



Universidade Estadual de Maringá – Centro de Ciências Exatas

Departamento de Física

# Dilatação Térmica

Relatório de Física Experimental II

Acadêmicos:

1. Giovanna Nogueira, RA 112479 – Física, turma F
2. Nathalia Castanho Max, RA 112451 – Física, turma F
3. Vitor Hugo Ferrari, RA 112481 – Física, Turma F

Maringá, 31 de Janeiro de 2020

# Dilatação Térmica

Relatório de Física Experimental II

## Introdução

Na termodinâmica, dilatação térmica é o nome dado ao aumento de volume de um corpo ocasionado pelo aumento de sua temperatura, isso ocorre porque esse aumento na temperatura causa uma grande agitação nas moléculas deste corpo, consequentemente há um aumento na distância média entre as mesmas.

Vale ressaltar, que a dilatação ocorre de forma mais explícita nos gases, de forma intermediária nos líquidos e menos explícita nos sólidos. Cada tipo de material irá dilatar com mais ou menos facilidade devido ao seu coeficiente de dilatação, o qual representa a capacidade que cada material tem de dilatar, a cada aumento de  $1^{\circ}\text{C}$  na sua temperatura.

Quanto maior for o coeficiente de dilatação do material, mais facilidade ele terá para dilatar quando aquecido ou contrair quando resfriado.

Os sólidos possuem formas e volumes específicos, pois as moléculas que os formam são ligadas fortemente e quase não se movimentam, permanecendo praticamente estáticas. Uma das maneiras de aumentar ou diminuir as suas dimensões, superfícies e volume é quando ocorre variação de temperatura. Esse fenômeno, conhecido como dilatação térmica, desempenha um papel importante em numerosas aplicações.

Quando um corpo absorve energia térmica, várias mudanças podem ocorrer nas propriedades físicas desse corpo, o aumento da temperatura pode vir acompanhado da expansão ou contração deste corpo.

## Resumo

De um modo geral, quando aumentamos a temperatura de um corpo, aumentamos a agitação molecular, e isso provoca um afastamento das moléculas, resultando num aumento das dimensões de um corpo, tal efeito é denominado dilatação térmica. Devido às características dos materiais, a dilatação térmica é diferente para corpos de diferentes materiais. Os efeitos da dilatação térmica podem ser observados em várias situações cotidianas, como por exemplo, nos fios da rede elétrica, que em dias quentes apresentam-se menos tensos que em dias frios. Como a dilatação ocorre de maneira uniforme, as dimensões do corpo dilatam igualmente, sendo assim, podemos tratar a dilatação como sendo linear, superficial ou volumétrica.

Quando a temperatura de um corpo aumenta, é comum que o corpo se expanda.

A dilatação de um corpo pelo aumento de temperatura é consequência do aumento da agitação das partículas do corpo: as mútuas colisões mais violentas após o aquecimento, causam maior separação entre as moléculas, fazendo assim com que este corpo sofra uma dilatação.

### Fundamentação teórica

*Quando aquecemos um sólido qualquer, as suas dimensões geralmente aumentam. A este aumento das dimensões de um sólido, devido ao aquecimento, chamamos de dilatação térmica.*

**Dilatação Linear:** É o aumento de comprimentos característicos dos corpos. Ocorre quando o material tem expansão em uma dimensão. A dilatação do material depende de três fatores:

- Da substância de que é feito;
- Da variação de temperatura sofrida pelo material;
- Do comprimento inicial do material.

O comportamento aqui descrito para um material é geral para qualquer corpo que tenha uma de suas dimensões muito maior do que as outras duas e, nesse caso, podemos nos concentrar na dilatação linear.

Consideremos uma barra de comprimento  $L_0$  na temperatura inicial  $T_0$ , na figura 1, que passa a ter o comprimento  $L$  quando aquecida à temperatura  $T$ , sofrendo um aumento de comprimento,  $\Delta L$ .

#### Dilatação de Trilhos de Trem



Um bom exemplo é o espaço deixado entre os trilhos de uma linha férrea. Caso estes espaços não existissem, os trilhos iriam se deformar por decorrência da variação de temperatura, como é visto na imagem acima.

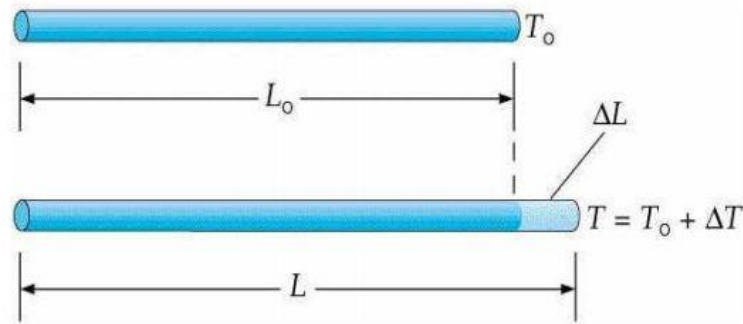


Figura 1 - Dilatação Linear,  $L_0$  é o comprimento inicial e  $T_0$  é a temperatura inicial.

Verifica-se experimentalmente que  $\Delta L$  é proporcional ao comprimento inicial  $L_0$  e à variação de temperatura  $\Delta T = T - T_0$ , podendo-se, pois escrever:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Em que  $\alpha$  é um coeficiente de proporcionalidade característico do material que constitui a barra, chamado coeficiente de dilatação linear. Observe que:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T}$$

Portanto, a unidade de  $\alpha$  é o inverso da temperatura, ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ,  $^{\circ}\text{F}^{-1}$ ,  $\text{K}^{-1}$ ).

Fazendo  $\Delta L = L - L_0$ , temos:

$$\begin{aligned} L - L_0 &= L_0 + L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \rightarrow L = L_0 + L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \\ &\rightarrow \therefore L = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \end{aligned}$$

Esta expressão permite calcular o comprimento na temperatura  $T$ , tendo-se o comprimento na temperatura  $T_0$  e o coeficiente de dilatação linear do material. Observamos que ela pode ser aplicada para  $T$  maior ou menor que  $T_0$ , bastando fazer  $\Delta T$  sempre igual a  $T - T_0$ .

**Dilatação Superficial:** Para materiais isotrópicos, a variação ocorre igual em todas as direções. Há corpos que podem ser considerados bidimensionais, pois sua terceira dimensão é desprezível frente às outras duas, por exemplo, uma chapa. Neste caso, a expansão ocorre nas suas duas dimensões lineares, ou seja, na área total do corpo. Uma chapa retangular que, quando aquecida, teve toda a sua superfície aumentada, passando de uma área inicial ( $A_0$ ) a uma área final ( $A$ ), de modo que a dilatação superficial é.

A dilatação superficial, da mesma forma que a dilatação linear, depende:

- Da variação de temperatura sofrida pelo corpo ( $\Delta T$ );
- Da área inicial ( $A_0$ );
- Do material de que é feito o corpo, porém, o coeficiente utilizado é o "coeficiente de dilatação superficial" ( $\beta$ ) que vale duas vezes o coeficiente de dilatação linear, isto é:  $\beta = 2 \cdot \alpha$ .

$$\Delta A = 2 \cdot \alpha \cdot A_0 \cdot T\Delta \rightarrow \Delta A = \beta \cdot A_0 \cdot \Delta T$$

**Dilatação Volumétrica:** A grande maioria dos corpos sólidos possui três dimensões: altura, comprimento e espessura; e, quando aquecidos, sofrem expansão nessas três dimensões o que proporciona um aumento no volume total do corpo. A dilatação ocorre de modo semelhante às dilatações linear e superficial, porém dependente do coeficiente de dilatação volumétrica o que é igual a três vezes o coeficiente de dilatação linear, ou seja,  $\gamma = 3\alpha$ .

A dilatação volumétrica, da mesma forma que a dilatação linear, depende:

- Da variação de temperatura sofrida pelo corpo ( $\Delta T$ );
- Do volume inicial ( $V_0$ );
- Do material de que é feito o corpo, porém, o coeficiente utilizado é o "coeficiente de dilatação volumétrico" ( $\gamma$ ) que vale três vezes o coeficiente de dilatação linear, isto é:  $\gamma = 3 \cdot \alpha$

$$\Delta V = 3 \cdot \alpha \cdot V_0 \cdot T\Delta \rightarrow \Delta A = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

**Resistencia Elétrica de Metais:** O PT-100 é uma termoresistência de platina que a  $T_0 = 0^\circ\text{C}$  apresenta uma resistência de  $R_0 = 100,01\Omega$ ,  $R_{100}$  é a resistência a  $100^\circ\text{C}$ , e o coeficiente de temperatura  $\delta = 3,850 \times 10^{-3}(\text{°C})^{-1}$  (norma de padrão europeu), e este foi obtido utilizando a seguinte equação:

$$\delta = \frac{R_{100} - R_0}{100(R_0)}$$

No caso do experimento, possuímos dentro da barra resistências elétricas de metais. Como iremos aplicar uma tensão na resistência esta irá aquecer como o que ocorre em uma resistência de chuveiro. A relação entre resistência elétrica e temperatura é dada pela equação de Callendar-Van Dusen:

$$R = R_0 \cdot [1 + a \cdot T + b \cdot T^2 + c \cdot T^3 \cdot (T - 100)]$$

Para a faixa de temperatura de  $-200^{\circ}\text{C}$  à  $0^{\circ}\text{C}$ .

$$R = R_0 \cdot [1 + a \cdot T + b \cdot T^2]$$

Para a faixa de temperatura de  $0^{\circ}\text{C}$  à  $850^{\circ}\text{C}$ .

As resistências elétricas de metais variam de uma forma quase linear, tal que a equação acima pode ser escrita na forma:

$$R = R_0 \cdot [1 + \delta \cdot T]$$

Isolando  $T$ , temos:

$$T = \frac{1}{\delta} \cdot \left( \frac{R}{R_0} - 1 \right)$$

Onde  $R_0 = 100,01 \, \Omega$  é a resistência a  $0^{\circ}\text{C}$ ,  $\delta = 3,850 \times 10^{-3} (\text{^{\circ}C})^{-1}$  (resultado para o PT-100) e  $R$  é o valor medido no experimento. Utilizaremos esta equação para transformar os valores da temperatura obtidos em Ohms, para  $^{\circ}\text{C}$ .

## Procedimento e dados experimentais

### Materiais Utilizados

- Dilatômetro Linear;
- Fonte de Tensão DC;
- Multímetro;
- Termômetro;
- Trena.

### Montagem Experimental

O dilatômetro linear consiste de um tubo metálico que possui em seu interior 22 resistências de  $5W$ , um relógio comparador e uma termoresistência PT100 fixada na barra, este relaciona a resistência com a temperatura.

## Procedimento Experimental

- 1 – Posicione o tubo metálico até que o mesmo entre em contato com o relógio comparador. Para isso solte o parafuso situado na parte superior do suporte, e posteriormente aperte-o, mas cuidado para não amassar a barra.
- 2 – Zere o relógio comparador. Para tal, gire a parte superior externa do relógio.
- 3 – Meça com uma trena o comprimento inicial ( $L_0$ ), da barra. Anote na tabela 1.
- 4 – Selecione a escala de ohmímetro girando o botão seletor no multímetro até onde está o símbolo  $\Omega$ . Conecte os fios do PT100, no multímetro, observe que estes fios estão marcados com uma fita adesiva indicando PT100. Ligue o multímetro.
- 5 – Anote na tabela 1 o valor da resistência fornecida pelo multímetro. Este valor inicial será relativo à temperatura ambiente.
- 6 – Conecte o fio do tubo metálico a fonte de tensão DC (certifique-se que a fonte esteja zerada antes de ligá-la).
- 7 – Com o relógio comparador zerado, aumente a tensão na fonte geradora até atingir 10V.
- 8 – Monitore o multímetro até o mesmo atingir  $112\Omega$  (medida 2). Quando chegar a este valor, anote na Tabela 1, coluna  $\Delta L$ , o valor da dilatação apresentada pelo relógio comparador. Observe que cada divisão do relógio comparador vale  $10\mu m$ .
- 9 – Proceda da mesma forma para o valor de  $114\Omega$  (medida 3). Após estas medidas, aumente a tensão da fonte para 15V. Nesta tensão faça as medidas de 4 a 7 ( $116\Omega$  a  $120\Omega$ ) para  $\Delta L$  ( $\mu m$ ). Após, aumente a tensão para 20V e faça as medidas de 8 a 11 ( $122\Omega$  a  $128\Omega$ ). Por fim, ajuste a tensão em 25V e procedam as demais medidas, anotando sempre na Tabela 1 os valores do relógio comparador correspondente ao valor da resistência do PT100 indicada no multímetro.
- 10 – Após a tomada de dados, zere a fonte e desligue-a. Desligue o multímetro.

## Resultados

A tabela abaixo possui as medidas obtidas experimentalmente sobre dilatação linear, que foram obtidos através do dilatômetro linear, as quais apresentam ( $R$ ) em Ohm – Resistência elétrica apresentada pelo PT100, ( $V$ ) em Volts – Tensão aplicada sobre os resistores e  $\Delta L$  em micrometros ( $\mu m$ ) variação de comprimento linear da barra.

<i>Tensão (V)</i>	<i>Resistência (<math>\Omega</math>)</i>	<i>Temperatura (<math>^{\circ}C</math>)</i>	<i>Variação do comprimento (<math>\mu m</math>)</i>
0	109	23,3	0
10	112	33,7	50
10	114	36,3	80
15	116	41,5	120
15	117	41,1	140
15	118	46,7	165
15	120	51,9	210
20	122	57,1	252
20	124	62,3	305
20	126	67,5	355
20	128	72,7	412
25	130	77,9	470
25	132	83,1	510
25	134	88,3	560
<b><i>Comprimento Inicial da barra (<math>L_0</math>) = 55,5 cm = 0,555 m = <math>5,55 \times 10^{-7} \mu m</math></i></b>			

Tabela 1 - Medidas Experimentais

Para representar os dados acima, obtidos experimentalmente em uma gráfico (plano milímetro) é necessário definir um módulo de escala para que todos os valores caibam dentro do gráfico, para isso iremos utilizar a equação abaixo:

$$\text{Módulo de Escala} = \frac{\text{intervalo disponível no papel milimetrado}}{\text{Maior valor obtido experimentalmente}}$$

Iremos usar os dois maiores dados obtidos entre os dois experimentos para definirmos uma escalar, de modo que caibam os dois gráficos em um único plano:



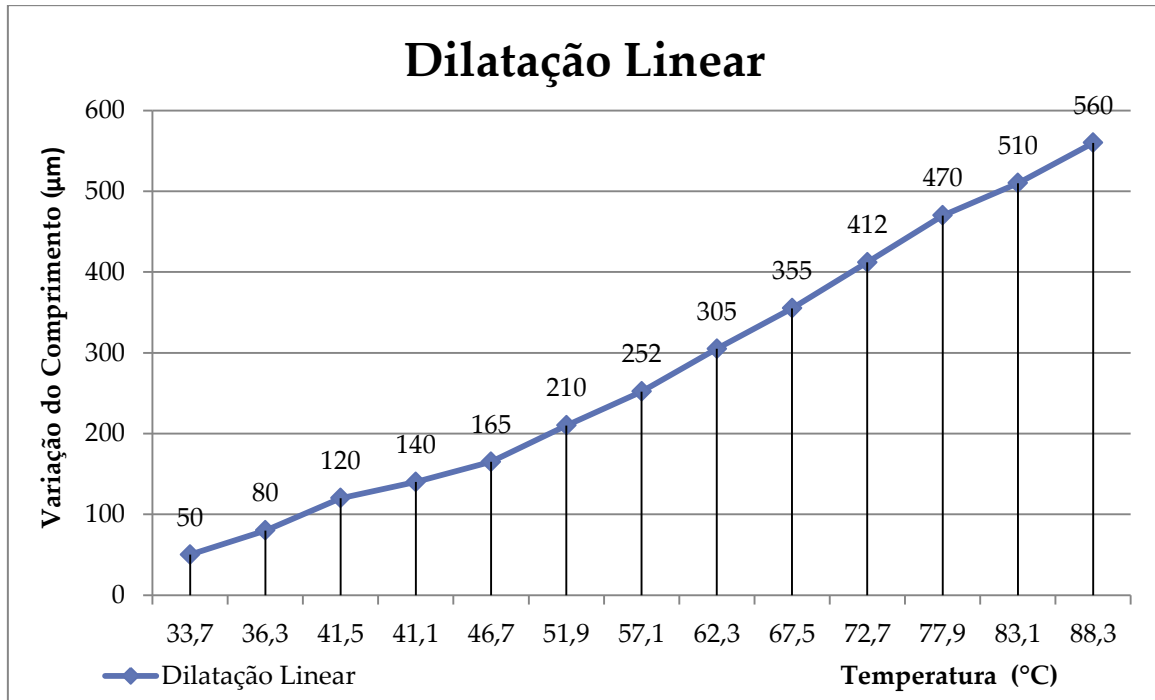
$$Me_{eixo\ x} (^{\circ}C) = \frac{200}{90 - 20} = 2,86$$

$$Me_{eixo\ y} (\Delta L) = \frac{150}{580} = 0,26$$

$[T (^{\circ}C) - 30] \times Me_x$	$\Delta L (\mu m) \times Me_y$
$[23,3 - 20] \times 2,86 = 9$	$(0 \times 0,26) = 0$
$[33,7 - 20] \times 2,86 = 39$	$(50 \times 0,26) = 13$
$[36,3 - 20] \times 2,86 = 47$	$(80 \times 0,26) = 21$
$[41,5 - 20] \times 2,86 = 62$	$(120 \times 0,26) = 31$
$[41,1 - 20] \times 2,86 = 60$	$(140 \times 0,26) = 36$
$[46,7 - 20] \times 2,86 = 76$	$(165 \times 0,26) = 43$
$[51,9 - 20] \times 2,86 = 91$	$(210 \times 0,26) = 55$
$[57,1 - 20] \times 2,86 = 106$	$(252 \times 0,26) = 66$
$[62,3 - 20] \times 2,86 = 121$	$(305 \times 0,26) = 79$
$[67,5 - 20] \times 2,86 = 136$	$(355 \times 0,26) = 92$
$[72,7 - 20] \times 2,86 = 151$	$(412 \times 0,26) = 107$
$[77,9 - 20] \times 2,86 = 166$	$(470 \times 0,26) = 122$
$[83,1 - 20] \times 2,86 = 181$	$(510 \times 0,26) = 133$
$[88,3 - 20] \times 2,86 = 195$	$(560 \times 0,26) = 146$

Tabela 2 - Valores prontos para serem plotados em um plano milimetrado.

No plano a seguir está representada a tabela 1, sendo ( $\Delta L$  – a variação do comprimento) o eixo das ordenadas – eixo y e ( $T$  – a temperatura em  $^{\circ}C$ ) o eixo das abscissas – eixo x. Também se encontra em anexo ao final deste documento um gráfico com os dados plotados à mão e a reta de ajuste traçada.



Ao trabalharmos com dados obtidos experimentalmente, devemos levar em consideração diversos tipos de erros que podem aparecer durante o experimento, como, por exemplo, a resistência elétrica interna dos aparelhos interferindo nas medidas, oscilações de corrente e tensão da fonte não mantendo uma constância no decorrer do experimento e entre outros. Ao olharmos o gráfico acima e o feito à mão, vemos que nem todos os pontos ficam alinhados como uma reta, para isso, existe um método em que conseguiremos traçar uma reta de ajuste, esse método recebe o nome de “método dos mínimos quadrados”. Para isso é necessário considerar a equação da reta  $\Delta L = A + B \cdot T$ , onde:

Seu coeficiente linear (A), é dado pela seguinte equação:

$$A = \frac{\sum x \sum t^2 - \sum t \sum tx}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}$$

E seu coeficiente angular (B), é dado pela seguinte equação:

$$B = \frac{n \sum tx - \sum t \sum x}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}$$

Em um corpo sólido, se dois pontos estão inicialmente a uma distância  $L_0$ , a variação  $\Delta L$  dessa distância devido a dilatação térmica é proporcional a  $L_0$ . Para uma variação de temperatura  $\Delta T$  suficientemente pequena, temos que:

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T$$

Fazendo  $\Delta T = T - T_0$ , na equação anterior, temos que:

$$\Delta L = -\alpha \cdot L_0 \cdot T_0 + \alpha \cdot L_0 \cdot T$$

Em que  $T_0$  é a temperatura inicial (onde a distância entre os dois pontos é  $L_0$ ).

Utilizando os dados da tabela 1, para fazer uma regressão linear e achar os coeficientes da reta, e usando a equação da curva de ajuste  $\Delta L = A + B \cdot T$ ; comparando com equação anterior " $\Delta L = -\alpha \cdot L_0 \cdot T_0 + \alpha \cdot L_0 \cdot T$ ", temos que os coeficientes são:

$$A = -\alpha \cdot L_0 \cdot T_0 \quad \text{e} \quad B = \alpha \cdot L_0$$

Para calcular  $\alpha$ , usaremos a seguinte relação:

$$\alpha = B/L_0$$

Tendo calculado os coeficientes pela regressão linear, obtemos:

$A = -242,3621244$	$Se(B) = 0,206941742$
$B = 8,963581494$	$S_{xy} = 46606,62857$
$r^2 = 0,993644563$	$QMR = 222,6703127$
$S_{xx} = 5199,554286$	$Me(A) = 26,68704662$
$S_{yy} = 420434,3571$	$Me(B) = 0,450926055$
$Se(A) = 12,24738257$	$\alpha = 16,15 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Desprezando os erros ao medir o tamanho da barra inicial  $L_0$  (antes de começar o experimento), temos que:

$$Me(\alpha) = Me(B)$$

Então temos:

$$\alpha \pm Me(\alpha) = (16,15 \pm 0,45) \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

## Conclusão

Numa análise mais rigorosa, percebe-se que alguns fatores não podem ser desprezados na conclusão final da análise dos dados. Alguns desses fatores são: o erro

humano na imprecisão da montagem experimental e na obtenção dos dados e até mesmo possíveis anomalias no aparato experimental.

Todavia, os dados obtidos neste experimento não extraviaram as tolerâncias admitidas. O resultado do notável trabalho realizado por todos os grandes cientistas que estudaram, desenvolveram e compuseram a termodinâmica ao longo da história puderam ser observados. O experimento mostrou um resultado muito satisfatório, pois, dentro dos erros admitidos, cumpriu as previsões teóricas esperadas.

Como constatado, a dilatação linear sofrida pela barra é proporcional ao aumento de temperatura, de forma que, quanto maior for esse aumento, maior será sua dilatação. Isso acontece porque o corpo é submetido a uma fonte de calor causando aumento na sua agitação molecular. Como as moléculas passam a ocupar um espaço maior, o resultado macroscópico é o aumento do comprimento do corpo. O oposto da dilatação também pode ocorrer, se um corpo for submetido a uma redução de temperatura, seu comprimento também será reduzido.

A dilatação também depende do comprimento inicial e do tipo material que constitui a barra, uma vez que cada material apresenta um comportamento diferente ao ser submetido a variações de temperatura. Concluímos que a dilatação linear de um sólido é muito pequena quando comparado com sua dimensão, experimentamos que, com base no coeficiente de dilatação linear ( $\alpha$ ), uma haste de alumínio de quase 60 centímetros de comprimento, que sofreu uma variação de temperatura de aproximadamente  $90^{\circ}\text{C}$ , aumenta de comprimento em apenas aproximadamente 0,5 mm.

Conclui-se que a partir dos procedimentos anteriormente listados em materiais e métodos, obtemos os seguinte valor para  $\alpha$ ,  $\alpha^*$ , e  $\Delta\alpha$ :

$$\alpha^* = 17 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \rightarrow \text{Aço Inox}$$

$$\Delta\alpha = \left| \frac{\alpha^* - \alpha}{\alpha^*} \right| \times 100 \rightarrow \Delta\alpha = \left| \frac{17 \times 10^{-6} - 16,15 \times 10^{-6}}{17 \times 10^{-6}} \right| \times 100 = 5\%$$

Isso nos mostra que o experimento foi muito bem executado, pois o desvio percentual está próximo de 5%, assegurando que o coeficiente de determinação condiz com a realidade. Não foi possível obter resultados perfeitos, pois, toda medida ou grandeza quando analisada experimentalmente contém erros e flutuações.

## *Referências Bibliográficas*

[https://www.academia.edu/8985410/Dilata%C3%A7%C3%A3o\\_t%C3%A9rmica\\_de\\_um\\_s%C3%B3lido\\_e\\_Propaga%C3%A7%C3%A3o\\_de\\_incertezas](https://www.academia.edu/8985410/Dilata%C3%A7%C3%A3o_t%C3%A9rmica_de_um_s%C3%B3lido_e_Propaga%C3%A7%C3%A3o_de_incertezas)

[https://sites.ifi.unicamp.br/kleinke/files/2014/12/PIBID\\_2014\\_DILATACAO\\_TERMICA.pdf](https://sites.ifi.unicamp.br/kleinke/files/2014/12/PIBID_2014_DILATACAO_TERMICA.pdf)

MUKAI, H., FERNANDES, P.R.G. Manual de Laboratório de Física II - DFI/UEM, 2008 a 2017.

Curso de Física Básica- Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor - H. Moysés Nussenzveig- 3ª Edição