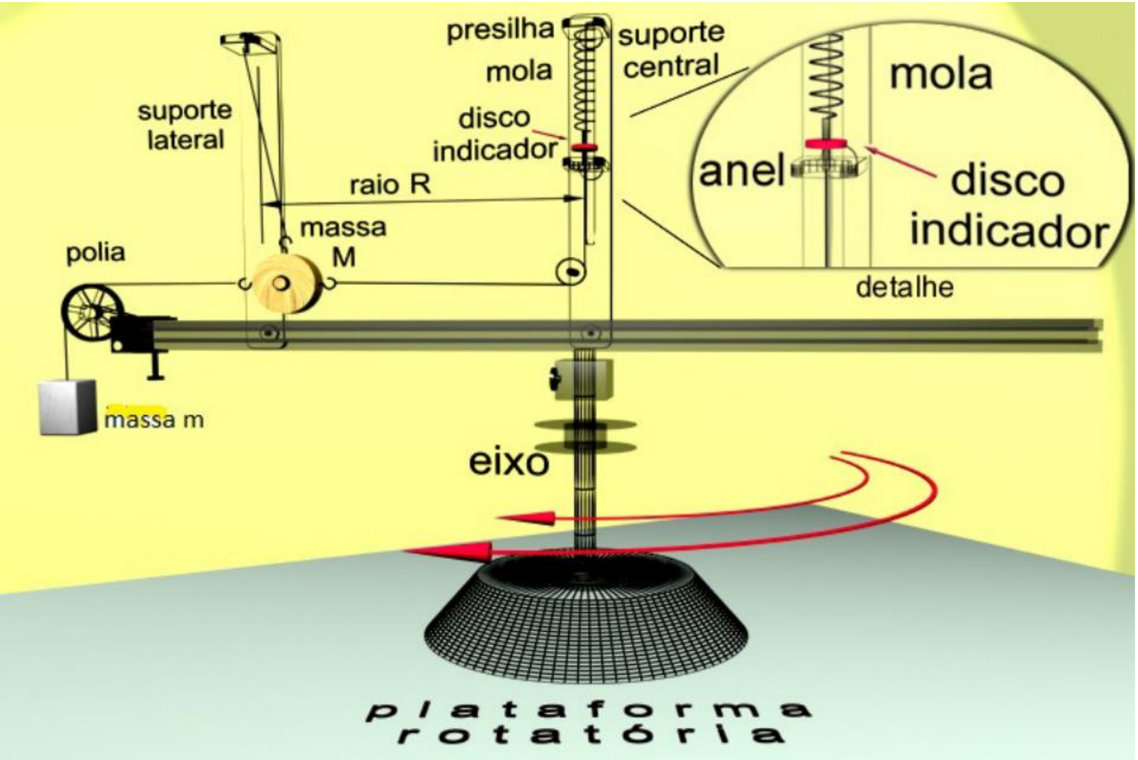

Figura 3 - Ilustração do aparelho utilizado para o estudo do movimento circular uniforme

Procedimento Experimental

1. Por meio de um fio inextensível que passa pela polia, fixe uma força peso de 0,40 N (sugestão) à massa M (pré selecione as massas que fornecerão aproximadamente a força peso sugerida e anote na Tabela 1), de tal forma que ela fique alinhada com a linha vertical

do suporte lateral. Isto é obtido movendo-se convenientemente a presilha superior do suporte central (Figura 1).

2. Conjuntamente ajuste o anel do suporte central (detalhe da Fig.1) com o "disco indicador" de tal forma que eles se alinhe na horizontal. Retire a massa suspensa.

3. Mantendo-se a massa do corpo em estudo (M) nesta posição, obtenha o tempo médio que ela leva para dar uma volta completa. Para determinar à média dos tempos, gire a plataforma 10 voltas completas de tal forma que a massa permaneça sempre alinhada com a vertical (nesta posição o disco indicador vai estar alinhado dentro do anel). Repita este procedimento por pelo menos mais três vezes. Com estes dados calcule o valor do tempo médio (e seu desvio) da massa M que está girando. Preencha a Tabela 1.

4. Repita as medidas para as massas diferentes.

Resultados

$\boldsymbol{m\ (kg)}$	$\boldsymbol{t_1(s)}$	$\boldsymbol{t_2(s)}$	$\boldsymbol{t_3(s)}$	$\boldsymbol{t_4(s)}$
$\mathbf{0,0268}$	17,75	17,97	17,63	$53{,}35 \div 30 = \mathbf{1,78}$
$\mathbf{0,0461}$	14,24	14,29	14,04	$42{,}57 \div 30 = \mathbf{1,42}$
$\mathbf{0,0557}$	13,06	13,08	13,29	$39{,}43 \div 30 = \mathbf{1,31}$
$\mathbf{0,0756}$	10,95	11,01	10,94	$32{,}9 \div 30 = \mathbf{1,10}$
$\mathbf{0,0855}$	10,45	10,69	10,62	$31{,}76 \div 30 = \mathbf{1,06}$
$\boldsymbol{M = 0,15697\ kg}$		$\boldsymbol{r = 0,15\ m}$		

Tabela 1 - Dados coletados do experimento

Usando as equações abaixo, iremos calcular os valores experimentais para compara-los com a teoria mais adiante.

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \quad , \quad F = m \cdot g$$

$\boldsymbol{F(N)}$	$\boldsymbol{v(m/s)}$
0,20	0,48
0,35	0,61
0,77	0,88
1,06	1,03
1,34	1,16

Tabela 2 - Calculo baseado nos dados experimentais

$$F = A \cdot v^B \implies \begin{cases} A = \dfrac{m}{r} \\ B = 2 \end{cases} \implies F = \frac{m}{r} \cdot v^2$$

Feito a regressão de potência, obtemos:

$$A = 0{,}9936 \quad e \quad B = 2{,}1540$$

$$\Delta_A = \left|\frac{A - {}^{m}/_{r}}{{}^{m}/_{r}}\right| \times 100 \rightarrow \Delta_A = \left|\frac{0{,}9936 - 1{,}046466667}{1{,}046466667}\right| \times 100$$

$$\Delta_A = |-0{,}0505192078| \times 100 \rightarrow \Delta_A = 5{,}05192078\%$$

$$\Delta_B = \left|\frac{B - 2}{2}\right| \times 100 \rightarrow \Delta_B = \left|\frac{2{,}1540 - 2}{2}\right| \times 100$$

$$\Delta_B = |0{,}077| \times 100 \rightarrow \Delta_B = 7{,}7\%$$

Conclusão

Numa análise mais rigorosa, percebe-se que alguns fatores não podem ser desprezados na conclusão final da análise dos dados. Alguns desses fatores são: a resistência do ar contra a superfície da plataforma rotatória, o erro humano na imprecisão da medição dos tempos, a deformação da corda que ligava a massa suspensa, interferências nas leituras do equipamento e até mesmo o atrito entre o eixo de rotação e o suporte. Mesmo que quase não houvesse atrito entre e a plataforma, possível inclinação na plataforma e até mesmo alguma anomalia na mola podem ter interferido nos resultados. Inúmeros são os fatores que podem atuar como interferências no experimento mesmo fazendo o máximo para evitá-los.

Todavia, os dados obtidos neste experimento não extraviaram as tolerâncias admitidas. O resultado do notável trabalho realizado por todos os grandes cientistas que estudaram os movimentos ao longo da história pode ser observado. O experimento mostrou um resultado satisfatório pois, dentro dos erros admitidos, cumpriu as previsões teóricas esperadas.

Conclui-se que a partir dos procedimentos anteriormente listados em materiais métodos e como mostrados no gráfico ao fim deste relatório em que as velocidades obtidas em cada intervalo de tempo beiram a velocidade constante. Isso foi observado a partir da medição dos intervalos tempo (período), analisando-os e calculando seus erros e desvios para uma maior precisão. Não foi possível obter resultados perfeitos, pois, toda medida ou grandeza quando analisada experimentalmente contém erros, mas, como é possível observar na linha de tendência presente no gráfico os resultados encontrados estão numa margem de erro praticamente nula constatando assim o objetivo da prática de comprovar a velocidade constante do movimento observado no experimento.

Observando o gráfico, vemos que $F = A \cdot v^B$. Assim, a equação final que obtemos é:

$$F = A \cdot v^B \rightarrow F = \frac{m}{r} \cdot v^2$$

$$\Delta_A = \left|\frac{0{,}9936 - 1{,}046466667}{1{,}046466667}\right| \times 100 = |-0{,}0505192078| \times 100 \rightarrow \Delta_A = 5{,}05\%$$

$$\Delta_B = \left|\frac{2{,}1540 - 2}{2}\right| \times 100 = |0{,}077| \times 100 \rightarrow \Delta_B = 7{,}7\%$$

Referências Bibliográficas

MUKAI, H., FERNANDES, P.R.G. Manual de Laboratório de Física I - DFI/UEM, 2008 a 2017.

NUSSENZVEIG, H. M. Curso de Física Básica - Vol. 1 - Mecânica - 5ª Edição - São Paulo: Edgard Blücher, 2013.