Universidade Estadual de Maringá – Centro de Ciências Exatas

Leis de Newton

Relatório de Física Experimental I

Acadêmicos:

1. Giovanna Maria Nogueira, RA 112479 – Física, turma F
2. João Vitor Honório Ribeiro, RA 99360 – Física, turma F
3. Vitor Hugo Ferrari Ribeiro, RA 112481 – Física, Turma F

Maringá, 29 de Maio de 2019

Leis de Newton

Relatório de Física Experimental I

Resumo

Fez-se, experimentalmente, a análise da segunda lei de Newton com o objetivo de relacionar aceleração com a força resultante que atua sobre um sistema, composto de massas unidas por um fio, considerado ideal no experimento o qual passa por uma roldana fixa, também considerada ideal. Um movimento ocorre na vertical enquanto o outro ocorre na horizontal sobre um trilho de ar, para amenizar o atrito. A somatória das massas foi mantida constante durante todo o experimento.

Introdução

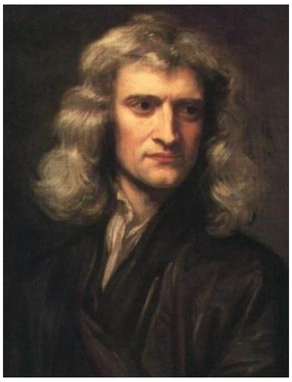


Figura 1 - Sir Isaac Newton

Sir Isaac Newton (1642-1727) foi um físico e matemático inglês, foi um dos cientistas mais brilhantes na história. Antes dos 30 anos, formulou os conceitos e leis básicas da mecânica, descobriu a lei da gravitação universal e inventou os métodos matemáticos do cálculo. Como consequência de suas teorias, Newton foi capaz de explicar os movimentos dos planetas, a subida e descida das marés, e muitas características especiais dos movimentos da Lua e da Terra. Ele também interpretou muitas observações fundamentais relativas à natureza da luz. Suas contribuições para as teorias físicas dominaram o pensamento científico por dois séculos e permanecem importantes até hoje-em-dia.

Três princípios fundamentais, chamados Leis de Newton do Movimento, constituem a base da mecânica. Sir Isaac Newton apresentou estes princípios ao mundo em seu livro Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (Princípios Matemáticos da Filosofia Natural) publicado em 1686 e referido geralmente como Principia.

As leis de Newton abordam as interações entre corpos, e explicam os movimentos baseando-se nos conceitos de massa e de força, relacionando aos mesmos às grandezas cinemáticas; posição, velocidade e aceleração. A primeira lei do movimento de Newton afirma que;

"Todo corpo permanece em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme, a menos que seja obrigado a modificar seu estado pela ação de forças impressas a ele."

Essa descoberta teve grande importância para a época, pois ajudava a explicar sobre o movimento dos corpos através do céu, o que teve relevância para o desenvolvimento da ciência, já que viagens espaciais não eram sequer cogitadas até então. Se um corpo continua em movimento uniforme e com velocidade constante na ausência de forças sobre ele, então não havia a necessidade de combustível para manter uma nave fora da atmosfera, bastava apenas impulsioná-la para iniciar o seu movimento e pronto, ou seja, seria viável a exploração do céu, dos planetas e tudo que estivesse além de nossa atmosfera. Como vivemos em um mundo cheio de forças (atrito, resistência do ar, gravidade, etc.), há uma dificuldade na assimilação desta lei, pois há uma tendência em se acreditar que o repouso é o estado natural de um corpo e o "parar naturalmente" o levará a este estado (assim como pensava Aristóteles). O termo "ausência de forças" significa dizer que a força resultante atuando no corpo é nula, pois as forças se cancelam.

A segunda lei de Newton afirma que;

"A aceleração de um corpo em movimento é diretamente proporcional a resultante das forças que atuam sobre ele é inversamente proporcional a sua massa."

A segunda lei complementa a primeira lei, reafirmando que para mudar um estado inicial de um corpo (repouso ou com velocidade constante), é necessário que a força resultante seja diferente de zero. Com isso, o corpo adquirirá uma aceleração, aumentando ou diminuindo a sua velocidade, ou alterando a direção da mesma. Essa lei também contribuiu para a questão das viagens espaciais. Se desejarmos que a nave adquira uma maior velocidade em seu trajeto sem que haja um grande consumo de combustível, devemos lançar aproveitado o posicionamento dos planetas para que seja acelerada pelas forças gravitacionais destes; ou seja, é necessária a aplicação de uma força (que nesse caso vem da gravidade) para alterar a velocidade de um corpo.

A terceira lei de Newton afirma que;

"Toda ação corresponde uma reação igual e oposta, ou, as ações mútuas de dois corpos entre si são sempre dirigidas em direções contrárias."

As forças atuam em corpos diferentes. Isto significa dizer que as forças se manifestam em pares, não há força individual, ou ainda, não existe ação sem reação. A terceira lei também contribuiu para explicar a questão das naves espaciais. Como os motores expelem partículas de gases na traseira da nave, o "vácuo" reage aos gases expelidos impulsionando a nave para frente. Por isso, as naves não gastam muito combustível, já que uma vez em movimento assim continuarão.

A mecânica clássica é geralmente considerada como uma das teorias mais bem-sucedidas de toda a ciência. Utilizando esta teoria, os engenheiros colocaram astronautas na Lua e enviaram naves aos confins do sistema solar. Com precisão milimétrica, os astrônomos podem predizer acontecimentos celestiais com décadas de antecipação. Entretanto, a mecânica clássica tem limitações. Não se aplica a pequenos objetos como átomos ou outros ainda menores. Devemos então apelar para a mecânica quântica. Com a mecânica quântica, já não podemos predizer todas as grandezas mecânicas com um grau desejado de precisão, nem mesmo em princípio. A base do determinismo mecanicista se evapora.

Outra limitação da mecânica clássica diz respeito a um objeto deslocando-se com velocidade próxima da velocidade da luz, ou a um evento nas proximidades de um grande corpo, como uma estrela grande e densa. Em tais casos, devemos apelar para a teoria da relatividade de Einstein.

Fundamentação teórica

A segunda Lei de Newton denota que para uma partícula de massa m, a força resultante F, sobre a partícula é sempre igual à massa m vezes a aceleração a da partícula:

$$F_r = m \cdot a$$

Nessa equação, F denota o vetor soma de todas as forças que agem sobre a partícula e a é a aceleração da partícula,

$$a = \frac{dv}{dt} \equiv \dot{v}$$

$$= \frac{d^2 r}{dt^2} \equiv \ddot{r}$$

Aqui, v denota a velocidade da partícula, e introduz a notação conveniente de dois pontos para denotar a derivada com respeito a t, como em $v = \ddot{r}$ e $a = \dot{v} = \ddot{r}$.

Ambas as leis podem ser expressas de várias formas equivalentes. Por exemplo, a primeira lei: na ausência de forças, uma partícula estacionária permanece estacionária e uma partícula que se move permanece se movendo sem variação na sua velocidade na mesma direção. Isto é, de fato, exatamente o mesmo que declararmos que a velocidade é sempre constante. Novamente, v é constante se e somente se a aceleração a é zero, assim uma declaração ainda mais compacta é esta: na ausência de forças, uma partícula tem aceleração nula.

A segunda lei pode ser parafraseada em termos do momento da partícula, definido como:

$$p = m \cdot v$$

Na mecânica clássica, assumimos que a massa de uma partícula nunca vária, de modo que:

$$\dot{p} = m \cdot \dot{v} = m \cdot a$$

Logo, a segunda lei pode ser reorganizada para dizer que:

$$F = \dot{p}$$

Na mecânica, as duas formas da segunda lei, são completamente equivalentes.

(Mecânica Clássica, Taylor)

Gravitação

Embora haja sugestões anteriores a respeito de o movimento dos planetas e corpos em queda livre sobre a Terra, se deverem a uma propriedade dos corpos físicos, pela qual eles se atraem mutuamente, o primeiro a formular uma teoria matemática deste fenômeno foi Isaac Newton. Ele mostrou, por métodos que serão considerados posteriormente, que o movimento dos planetas poderia ser explicado pela suposição de que a cada par de corpos associa-se uma força de atração proporcional a suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância existente entre eles. Simbolicamente:

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Onde m_1 e m_2 são as massas dos dois corpos envolvidos, r é a distância entre eles e G é uma constante universal, cujo o valor, de acordo com a experiência, é:

$$G = (6{,}670 \pm 0{,}005) \times 10^{-8} cm^3 \cdot s^{-2} \cdot g^{-1}$$

Para um corpo esfericamente simétrico, podemos fazer os cálculos como se toda a massa do corpo estivesse concentrada em um único ponto no centro (centro de massa). Em casos de corpos de pequenas dimensões e massa m, na superfície da Terra, a força de gravitação é então:

$$F = m \cdot g$$

Onde:

$$g = \frac{G \cdot M}{R^2} = 980{,}2\ cm \cdot s^{-2}$$

Sendo M a massa da Terra e R o seu raio. A quantidade g tem as dimensões de uma aceleração, podendo-se demonstrar imediatamente a partir da seguinte equação $F_r = m \cdot a$ que qualquer corpo em queda livre, na superfície da Terra, é acelerado para baixo, sofrendo uma aceleração g.

O fato de a força gravitacional que age sobre o corpo ser proporcional á sua massa, ao invés de qualquer outra constante característica do corpo (ex., sua carga elétrica), é mais ou menos acidental, do ponto de vista da teoria newtoniana. Este fato é fundamental na Teoria da Relatividade Geral. A proporcionalidade entre força gravitacional e massa é provavelmente a razão da Teoria da Gravitação ser comumente considerada como um ramo da mecânica, enquanto as teorias que envolvem outras forças não o são.

A Eq. $F = m \cdot g$ fornece uma maneira mais prática e conveniente de medir massa do que a sugerida na definição original a Eq. $m_i = k_{1i} = -\ddot{x}_1/\ddot{x}_i$. É possível medir a massa de um corpo usando-se a força gravitacional que atua sobre ele, como, por exemplo, utilizando uma balança de mola, ou comparando a força gravitacional sobre o corpo com a força sobre uma massa-padrão, como, por exemplo, com o auxilio de uma balança de pratos ou de braços; em outras palavras, pesando o corpo.

Procedimento e dados experimentais

Materiais Utilizados

- 1 trilho de ar;
- 1 compressor de ar;
- 1 cronômetro digital;
- 1 móvel;
- 1 eletroimã;
- 5 sensores de tempo;
- 1 roldana;
- 1 trena;
- 1 nivelador;
- Fio – de massa desprezível;
- 1 suporte para massas;
- 6 massas (disco metálico em torno de 5 gramas cada);
- 1 balança digital.

Montagem Experimental

Na Figura-2, apresenta-se a montagem experimental para a análise de um corpo que translada em movimento retilíneo e uniformemente variado. Em que, uma das massas, m_2 (massa suspensa), se move na direção vertical, enquanto simultaneamente a outra, m_1 (massa do móvel), se move na direção horizontal. Sendo ΔS o espaço percorrido pelos corpos. Utiliza-se o mesmo aparato experimental (trilho de ar), mas considerando agora somente dois sensores de tempo, como apresentado no desenho esquemático da Figura-2.

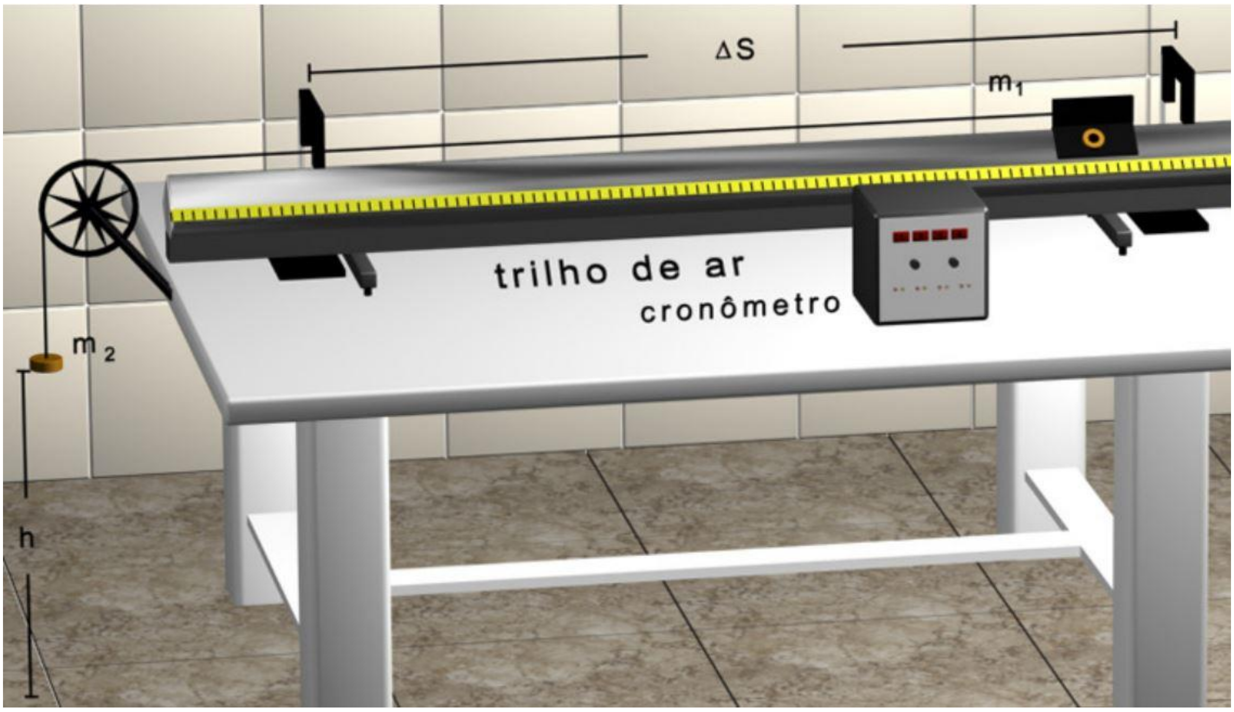


Figura 2 - Desenho esquemático ilustrando a montagem experimental a ser utilizada

Considerações:

Antes de realizarmos qualquer medida devemos considerar que:

1- Quando queremos determinar experimentalmente a relação matemática entre duas grandezas de um sistema, elas devem ser variadas de tal forma que todas as outras grandezas permaneçam constantes.
2- Neste caso, estamos estudando um sistema composto do corpo de massa m1 (móvel) e o corpo de massa m_2 (massa suspensa). Portanto, a massa do sistema é $m_1 + m_2$.
3- Se variarmos apenas m_2, a aceleração varia, a força resultante varia e a massa do sistema também varia (o que contraria a nossa primeira consideração). Este problema experimental pode ser solucionado se alterarmos simultaneamente da mesma quantidade os valores de m_1 e m_2. À medida que aumentamos m_2 diminuímos m_1 (massa do móvel) da mesma quantidade, ou vice-versa, tal que a massa do sistema seja mantida constante.

Procedimento Experimental

1 - Selecione 6 massas (discos metálicos) e enumere cada uma separadamente. Se necessário, utilize pequenos pedaços de fita adesiva para anotar a numeração;

2 - Afira as massas que ficarão suspensas. De forma a evitar propagação de erros, coloque todo o conjunto de massas devidamente numeradas juntamente com o suporte sobre a balança, e vá retirando uma a uma na ordem (crescente ou decrescente) da numeração, até que reste somente o suporte. E, anote os valores nesta ordem na tabela 1

3 - Afira a massa total do sistema (M - massa do móvel mais todo o conjunto de massas suspensas) e anote na tabela 1.

4 - Fixe o móvel no eletroímã, para isso ligue o cronômetro e mantenha o botão seletor do controle do eletroímã na posição LIGA;

5 - Fixe uma das extremidades do fio no móvel e passe o fio pela roldana que se situa na extremidade oposta do eletroímã e amarre a outra extremidade do fio no suporte de massas. Este irá ficar suspenso;

6 – Desloque a extremidade do trilho, onde se encontra a roldana, em direção a borda da mesa, tal que o suporte de massas suspenso pelo fio possa percorrer livremente a trajetória na vertical, enquanto o móvel percorre a trajetória na horizontal ao longo do trilho. Controle o comprimento do fio, para que a massa suspensa não atinja o solo antes que o móvel percorra toda a sua trajetória no trilho de ar;

7 - Posicione o primeiro sensor tal que o mesmo fique o mais próximo do móvel possível, de modo que ao ser liberado acione imediatamente o cronômetro, garantindo que a velocidade inicial seja nula na posição inicial (S0) em t0;

8 - Posicione o último sensor tal que se tenha uma distância que assegure que o móvel tenha passado por ele, antes de atingir o final do trilho onde se encontra a roldana. Ignore o tempo dos sensores intermediários, caso estes estejam posicionados ao longo do trilho. Nesta extremidade há um suporte com elástico para evitar danos aos equipamentos;

9 - Nivele o trilho;

10 - Ligue o compressor de ar e posicione o fluxo de ar acima da metade;

11 - Selecione a função F1 no cronômetro;

12 - Fixe o móvel na extremidade inicial, ligando o eletroímã na sua máxima intensidade, para que ao colocar as massas no suporte este fique parado;

13 - Coloque as 6 massas no suporte, tal que este fique na posição vertical em relação ao móvel, e sem nenhuma oscilação;

14 - Libere o móvel (desligando o eletroimã) e anote o tempo necessário para percorrer a distância ΔS. Anote somente o tempo registrado pelo último sensor. Para minimizar os erros aleatórios repita por mais duas vezes, e anote os dados na tabela 1. Para cada medida zere (reset) o cronômetro;

15 - Retire agora, a primeira massa do suporte e passe para cima do móvel, de modo que a massa "suspensa" seja a soma das massas restantes no suporte. A ordem (crescente ou decrescente) para retirar cada massa deve ser a mesma da anotada na tabela 1. Anote o tempo que o móvel leva para percorrer a distância ΔS. Realize 3 medidas do tempo para cada conjunto de massa suspensa.

16 - Repita o procedimento para as demais massas, até que não reste mais massa no suporte, lembrando-se de que a massa m2 é a soma das massas de todos os corpos suspensos. Ao passar as massas sobre o móvel, distribua-os de forma equilibrada em cada lado do móvel;

17 - Identifique e anote onde está atuando a primeira e terceira lei de Newton no sistema.

Resultados

A tabela abaixo possui medidas experimentais do MRU, que foram obtidas através do trilho de ar da Azeheb. As quais apresentam (t) em segundos que o móvel passou por cada sensor posicionado em (x cm)

$\boldsymbol{m_2}$(g)	$\boldsymbol{t_1(s)}$	$\boldsymbol{t_2(s}$	$\boldsymbol{t_3(s)}$	$\boldsymbol{t_4(s)}$
57	0,964	0,983	0,975	0,963
76,45	0,870	0,893	0,887	0,901
96,61	0,798	0,791	0,789	0,789
147,17	0,593	0,593	0,601	0,601
167,35	0,555	0,559	0,555	0,558
186,77	0,526	0,534	0,531	0,529
$\boldsymbol{M(g)} = 406{,}07$				
$\boldsymbol{S(cm)} = 70{,}6$				

Tabela 1 - – Medidas experimentais das Leis de Newton (LN), obtidas com o trilho de ar da Azeheb.

O mesmo procedimento foi realizado com o dobro da massa suspensa, também repetido quatro vezes e os tempos foram anotados na Tabela 2

A partir das tabelas 1 e 2, calcularemos a média aritmética dos valores obtidos, para isso utilizaremos a equação:

Valor médio

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n)}{n}$$

Onde:

$\bar{x}$: Representa as medidas, que serão representadas por $\bar{t}$.

n: Corresponde ao número total de medidas realizadas.

Após calcularmos as médias dos tempos t_1, t_2, t_3 e t_4 utilizando a equação do valor médio, calcularemos a força e a aceleração, fazendo uso dos dados contidos na tabela 1, obteremos os respectivos resultados que serão expressos nas tabelas a seguir (tabelas 2):

$$F = m \cdot g$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow a = \frac{2 \cdot x}{t^2}$$

$\boldsymbol{m}(\boldsymbol{g})$	$\bar{\boldsymbol{t}}(\boldsymbol{s})$	$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{p}(\boldsymbol{dinas})$	$\boldsymbol{a}(\boldsymbol{cm}/\boldsymbol{s}^2)$
57	0,97125	55860	149,6831
76,45	0,88775	74921	179,1651
96,61	0,79175	94677,8	225,2470
147,17	0,597	144226,6	396,1741
167,35	0,55675	164003	455,5271
186,77	0,53	183034,6	502,6699

Tabela 2 – cálculo da força e da aceleração com base .

Para representar os dados acima, obtidos experimentalmente em uma gráfico (plano milimetrado) é necessário definir um módulo de escala para que todos os valores caibam dentro do gráfico, para isso iremos utilizar a equação abaixo.

$$Módulo\ de\ escalar = \frac{intervlo\ disponível\ no\ papel\ milimetrado}{Maior\ valor\ obtido\ experimentalmente}$$

Iremos usar os dois maiores dados obtidos entre os dois experimentos para definirmos uma escalar, de modo que caiba os dois gráficos em um único plano:

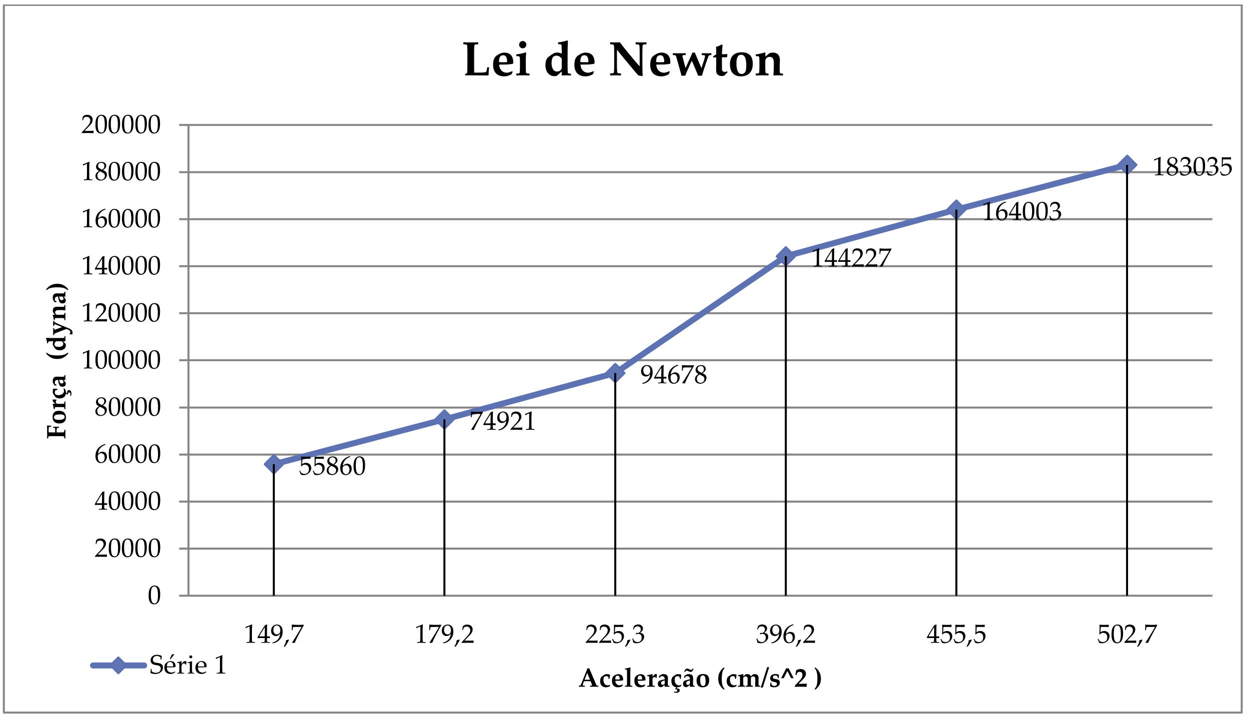
$$\boldsymbol{Me}\ eixo\ y\ (F) = \frac{200}{190000} = 0{,}0010526316\ mm$$

$$\boldsymbol{Me}\ eixo\ x\ (a) = \frac{150}{515} = 0{,}2912621359\ mm$$

$\boldsymbol{F \times Me_F (dyna)}$	$\boldsymbol{a \times Me_a (mm/s^2)}$
$55860 \times 0{,}0010526316 = 59$	$149{,}6831 \times 0{,}2912621359 = 44$
$74921 \times 0{,}0010526316 = 79$	$179{,}1651 \times 0{,}2912621359 = 52$
$94667{,}8 \times 0{,}0010526316 = 100$	$225{,}2470 \times 0{,}2912621359 = 66$
$144226{,}6 \times 0{,}0010526316 = 152$	$396{,}1741 \times 0{,}2912621359 = 115$
$164003 \times 0{,}0010526316 = 173$	$455{,}5271 \times 0{,}2912621359 = 133$
$183034{,}6 \times 0{,}0010526316 = 193$	$502{,}6699 \times 0{,}2912621359 = 146$

Tabela 3 – Valores em nova escala prontos para serem plotados em um plano milimetrado.

No plano a seguir está representada a tabelas 2, sendo (a – aceleração) o eixo das abcissas, respectivamente (x), e (F - Força) o eixo das coordenadas respectivamente (y). Também encontra-se em anexo ao final deste documento um gráfico com os dados plotados e a reta de ajuste traçada.



Ao trabalharmos com dados obtidos experimentalmente, devemos levar em consideração diversos tipos de erros que podem aparecer durante o experimento, como, por exemplo, atrito com o ar, atrito com a polia e entre outros; ao olharmos o gráfico feito à mão, vemos que nem todos os pontos ficam alinhados como uma reta, para isso, existe um método em que conseguiremos traçar uma reta de ajuste, esse método recebe o nome de "método dos mínimos quadrados". Para isso é necessário considerar a equação da reta $y = A + Bx$ onde:

Seu coeficiente linear (A), é dado pela seguinte equação:

$$\mathrm{A} = \frac{\sum \mathrm{x} \sum \mathrm{t}^2 - \sum \mathrm{t} \sum \mathrm{tx}}{\mathrm{n} \sum \mathrm{t}^2 - (\sum \mathrm{t})^2}$$

e seu coeficiente angular (B), é dado pela seguinte equação:

$$B = \frac{n \sum tx - \sum t \sum x}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}$$

Utilizando os dados da tabela 2, temos que da equação da reta $y = a + bx$, onde y representa a força e x o tempo. Similar a equação horaria da posição $x(t) = x_0 + v \cdot \Delta t$.

Fazendo o cálculo dos coeficientes para o experimento. Os valores são:

$A = 11927{,}98274$

$B = 338{,}0489891$

$r^2 = 0{,}992343639$

$\bar{x} = 318{,}0777167$

$\bar{y} = 119453{,}8333$

$S_{xx} = 115336{,}6562$

$S_{yy} = 1{,}328203282 \times 10^{10}$

$S_{xy} = 38989440{,}03$

$QMR = 25423007{,}61$

$Me(A) = 5151{,}529525$

$Me(B) = 14{,}84669496$

Tendo calculado os coeficientes para ambos os movimentos, podemos descrever uma equação de movimento que melhor representa os valores obtidos experimentalmente. Temos que: $y = A + B \cdot x \rightarrow y = A \pm Me(A) + B \pm Me(B) \cdot x$

$$F = A + B \cdot a$$

Conclusão

Numa análise mais rigorosa, percebe-se que alguns fatores não podem ser desprezados na conclusão final da análise dos dados. Alguns desses fatores são: a resistência do ar contra a superfície do carro, o erro humano na imprecisão da medição das posições dos sensores, a deformação da corda que ligava o carro à massa aceleradora, interferências nas leituras do equipamento e até mesmo o atrito entre a corda e a polia e o eixo da polia com o seu suporte. Mesmo que quase não houvesse atrito entre o carro e a superfície do trilho, possíveis obstruções nas saídas de ar que mantinham o carro flutuando, uma leve inclinação no trilho e até mesmo algum desnível no formato do carro podem ter interferido nos resultados. Inúmeros são os fatores que podem atuar como interferências no experimento mesmo fazendo o máximo para evitá-los.

Todavia, os dados obtidos neste experimento não extraviaram as tolerâncias admitidas. O resultado do notável trabalho realizado por todos os grandes cientistas que estudaram os movimentos ao longo da história pode ser observado. O experimento mostrou um resultado satisfatório pois, dentro dos erros admitidos, cumpriu as previsões teóricas esperadas.

Conclui-se que a partir dos procedimentos anteriormente listados em materiais métodos e como mostrado no gráfico 1 em que as velocidades obtidas em cada intervalo de tempo beiram a velocidade constante , onde essa velocidade foi obtida originalmente da velocidade média de cada intervalo de espaço. Isso foi observado a partir da medição dos intervalos tempo, os quais para a obtenção da velocidade constante deveriam ser proporcionais aos intervalos de espaço, analisando-os e calculando seus erros e desvios para uma maior precisão. Não foi possível obter resultados perfeitos, pois, toda medida ou grandeza quando analisada experimentalmente contém erros mas, como é possível observar na linha de tendência presente no gráfico 1 os resultados encontrados estão numa margem de erro praticamente nula constatando assim o objetivo da prática de comprovar a velocidade constante do movimento observado no experimento.

Observando o gráfico, vemos que $y = A + B \cdot x$. Assim, a equação final que obtemos é:

$$y = A + B \cdot x \rightarrow F = A + B \cdot a$$

$$\Delta = \left|\frac{B - m}{m}\right| \times 100\% \rightarrow A \cong 0 \; e \; B = m \rightarrow 33.805\%$$

Que é a 2° lei de Newton, Observasse também que a reta de ajuste não ficou muito fora dos padrões esperados para o experimento e o coeficiente de determinação r^2apresentou seu valor muito próximo de 1, exatamente 0,992, ou seja, quanto mais perto de 1, mais preciso foram dados coletados no experimento, nos dando uma garantia de que o experimento esta muito próximo da teoria,.

Referências Bibliográficas

MUKAI, H., FERNANDES, P.R.G. Manual de Laboratório de Física I - DFI/UEM, 2008 a 2017.

NUSSENZVEIG, H. M. Curso de Física Básica - Vol. 1 - Mecânica - 5ª Edição - São Paulo: Edgard Blücher, 2013.

KEITH, R. Symon - Mecânica (Quarta edição), Livro Texto.

WATARI, Kazunori - Mecânica Clássica – Vol 2. 2 ª Edição – São Paulo: Livraria da Física.

TAYLOR, R. John – Mecânica Clássica – Bookman 2013.